

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Запорізька політехніка»

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

САМОЙЛИК СЕРГІЙ СЕРГІЙОВИЧ

УДК 621.372.8

ДИСЕРТАЦІЯ

**РОЗВИТОК МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ АНАЛІЗУ
ХВИЛЕВОДНО-РЕЗОНАТОРНИХ СИСТЕМ З ЧАСТКОВИМ
БАГАТОШАРОВИМ ЗАПОВНЕННЯМ**

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ С. С. Самойлик

Науковий керівник: Піза Дмитро Макарович, доктор технічних наук, професор

Запоріжжя – 2019

АНОТАЦІЯ

Самойлик С.С. Розвиток методів та моделей аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим заповненням. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 «Радіофізика». – Національний університет «Запорізька політехніка», Міністерство освіти і науки України; Харківський національний університет радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки України; Запоріжжя, 2019.

В роботі вирішена актуальна наукова задача аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим заповненням. Завдяки розвитку методу інтегральних рівнянь в поєднанні з методом часткових пересічних областей, створені математичні моделі, які описують зазначені структури.

Вперше запропоновано математичну модель закритого прямокутного резонатора з багат шаровим заповненням, що дозволило отримати аналітичні вирази для визначення повної енергії, енергії, накопиченої резонатором, потужності втрат в металевих стінках резонатора і діелектричних пластинах всередині закритого прямокутного резонатора.

Розв'язана задача на власні значення для прямокутного резонатора з циліндричними неоднорідностями та для комбінованої структури з діелектричного циліндра і пластини в прямокутному резонаторі.

Отримав подальший розвиток метод областей, що частково перетинаються, який дозволив отримати математичну модель прохідного резонатора з багат шаровим заповненням при сильному і слабкому зв'язку резонатора з хвилеводом. Проведено чисельний аналіз на базі створеної математичної моделі, який дозволив обчислити потужності, що поглинаються багат шаровими неоднорідностями для прохідного резонатора з сильним та

слабким зв'язком. Визначено коефіцієнти проходження та відображення для кожної структури.

Ключові слова: резонатор, інтегральне рівняння, функція Гріна, діелектричне заповнення, метод областей, що частково перетинаються, електромагнітне поле.

ANNOTATION

Samoylyk S. S. Development of methods and models of analysis of waveguide-resonator systems with partial multilayer filling. – Qualifying scientific work on the rights of manuscripts.

The dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in the speciality 01.04.03 «Radiophysics». – Zaporizhzhia Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine; Kharkiv National University of Radio Electronics, Ministry of Education and Science of Ukraine; Zaporizhzhia , 2019.

The actual scientific problem of the analysis of waveguide-resonator systems with partial multilayer filling is solved in the work. Due to the development of the method of integral equations in conjunction with the method of partially intersecting regions, mathematical models have been created that describe these structures.

For the first time, a mathematical model of a closed rectangular resonator with a multilayer filling was proposed, which allowed to obtain analytical expressions for determining the total energy, the energy accumulated by the resonator, the power loss in the metal walls of the resonator and the dielectric plates inside the closed rectangular resonator.

The eigenvalue problem for a rectangular resonator with cylindrical inhomogeneities and for a combined structure of a dielectric cylinder and a plate in a rectangular resonator is solved.

The method of partially intersecting regions was further developed, which made it possible to obtain a mathematical model of a multilayer-filled passage cavity with a strong and weak coupling of the resonator with a waveguide. Numerical analysis was performed on the basis of the created mathematical model, which made it possible to calculate the power absorbed by multilayer inhomogeneities for a strong and weak coupling passage cavity. The passage and reflection coefficients for each structure are determined.

Key words: resonator, integral equation, Green's function, dielectric filling, method of partially intersecting regions, electromagnetic field.

Список публікацій здобувача:

1. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с нестационарной цилиндрической неоднородностью // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2004. Т. 12. № 2. С. 6–10.
2. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность прямоугольного резонатора с переменным числом диэлектрических неоднородностей // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2008. Т.19. № 1. С. 32–37.
3. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Энергетические характеристики проходного резонатора на прямоугольных волноводах с частичным диэлектрическим заполнением // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2010. Т.22. № 1. С. 15–20.
4. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с кусочно-однородными диэлектрическими включениями // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2012. Т.27. № 2. С. 25–29.
5. Piza D. M., Samoylyk S. S. Development of the Method of Integral Equations of Macroscopic Electrodynamics for Determining Eigen Frequencies of a Rectangular Resonator with a Multilayer Cylindrical Semiconductor Inhomogeneity // Telecommunications and Radio Engineering. 2016. Vol. 75 (18). P. 1625–1631.

6. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Рассеяние электромагнитных волн на пластине с изменяющейся диэлектрической проницаемостью, расположенной в волноводе // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2006) : Материалы 16-й Международной Крымской конференции (Севастополь, 11–15 сентября 2006 г.). Севастополь, 2006. С. 544–545.

7. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Расчет собственных частот прямоугольного резонатора с несколькими неоднородностями // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций "РТ-2007" : Материалы 3-ей междунар. молодежной науч.-техн. конф. (Севастополь, 16–21 апреля 2007 г.). Севастополь, 2007. С. 113.

8. Bondaryev V. P., Samoylyk S. S. Proper frequencies of a rectangular resonator with multilayer semiconductor cylinder heterogeneity // Millimeter and Submillimeter Waves (MSMM'07) : Proceedings of the Sixth Kharkov International Symposium on Physics and Engineering (Kharkov, 25–30 June, 2007). Kharkov, 2007. Vol. 1. P. 366–368.

9. Samoylyk S. S., Bondaryev V. P. Complex frequencies of the rectangular resonator with the arbitrary number of the dielectric heterogeneities // International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07) : Proceedings of the Sixth International Conference (Sevastopol, 17–21 September, 2007). Sevastopol, 2007. P. 152–154.

10. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность проходного прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением при сильной связи // Радіофізика та електроніка, біофізика : Матеріали VIII конф. молодих науковців (Харків, 25–27 листопада 2008 р.). Харків, 2008. С. 139.

11. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Оптимизация параметров проходного резонатора со слабой связью с произвольным числом диэлектрических неоднородностей // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 19–21 вересня 2012 р.). Запоріжжя, 2012. С. 79–80.

12. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Энергетические характеристики проходного резонатора со слабой связью и диэлектрическими неоднородностями // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VII Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 17–19 вересня 2014 р.). Запоріжжя, 2014. С. 28–29.

13. Самойлик С. С., Пиза Д. М. Развитие метода интегральных уравнений макроскопической электродинамики для нахождения собственных частот прямоугольного резонатора с многослойной полупроводниковой цилиндрической неоднородностью // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VIII Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 21–23 вересня 2016 р.). Запоріжжя, 2016. С. 73–74.

14. Самойлик С. С. Використання методу інтегральних рівнянь для знаходження власних частот прямокутного резонатора з неоднорідностями // Тиждень науки : Тези доповідей науково-практичної конференції (Запоріжжя, 16–20 квітня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 815–816.

