

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ЯЦИК МИКОЛА ВАСИЛЬОВИЧ



УДК 519.6:537:004.94

МОДЕЛІ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ
ШАРОВИХ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ СТРУКТУР

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Удовенко Сергій Григорович,
Харківський національний економічний
університет ім. С. Кузнеця,
завідувач кафедри інформатики
та комп'ютерної техніки.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
Павліков Володимир Володимирович,
Національний аерокосмічний університет
ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний
інститут», проректор з наукової роботи;

доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
Андрійчук Михайло Іванович,
Інститут прикладних проблем механіки
і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України (м. Львів), завідувач відділу
числових методів математичної фізики.

Захист відбудеться « 11 » травня 2021 р. о 15⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14 і на сайті спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 за електронною адресою: <http://nure.ua/branch/d-64-052-02>.

Автореферат розісланий « 09 » квітня 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради



Л.В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Нелінійна оптика і радіофізика є динамічно розвинутими областями фізики, які крім чисто теоретичної системи знань придбали також істотну практичну складову, що дозволило вирішити ряд важливих прикладних та інженерних задач у технічних системах. Дослідження нелінійних оптичних і електродинамічних процесів обумовили створення цілої низки практичних додатків. Зокрема вони сприяли розвитку лазерної техніки, спектроскопії, оптоволоконних ліній зв'язку, а також знайшли численні застосування в таких галузях, як екологія та медицина.

Нелінійні діелектрики з керованою діелектричною проникністю інтенсивно досліджуються і знаходять застосування в оптиці, радіофізиці, приладобудуванні і електроніці. Для сучасної електронної апаратури актуальним є підвищення багатофункціональності пристроїв і пошук нових науково-технічних рішень в області інформаційної та перетворюючої техніки. Розробка нових типів діелектриків, а також впровадження та виробництво сучасних пристроїв функціональної електроніки вимагають всебічного ознайомлення з властивостями цих матеріалів. Деякі важливі властивості твердих, рідких і газоподібних нелінійних середовищ дозволяють використовувати їх для перетворення енергії або інформації, модуляції, детектування, посилення, реєстрації, запам'ятовування, відображення і інших видів перетворення електричних і оптичних сигналів, що несуть інформацію.

Аналіз резонансних властивостей нелінійних електродинамічних об'єктів вимагає розвитку нових підходів. Тут на передній план виходять строгі методи розв'язання граничних нелінійних задач радіофізики. Тому актуальною є науково-практична задача розвитку математичних моделей аналізу нелінійних електродинамічних структур в резонансному діапазоні частот на основі рішення строгих граничних задач математичної фізики, створення ефективних обчислювальних методів розв'язання задач розсіяння і генерації хвиль.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова обчислювальних методів дослідження процесів резонансного розсіяння і генерації хвиль в нелінійних шарових електродинамічних структурах.

Для досягнення сформульованої мети в дисертаційній роботі необхідно вирішити такі задачі:

- розробити обчислювальний самоузгоджений метод вирішення систем нелінійних задач; провести порівняння рішень нелінійних задач з використанням самоузгодженого аналізу і наближення заданого поля;

- розвинути обчислювальний метод аналізу спектральних задач з індукованими падаючим полем діелектричними проникностями; провести аналіз задач розсіяння і генерації хвиль та дослідити динаміку власних частот індукованих спектральних задач;

- розробити обчислювальні моделі аналізу резонансних властивостей розсіяння і генерації хвиль нелійними шаровими об'єктами поблизу власних частот індукованих спектральних задач;

- здійснити моделювання отриманих методів та провести перевірку виконання

умови балансу енергії, критеріїв обумовленості матриць задач випромінювання на чутливість до похибок обчислення, а також матриць індукованих спектральних задач на виродженість.

Зв'язок з науковими програмами, планами і темами. Дисертаційна робота пов'язана з реалізацією планів і програм що виконувалися: на кафедрі електронних обчислювальних машин Харківського національного університету радіоелектроніки (ХНУРЕ), 2014-2019 рр.; у відділі теорії дифракції та дифракційної електроніки Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАНУ), 2010-2019 рр.; на кафедрі обчислювальної математики відділення математики Технічного університету Клаустхал, Німеччина, 2010-2019 рр.). Робота дисертанта пов'язана з реалізацією міжнародних програм що проводились спільно: Національною академією наук України (НАНУ), «Електродинаміка відновлення інформаційних параметрів природних середовищ з використанням атомарних функцій і вейвлетів», (грант №12.02.90425, 2012-2013); Шведським Інститутом та НАНУ, «Передові методи вирішення великомасштабних завдань для суперкомп'ютерів і паралельних обчислень», грант по програмі «Вісбі» Шведського Інституту, 2012-2013. Дисертаційна робота також є узагальненням результатів досліджень, які проводилися у відділі теорії дифракції і дифракційної електроніки (2007-2019 рр.) в ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАНУ у рамках держбюджетних тем: «Електродинаміка відкритих резонансних систем та періодичних структур із композитними матеріалами; розробка когерентних джерел і вимірювальних пристроїв міліметрового та субміліметрового діапазонів електромагнітних хвиль» (№ державної реєстрації (ДР) 0107U001082, 2007-2011 рр.), «Електродинаміка відкритих резонансних систем, періодичних структур із композитними матеріалами та антенних систем; прямі та зворотні задачі; розробка когерентних джерел, елементної бази і вимірювальних пристроїв міліметрового та субміліметрового діапазонів електромагнітних хвиль» (№ ДР 0111U010480, 2012-2016 рр.); «Генерація, посилення детектування та розповсюдження терагерцового випромінювання: електродинамічне моделювання та експеримент» (№ ДР 0117U004034, 2017-2019 рр.); «Нові теоретичні та експериментальні методи в електродинамічному моделюванні, генерації та випромінюванні електромагнітних хвиль гігагерцового та терагерцового діапазонів частот» (№ ДР 0120U100980).

Об'єкт дослідження – процеси резонансного розсіяння і генерації хвиль в нелінійних шарових електродинамічних структурах.

Предмет дослідження – обчислювальні методи аналізу процесів резонансного розсіяння і генерації хвиль в нелінійних кубічно-поляризованих шарових структурах.

Методи дослідження. У роботі використані методи теорії крайових задач математичної фізики; теорії нелінійних інтегральних рівнянь, теорії функцій комплексних змінних і матричної алгебри. Наведені в дисертації результати отримані на основі строгого рішення систем нелінійних крайових задач математичної фізики. Це зокрема алгоритмізація процесів розв'язання: системи нелінійних граничних задач, спираючись на побудований самоузгоджений метод вирішення еквівалентних систем нелінійних одномірних інтегральних рівнянь;

індукованих спектральним задачам, як результат процесу лінеаризації та аналітичного продовження системи нелінійних задач в область комплексних значень частотного параметра; задач резонансного розсіяння і генерації хвиль нелінійними шаруватими структурами, коли резонансна частота збудження нелінійної структури визначається в процесі обчислення (по значенням реальних складових комплексних власних частот індукованих спектральних задач) і може бути асоційована з частотою розсіяння чи генерації.

Наукова новизна отриманих результатів. У рамках вирішення завдань дисертаційного дослідження отримані такі наукові результати, що виносяться на захист:

– уперше запропоновано самоузгоджений метод аналізу системи нелінійних граничних задач, що зводиться до вирішення еквівалентної системи нелінійних інтегральних рівнянь. Проведено порівняння самоузгодженого підходу з наближенням заданого поля. Показано, що хоча наближення заданого поля і дозволяє оцінити без істотних обчислювальних витрат деякі електродинамічні властивості досліджуваного нелінійного об'єкту, до нього не може бути застосована така важлива фізична характеристика як баланс енергії;

– удосконалено метод аналізу спектральних задач з індукованою діелектричною проникністю нелінійного шару. Згідно з цим методом доведено, що для нелінійних шарів на частотах збудження і генерації, близьких до власних частот, збільшення енергії з ростом амплітуди падаючого поля супроводжується монотонним зменшенням величини відносної добротності власних коливань. Це дозволяє побічно за результатами аналізу індукованих спектральних задач прогнозувати зони максимальної генерації енергії;

– удосконалено обчислювальні моделі аналізу резонансних властивостей розсіяння і генерації хвиль нелінійними шаровими структурами, що дозволяє в якості резонансних частот збудження вибирати величини, які визначаються дійсною частиною комплексних власних частот індукованих спектральних задач. Це суттєво спрощує аналіз резонансних процесів розсіяння та генерації коливань;

– отримав подальший розвиток підхід до проведення чисельного експерименту для аналізу резонансних процесів розсіяння та генерації коливань за рахунок використання таких критеріїв оцінки достовірності обчислень, як виконання умови балансу енергії, а також оцінки обумовленості матриць для задач випромінювання на чутливість до похибок обчислення та перевірки індукованих спектральних задач на виродження матриць.

Практичне значення отриманих результатів. В дисертаційній роботі проведено математичне моделювання та створені ефективні алгоритми численного аналізу нелінійних резонансних шарових діелектричних структур з керованою діелектричною проникністю. Інтерес до дослідження нелінійних об'єктів обумовлений можливістю їх застосування у фізиці, матеріалознавстві, аналітичній хімії, ідентифікації речовин, медичній діагностиці, томографії, екології, безпеці та інших прикладних задачах. Розробка нових типів діелектриків, а також впровадження та виробництво сучасних пристроїв функціональної електроніки вимагають всебічного дослідження властивостей електродинамічних структур.

Важливі властивості твердих і рідких нелінійних середовищ дозволяють використовувати їх для перетворення енергії або інформації, модуляції, детектування, посилення, реєстрації, запам'ятовування, відображення і інших видів перетворення електричних і оптичних сигналів, що несуть інформацію. Все це визначає практичну значимість розроблених обчислювальних підходів самоузгодженого аналізу нелінійних шарових структур. Результати проведених досліджень дозволили виявити нові фізичні закономірності, що вказують на можливість підвищення багатофункціональності електронних приладів; проектування множників частоти і інших електродинамічних пристроїв, що містять нелінійні діелектрики. Практичне значення результатів підтверджується їх впровадженням. Розроблені в дисертаційній роботі математичні моделі та методи використано у відділі теорії дифракції та дифракційної електроніки ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАНУ при проведенні науково-дослідних робіт зі створення електродинамічних засобів генерації, посилення, детектування та розповсюдження терагерцового випромінювання, а також в навчальному процесі при підготовці аспірантів (акт впровадження від 20.10.2020). Здобуті в роботі результати пов'язані з реалізацією міжнародних програм, що спільно проводились НАН України та Шведським Інститутом.