15. Самойлик С. С., Пиза Д. М. Аналіз методів вирішення внутрішньої граничної задачі електродинаміки для резонаторних структур з частковим діелектричним заповненням // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей IX Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 03–05 жовтня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 65–66.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	9
ВСТУП.....	11
РОЗДІЛ 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ.....	16
1.1 Хвилеводно-діелектричні резонатори.....	16
1.2 Внутрішня крайова задача електродинаміки для довільних хвилеводно-резонаторних структур з частковим заповненням.....	21
1.3 Класифікація методів розрахунку електродинамічних систем з частковим діелектричним заповненням.....	26
1.4 Вибір методу чисельного розрахунку та постановка задачі.....	34
1.5 Висновки до першого розділу.....	36
РОЗДІЛ 2 ЗАКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ.....	38
2.1 Постановка задачі.....	39
2.2 Закритий прямокутний резонатор з діелектричними пластинами.....	45
2.3 Розрахунок енергетичних параметрів закритого прямокутного резонатора	48
2.3.1 Визначення компонент поля всередині резонатора.....	48
2.3.2. Повна енергія, запасена резонатором	50
2.3.3 Потужність втрат в стінках резонатора	52
2.3.4 Потужність втрат в діелектричних неоднорідностях	54
2.3.5 Добротності закритого прямокутного резонатора.....	55
2.3.6 Чисельні результати.....	59
2.4 Висновки до другого розділу	62
РОЗДІЛ 3 ЗАКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ У ВИГЛЯДІ ЦИЛІНДРІВ.....	63
3.1 Шарувата циліндрична структура. Постановка задачі.....	63
3.2 Шарувата циліндрична структура. Чисельні результати.....	77
3.3 Комбінована структура діелектричний циліндр-пластина	80

3.4 Висновки до третього розділу.....	84
РОЗДІЛ 4 ПРОХІДНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ.....	86
4.1 Прохідний прямокутний резонатор з діелектричними неоднорідностями з сильним зв'язком	86
4.1.1 Постановка задачі.....	86
4.1.2. Розрахунок електромагнітного поля в резонансній області з діелектричними пластинами	87
4.1.3 Виведення системи рівнянь для резонансної області.....	97
4.1.4 Виведення системи рівнянь для хвилеводної області.....	99
4.1.5 Чисельні результати.....	101
4.2 Прохідний прямокутний резонатор з діелектричними неоднорідностями зі слабким зв'язком.....	103
4.2.1 Постановка задачі.....	103
4.2.2 Подання електромагнітного поля в прямокутному хвилеводі зі слабким зв'язком	105
4.2.3 Чисельні результати.....	118
4.3 Висновки до четвертого розділу.....	120
ВИСНОВКИ.....	122
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	124
ДОДАТОК А Акти впровадження.....	136
ДОДАТОК Б Список опублікованих праць за темою дисертації	139

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

FDTD	Finite Difference Time Domain
TLM	Transmission Line Matrix
AM	аналітичний метод
БКЗЕ	внутрішня крайова задача електродинаміки
BM	варіаційний метод
ГМ	глобальний метод
ЕОМ	електронно-обчислювальна машина
ЕС	електродинамічна система
КПМ	класичний проекційний метод
КРЧО	кінцевих різниць у часовій області (метод)
МВВКЗ	метод вирішення внутрішньої крайової задачі
МЗ	метод збурення
МК	метод колокацій
МКЕ	метод кінцевих елементів
МКЕЧО	метод кінцевих елементів у часовій області
МКІ	метод кінцевого інтегрування
МКП	метод конформних перетворень
МКР	метод кінцевих різниць
ММЛП	метод матричної лінії передачі
МНП	метод нульового поля
МОЧП	методу областей, що частково перетинаються
МПЗ	метод поділу змінних
МПР	метод перевизначених рядів
МСЕ	метод скінченних елементів
МСІР	метод сингулярних інтегральних рівнянь
МТУО	метод точкового узгодження в обсязі
МФГ	метод функції Гріна

МФП	метод Фур'є перетворень
МЧО	метод часткових областей
НВЧ	надвисокі частоти
НДР	науково-дослідна робота
ОМ	об'ємний метод
ПМ	проекційний метод
СЛАР	система лінійних алгебраїчних рівнянь
ХДР	хвилеводно-діелектричний резонатор
ЧМ	чисельний метод

ВСТУП

Актуальність теми.

Інтенсивний розвиток техніки НВЧ призвів до значного розширення області застосування хвилеводно-резонаторних структур як складових елементів різних радіотехнічних пристроїв. На практиці широко використовуються пристрої з діелектричними, феритовими і напівпровідниковими заповненнями. Залежність параметрів цих середовищ від напруженості магнітного або електричного полів дозволяє створювати системи, властивості яких можна змінювати.

Дослідження фізичних процесів, що мають місце в таких хвилеводно-резонаторних системах, виявляється настільки складним, що не є можливим отримати прості аналітичні вирази. Тому їх розрахунки проводяться або методами теорії ланцюгів з використанням моделі з зосередженими параметрами без урахування геометрії структури, або зі застосуванням сучасних систем автоматизованого проектування НВЧ-пристроїв, таких, як AWR Microwave Office, CST Microwave Studio, AnSoft High Frequency System Simulator, Sonnet Suites та μ Wave Wizard. У першому випадку результати дають лише якісний опис фізичних процесів, що в багатьох випадках виявляється недостатнім, у другому - універсальні програмні комплекси не враховують специфіку проєктованих пристроїв, що, в свою чергу, призводить до таких наслідків, як різке зростання «процесорного часу» і неможливість отримання оптимального рішення в прийнятному часовому інтервалі, окрім того, ліцензія на використання таких програмних комплексів вимагає значних капіталовкладень. Тому актуальними стають розробка і застосування математичних моделей, які створені для певного класу задач, а саме для дослідження взаємодії і поширення хвиль в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багатошаровим заповненням.

Актуальність завдання на розробку і застосування математичних моделей, які адекватні реальним фізичним, підтверджуються відсутністю задовільної загальної теорії щодо взаємодії і поширення хвиль в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням й свідчить про необхідність розвитку методу інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки та методу областей, що частково перетинаються, для їх дослідження.

Таким чином, тема дисертаційних досліджень, спрямованих на розвиток моделей та методів аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим заповненням, є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана в рамках науково-дослідної роботи (державний реєстраційний номер №0118U100047) «Дослідження радіотехнічних, біотехнічних і телекомунікаційних пристроїв та систем моделювання обробки сигналів в них» кафедри радіотехніки та телекомунікацій Національного університету «Запорізька політехніка». Здобувач Самойлик С.С. є учасником цієї держбюджетної роботи.

Мета та задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розвиток методу інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки та методу областей, що частково перетинаються, для розв'язання задач із знаходження електромагнітного поля в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням.

Відповідно до поставленої мети дисертаційної роботи необхідно розв'язати наступні задачі:

- провести аналіз структурних особливостей хвилеводно-діелектричних резонаторів, визначити основні переваги та недоліки хвилеводно-діелектричних структур;
- провести аналіз існуючих методів розрахунку хвилеводно-резонаторних систем;
- розробити загальний підхід до розрахунку характеристик прямокутного

резонатора для конструкцій з заповненням у вигляді діелектричних пластин, багат шарових циліндричних неоднорідностей;

– розвинути метод інтегральних рівнянь для отримання аналітичних виразів, що дозволяють визначити енергетичні параметри закритого прямокутного резонатора з частковим багат шаровим заповненням;

– вирішити задачу по знаходженню резонансних частот прохідного резонатора з неоднорідностями при сильному та слабкому зв'язку.

Об'єкт дослідження – процес визначення електромагнітного поля в хвилеводно-резонаторних системах.

Предмет дослідження – методи та моделі аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим заповненням.

Методи дослідження.

При вирішенні поставлених задач було використано метод інтегрального рівняння, метод областей, що частково перетинаються, математичний апарат електродинаміки НВЧ, апарат функцій Гріна, а також методи чисельного аналізу.

Наукова новизна одержаних результатів.

Встановлені в дисертації наукові положення є суттєвим доповненням знань, необхідних для розвитку високоякісної елементної бази пристроїв НВЧ України та світу, а саме запропоновано математичні моделі хвилеводно-резонаторних структур з частковим багат шаровим заповненням та методи їх розрахунку. У дисертаційній роботі отримані наступні результати, які характеризуються науковою новизною:

1. Набув подальшого розвитку метод інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки, що дозволив отримати математичну модель закритого резонатора з багат шаровим заповненням.

2. Вперше запропоновано математичну модель закритого прямокутного резонатора з багат шаровим заповненням, що дозволило отримати аналітичні вирази для визначення повної енергії, енергії, яка накопичена резонатором,

потужності втрат в металевих стінках резонатора і діелектричних пластинах всередині закритого прямокутного резонатора.

3. Набув подальшого розвитку метод областей, що частково перетинаються, який дозволив отримати математичну модель прохідного резонатора з багат шаровим заповненням при сильному та слабкому зв'язку резонатора з хвилеводом.

4. Проведено чисельний аналіз на базі створеної математичної моделі, який дозволив обчислити потужності, що поглинаються багат шаровими неоднорідностями для прохідного резонатора з сильним та слабким зв'язком. Визначено коефіцієнти проходження та відбиття для кожної структури.

Практична значущість отриманих результатів.

1. Внаслідок розвитку методу інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки досліджено електромагнітне поле в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням.

2. Запропоновані в роботі моделі можуть застосовуватись для проектування, створення та виробництва нагрівальних, сушильних, плавильних пристроїв мікрохвильового типу, а також для проектування резонаторів з керованою резонансною частотою.

3. Результати дисертаційних досліджень впровадженні в КП НВК "Іскра", в Національному університеті «Запорізька політехніка» при виконанні держбюджетної НДР, а також в навчальному процесі на кафедрі радіотехніки та телекомунікацій Національного університету «Запорізька політехніка».

Практична значимість результатів роботи підтверджена актами впровадження.

Особистий внесок здобувача.

Нові наукові результати дисертаційної роботи отримані здобувачем самостійно. Автор самостійно виконав літературний пошук, визначив мету та задачі дослідження. В роботах, опублікованих у співавторстві, особистий внесок автора наступний: розробка методики [1,2], розробка математичної

моделі, створення алгоритму розв'язання та обговорення результатів [3,4], постановка задачі, розробка методики розв'язання та створення алгоритму, розробка математичної моделі, аналіз отриманих результатів [5-8], постановка та чисельне вирішення задачі, створення алгоритму та машинне моделювання, аналіз отриманих результатів [9-14].

Апробація результатів дисертації.

Результати роботи доповідалися та обговорювалися на наступних конференціях: 16-а Міжнародна Кримська конференція «НВЧ-техніка та телекомунікаційні технології» CriMiCo (Севастополь, 11-15 вересня 2006 р.) [7], 3-я Міжнародна молодіжна науково-технічна конференція «Сучасні проблеми радіотехніки та телекомунікацій» РТ-2007 (Севастополь, 16-21 квітня 2007 р.) [8], 6th International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves MSMW'07 (Харків, 25-30 червня 2007 р.) [9], 6th International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'07 (Севастополь, 17-21 вересня 2007 р.) [10], 8-а Конференція молодих науковців «Радіофізика та електроніка, біофізика» (Харків, 25-27 листопада 2008 р.) [11], 6-9 Міжнародні науково-практичні конференції «Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій» (Запоріжжя, 2012, 2014, 2016, 2018 рр.) [2, 12-14], Науково-практична конференція «Тиждень науки» (Запоріжжя, 16–20 квітня 2018р.) [15].

Публікації. За результатами наукових дисертаційних досліджень автор опублікував 15 наукових праць, 3 з яких увійшли до міжнародної наукометричної бази Scopus [6, 9, 10], 5 статей надруковано у спеціалізованих фахових виданнях, 10 публікацій – у збірниках наукових праць конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація являє собою рукопис і складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертаційної роботи становить – 141 сторінка. Дисертація містить 18 рисунків. Список використаних джерел налічує 105 найменувань робіт вітчизняних та закордонних авторів.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Метою першого розділу дисертації є обґрунтування актуальності, наукової новизни і практичної значущості завдань, що вирішуються в ході дослідження електромагнітних полів в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням. Мета дослідження формулюється на підставі аналізу недоліків, що існують в методах розрахунку подібних структур. Аналіз структурних особливостей хвилеводно-діелектричних резонаторів викладено в розділі 1.1. У розділі 1.2 сформульована внутрішня крайова задача для хвилеводно-резонаторних структур з частковим заповненням. У розділі 1.3 представлені основні чисельні методи розв'язання задачі по знаходженню електромагнітного поля в електродинамічних системах. У розділі 1.4 проводиться вибір об'єкта і метода дослідження. Нарешті, в розділі 1.5 сформульовані висновки по першому розділу.

1.1 Хвилеводно-діелектричні резонатори

Протягом останнього десятиліття досягнуто істотного прогресу в розробці діелектричних матеріалів, що характеризуються низькими втратами на НВЧ і високою температурною стабільністю електричних параметрів [16-18]. На їх основі створюють високодобротні хвилеводно-діелектричні резонатори (ХДР).

Основні переваги ХДР: широкий частотний діапазон використання (0,5 ... 30 ГГц); простота конструкції; низький рівень внесених втрат; високий рівень потужності, що пропускається (до декількох кіловат [19]). До недоліків ХДР, що використовують традиційні хвилеводні конструкції, слід віднести великі поперечні розміри, які в основному визначаються поперечними розмірами

хвилеводу, і досить низькі значення навантаженої добротності резонансних ланок, що змушує збільшувати їх число.