Особистий внесок здобувача. Всі основні наукові і практичні результати, отримані в дисертаційній роботі, здобувач отримав самостійно. У спільно опублікованих роботах здобувачеві належить: в [1] – розробка обчислювального методу і порівняння підходів, заснованих на наближенні заданого поля і самоузгодженому вирішенні задачі резонансного розсіяння пакету хвиль на нелінійному шаруватому об'єкті; в [2] – розробка обчислювального методу двостороннього збудження нелінійної шарової структури та аналіз ефекту перетворення типу коливання, обумовленого порушенням симетрії нелінійної задачі при нерівності амплітуд полів збудження нелінійної структури; в [3] – участь у розробці єдиного підходу до аналізу резонансних процесів розсіяння і генерації коливань нелійними поперечно-шаровими і поздовжньо періодичними середовищами, проведенні обчислень, які описують ефект перекачування більше 60% енергії падаючого поля в поле генерації для нелінійних, абсолютно прозорих шарів; в [4] – проведення чисельних експериментів опису динаміки процесів резонансного розсіяння і генерації хвиль нелінійною шаровою структурою поблизу резонансних частот індукованих спектральних задач; в [5] – порівняння обчислювальних особливостей алгоритмів побудованих на основі складових квадратурних формул Сімпсона і Уеддла, це дозволило знизити розмірність досліджуваних систем рівнянь і скоротити час обчислень; в [6] – дослідження нового резонансного ефекту перетворення енергії збудження, прозорої структури в поле що пройшло в генерацію третьої гармоніки; в [7] – перевірка балансу енергії, швидкості збіжності самоузгодженого підходу з ростом амплітуди збудження, а також оцінка чисел обумовленості матриць що описують, як індуковані власні режими, так і процеси резонансного розсіяння і генерації хвиль нелінійної структури; в [8-33] – участь у проведенні чисельних експериментів, обговоренні результатів досліджень, підготовці тез доповідей.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації обговорені й опубліковані в 26 працях, з них 16 – індексуються в наукометричних базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection на 22 науково-технічних конференціях: The International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS'10, 12, 14, 16, 18), Ukraine, Sevastopol, 2010, 2012, Kharkiv, 2014, Odessa, 2016, 2018; The International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED'10, 14-18), Georgia, Tbilisi, 2010, 2014, 2016, 2018, Ukraine, Lviv, 2015, Dnipro, 2017); Workshop on Large-Scale Modeling (Organized by Karlstad University and supported by Swedish Institute), Sweden, Sunne, Selma Spa, 2012; The International Conference “Days on Diffraction 2012, 2015, 2016” (DD'12, 15, 16), Russia, Saint Petersburg, 2012, 2015, 2016); The Progress in Electromagnetics Research Symposium 2012 (PIERS'12), Russia, Moscow, 2012; International Symposium «Discrete Singularities Methods in Mathematical Physics» (DSMMPH'15, 17), Ukraine, Sumy, 2015, Kharkiv, 2017; The International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW'16), Ukraine, Kharkiv, 2016; 4-ї Міжн. науково-технічної конференції «Проблеми інформатизації». Черкаси-Баку-БельскоБяла-Полтава-2016, Україна, Черкаси, 2016; IEEE Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON'17, 19), Ukraine, Kyiv, 2017, Lviv, 2019.

Публікації. Матеріали дисертації достатньо повно викладені у 33 роботах: з них 7 статей (1 – розділ в монографії, що видана за кордоном, 2 – статті у міжнародних наукових періодичних виданнях, 2 – статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України з технічних наук, 2 – статті у міжнародних наукових періодичних виданнях, які включені до баз даних з фізико-математичних та технічних наук); 26 – матеріали тез доповідей на міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація включає вступ, чотири розділи, висновки по роботі, список використаних джерел із 120 найменувань (14 с.), 2 додатки (7 с.), 65 ілюстрації (33 с.), 1 таблиця (0.5 с.). Загальний обсяг роботи складає 188 сторінок, з них 163 сторінок основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступній частині** обґрунтовано актуальність теми дисертації, показано її наукову спрямованість, сформульовано мету роботи та задачі дослідження, які потрібно вирішити для її досягнення. Подано коротку характеристику результатів дослідження, ступінь їх апробації та опублікування.

У **першому розділі** на базі вивчення літературних джерел проведено аналіз предметної області. Відзначено, що прояв того чи іншого механізму поляризованості залежить від величини поля збудження, частоти, речовини, його параметрів тощо.

Проведено аналіз системи рівнянь Максвелла, яка описує нелінійні хвильові процеси ізотропної, немагнітної, лінійно поляризованої (Е-поляризованої), нелінійної шарової діелектричної структури з кубічною поляризацією середовища. В просторово-часових координатах цьому процесу відповідають скалярні нелінійні

хвильові рівняння відносно електричної складової електромагнітного поля. Нелінійний гармонійний аналіз в частотній області описується нескінченною системою нелінійних рівнянь в часткових похідних, які відповідають кратним частотам розсіяння і генерації хвиль.

Розглянута система нелінійних рівнянь що описує процес генерації третьої гармоніки при збудженні поперечно неоднорідної нелінійної діелектричної шарової структури квазіоднорідним електромагнітним полем (пакетом плоских хвиль). Система нелінійних рівнянь відповідає умовам фазового синхронізму хвиль, які зберігають властивість нелінійної структури як шарового (шаруватого) об'єкта (рис. 1).

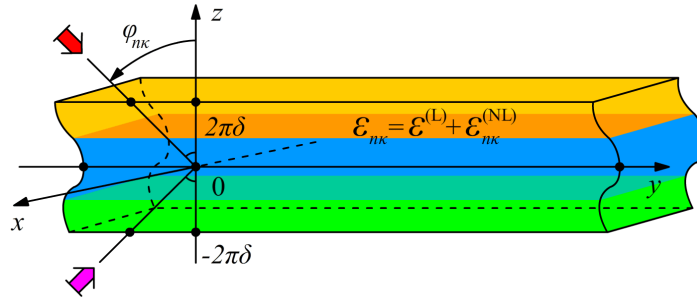


Рисунок 1 – Нелінійна шарова структура

Таким чином, досліджується задача резонансного розсіювання і генерації коливань нелінійної, немагнітної, ізотропної, кубічної поляризуємої, лінійно E-поляризованої $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)^T$, $\mathbf{H} = (0, H_y, H_z)^T$, шарової діелектричної структури з вектором кубічної поляризуємості $\mathbf{P}^{(NL)} = (P_x^{(NL)}, 0, 0)^T$, яка збуджується пакетами стаціонарних плоских хвиль (рис. 1), при гармонійній залежності від часу $\exp(-in\omega t)$, $n \in N$.

Розглядається падіння пакету квазіоднорідних плоских хвиль, що складається з сильного поля на частоті κ і слабких полів на кратних частотах 2κ і 3κ . Сильне поле генерує коливання на потроєній частоті. Слабкі поля впливають на процес розсіювання і генерації коливань. Вплив статичного електричного поля не враховується, тобто $E_x(s\kappa|_{s=0}; y, z) = 0$. Таке збудження подається у вигляді:

$$\left\{ \overline{E}_x^{\text{inc}}(n\kappa; y, z) \right\}_{n=1}^3 \cup \left\{ \underline{E}_x^{\text{inc}}(n\kappa; y, z) \right\}_{n=1}^3, \quad (1)$$

$$\text{де } \begin{Bmatrix} \overline{E}_x^{\text{inc}} \\ \underline{E}_x^{\text{inc}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{n\kappa}^{\text{inc}} \\ b_{n\kappa}^{\text{inc}} \end{Bmatrix} \exp\left(i\left[\Phi_{n\kappa} y \mp \Gamma_{n\kappa} (z \mp 2\pi\delta)\right]\right), z \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \pm 2\pi\delta \quad \text{з } \delta > 0, \quad \left\{ a_{n\kappa}^{\text{inc}}, b_{n\kappa}^{\text{inc}} \right\}_{n=1}^3 -$$

амплітуди і $\{\varphi_{n\kappa}, \pi - \varphi_{n\kappa}\}_{n=1}^3$, $|\varphi_{n\kappa}| < \pi/2$ – кути падіння, $n\kappa = n\omega/c = n2\pi/\lambda$ – частоти $n = 1, 2, 3$ (рис. 1).

Квазіоднорідність пакета збудження (1) нелінійної шарової структури є необхідною і достатньою умовою поздовжньої однорідності досліджуваного нелінійного об'єкта. Ця вимога зводиться до виконання умови фазового синхронізму

хвиль: $\Phi_{nk} = n\Phi_{\kappa}$, зокрема $\varphi_{nk} = \varphi$, $n = 1, 2, 3$. Тут: $\Phi_{nk} = nk \sin \varphi_{nk}$ – поздовжні і $\Gamma_{nk} = \left[(nk)^2 - \Phi_{nk}^2 \right]^{1/2}$ – поперечні постійні поширення на частотах nk , $n = 1, 2, 3$; символами надкреслення і підкреслення позначені відповідно верхнє (з $z > 2\pi\delta$) і нижнє (з $z < -2\pi\delta$) поля збудження; c – безрозмірний дійсний параметр, якій дорівнює за абсолютною величиною швидкості світла в середовищі, що містить шар.

Досліджувана задача резонансного розсіювання і генерації коливань з урахуванням правила Клейнмана (рівності коефіцієнтів $\chi_{xxx}^{(3)}$ при кратних частотах) зводиться до системи граничних задач щодо комплексних амплітуд Фур'є повних полів розсіювання і генерації:

$$\begin{aligned} E_x(nk; y, z) &= U(nk; z) \exp(i\Phi_{nk} y) = \\ &= \chi(z - 2\pi\delta) \bar{E}_x^{\text{inc}}(nk; y, z) + \chi(-z - 2\pi\delta) \underline{E}_x^{\text{inc}}(nk; y, z) + \\ &+ E_x^{\text{scat/gen}}(nk; y, z), \quad n = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\chi(z) = \{0, z < 0; \text{и } 1, z \geq 0\}$ – функція Хевісайда.