Для усунення зазначених недоліків використовують три напрямки:

1) застосування в якості резонаторів структури типу "А-сендвіч" з чвертьхвильовими зв'язками [20, 21]. При цьому навантажена добротність зростає, але поперечний переріз залишається досить великим для необхідності забезпечення режиму поширення основної хвилі на ділянці чвертьхвильового зв'язку;

2) збільшення відносної діелектричної проникності діелектричних елементів, що наближає їх до діелектричних резонаторів, які детально описані в [22-25], але спектр власних коливань діелектричного резонатора стає більш насиченим;

3) одночасне зменшення поперечних розмірів лінії передачі та збільшення проникності діелектричного елемента, коли робочі частоти виявляються нижче критичної частоти основної хвилі регулярної лінії передачі (поза межний режим).

На рисунку 1.1 наведені деякі можливі реалізації хвилеводно-діелектричних структур, що застосовуються на практиці в якості резонансних елементів, які збуджуються полями хвиль, що поширюються [26].

Відрізок хвилеводу стандартного перетину в сукупності з діелектричними неоднорідностями створюють умови для формування хвильових процесів, що залежать як від параметрів діелектрика, так і від параметрів самого хвилеводу. Залежно від конструкції хвилеводно-діелектричні резонатори мають низку характерних особливостей. У найпростішому випадку ХДР містить відрізок прямокутного (рис. 1.1, а, б) або круглого (рис. 1.1, в, г) хвилеводу з діелектричною вставкою, що повністю або частково заповнює поперечний переріз хвилеводу. При повному заповненні важко реалізувати коливальні системи з високими значеннями добротності, що обумовлено великими втратами в стінках хвилеводів. Тому більш прийнятними є варіанти конструкцій

з діелектричним елементом, що частково заповнює поперечний переріз хвилеводів (рис. 1.1, б, г), або конструкції з двома діелектричними вставками (рис. 1.1, д) [27]. В останньому випадку товщина кожної діелектричної вставки l_1 повинна бути дещо менше чверті довжини хвилі в заповненому хвилеводі, а відстань між ними l_2 повинна задовольняти умові $n\lambda_{xв} / 2 < l_2 < 3n\lambda_{xв} / 4$, де $n = 1, 2, \dots$; $\lambda_{xв}$ – довжина хвилі у незаповненому хвилеводі [22].

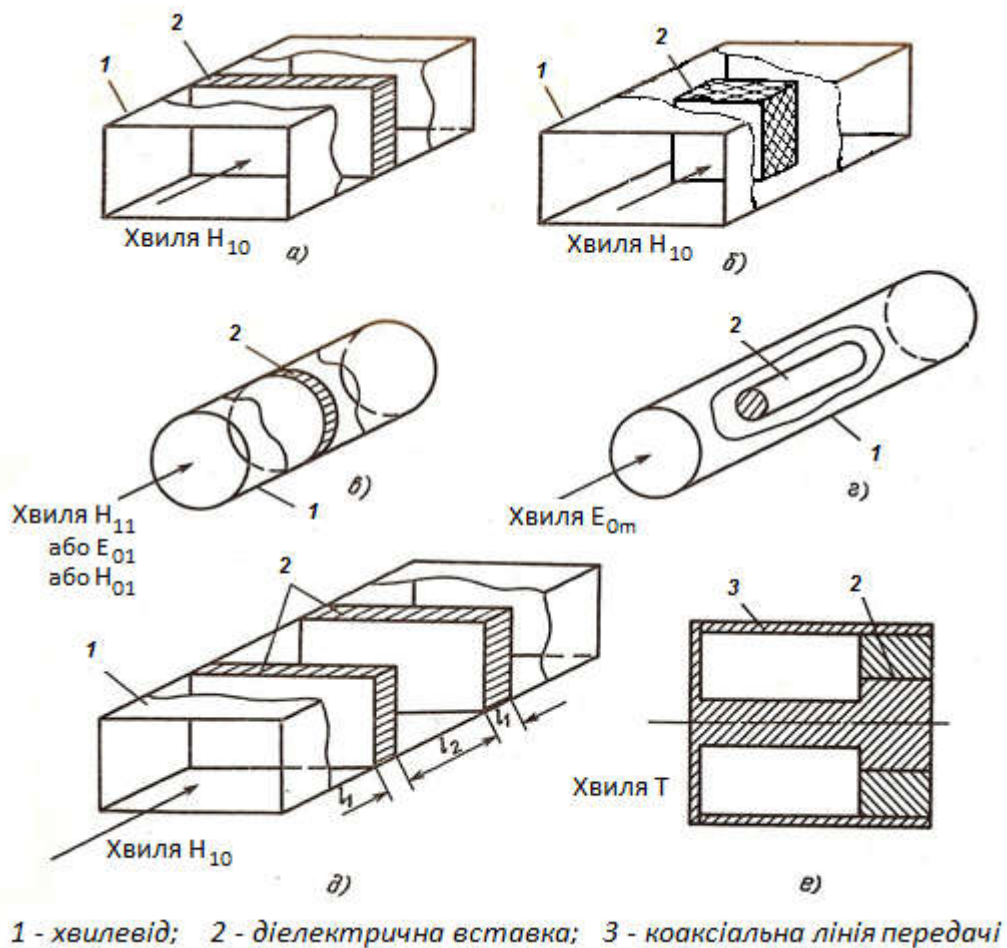


Рис. 1.1 – ХДР з хвилею, що розповсюджується [22]

Плоскошарові структури на прямокутному хвилеводі використовуються для створення одномодових хвилеводно-діелектричних фільтрів. Якщо використовувати шаруваті структури в круглому хвилеводі, то можна отримати двомодові хвилеводно-діелектричні фільтри з еліптичною амплітудно-частотною характеристикою.

Структура, зображена на рис. 1.1, б), має ряд особливостей. Через те, що діелектрична вставка заповнює хвилевід повністю по висоті, то нижчими типами коливань в такій структурі будуть коливання типу H_{10n} та H_{20n} , де індекс n показує яка частина напівхвилі укладається вздовж довжини діелектричної вставки. При цьому коливання типу H_{10n} будуть мати меншу добротність, ніж коливання типу H_{20n} , оскільки резонанс H_{10n} обумовлений частковим відбиттям від кордону діелектрик - повітря і повним відбиттям від провідних поверхонь стінок хвилеводу, в яких зосереджені основні втрати. Коливання H_{20n} , що збуджуються при розповсюдженні хвиль типів квазі- H_{10} та H_{20} на ділянці хвилеводу з діелектриком, мають більшу добротність тому, що в цьому випадку хвилеводно-діелектричний резонанс коливання типу H_{20n} обумовлений ефективним відбиттям хвилі квазі- H_{20} типу від позамежних для неї ділянок незаповненого хвилеводу [28]. При цьому для збудження коливань даного типу потрібно, щоб діелектрична вставка була розташована не симетрично відносно центру хвилеводу.

Найбільшу власну добротність має конструкція, представлена на рис. 1.1, г). Оскільки при певному діаметрі діелектричного стрижня поздовжня складова електричного поля обертається в нуль на межі діелектрик-повітря і структура поля поза циліндром аналогічна Т-хвилі в коаксіальній лінії; при цьому втрати виявляються мінімальними, що і обумовлює збільшення власної добротності резонатора. Хвилеводно-діелектричний резонатор коаксіального типу (рис. 1.9, е) складається з відрізка коаксіальної лінії передачі зі ступінчастим внутрішнім провідником. Для зменшення поздовжнього розміру резонатора і збільшення перепаду хвильових опорів використовується діелектричне заповнення частини його об'єму. Це дозволяє використовувати резонатор для діапазону частот порядку декількох сот мегагерц, при цьому вдається досягнути показників власної добротності в межах 700 ... 800; перевагою даної конструкції є також

широкий інтервал частот між основним коливанням і коливаннями вищих типів [29].

На рисунку 1.2 показані найбільш поширені конструкції ХДР, що збуджуються полями згасаючих хвиль. Даний клас резонаторів має розріджений спектр в порівнянні з ХДР, які збуджуються полями хвиль, що поширюються. Цієї властивості досягають за рахунок зменшення поперечного перерізу хвилеводу, тобто переходом в позамежний режим роботи.

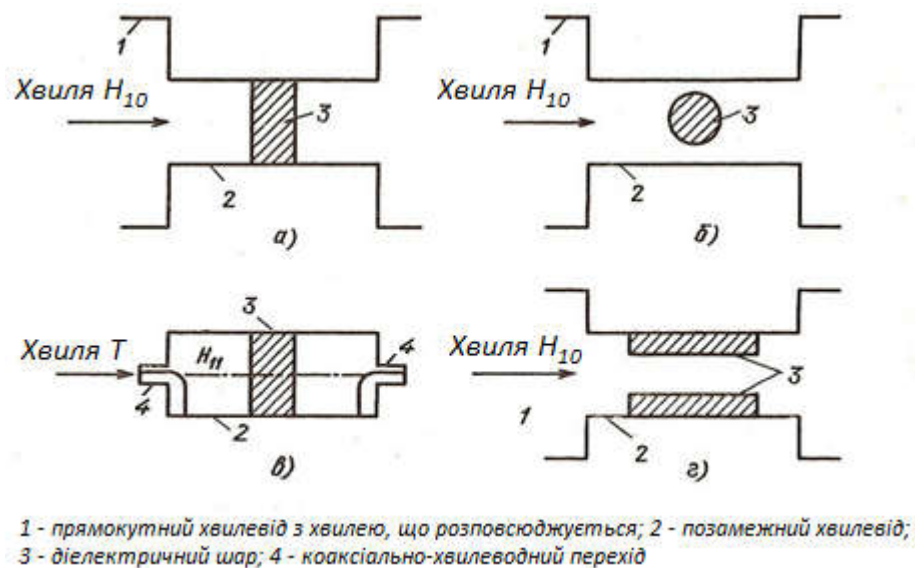


Рис 1.2 – ХДР, який збуджується полями хвиль, що загасають (позаежний режим роботи) [22]

Конструктивно, ХДР, які працюють в позаежному режимі, являють собою відрізок позаежного прямокутного хвилеводу з діелектричною вставкою у вигляді паралелепіпеда (рис.1.2, а), циліндра (рис.1.2, б), діелектричних пластин (рис.1.20, г) і цей відрізок повинен знаходитись в областях між діелектричною неоднорідністю і елементами зв'язку ХДР з зовнішніми ланцюгами НВЧ. Цей зв'язок здійснюється підключенням резонатора до відрізків регулярного хвилеводу, у якому розповсюджується хвиля основного типу (рис.1.2, а, б, г), або збудженням відрізків позаежних хвилеводів резонатора петльовими елементами, що підключені до коаксіальних ліній (рис.1.2, в) [22].

1.2 Внутрішня крайова задача електродинаміки для довільних хвилеводно-резонаторних структур з частковим заповненням

Електродинамічні системи можна розділити на два класи – відкриті і закриті. Електромагнітне поле відкритих систем просторово не обмежене і, зазвичай, швидко зменшується при віддаленні від системи. У закритих електродинамічних системах електромагнітне поле обмежене замкнутою областю, зазвичай, металевими поверхнями та існує виключно всередині цієї області. Задача по вирішенню рівнянь Максвелла або відповідних їм хвильовим рівнянням в області V , що обмежується поверхнею S , яке повинно задовольняти граничним умовам на цій поверхні, називають внутрішньою крайовою задачею електродинаміки.

Для дослідження властивостей і структури електромагнітного поля всередині об'єму хвилеводно-резонаторних систем необхідно вирішити систему Максвелла при відповідних крайових і початкових умовах [30]. При вирішенні внутрішньої крайової задачі електродинаміки для хвилеводно-резонаторних структур доцільно використовувати диференціальну систему рівнянь Максвелла, яка має вигляд:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{j}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}_{cm}^e(\vec{r}, t) \\ \operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \vec{j}_{cm}^m(\vec{r}, t), \\ \operatorname{div} \vec{D}(\vec{r}, t) &= \rho(\vec{r}, t) + \rho_{cm}^e(\vec{r}, t), \\ \operatorname{div} \vec{B}(\vec{r}, t) &= \rho_{cm}^m(\vec{r}, t). \end{aligned} \quad (1.1)$$

де $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ – вектори напруженості електричного і магнітного полів; $\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon'(\vec{r})\varepsilon_0\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu(\vec{r})\mu_0\vec{H}(\vec{r}, t)$ – вектори електричного і магнітного зсуву; $\varepsilon'(\vec{r}, t)$, $\mu(\vec{r})$ – відносні діелектрична і магнітна проникності

середовища, що заповнює внутрішню область; ε_0 , μ_0 – електрична і магнітна постійні повітря; $\rho(\vec{r}, t)$ – питома щільність заряду; $\rho_{cm}^e(\vec{r}, t)$ та $\rho_{cm}^m(\vec{r}, t)$ – питомі щільності сторонніх зарядів; $\vec{j}(\vec{r}, t) = \sigma \vec{E}(\vec{r}, t)$ – струм провідності; $\vec{j}_{cm}^e(\vec{r}, t)$ и $\vec{j}_{cm}^m(\vec{r}, t)$ – сторонні електричні і магнітні струми; \vec{r} – радіус вектор, який визначає положення даної точки в просторі; t – час.