У **другому розділі** проведені дослідження системи нелінійних крайових задач розсіювання і генерації хвиль третьої гармоніки нелінійною шаровою діелектричною структурою на базі еквівалентної їй системи одновимірних (уздовж висоти структури) нелінійних інтегральних рівнянь Гаммерштейна відносно невідомих функцій $U(nk; z) \in L_2(-2\pi\delta, 2\pi\delta)$:

$$\begin{aligned} U(nk; z) &+ \frac{i(nk)^2}{2\Gamma_{nk}} \int_{-2\pi\delta}^{2\pi\delta} \exp(i\Gamma_{nk} |z - \xi|) \left[1 - \varepsilon_{nk}(\xi, \alpha(\xi), \{U(s\kappa; \xi)\}_{s=1}^3) \right] U(nk; \xi) d\xi = \\ &= \frac{i(nk)^2}{4\Gamma_{nk}} \int_{-2\pi\delta}^{2\pi\delta} \exp(i\Gamma_{nk} |z - \xi|) \alpha(\xi) \left[\delta_n^1 U^2(2\kappa; \xi) U^*(3\kappa; \xi) + \right. \\ &\left. + \delta_n^3 \{U^3(\kappa; \xi)/3 + U^2(2\kappa; \xi) U^*(\kappa; \xi)\} \right] d\xi + \bar{U}^{\text{inc}}(nk; z) + \underline{U}^{\text{inc}}(nk; z), \quad n = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут: $\bar{U}^{\text{inc}}(nk; z) = a_{nk}^{\text{inc}} \exp[-i\Gamma_{nk}(z - 2\pi\delta)]$, $\underline{U}^{\text{inc}}(nk; z) = b_{nk}^{\text{inc}} \exp[+i\Gamma_{nk}(z + 2\pi\delta)]$

– функції, що задані полем збудження (1);

$$\varepsilon_{nk} = \left\{ 1, |z| > 2\pi\delta; \text{ та } \varepsilon^{(L)} + \varepsilon_{nk}^{(NL)}, |z| \leq 2\pi\delta \right\},$$

$$\varepsilon^{(L)} = 1 + 4\pi\chi_{xx}^{(1)}(z),$$

$$\varepsilon_{nk}^{(NL)} = \alpha(z) \left[\sum_{m=1}^3 |E_x(m\kappa; y, z)|^2 + \left\{ \delta_n^1 [E_x^*(\kappa; y, z)]^2 / [2E_x(\kappa; y, z)] + \right. \right. \quad (4)$$

$$\left. + \delta_n^2 [E_x^*(2\kappa; y, z)/E_x(2\kappa; y, z)] E_x(\kappa; y, z) \right\} E_x(3\kappa; y, z) \right], \quad n = 1, 2, 3$$

– функції величин діелектричної проникності на частотах nk ; $\alpha(z) = 6\pi\chi_{xxx}^{(3)}(z)$ – функція кубічної сприйнятливості нелінійного середовища; $\chi_{xx}^{(1)}$ і $\chi_{xxx}^{(3)}$ – компоненти

тензорів сприйнятливості нелінійного середовища; “*” – символ комплексного спряження.

Шукані комплексні амплітуди Фур'є (2) повних полів розсіяння та генерації на кратних частотах $\{n\kappa\}_{n=1}^3$ мають вигляд:

$$E_x(n\kappa; y, z) = U(n\kappa; z) \exp(i\Phi_{n\kappa} y) = \begin{cases} a_{n\kappa}^{\text{inc}} \exp(i[\Phi_{n\kappa} y - \Gamma_{n\kappa}(z - 2\pi\delta)]) + a_{n\kappa}^{\text{scat/gen}} \exp(i[\Phi_{n\kappa} y + \Gamma_{n\kappa}(z - 2\pi\delta)]), & z > 2\pi\delta, \\ U(n\kappa; z) \exp(i\Phi_{n\kappa} y), & |z| \leq 2\pi\delta, \\ b_{n\kappa}^{\text{inc}} \exp(i[\Phi_{n\kappa} y + \Gamma_{n\kappa}(z + 2\pi\delta)]) + b_{n\kappa}^{\text{scat/gen}} \exp(i[\Phi_{n\kappa} y - \Gamma_{n\kappa}(z + 2\pi\delta)]), & z < -2\pi\delta. \end{cases} \quad (5)$$

Вони можуть бути отримані при вирішенні систем нелінійних інтегральних рівнянь (3) з використанням перерахункових формул:

$$U(n\kappa; 2\pi\delta) = a_{n\kappa}^{\text{inc}} + a_{n\kappa}^{\text{scat/gen}}, \quad U(n\kappa; -2\pi\delta) = b_{n\kappa}^{\text{inc}} + b_{n\kappa}^{\text{scat/gen}}, \quad n = 1, 2, 3.$$

Застосування квадратурних формул дозволяє звести систему нелінійних інтегральних рівнянь (3) до системи комплексних нелінійних алгебраїчних рівнянь другого роду:

$$\begin{aligned} & [\mathbf{I} - \mathbf{B}_{n\kappa}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa})] \mathbf{U}_{n\kappa} = \\ & = \delta_n^1 \mathbf{C}_\kappa(\mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa}) + \delta_n^3 \mathbf{C}_{3\kappa}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}) + \bar{\mathbf{U}}_{n\kappa}^{\text{inc}} + \underline{\mathbf{U}}_{n\kappa}^{\text{inc}}, \quad n = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (6)$$

де: $\{z_l\}_{l=1}^N : z_1 = -2\pi\delta < \dots < z_l < \dots < z_N = 2\pi\delta$ – дискретний набір вузлів інтерполяції;

$\mathbf{U}_{n\kappa} = \{U(n\kappa; z_l)\}_{l=1}^N$ – вектори шуканих рішень; $\mathbf{I} = \{\delta_l^m\}_{l,m=1}^N$ – одинична матриця;

визначені вибором квадратурної формули $\mathbf{B}_{n\kappa}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa})$ – нелінійні матриці та $\mathbf{C}_\kappa(\mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa})$, $\mathbf{C}_{3\kappa}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa})$ – вектори правих частин;

$\bar{\mathbf{U}}_{n\kappa}^{\text{inc}} = \{a_{n\kappa}^{\text{inc}} \exp[-i\Gamma_{n\kappa}(z_l - 2\pi\delta)]\}_{l=1}^N$ і $\underline{\mathbf{U}}_{n\kappa}^{\text{inc}} = \{b_{n\kappa}^{\text{inc}} \exp[+i\Gamma_{n\kappa}(z_l + 2\pi\delta)]\}_{l=1}^N$ – вектори які визначаються пакетами падаючих хвиль.

Алгоритм пошуку рішення (6) є блочно ітераційним, на кожному кроці якого вирішуються системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\left[\mathbf{I} - \mathbf{B}_\kappa(\mathbf{U}_\kappa^{(s-1)}, \mathbf{U}_{2\kappa}^{(S_2(q))}, \mathbf{U}_{3\kappa}^{(S_3(q))}) \right] \mathbf{U}_\kappa^{(s)} = \right. \\ & \left. = \mathbf{C}_\kappa(\mathbf{U}_{2\kappa}^{(S_2(q))}, \mathbf{U}_{3\kappa}^{(S_3(q))}) + \bar{\mathbf{U}}_\kappa^{\text{inc}} + \underline{\mathbf{U}}_\kappa^{\text{inc}} \right]_{s=1}^{S_1(q)} \\ & \left[\left[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{2\kappa}(\mathbf{U}_\kappa^{(S_1(q))}, \mathbf{U}_{2\kappa}^{(s-1)}, \mathbf{U}_{3\kappa}^{(S_3(q))}) \right] \mathbf{U}_{2\kappa}^{(s)} = \right. \\ & \left. = \bar{\mathbf{U}}_{2\kappa}^{\text{inc}} + \underline{\mathbf{U}}_{2\kappa}^{\text{inc}} \right]_{s=1}^{S_2(q)} \\ & \left[\left[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{3\kappa}(\mathbf{U}_\kappa^{(S_1(q))}, \mathbf{U}_{2\kappa}^{(S_2(q))}, \mathbf{U}_{3\kappa}^{(s-1)}) \right] \mathbf{U}_{3\kappa}^{(s)} = \right. \\ & \left. = \mathbf{C}_{3\kappa}(\mathbf{U}_\kappa^{(S_1(q))}, \mathbf{U}_{2\kappa}^{(S_2(q))}) + \bar{\mathbf{U}}_{3\kappa}^{\text{inc}} + \underline{\mathbf{U}}_{3\kappa}^{\text{inc}} \right]_{s=1}^{S_3(q)} \end{aligned} \right\}_{q=1}^Q, \quad (7)$$

де: $\{S_n(q) = s \in \mathbb{N} : \eta_n(s) = \|\mathbf{U}_{nk}^{(s)} - \mathbf{U}_{nk}^{(s-1)}\| / \|\mathbf{U}_{nk}^{(s)}\| < \xi\}$ – індекси закінчення внутрішніх ітерацій в блоках на кожній з кратних частот nk , $n=1, 2, 3$, для кроку зовнішньої ітерації з номером $q \in \mathbb{N}$; $\{Q = q : \max\{\eta_1[S_1(q)], \eta_2[S_2(q)], \eta_3[S_3(q)]\} < \xi\}$ – завершальний крок досліджуваного процесу (7) для заданої величини відносної похибки обчислення $\xi > 0$; \mathbb{N} – безліч натуральних чисел.

Наближені розв'язки систем нелінійних рівнянь (6) описуються рішеннями систем (7), при функціях індукованої діелектричної проникності і джерел в правих частинах цих систем. На кожному кроці в алгоритмі (7) ітераційним методом вирішуються лінійні системи комплексних алгебраїчних рівнянь другого роду.

Порівняння результатів обчислень, отриманих наближенням заданого поля і самоузгодженим підходом (7) при вирішенні задачі генерації третьої гармоніки на нелінійній тришаровій структурі, показало, що хоча наближення заданого поля і дозволяє оцінити без істотних обчислювальних витрат деякі характеристики досліджуваної проблеми, до нього не може бути застосована така важлива фізична характеристика як баланс енергії. На відміну від наближення заданого поля, самоузгоджений підхід (7) позбавлений цих фізичних протиріч.

На основі створених обчислювальних процедур і програм самоузгодженого чисельного аналізу (7) в роботі було, зокрема, отримано два типи математичних моделей, що описують процеси генерації поля третьої гармоніки шаром: при односторонньому і двосторонньому збудженні нелінійної структури.

У **третьому розділі** побудовано метод дослідження спектральних задач з індукованою на частоті випромінювання (розсіяння і генерації) проникливістю діелектричного шару.

Лінеаризація нелінійних задач (6) та їх аналітичне продовження в область комплексних значень частотного параметра дозволяє перейти до аналізу спектральних задач, тобто до відшукування власних частот і відповідних їм нетривіальних рішень однорідних лінійних задач для шарів з індукованою діелектричною проникливістю (4):

$$\begin{cases} f_{nk}(\kappa_n) = \det[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)] = 0, \\ [\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)]\mathbf{U}_{\kappa_n} = \mathbf{0}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\kappa = \text{const}; \quad \kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbb{H}_{nk}, \quad n = 1, 2, 3,$$

де Ω_{nk} – дискретні множини шуканих власних частот; \mathbb{H}_{nk} – дволистні ріманові поверхні; $\mathbf{U}_{\kappa_n} = \{U(\kappa_n; z_l)\}_{l=1}^N$ – вектор шуканого нетривіального рішення в шарі, що відповідає власній частоті κ_n ; $\mathbf{B}_{nk}(\kappa_n) = \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n; \mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa})$ – матриця з заданими векторами \mathbf{U}_{nk} (див. (6)).