Безпосереднє рішення рівнянь Максвелла щодо векторів $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ у разі ненульових сторонніх струмів і зарядів пов'язано з великими математичними труднощами. Для спрощення вирішення цього завдання можуть вводитися розрахункові допоміжні функції координат і часу – електродинамічні векторний і скалярний потенціали [31-32]. При розрахунку вільних хвиль і коливань вважають, що $\vec{j}_{cm}^e(\vec{r}, t) = \vec{j}_{cm}^m(\vec{r}, t) = \rho_{cm}^e(\vec{r}, t) = \rho_{cm}^m(\vec{r}, t) = 0$ і система рівнянь Максвелла (1.1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}, t) \sigma + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \\ \operatorname{div}(\varepsilon' \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t)) &= 0, \\ \operatorname{div}(\vec{H}(\vec{r}, t)) &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

У разі гармонійної залежності від часу векторів $\vec{E}(\vec{r}, t)$ та $\vec{H}(\vec{r}, t)$ після диференціювання в першому і в другому рівнянні системи (1.2) отримали:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) &= \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 j \omega \vec{E}(\vec{r}, t), \\ \operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\mu \mu_0 j \omega \vec{H}(\vec{r}, t), \\ \operatorname{div}(\varepsilon' \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t)) &= 0, \\ \operatorname{div}(\vec{H}(\vec{r}, t)) &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

де $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon' - j \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}$ – комплексна відносна проникність середовища.

Впливаючи оператором rot на друге рівняння системи (1.3), отримали:

$$rot(rot\vec{E}(\vec{r}, t)) + \mu\mu_0 j\omega \cdot rot(\vec{H}(\vec{r}, t)) = 0. \quad (1.4)$$

Підставляючи в (1.4) вираз для ротора напруженості магнітного поля з першого рівняння системи (1.3), отримуємо рівняння Гельмгольца щодо вектора \vec{E} :

$$rot(\mu^{-1}rot\vec{E}(\vec{r}, t)) - \omega^2 \tilde{\varepsilon}\varepsilon_0\mu_0\vec{E}(\vec{r}, t) = 0. \quad (1.5)$$

Аналогічно можна отримати рівняння Гельмгольца щодо вектора \vec{H} і остаточно отримати рівняння внутрішньої крайової задачі електродинаміки:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t)) - \omega^2 \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \mu_0 \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0 \\ \nabla \times (\tilde{\varepsilon}^{-1} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t)) - \omega^2 \mu \mu_0 \varepsilon_0 \vec{H}(\vec{r}, t) &= 0 \end{aligned}, \quad (1.6)$$

де $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$.

Система рівнянь Максвелла (1.1) повинна задовольняти граничним умовам на металевій межі і на межі розділу середовищ, а отже, цим же умовам повинні задовольняти рівняння Гельмгольца (1.6). За умови $\vec{j}_{cm}^e(\vec{r}, t) = \vec{j}_{cm}^m(\vec{r}, t) = \rho_{cm}^e(\vec{r}, t) = \rho_{cm}^m(\vec{r}, t) = 0$, граничні умови запишуться у вигляді [33]:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 E_{n1}(\vec{r}, t) - \varepsilon_2 E_{n2}(\vec{r}, t) &= \rho_s(\vec{r}, t), \\
E_{\tau 1}(\vec{r}, t) &= E_{\tau 2}(\vec{r}, t), \\
\mu_1 H_{n1}(\vec{r}, t) &= \mu_2 H_{n2}(\vec{r}, t), \\
H_{\tau 1}(\vec{r}, t) - H_{\tau 2}(\vec{r}, t) &= J_s(\vec{r}, t),
\end{aligned} \tag{1.7}$$

де $E_{1n}(\vec{r}, t)$, $H_{1n}(\vec{r}, t)$, $E_{1\tau}(\vec{r}, t)$, $H_{1\tau}(\vec{r}, t)$ – нормальні і тангенціальні складові векторів електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів до межі розділу середовищ в середовищі 1 зі значеннями відносної діелектричної та магнітної проникності ε_1 та μ_1 , а $E_{2n}(\vec{r}, t)$, $H_{2n}(\vec{r}, t)$, $E_{2\tau}(\vec{r}, t)$, $H_{2\tau}(\vec{r}, t)$ – в середовищі 2 з ε_2 та μ_2 .

Оскільки на металевих стінках резонатора (середовище 2) $\vec{D}_2 = \vec{E}_2 = \vec{B}_2 = \vec{H}_2 = 0$, то граничні умови (1.7) приймають спрощений вигляд:

$$\begin{aligned}
E_{n1}(\vec{r}, t) &= \rho_s(\vec{r}, t) / \varepsilon_1, \\
E_{\tau 1}(\vec{r}, t) &= 0, \\
H_{n1}(\vec{r}, t) &= 0, \\
H_{\tau 1}(\vec{r}, t) &= J_s(\vec{r}, t).
\end{aligned} \tag{1.8}$$

Рівняння (1.6) можуть бути зведені до еквівалентних рівнянь для компонент векторів \vec{E} та \vec{H} , але в загальному випадку, якщо $\tilde{\varepsilon}$ і μ тензори, тоді поділ рівнянь відносно кожної компоненти ускладнюється [34].

Рівняння (1.6) можуть бути записані у вигляді:

$$\begin{aligned}
\nabla \mu^{-1}(\vec{r}) \nabla \vec{E}(\vec{r}, t) + \omega^2 \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \mu_0 \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0, \\
\nabla \tilde{\varepsilon}^{-1}(\vec{r}) \nabla \vec{H}(\vec{r}, t) + \omega^2 \mu \mu_0 \varepsilon_0 \vec{H}(\vec{r}, t) &= 0.
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Розкладемо вектори \vec{E} та \vec{H} на компоненти поля в тривимірній системі координат:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{i}E_x(\vec{r}, t) + \vec{j}E_y(\vec{r}, t) + \vec{k}E_z(\vec{r}, t), \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= iH_x(\vec{r}, t) + jH_y(\vec{r}, t) + kH_z(\vec{r}, t).\end{aligned}\quad (1.10)$$

Тоді при підстановці таких представлень в (1.9) отримуємо шість незалежних рівнянь щодо кожної компоненти електричного поля:

$$\begin{aligned}\nabla\mu^{-1}(\vec{r})\nabla\times E_x(\vec{r}, t) + \omega^2\tilde{\varepsilon}\varepsilon_0\mu_0E_x(\vec{r}, t) &= 0, \\ \nabla\mu^{-1}(\vec{r})\nabla\times E_y(\vec{r}, t) + \omega^2\tilde{\varepsilon}\varepsilon_0\mu_0E_y(\vec{r}, t) &= 0, \\ \nabla\mu^{-1}(\vec{r})\nabla\times E_z(\vec{r}, t) + \omega^2\tilde{\varepsilon}\varepsilon_0\mu_0E_z(\vec{r}, t) &= 0, \\ \nabla\tilde{\varepsilon}^{-1}(\vec{r})\nabla\times H_x(\vec{r}, t) + \omega^2\mu\mu_0\varepsilon_0H_x(\vec{r}, t) &= 0, \\ \nabla\tilde{\varepsilon}^{-1}(\vec{r})\nabla\times H_y(\vec{r}, t) + \omega^2\mu\mu_0\varepsilon_0H_y(\vec{r}, t) &= 0, \\ \nabla\tilde{\varepsilon}^{-1}(\vec{r})\nabla\times H_z(\vec{r}, t) + \omega^2\mu\mu_0\varepsilon_0H_z(\vec{r}, t) &= 0.\end{aligned}\quad (1.11)$$

Якщо припустити, що в хвилеводі поширюється хвиля, що біжить уздовж напрямку вісі Z , то вираз для напруженості електричного поля може бути записаний у вигляді:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(x, y, t)e^{j\omega t - \gamma z}, \quad (1.12)$$

де $\gamma = \alpha + j\beta$ – постійна розповсюдження; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ – поздовжнє хвильове число.

Підставили (1.12) в перший доданок першого рівняння системи (1.9) :

$$\begin{aligned}\nabla\mu^{-1}(x, y)\nabla E_z(x, y, t)e^{-\gamma z} &= \frac{\partial}{\partial x}\mu^{-1}(x, y)\frac{\partial}{\partial x}E_z(x, y, t)e^{-\gamma z} + \frac{\partial}{\partial y}\mu^{-1}(x, y)\frac{\partial}{\partial y}E_z(x, y, t)e^{-\gamma z} + \\ + \frac{\partial}{\partial z}\mu^{-1}(x, y)\frac{\partial}{\partial z}E_z(x, y, t)e^{-\gamma z} &= e^{-\gamma z}\left(\frac{\partial}{\partial x}\mu^{-1}(x, y)\frac{\partial}{\partial x}E_z(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial y}\mu^{-1}(x, y)\frac{\partial}{\partial y}E_z(x, y, t)\right) + \\ + \frac{\gamma^2}{\mu(x, y)}E_z(x, y, t)e^{-\gamma z}.\end{aligned}\quad (1.13)$$

Додали другий доданок першого рівняння системи (1.10) до (1.13), отримали двовимірне рівняння Гельмгольца для внутрішньої крайової задачі:

$$\nabla_{\perp} \mu^{-1}(x, y) \nabla_{\perp} E_z(x, y, t) + (k^2 \tilde{\epsilon}(x, y) + \gamma^2 \mu^{-1}(x, y)) E_z(x, y, t) = 0, \quad (1.14)$$

де $\nabla_{\perp} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}$; $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$.

За аналогією отримали двовимірне рівняння Гельмгольца для внутрішньої крайової задачі щодо вектора напруженості магнітного поля:

$$\nabla_{\perp} \tilde{\epsilon}^{-1}(x, y) \nabla_{\perp} H_z(x, y, t) + (k^2 \mu(x, y) + \gamma^2 \tilde{\epsilon}^{-1}(x, y)) H_z(x, y, t) = 0. \quad (1.15)$$

Таким чином, внутрішня крайова задача електродинаміки для хвилеводно-резонаторних структур з частковим заповненням включає в себе тривимірні рівняння Гельмгольца (1.6), які можуть бути зведені до двовимірних скалярних рівнянь (1.14), (1.15) щодо поздовжніх компонент електромагнітного поля і граничних умов (1.8) для нормальних і тангенціальних складових поля до межі розділу середовищ.

1.3 Класифікація методів розрахунку електродинамічних систем з частковим діелектричним заповненням

Всі методи вирішення внутрішньої крайової задачі (МВВКЗ) електродинаміки можна розділити на дві групи: аналітичні (АМ) та чисельні методи (ЧМ) рішення. Зміст аналітичних методів полягає в тому, що в процесі вирішення отримують аналітичні вирази, тобто формули, через відомі функції координат і часу (або у вигляді нескінченних рядів по цих функціях). До групи аналітичних методів можна віднести: метод поділу змінних (МПЗ), методи

функцій Гріна (МФГ), метод Фур'є перетворень (МФП), метод збурення (МЗ), варіаційний метод (ВМ), метод конформних перетворень (МКП) [35]. Перевагою аналітичних методів є точність отриманих результатів. Недолік аналітичних методів полягає в тому, що вони можуть застосовуватися тільки до невеликого числа, як правило, не дуже складних за своєю структурою задач – це області правильної форми (паралелепіпед, куля, циліндр тощо) з однорідним ізотропним заповненням.

При вирішенні внутрішньої крайової задачі чисельними методами необхідно виконувати арифметичні дії за алгоритмом, який передбачає повністю формалізовані процедури отримання всіх проміжних і остаточних результатів з чітко визначеного набору вихідних даних, а саме: конфігурації розрахункової області, електрофізичних властивостей середовища, що заповнює область, граничних і початкових умов, сторонніх по відношенню до даної задачі струмів і зарядів.

В даний час існує багато методів розрахунку електромагнітного поля і електричних параметрів електродинамічних систем за заданими електрофізичними параметрами, конфігурацією і розмірам, що викликає необхідність їх систематизації та класифікації. Хоча різними авторами і робилися такі спроби [36-39], але загальноприйнятої єдиної схеми класифікації в даний час не існує, також присутня неоднозначність в термінології. Запропонована на рис. 1.3, одна з можливих схем класифікації методів розрахунку електродинамічних систем, використовує ідеї, викладені А.Д. Григор'євим [40].