Нетривіальні рішення спектральних задач (8) дозволяють записати електричні компоненти власного поля у вигляді:

$$\begin{aligned}
E_x(\kappa_n; y, z) &= U(\kappa_n; z) \exp(i\Phi_{nk} y) = \\
&= \begin{cases} a_{\kappa_n} \exp\left(i\left[\Phi_{nk} y + \Gamma_{\kappa_n}(\kappa_n, \Phi_{nk})(z - 2\pi\delta)\right]\right), & z > 2\pi\delta, \\ U(\kappa_n; z) \exp(i\Phi_{nk} y), & |z| \leq 2\pi\delta, \\ b_{\kappa_n} \exp\left(i\left[\Phi_{nk} y - \Gamma_{\kappa_n}(\kappa_n, \Phi_{nk})(z + 2\pi\delta)\right]\right), & z < -2\pi\delta, \end{cases} \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbf{H}_{nk}, \quad n = 1, 2, 3.$$

Тут $\kappa = \text{const}$ – задане постійне значення, що дорівнює за величиною частоті збудження нелінійної структури; $a_{\kappa_n} = U(\kappa_n; 2\pi\delta)$ і $b_{\kappa_n} = U(\kappa_n; -2\pi\delta)$ – коефіцієнти випромінювання власного поля; $\Gamma_{\kappa_n}(\kappa_n, \Phi_{nk}) = (\kappa_n^2 - \Phi_{nk}^2)^{1/2}$ – функції комплексних частотних спектральних змінних κ_n , що задають величини поперечних постійних поширення; $\Phi_{nk} = nk \sin \varphi_{nk}$ – задані дійсні величини поздовжніх постійних поширення.

Власні частоти $\kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbf{H}_{nk}$, $n = 1, 2, 3$, тобто характеристичні числа задач (8), знаходяться при вирішенні відповідних дисперсійних рівнянь

$$f_{nk}(\kappa_n) = \det[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)] = 0$$

із застосуванням методу Ньютона або його модифікацій. Цим характеристичним числам відповідають нетривіальні рішення \mathbf{U}_{κ_n} однорідних систем

$$[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)] \mathbf{U}_{\kappa_n} = \mathbf{0}$$

лінійних алгебраїчних рівнянь (8), які є власними полями (9) лінеаризованих нелінійних шарових структур з індукованою діелектричною проникністю (4). Рішення \mathbf{U}_{κ_n} визначаються з точністю до множення на довільну константу, тому при поданні \mathbf{U}_{κ_n} у вигляді (9) можна вважати, що $U(\kappa_n; 2\pi\delta) = a_{\kappa_n} \equiv 1$, $n = 1, 2, 3$.

Комплексні амплітуди Фур'є повних полів розсіяння і генерації на частотах nk (див. (5)) позначимо так:

$$U_{nk} = U(nk; z), \quad n = 1, 2, 3.$$

В даному випадку Е-поляризації класифікація полів розсіяння, генерації та власних полів діелектричного шару характеризується типом $H_{m,l,p}$ (або $TE_{m,l,p}$). Індеси вказують на кількість локальних максимумів $|E_1|$ (або $|U|$, так як $|U| = |E_1|$), (див. (5), (9)) в заповненому діелектричним шаром просторі вздовж координатних осей (див. рис. 1). Оскільки досліджувані в роботі хвилі однорідні уздовж осі x і квазіоднорідні уздовж осі y , то це відповідає полям типу $H_{0,0,p}$ (або $TE_{0,0,p}$), де індекс p дорівнює числу локальних максимумів функції $|U|$ по аргументу z на відрізку $[-2\pi\delta, 2\pi\delta]$.

Обчислення відносної добротності власних коливань будемо розглядати як відношення добротності поля власного коливання на частоті розсіяння до добротності поля власного коливання на частоті генерації при частоті збудження κ

$$Q_{\{1;3;\kappa\}} = Q_{\kappa_1;\kappa} / Q_{\kappa_3;\kappa},$$

де добротності власних коливань спектральних задач (8), які відповідають власним частотам $\kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbb{H}_{nk}$, визначаються таким чином:

$$Q_{\kappa_n;\kappa} = -\operatorname{Re}(\kappa_n) / [2\operatorname{Im}(\kappa_n)].$$

Резонансні властивості розсіювання і генерації коливань нелінійної шарової структури можуть бути описані з використанням наступних показників:

$$R_{nk}^+ = |a_{nk}^{\text{scat/gen}}|^2 / \sum_{s=1}^3 (|a_{sk}^{\text{inc}}|^2 + |b_{sk}^{\text{inc}}|^2), \quad z > 2\pi\delta,$$

$$R_{nk}^- = |b_{nk}^{\text{scat/gen}}|^2 / \sum_{s=1}^3 (|a_{sk}^{\text{inc}}|^2 + |b_{sk}^{\text{inc}}|^2), \quad z < 2\pi\delta, \quad n = 1, 2, 3.$$

Значення цих показників характеризують відносини частки енергії розсіяння чи генерації (тобто частки випроміненої енергії) до повної енергії пакета поля, що падає на шар.

Часткам енергії полів розсіяння/генерації на частотах $n\kappa$ відповідають величини:

$$W_{nk} = |a_{nk}^{\text{scat/gen}}|^2 + |b_{nk}^{\text{scat/gen}}|^2, \quad n = 1, 2, 3.$$

Відносні долі енергій, що генеруються у третій гармоніці, до енергії розсіяної першої гармоніки та повної розсіяної/генерованої енергії пакету хвиль задаються відповідно наступним чином:

$$W_{\{3;1;\kappa\}} = W_{3\kappa} / W_{\kappa}, \quad W_{\{3;123;\kappa\}} = W_{3\kappa} / \sum_{n=1}^3 W_{nk}.$$

Показано, що резонансні властивості нелінійних структур при фіксованій частоті збудження $\kappa = \text{const}$ обумовлені близькістю частот κ і 3κ випромінювання нелінійної структури до відповідних комплексних власних частот κ_1 і κ_3 індукованих спектральних задач.

За результатами аналізу динаміки випромінювання нелінійних шарових структур і відповідної поведінки характеристичних чисел індукованих спектральних задач проведено аналіз резонансних енергетичних процесів розсіяння і генерації хвиль нелінійними об'єктами. Показано, що зі збільшенням амплітуди падаючого поля зростанню енергії генерації відповідають ділянки монотонності функції відносної добротності власних коливань. При цьому суттєвій приріст енергії генерації спостерігається в області монотонного зменшення цієї функції.

У **четвертому розділі** наведено результати моделювання запропонованих в роботі методів. Зокрема, на прикладі задачі розсіяння і генерації хвиль поля третьої гармоніки нелінійної шарової структури здійснено реалізацію та моделювання методу чисельного аналізу резонансних енергетичних властивостей випромінювання хвиль. В його основі лежить рішення на резонансних частотах нелінійної структури відповідних матричних рівнянь, що отримані із застосуванням квадратурних формул відповідно до систем нелінійних інтегральних рівнянь Гаммерштейна другого роду (при аналізі випромінювання хвиль) і до лінійних однорідних інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду (при визначенні власних

частот індукованих спектральних задач).

Згідно з результатами моделювання нерегулярна динаміка резонансних процесів розсіяння/генерації хвиль спостерігається поблизу власних частот досліджуваного об'єкта. Інтерес представляють дійсні, позитивні частоти збудження κ , що визначаються, насамперед, однією з наступних величин:

$$\begin{aligned} \kappa &= \operatorname{Re} \kappa_n / n \text{ для } \forall n \in \{1, 2, 3\}, \\ \kappa &= \operatorname{Re}(\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3) / (1 + 2 + 3), \\ \kappa &= \operatorname{Re}(\kappa_1 + \kappa_3) / (1 + 3). \end{aligned} \quad (10)$$

Аналіз задач (6), (8) які задовольняють одній з вимог (10), реалізується за наступним ітераційним алгоритмом:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. Самоузгоджене рішення задачі} \\ \left\{ \begin{array}{l} \left[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa}) \right] \mathbf{U}_{nk} = \delta_n^1 \mathbf{C}_\kappa(\mathbf{U}_{2\kappa}, \mathbf{U}_{3\kappa}) + \delta_n^3 \mathbf{C}_{3\kappa}(\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{U}_{2\kappa}) + \\ + \bar{\mathbf{U}}_{nk}^{\text{inc}} + \underline{\mathbf{U}}_{nk}^{\text{inc}}, \kappa := \kappa^{(j-1)}, n = 1, 2, 3, \text{ см. (6) (і алгоритм (7));} \end{array} \right\} \\ \text{II. Рішення індукованих спектральних задач} \\ \left\{ \begin{array}{l} f_{nk}(\kappa_n) = \det[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)] = 0, \text{ при } \kappa := \kappa^{(j-1)}; \\ \text{знаходимо } \kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbb{H}_{nk}, n = 1, 2, 3, \text{ см. (8);} \end{array} \right\} \\ \text{III. Завдання частоти збудження} \\ \begin{array}{l} \kappa^{(j)} = \operatorname{Re}(\kappa_n) / n \text{ для одого з } n \in \{1, 2, 3\}, \\ \text{(або } \kappa^{(j)} = \operatorname{Re}(\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3) / (1 + 2 + 3), \\ \kappa^{(j)} = \operatorname{Re}(\kappa_1 + \kappa_3) / (1 + 3) \text{ чи } \kappa^{(j)} = \text{const), см. (10).} \end{array} \end{array} \right\}_{j=1} \quad (11)$$

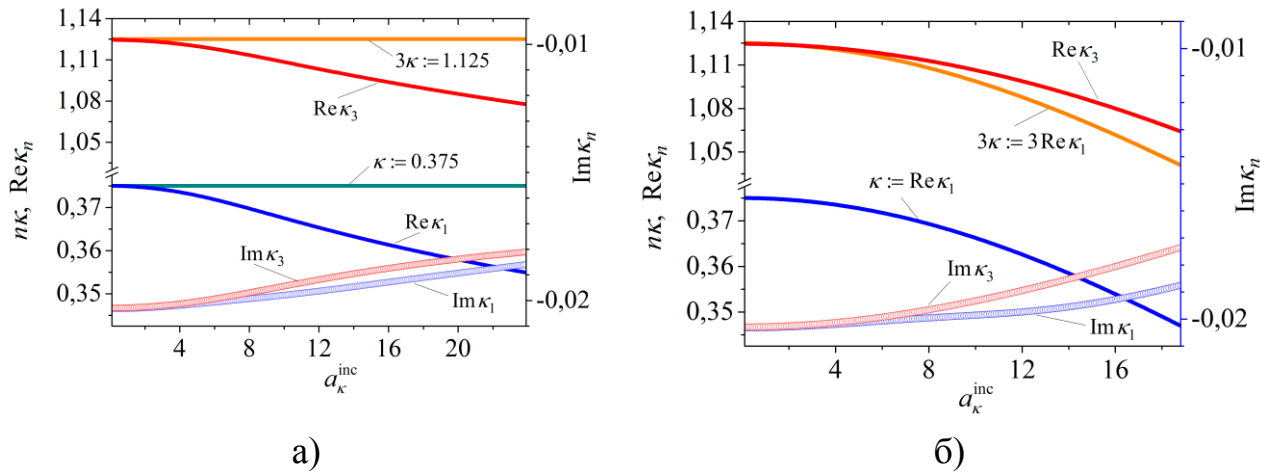
На кожному кроці (11) послідовно реалізуються наступні етапи: самоузгоджене рішення задачі (6) (з використанням блочно ітераційного алгоритму (7)); рішення відповідних індукованих спектральних задач (8); частоті збудження присвоюється одне із необхідних значень (10). Критерієм закінчення алгоритму (11) є виконання умови

$$\left\{ J = j \in \mathbb{N} : \eta(j) = \left\| \kappa^{(j)} - \kappa^{(j-1)} \right\| / \left\| \kappa^{(j)} \right\| < \xi \right\}.$$

Початкове наближення до частоти збудження (10) $\kappa = \kappa^{\text{inc}} := \kappa^{(0)}$ в алгоритмі (11) може бути отримано при вирішенні відповідних індукованих спектральних задач (8) с малими значеннями амплітуд падаючого поля $\left\{ \left| a_{nk}^{\text{inc}} \right| \ll 1, \left| b_{nk}^{\text{inc}} \right| \ll 1 \right\}_{n=1}^3$ (коли нелінійні властивості досліджуваного шарового об'єкта несуттєві), або при вирішенні відповідних лінійних задач (8) зі значенням функції нелінійної сприйнятливості структури $\alpha(z) \equiv 0$.

Зокрема, вибір резонансних частот збудження по величинам реальних частин власних частот відповідно $\kappa = \operatorname{Re} \kappa_1$ та $\kappa = \operatorname{Re} \kappa_3 / 3$ дозволив дослідити, як властивості резонансного розсіяння при генерації хвиль (де $\kappa = \operatorname{Re} \kappa_1$), так і розсіяння при резонансній генерації (де $3\kappa = \operatorname{Re} \kappa_3$).

На рис. 2–4 наведені результати чисельного аналізу електродинамічних властивостей резонансного розсіяння і генерації хвиль нелінійним шаром, які отримані з використанням складової квадратурної формули Сімпсона для систем рівнянь 301 порядку. При цьому було використане збудження з верхнього півпростору $z > 2\pi\delta$ нелінійного шару з параметрами $\{\varepsilon^{(L)}(z), \alpha(z)\} = \{\varepsilon^{(L)} = 16, \alpha = +0.01\}$ при $z \in [-2\pi\delta, 2\pi\delta]$, $\delta = 0.5$, нормально падаючим $\varphi_{n\kappa} = 0^0$, $n = 1, 2, 3$, електромагнітним полем з амплітудами $a_{\kappa}^{\text{inc}} \neq 0$, $a_{2\kappa}^{\text{inc}} = a_{3\kappa}^{\text{inc}} = 0$, $b_{\kappa}^{\text{inc}} = b_{2\kappa}^{\text{inc}} = b_{3\kappa}^{\text{inc}} = 0$.



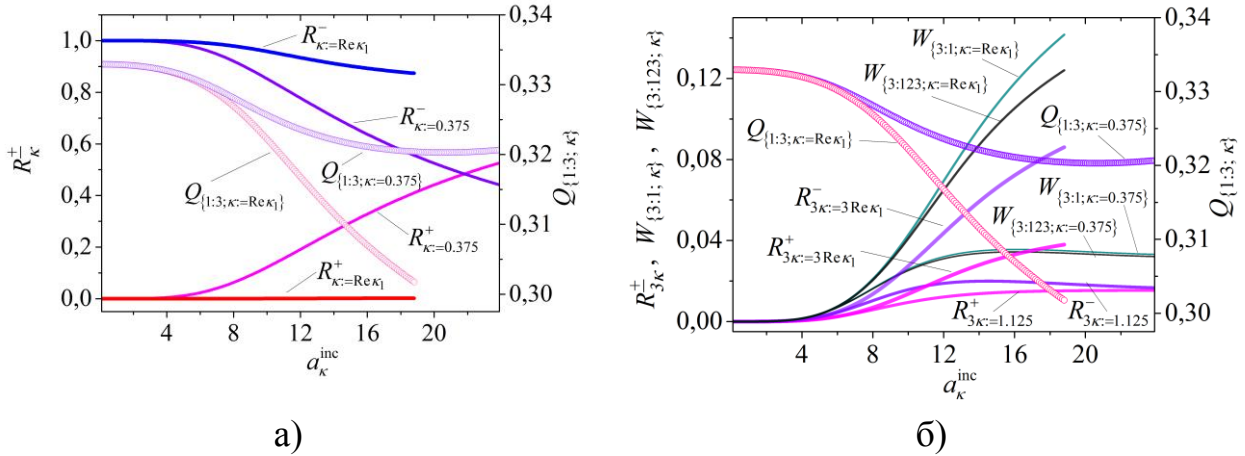
а – при $\kappa = 0.375$; б – при $\kappa = \text{Re } \kappa_1$

Рисунок 2 – Гілки власних частот $\kappa_n = \text{Re } \kappa_n + i \text{Im } \kappa_n$, $n = 1, 3$, частот κ розсіяння і 3κ генерації

На основі алгоритму (11) були проведені відповідні обчислення. Зокрема, у резонансній області частот розглядалися ситуації, пов'язані із завданням і визначенням величин реальних частот збудження $n\kappa$, близьких до комплексних власних частот $\kappa_n(a_{\kappa}^{\text{inc}})$, $n = 1, 3$ індукованих діелектричних структур. В одному з досліджених випадків частота збудження була обрана, як $\kappa = \text{Re } \kappa_1(a_{\kappa}^{\text{inc}}) \Big|_{\alpha(z)=0} \approx 0.375$ (близька до власної частоти κ_1 спектральної задачі з $\alpha(z) \equiv 0$, див. блок II алгоритму (11) і рис. 2 (а)). У другому з досліджених випадків частота збудження $\kappa = \text{Re } \kappa_1(a_{\kappa}^{\text{inc}})$ визначалася по знайденій величині комплексної власної частоти $\kappa_1(a_{\kappa}^{\text{inc}})$ індукованої спектральної задачі з $\alpha(z) \neq 0$ (див. блок II алгоритму (11)) і рис. 2 (б). Генерація коливань в досліджуваних випадках відбувається на частоті 3κ .

Зростання амплітуди збудження a_{κ}^{inc} нелінійного шару (на резонансній частоті падаючого поля $\kappa = \text{Re } \kappa_1(a_{\kappa}^{\text{inc}})$) призводить до зменшення величини коефіцієнта проходження $R_{\kappa=\text{Re } \kappa_1}^-(a_{\kappa}^{\text{inc}})$, при цьому коефіцієнт відображення залишається

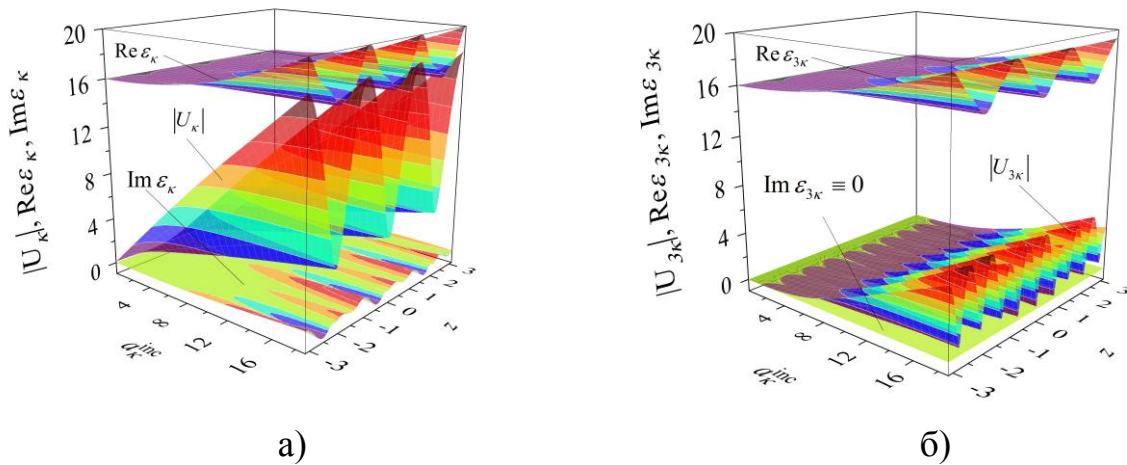
близьким до нуля $R_{\kappa:=\text{Re}\kappa_1}^+(a_\kappa^{\text{inc}}) \approx 0$ (див. рис. 3 (а)). Таке зниження прозорості нелінійної структури на резонансній частоті збудження $\kappa = \text{Re}\kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ обумовлено втратами енергії падаючого поля на генерацію поля третьої гармоніки. Про це, зокрема, свідчить монотонне спадання функції відносної добротності коливальних $Q_{\{1:3;\kappa:=\text{Re}\kappa_1\}}(a_\kappa^{\text{inc}})$ (див. рис. 3 (а)).



а – розсіяння; б – генерації

Рисунок 3 – Криві: енергетичних характеристик; відносної добротності $Q_{\{1:3;\kappa\}}$ при частотах збудження $\kappa = 0.375$ і $\kappa = \text{Re}\kappa_1$

Наведені на рис. 3 (б) результати показують, що з ростом амплітуди збудження a_κ^{inc} в області генерації енергетичні властивості нелінійного шару при резонансній частоті збудження $\kappa = \text{Re}\kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ значно (в кілька разів) вище, ніж при фіксованій постійній величині частоти збудження $\kappa = 0.375$.



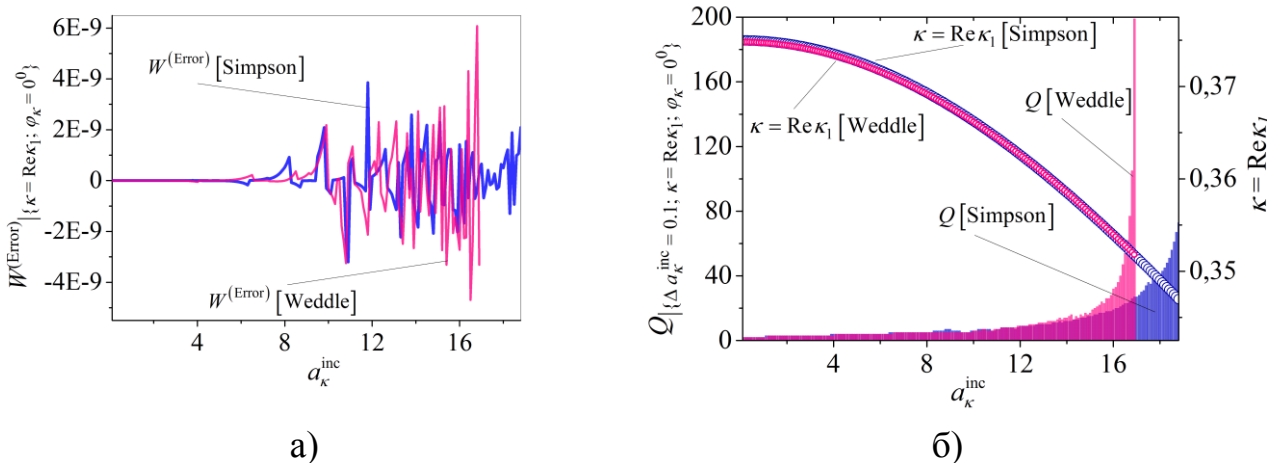
а – розсіяння $\kappa = \text{Re}\kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$; б – генерації 3κ

Рисунок 4 – Амплітуди $|U_{n\kappa}|$ і проникності $\text{Re}\epsilon_{n\kappa}$, $\text{Im}\epsilon_{n\kappa}$, $n = 1, 3$, нелінійного шару на частотах

На рис. 4 наведені поверхні амплітудних характеристик $|U_{nk}|$, $n=1,3$, полів розсіяння і генерації, а також значення величин діелектричної проникності $\text{Re} \varepsilon_{nk}$, $\text{Im} \varepsilon_{nk}$, $n=1,3$, що відповідають резонансним частотам збудження $\kappa = \text{Re} \kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ і генерації 3κ . Результати наведені в діапазоні $a_\kappa^{\text{inc}} \times z \in [0.1, 18.8] \times [-2\pi\delta, 2\pi\delta]$.

У досліджуваному діапазоні амплітуд падаючого поля спостерігаються поля розсіяння $H_{0,0,4}$ типу (див. $|U_\kappa|$ на рис. 4 (а)) і генерації $H_{0,0,10}$ типу (див. $|U_{3\kappa}|$ на рис. 4 (б)).

Нелінійні складові $\varepsilon_{nk}^{(\text{NL})}$ діелектричної проникності ε_{nk} на кожній з частот $\kappa = \text{Re} \kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ і 3κ визначаються величинами полів $U(\kappa; z)$ і $U(3\kappa; z)$ (див. (4), (5) і рис. 4). Для розглянутого непоглинаючого середовища $\text{Im} \varepsilon^{(\text{L})}(z) \equiv 0$ (з урахуванням реальної кубічної сприйнятливості $\alpha(z)$) виконується рівність $\text{Im} \varepsilon_{nk} = \text{Im} \varepsilon_{nk}^{(\text{NL})}$ (див. (4)). Зростання амплітуди a_κ^{inc} падаючого поля на частоті $\kappa = \text{Re} \kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ призводить до генерації поля третьої гармоніки $U(3\kappa; z)$. У досліджуваному випадку величина $\text{Im} \varepsilon_\kappa$ осцилює, приймаючи позитивні і негативні значення уздовж висоти нелінійного шару (див. рис. 4 (а)). Описана ситуація характеризує витрати енергії в нелінійному середовищі (на частоті збудження $\kappa = \text{Re} \kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$), які пішли на генерацію електромагнітного поля третьої гармоніки (на частоті 3κ). Поля генерації на частоті 3κ є слабкими та не віддають енергію на генерацію нових гармонік. Тут $\text{Im} \varepsilon_{3\kappa} \equiv 0$ (див. рис. 4 (б)).



а – $W^{(\text{Error})}$ похибки енергетичного балансу;

б – Q – числа ітерацій в самоузгодженому підході,

$\kappa = \text{Re} \kappa_1(a_\kappa^{\text{inc}})$ – криві резонансних частот розсіяння

Рисунок 5 – Ітераційні процеси з $\kappa = \text{Re} \kappa_1$ (на основі квадратурних формул Сімпсона для систем рівнянь порядку $N = 301$ і Уеддла для $N = 121$)

Обчислення, які здійснювалися для тестування методів, були проведені з

подвоєною точністю в стандартній арифметиці комплексних чисел, що дорівнює величині $\varepsilon_{\text{mach}} = 2^{-52} \approx 2.22045 \cdot 10^{-16}$, тобто кількість значущих десяткових цифр у мантиси не перевищує 16.

Було проведено порівняння обчислювальних особливостей процесу (11), пов'язаних з використанням складових квадратурних формул Сімпсона (Simpson) для систем рівнянь 301 порядку та квадратурних формул Уеддла (Weddle) для систем рівнянь 121 порядку (рис. 5 і рис. 6).

У досліджуваному діапазоні параметрів, при відносній помилці обчислень, що не перевищує величини 10^{-7} , для непоглинаючих середовищ $\text{Im } \varepsilon_{nk}^{(L)}(y, z) \equiv 0$, співвідношення енергетичного балансу

$$\sum_{n=1}^3 (R_{nk}^+ + R_{nk}^-) = 1$$

було перевірено чисельно, при цьому обчислювалася величина похибки балансу енергії

$$W^{(\text{Error})} = 1 - \sum_{n=1}^3 [R_{nk}^+ + R_{nk}^-].$$

В обох з розглянутих випадків реалізації ітераційного процесу (11) з $\kappa = \text{Re } \kappa_1$, заснованих на застосуванні квадратурних формул Сімпсона і Уеддла, абсолютна помилка обчислень є прийнятною величиною $|W^{(\text{Error})}| < 6.1 \cdot 10^{-9}$, див. рис. 5 (а). При цьому, різниця в числі ітерацій Q при кроці $\Delta a_{\kappa}^{\text{inc}} = 0.1$ в блоці самоузгодженого аналізу процесів розсіяння і генерації спостерігається лише на заключних етапах обчислень для $a_{\kappa}^{\text{inc}} \in [15, 16.9]$ (див. рис. 5 (б)). Крім цього, обчислені значення величин резонансних частот розсіяння $\kappa = \text{Re } \kappa_1(a_{\kappa}^{\text{inc}})$ при $a_{\kappa}^{\text{inc}} \in [0.1, 16.9]$ збігаються з графічною точністю, а криві $\kappa = \text{Re } \kappa_1$ [Simpson] і $\kappa = \text{Re } \kappa_1$ [Weddle] на рис. 5 (б) відповідають опису еквівалентних процесів, відображених на рис. 2 (б), рис. 3 і рис. 4.

На рис. 6 наведені оцінки характеристик обумовленості матриць, отриманих в блоках I і II у (11) з використанням квадратурних формул Сімпсона і Уеддла для систем рівнянь порядку 301 і 121 відповідно.

Логарифм числа обумовленості матриці приблизно дорівнює числу значущих цифр, втрачених в рішенні системи.

Виродження спектральних матриць $\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)$ в точках власних частот $\kappa_n \in \Omega_{nk} \subset \mathbf{H}_{nk}$, $n = 1, 3$ (див. блок II в (11) і (8)) описується величинами:

$$Y_{\kappa_n} = \lg \left\{ \text{cond} \left[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n) \right] \right\}, n = 1, 3.$$

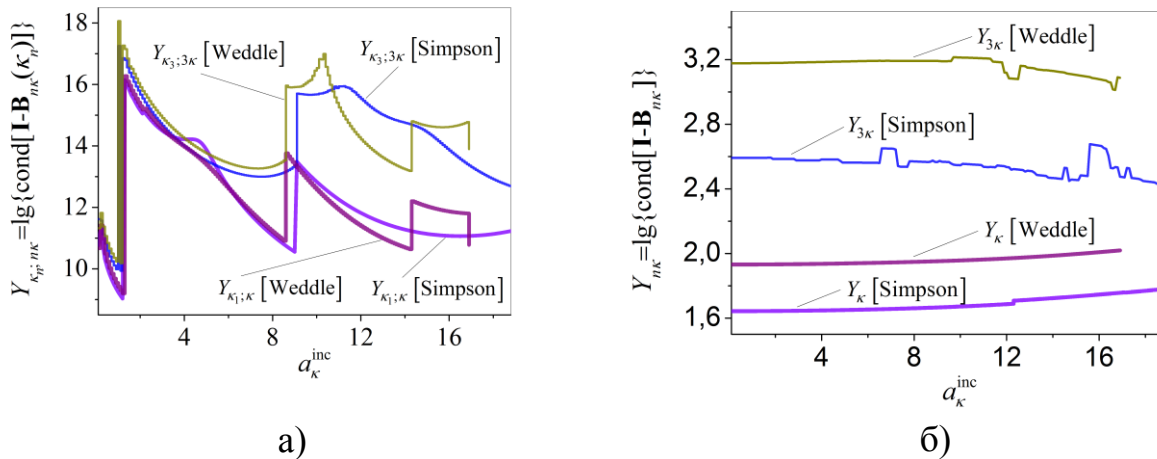
Цим величинам відповідають високі значення чисел обумовленості матриць, що є непрямою характеристикою, яка вказує на виродження цих матриць (див. рис. 6 (а)).

Чутливість матриць $\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}$ самоузгодженого аналізу (див. блок I в (11) і (6)) до похибки поблизу резонансних частот розсіювання $\kappa = \text{Re } \kappa_1$ і генерації 3κ

характеризується значеннями величин:

$$Y_{nk} = \lg \{ \text{cond}[\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}] \}, n=1, 3.$$

Зіставивши результати обчислень, наведені на рис. 6 (б) кривими Y_{nk} [Simpson] і Y_{nk} [Weddle] при $n=1, 3$, можна зробити наступні висновки.



а – виродження $\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}(\kappa_n)$ в точках спектра $\kappa_n \in \Omega_{nk}$, $n=1, 3$;

б – чутливість $\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}$ до похибки при $\kappa = \text{Re} \kappa_1$, $n=1, 3$

Рисунок 6 – Логарифми числа обумовленості матриць $\mathbf{I} - \mathbf{B}_{nk}$ розміру $N \times N$ при $\kappa = \text{Re} \kappa_1$, $n=1, 3$, отриманих на основі квадратурних формул Сімпсона з $N=301$ і Уеддла з $N=121$

Алгоритм (11), побудований з використанням квадратурних формул Уеддла для систем рівнянь 121 порядку, більш чутливий до похибок обчислень, ніж той же алгоритм, реалізований за допомогою квадратурних формул Сімпсона для систем 301 порядку. При цьому, зменшення розмірності системи приблизно в 2.5 рази (з 301 порядку до 121 порядку) призводить до втрати в рішенні не більше ніж однієї значущої цифри (згідно з аналізом різниці значень Y_{nk} [Weddle] і Y_{nk} [Simpson], при $n=1, 3$ на рис. 6 (б)). Оскільки зниження розмірності систем рівнянь істотно зменшує час обчислень, це є значною перевагою і відкриває перспективи до вирішення низки нових нелінійних задач резонансного розсіяння і генерації хвиль, як шаровими, так і шаровими періодичними структурами. Це, зокрема, дає можливість підвищення багатofункціональності електронних приладів; проектування множників частоти і інших електродинамічних пристроїв, що містять нелінійні діелектрики.

ВИСНОВКИ

У результаті проведеного в дисертаційній роботі дослідження вирішено науково-практичну задачу побудови математичних методів аналізу нелінійних шарових електродинамічних структур в резонансному діапазоні частот на основі рішення строгих граничних задач математичної фізики, а також розробки

ефективних обчислювальних алгоритмів розв'язання задач розсіяння і генерації хвиль.

У процесі вирішення поставлених завдань розвитку математичних моделей резонансного аналізу нелінійних шарових електродинамічних структур та побудови обчислювальних алгоритмів розв'язання задач розсіяння і генерації хвиль було отримано ряд нових наукових і практичних результатів.

1. Виконано аналіз системи рівнянь Максвелла, що описує нелінійні хвильові процеси ізотропної, немагнітної, лінійно поляризованої (E поляризація), нелінійної шарової діелектричної структури з кубічною поляризацією середовища. Отримано систему нелінійних рівнянь в часткових похідних, що призначена для аналізу процесу генерації третьої гармоніки при збудженні неоднорідної нелінійної діелектричної шаруватої структури квазіоднорідним електромагнітним полем.

2. Уперше запропоновано самоузгоджений ітераційний обчислювальний метод аналізу системи нелінійних граничних задач, що зводиться до вирішення еквівалентної системи нелінійних інтегральних рівнянь. Проведено порівняння самоузгодженого підходу з методом наближення заданого поля. Показано, що хоча наближення заданого поля і дозволяє оцінити без істотних обчислювальних витрат деякі електродинамічні властивості досліджуваного нелінійного об'єкту, до нього (на відміну від запропонованого методу) не може бути застосована така важлива фізична характеристика як баланс енергії.

3. Удосконалено метод аналізу спектральних задач з індукованою діелектричною проникністю нелінійного шару. Згідно з цим методом доведено, що для нелінійних шарів на частотах збудження і генерації, близьких до власних частот, збільшення енергії з ростом амплітуди падаючого поля супроводжується монотонним зменшенням величини відносної добротності власних коливань. Це дозволяє побічно за результатами аналізу індукованих спектральних задач прогнозувати зони максимальної генерації енергії.

4. Удосконалено обчислювальну модель аналізу резонансних властивостей розсіяння і генерації хвиль нелійними шаровими структурами, що дозволяє в якості резонансних частот збудження вибирати величини, які визначаються дійсною частиною комплексних власних частот індукованих спектральних задач. Це суттєво спрощує аналіз резонансних процесів розсіяння та генерації коливань.

5. Отримав подальший розвиток підхід до проведення чисельного експерименту для аналізу резонансних процесів розсіяння та генерації коливань за рахунок використання таких критеріїв оцінки достовірності обчислень, як виконання умови балансу енергії, а також оцінки обумовленості матриць для задач випромінювання на чутливість до похибок обчислення та перевірки індукованих спектральних задач на виродження.

6. Здійснено моделювання запропонованих в роботі методів за допомогою обчислювальних експериментів на основі створених здобувачем програм. Зокрема, на прикладі задачі розсіяння і генерації хвиль поля третьої гармоніки нелінійної шаруватої структури здійснено реалізацію та моделювання алгоритму чисельного аналізу резонансних енергетичних властивостей випромінювання хвиль. Показано, що використання запропонованих методів дозволяє знизити розмірність систем

рівнянь та істотно зменшити час обчислень, це відкриває перспективи до вирішення складних нелінійних задач резонансного розсіяння і генерації хвиль, як шаровими, так і шаровими періодичними структурами.

7. Результати проведених досліджень дозволили виявити фізичні закономірності, що вказують на можливість підвищення багатофункціональності електронних приладів; проектування множників частоти і інших електродинамічних пристроїв, що містять нелінійні діелектрики. Практичне значення результатів підтверджується їх впровадженням. Розроблені в дисертаційній роботі математичні моделі та методи використано у відділі теорії дифракції та дифракційної електроніки ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАНУ при проведенні науково-дослідних робіт зі створення електродинамічних засобів генерації, посилення, детектування та розповсюдження терагерцового випромінювання, а також в навчальному процесі при підготовці аспірантів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Список публікацій здобувача, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Preset field approximation and self-consistent analysis of the scattering and generation of oscillations by a layered structure // In: Eds. L. Beilina and Y.V. Shestopalov, Inverse Problems and Large-Scale Computations. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 52. Switzerland: Springer International Publishing. 2013. Chapter 4. P. 41-56. (Web of Science, SciVerse Scopus).

2. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Type-Conversion of Oscillations at the Excitation of Nonlinear Layered Media // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems». 2015. No.27. P. 13-21.

3. Ангерман Л., Яцик В.В., Яцик Н.В. Об одном подходе к анализу резонансного рассеяния и генерации волн нелинейными слоистыми и периодическими структурами // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 1 (23). С. 106-117.

4. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Dynamics of Processes of Resonant Scattering and Generation of Waves by a Three-Layer Dielectric with a Nonlinear Medium // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems». 2017. Issue 33. P. 7-18.

5. Ангерман Л., Яцик В.В., Яцик Н.В. Методы анализа процессов рассеяния и генерации волн нелинейными слоистыми средами // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 4 (26). С. 46-55.

6. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Conversion of Excitation Energy into Generated Energy at the Resonant Frequencies of a Transparent Nonlinear Layer // Advanced Electromagnetics. 2019. Vol. 8. No. 1. P. 66-74. (Web of Science, SciVerse Scopus).

7. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Energy characteristics of a nonlinear layer at resonant frequencies of wave scattering and generation // *Open Phys.* 2019. Vol.17. Issue 1. P. 222-232. (Web of Science, SciVerse Scopus).

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

8. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Analyses of Process of Generation and Resonance Scattering of Waves on Cubically Polarisable Layered Structure // *Proceedings of the 5-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS'2010)*. Sevastopol, Ukraine, September 6-10, 2010. P. 68-70. (Web of Science, SciVerse Scopus).

9. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Generation and Resonance Scattering of Waves on Cubically Polarisable Nonlinear Dielectric Layer // *Proceedings of the 15-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2010)*. Tbilisi, Georgia, September 27-30, 2010. P. 127-131. (Web of Science, SciVerse Scopus).

10. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Preset field approximation and self-consistent analysis of the scattering and generation of oscillations by a layered structure // *Abstract of the Workshop on Large-Scale Modeling*. Organized by Karlstad University and supported by Swedish Institute. Selma Spa, Sunne, Sweden, May 1-6, 2012. P. 20-21.

11. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Modeling and analysis of resonance scattering and generation of waves on cubically polarisable nonlinear layered structures // *Abstract of the International Conference "Days on Diffraction 2012" (DD-2012)*. Saint Petersburg, Russia, May 28 - June 1, 2012. P. 18-19.

12. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Weak fields at multiple frequencies and effects of scattering and generation of waves by nonlinear layered media // *Abstract of the International Conference "Days on Diffraction 2012" (DD-2012)*. Saint Petersburg, Russia, May 28 - June 1, 2012. P. 19-20.

13. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. A Nonlinear Layered Structure and the Eigen Oscillations of the Linearised Problems near the Frequencies of Scattering and Generation // *Abstract of the Progress in Electromagnetics Research Symposium 2012 (PIERS 2012)*. Moscow, Russia, August 19-23, 2012. P. 62.

14. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Self-consistent Problem of Scattering and Generation of Oscillations by a Nonlinear Layer Taking into Account the Influence of Weak Fields at Multiple Frequencies // *Abstract of the Progress in Electromagnetics Research Symposium 2012 (PIERS 2012)*. Moscow, Russia, August 19-23, 2012. P. 706.

15. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Scattering and generation of waves by cubically polarisable layered media under the influence of weak fields // *Proceedings of the 6-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2012)*. Sevastopol, Ukraine, September 17-21, 2012. P. 235-237. (Web of Science, SciVerse Scopus).

16. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. A Boundary-Value Problem of Resonant Scattering and Generation of Waves by Nonlinear Layered Media // *Proceedings of the 7-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2014)*. Kharkiv, Ukraine, September 15-19, 2014. P. 92-95. (Web of Science,

SciVerse Scopus).

17. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Multifunctional Nonlinear Layered Media by Resonant Scattering and Generation of Waves // Proceedings of the 19-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2014). Tbilisi, Georgia, September 22-25, 2014. P. 45-47. (Web of Science, SciVerse Scopus).

18. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Analysis of the generation properties of nonlinear layered media // Abstract of the International Conference “Days on Diffraction 2015” (DD-2015). Saint Petersburg, Russia, 25-29 May, 2015. P. 19-20.

19. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Investigation of nonlinear cubically polarizable layered media with a controllable permittivity // Abstract of the International Conference “Days on Diffraction 2015” (DD-2015). Saint Petersburg, Russia, 25-29 May, 2015. P. 20-21.

20. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The type-conversion of generated oscillations by a decanalizing nonlinear layer media // Proceedings of the XVII International Symposium “Discrete Singularities Methods in Mathematical Physics” (DSMMPH-2015). Sumy, 8-13 June, 2015. Kharkiv-Sumy, Ukraine. 2015. P. 20-23.

21. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The type-conversion of scattered oscillations at the two-sided excitation of nonlinear layered structures // Proceedings of the XVII International Symposium “Discrete Singularities Methods in Mathematical Physics” (DSMMPH-2015). Sumy, 8-13 June, 2015. Kharkiv-Sumy, Ukraine. 2015. P. 24-27.

22. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Dynamics of Type-Conversion of Oscillations by Nonlinear Layered Media // Proceedings of the 20-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015). Lviv, Ukraine, 21-24 September, 2015. P. 29-32. (Web of Science, SciVerse Scopus).

23. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. A mathematical model for resonance scattering and generation of oscillations by nonlinear layered or grating-like media // Abstract of the International Conference «Days on Diffraction 2016» (DD-2016). Saint Petersburg, Russia, 27 June - 1 July, 2016. P. 22.

24. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Resonant scattering and third-harmonic generation by cubically polarizable grating structures // Proceedings of the 9-th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016). Kharkiv, Ukraine, 21-24 June, 2016. F-23. P. 1-4. (SciVerse Scopus).

25. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Resonant Scattering and Generation of Oscillations for Nonlinear Layered and Grating-Like Media // Proceedings of the 8-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2016). Odessa, Ukraine, 5-11 September, 2016. P. 105-108. (Web of Science, SciVerse Scopus).

26. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Transparent Cubically Polarizable Media with Layered or Periodic Structures // Proceedings of the 21-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2016). Tbilisi, Georgia, 26-29 September, 2016. P. 13-16. (Web of

Science, SciVerse Scopus).

27. Удовенко С.Г., Яцик Н.В. Компьютерное моделирование нелинейных структур рассеивания и генерации колебаний // Матеріали 4-ї Міжн. науково-технічної конференції «Проблеми інформатизації». Черкаси-Баку-Бельско-Бяла-Полтава-2016. Україна, Черкаси, листопад 3-4, 2016. С. 37.

28. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Generation Properties of Nonlinear Layered Objects and Eigen-Modes of the Linearized Problems // Proceedings of 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2017). Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute. Kyiv, Ukraine, 29 May - 2 June, 2017. P. 221-224. (Web of Science, SciVerse Scopus).

29. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. The Dynamics of Resonant Scattering and Wave Generation by a Three-Layer Dielectric with a Nonlinear Medium // Proceedings of the XVIII-th International Symposium «Discrete Singularities Methods in Mathematical Physics» (DSMMPH-2017). Kharkiv, Ukraine, 26-28 June, 2017. P. 10-13.

30. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Methods for the Analysis of Wave Scattering and Generation by Layered and Periodic Structures // Proceedings of the XXII-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2017). Dnipro, Ukraine, 25-28 September, 2017. P. 93-96. (Web of Science, SciVerse Scopus).

31. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Computation of Excitation Frequencies for Nonlinear Wave Scattering and Generation Processes // Proceedings of the 9-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018). Odessa, Ukraine, 4-7 September, 2018. P. 234-237. (Web of Science, SciVerse Scopus).

32. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Numerical Specifics in Nonlinear Layer Computation Near Eigen Frequencies of Scattering and Generation // Proceedings of the XXIII-rd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2018). Tbilisi, Georgia, 24-27 September, 2018. P. 47-50. (Web of Science, SciVerse Scopus).

33. Angermann L., Yatsyk V.V., Yatsyk M.V. Generating Properties of Waves at the Resonant Frequencies of a Transparent Nonlinear Layer // Proceedings of 2019 IEEE 2-nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2019). Lviv, Ukraine, 2-6 July, 2019. P. 153-156. (Web of Science, SciVerse Scopus).

АНОТАЦІЯ

Яцик М.В. Моделі та обчислювальні методи дослідження нелінійних шарових електродинамічних структур. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки України, Харків, 2021.

У дисертаційній роботі запропоновано рішення актуальної науково-практичної задачі побудови математичних методів аналізу нелінійних шарових електродинамічних структур в резонансному діапазоні частот, а також розробки

ефективних обчислювальних алгоритмів розв'язання задач розсіяння і генерації хвиль. Задача базується на вирішенні еквівалентної системи комплексних нелінійних інтегральних рівнянь Гаммерштейна, яка за допомогою квадратурних формул зводиться до системи комплексних нелінійних алгебраїчних рівнянь другого роду. Основою розвинутого алгоритму чисельного аналізу є самоузгоджений підхід, тобто ітераційний метод, побудований на базі блокових ітераційних процедур.

У роботі також запропоновано метод дослідження на частотах випромінювання (розсіяння і генерації) спектральної задачі з індукованими шарами діелектричної проникливості.

Об'єднання самоузгодженого і спектрального аналізу дозволило вперше в межах єдиного підходу дослідити нелінійні резонансні процеси на частотах резонансного розсіяння і генерації коливань, що дозволяє вибирати частоти збудження, які визначаються дійсними частинами комплексних власних частот індукованих спектральних задач.

Наведено результати чисельних експериментів, що були проведені з використанням таких критеріїв оцінки достовірності обчислень, як виконання умови балансу енергії, а також оцінки обумовленості матриць для задач випромінювання на чутливість до похибок обчислення та перевірки індукованих спектральних задач на виродження.

Ключові слова: нелінійні шарові структури, кубічна поляризованість, математичне моделювання, самоузгоджений аналіз, резонансне розсіяння, генерація коливань, власні частоти, частоти розсіяння та генерації.

АННОТАЦІЯ

Яцик Н.В. Модели и вычислительные методы исследования нелинейных слоистых электродинамических структур. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Министерство образования и науки Украины, Харьков, 2021.

В диссертационной работе предложено решение актуальной научно-практической задачи разработки математической модели и вычислительных алгоритмов решения в резонансном диапазоне частот краевых задач рассеяния и генерации волн третьей гармоники нелинейных слоистых электродинамических структур. Задача базируется на решении эквивалентной системы комплексных нелинейных интегральных уравнений Гаммерштейна, которая с помощью квадратурных формул сводится к системе комплексных нелинейных алгебраических уравнений второго рода. Основой развитого алгоритма численного анализа есть самосогласованный подход, то есть итерационный метод, построенный на базе блочных итерационных процедур.

В работе также построены алгоритмы и исследованы на частотах излучения (рассеяния и генерации) индуцированные спектральные задачи – то есть спектральные задачи с индуцированными слоями диэлектрической проницаемости.

Объединение самосогласованного и спектрального анализа позволило впервые

в рамках единого подхода исследовать нелинейные резонансные процессы на частотах резонансного рассеяния и генерации колебаний, выбирая в качестве частот возбуждения величины, определяемые действительными частями комплексных собственных частот индуцированных спектральных задач.

Приведены критерии оценки достоверности вычислений: условия выполнения баланса энергии; критерии обусловленности матриц как задач излучения на чувствительность самосогласованного анализа к ошибкам вычислений, так и оценки матриц индуцированных спектральных задач на вырожденность.

Ключевые слова: нелинейные слоистые структуры, кубическая поляризуемость, математическое моделирование, самосогласованный анализ, резонансное рассеяние, генерация колебаний, собственные частоты, частоты рассеяния и генерации.

ABSTRACT

Yatsyk M.V. Models and computational methods for the investigation of nonlinear layered electrodynamic structures. – The manuscript.

Dissertation for the degree of candidate of Technical Sciences in the specialty 01.05.02 - Mathematical Modeling and Computational Methods. - Kharkiv National University of Radio Electronics, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2021.

In the dissertation, a solution to a challenging scientific and practical problem of developing a mathematical model and computational algorithms for solving boundary value problems of scattering and generation of third harmonic waves by means of nonlinear layered electrodynamic structures in the resonant frequency range is proposed. The problem is based on solving an equivalent system of complex nonlinear integral Hammerstein equations, which, using quadrature formulas, is reduced to a system of complex nonlinear algebraic equations of the second kind. The developed algorithm for the numerical analysis is based on a self-consistent approach, that is, an iterative method based on block-iterative procedures. In the work, algorithms are also constructed and the induced spectral problems are investigated at the frequencies of radiation (scattering and generation) - that is spectral problems with layers of induced dielectric permeability.

The combination of self-consistent and spectral analysis made it possible, for the first time, within the framework of a unified approach, to study nonlinear resonance processes at the frequencies of resonant scattering and generation of oscillations, choosing as the excitation frequencies the quantities determined by the real parts of the complex eigen frequencies of the induced spectral problems. Criteria for evaluating the reliability of calculations are given: conditions for fulfilling the energy balance law; estimates of the condition number of the matrices of the radiation problems via the sensitivity of the self-consistent analysis to computational errors, as well as investigation of the matrices of induced spectral problems for degeneracy.

Nonlinear dielectrics with controllable permittivity are subject of intense studies and begin to find broad applications in device technology and electronics. We develop a model of resonance scattering and generation of waves on an isotropic nonmagnetic nonlinear layered dielectric structure excited by a packet of plane waves in the resonance frequency

range in a selfconsistent formulation. Here, both the radio and optical frequency ranges are of interest. We consider wave packets consisting of both strong electromagnetic fields at the excitation frequency of the non-linear structure, leading to the generation of waves, and of weak fields at the multiple frequencies, which do not cause generation of harmonics but influence on the process of scattering and generation of waves by the non-linear structure. The results of numerical investigations of the properties of resonant wave radiation at multiple frequencies by a nonlinear object are described. It could be observed that the effect of the transparency diminution of a nonreflecting nonlinear layered structure at the resonant excitation is a consequence of the energy exchange that is expended for the generation of higher harmonics. It has been demonstrated that it is possible to study the energy exchange processes occurring during multifrequency wave radiation by nonlinear objects indirectly by means of the spectral properties of those objects induced by the incident field. A comparison of the computational features, resulting from the use of the composite Simpson's and Weddle's quadrature rules (the latter with a higher degree of accuracy) is presented.

It is shown that the use of quadrature formulas of a higher degree of accuracy allows to decrease the dimension of the equation systems to be solved by about 2.5, which saves considerable computing time. This is a significant advantage in solving new nonlinear problems of resonant wave radiation for both layered as well as layered periodic structures. It opens the prospects for the development of new numerical-analytical approaches to the investigation of irregular properties of wave radiation. The computational results are obtained within the developed framework of self-consistent solution of the systems of nonlinear boundary value problems. Calculations near the resonance frequencies of scattering and generation demonstrate the transfer effect from the wave energy at the scattering frequency to the wave energy at the generation frequency for nonlinear, decanalizing and canelizing layers that are absolutely transparent (in the linear approximation). The results obtained can be used to study the properties of laser plasma and to describe the processes of spontaneous formation of periodic structures.

The mathematical model consists of a system of boundary-value problems of Sturm–Liouville type and of an equivalent system of one-dimensional nonlinear integral equations of the second kind. Various effects caused by the nonlinearity of the structure were investigated using analytical and numerical techniques.

The materials of the thesis are sufficiently detailed in 33 papers: 7 of them (1 chapter of the monograph Springer International Publishing, 2 in international scientific journals, 2 in scientific journals, which are included in the list of professional editions of Ukraine in physical & mathematical and technical sciences, 2 in international scientific journal, which are included in the list of professional editions in physical & mathematical and technical sciences); 26 materials of scientific conferences.

Keywords: nonlinear layered structures, cubic polarizability, mathematical modeling, self-consistent analysis, resonant scattering, generation of oscillations, eigen frequencies, frequencies of scattering and generation.

Підп. до друку 08.04.21. Формат 60x84 1/16. Умов. друк. арк. 1,6.
Тираж 100 прим. Ціна договірна. Зам.8/04

Віддруковано в типографії ФОП Андреев К.В.
61157, Харків, вул. Богомольця, 9, кв. 50.
Свідоцтво про державну реєстрацію
№24800170000045020 від 30.05.2003 р.
er.zakaz@gmail.com
тел. 063-993-62-73