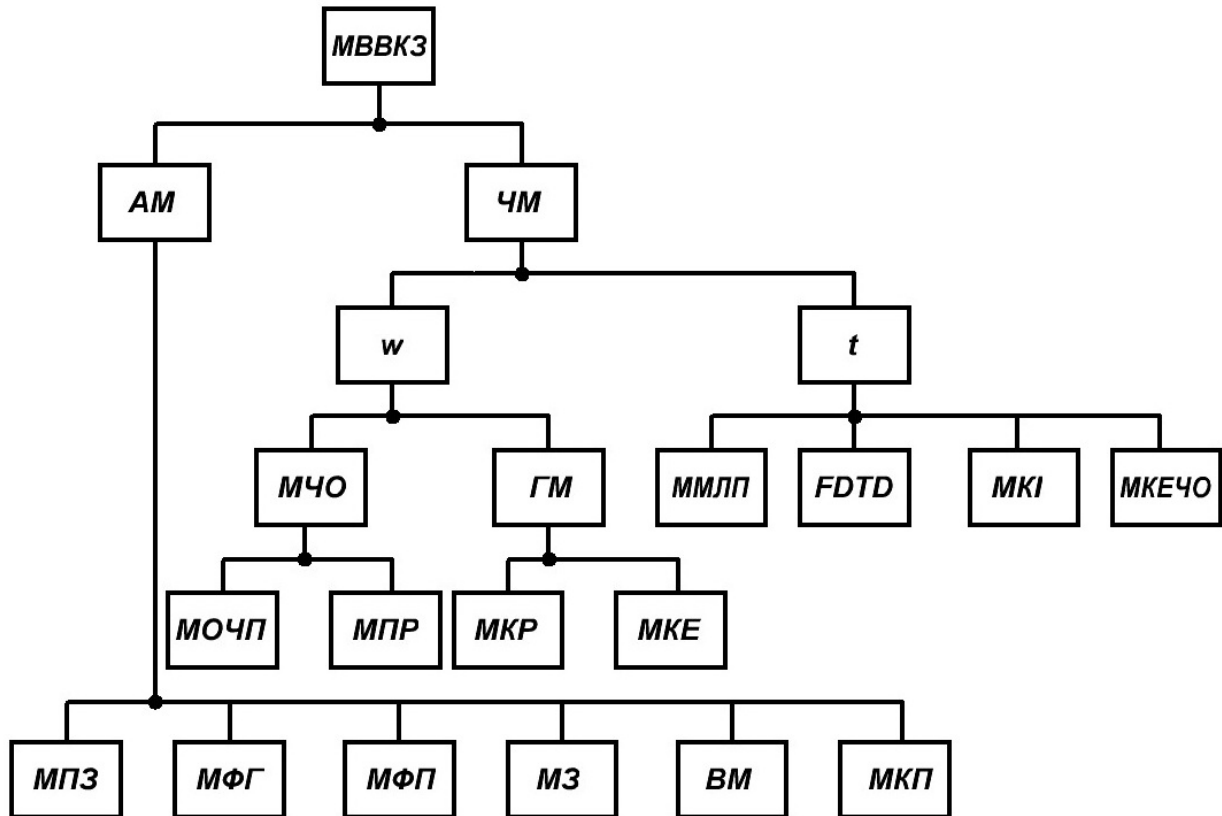


Рис. 1.3 – Класифікація методів вирішення внутрішніх задач електродинаміки

Рішення рівнянь Максвелла можна знаходити в часовій (t) і частотній (ω) областях. Якщо розглядаються нестационарні процеси, то рішення знаходиться в часовій області (t) і задача зводиться до крайової задачі гіперболічного типу.

До цієї групи методів відносять розроблений П. Джонсом метод матричної лінії передачі (ММЛП) (Transmission Line Matrix (TLM)) [41, 42]. Спочатку метод застосовувався для вирішення двовірних задач електродинаміки, але пізніше отримав розвиток в роботі [43] і був узагальнений на тривимірні задачі. В подальшому були запропоновані різні варіанти апроксимації граничних умов, властивостей середовища і ряд інших удосконалень для даного методу. Досить повний виклад методу міститься в оглядовій статті Хофера [44] та монографії Кристопулоса [45].

Метод кінцевих різниць у часовій області (КРЧО), більш відомий в літературі під аббревіатурою FDTD (Finite Difference Time Domain), вперше був

представлений Йі [46] в 1966 році, після чого отримав розвиток і дозволив подолати обмеження, властиві методу кінцевих різниць (МКР) в частотній області (врахування дисперсії середовища, існування випромінювання та інші ефекти). Теорія і практика методу широко описані в численних статтях і декількох монографіях [47-51].

Метод кінцевого інтегрування (МКІ), близький до методу скінченних різниць, але на відміну від нього, базується на інтегральних, а не диференціальних співвідношеннях. Для вирішення задач електродинаміки його вперше представив Т.Вейланд [52].

Огляд сучасного стану методу і його застосування міститься в роботі Клеменс зі співавторами [53].

Спочатку метод кінцевих елементів у часовій області (МКЕЧО) розглядався, як узагальнення методу кінцевих різниць у часовій області з застосуванням вузлових скалярних базисних функцій [54, 55]. Використання векторних базисних функцій Уїтні в поєднанні з МКЕЧО запропоновано в роботах [56-58]. Подальший розвиток метод отримав в поєднанні з розривним методом Гальоркіна [59]. В статті [60] узагальнені різноманітні формулювання МКЕЧО.

Методи рішення рівнянь Максвелла в частотній області представлені значно ширше. Їх можна розбити на дві великі групи. Перша група методів - глобальні (ГМ), передбачає визначення поля електродинамічної системи одночасно у всій області об'єму задачі. Друга група використовує розбиття електродинамічної системи (ЕС) на часткові області простої геометричної форми, і передбачає подальше незалежне знаходження рішень в кожній з цих областей з подальшим «зшиванням» полів на межах розділу - метод часткових областей (МЧО).

Глобальні методи використовують для побудови рішення суперпозицію функцій, які строго задовольняють рівнянню Гельмгольца в області V . А оскільки відомі аналітичні рішення рівняння Гельмгольца в різних системах

координат, то задача при цьому зводиться до того, щоб наближено задовольнити граничним умовам. Перевага таких «поверхневих» методів полягає в зменшенні розмірності – об'ємна задача зводиться до поверхневої, а поверхнева – до контурної.

В якості рішень рівнянь Гельмгольца можна використовувати функції Гріна точкових або лінійних джерел. В результаті накладення граничних умов в цьому випадку виникає інтегральне рівняння щодо невідомої щільності розподілу джерел на поверхні S . Такий підхід використовується в методі сингулярних інтегральних рівнянь (МСІР) [61-63]. Для виключення сингулярності джерела можуть бути відсунуті вглиб металу (метод допоміжних джерел) [64, 65].

Інша можливість полягає в знаходженні рішення у вигляді ряду по частковим розв'язкам рівняння Гельмгольца, що має вигляд стоячих хвиль (метод колокацій МК) [66, 67]. Коефіцієнти ряду знаходяться, виходячи з точного задоволення граничним умовам в заданому числі точок границі (метод точкового узгодження в обсязі МТУО) або виходячи з умови звернення до нуля поля за межами області V (метод нульового поля МНП) [40].

Дискретизація початкових рівнянь перерахованими методами призводить до матричного рівняння $C(k)X = F$, де $C(k)$ – щільна квадратна матриця, елементи якої нелінійно залежать від хвильового числа k ; X – вектор апроксимуючий невідому функцію, F – вектор, апроксимуючий задані джерела. Описана група методів краще пристосована до вирішення задач про вимушені коливання, коли $F \neq 0$ і тоді, коли k – задана величина, тоді елементи матриці C можуть бути легко обчислені за відомими формулами. У випадку задачі про вимушені коливання $F = 0$ і для знаходження власних значень необхідно вирішувати нелінійне рівняння $\det C(k) = 0$, що є досить трудомістким завданням [40].

Якщо відмовитися від функцій, що точно задовольняють рівнянню Гельмгольца всередині області V , то це призведе до збільшення обсягу

обчислень, але дозволить їх спростити за рахунок побудови рішення у вигляді суперпозиції більш простих, наприклад, поліноміальних функцій. Основними різновидами групи методів, які використовують наближені рішення в об'ємі – «об'ємних методів» (ОМ), є метод кінцевих різниць (МКР) і проєкційні методи (ПМ), що розрізняються по виду базисних функцій, які застосовуються для наближеного подання рішення. З цієї точки зору можна виділити класичні проєкційні методи (КПМ), що використовують базисні функції, загалом, відмінні від нуля у всій області V , і метод скінченних елементів (МСЕ) [68-70], заснований на введенні базисних функцій спеціального виду, відмінних від нуля тільки в невеликій частині об'єму V (в кінцевому елементі). Відзначимо також варіаційний метод (ВМ), який можна розглядати як різновид проєкційного.

Дискретизація вихідної задачі об'ємними методами призводить до матричних рівняння виду $(A+k^2B)X=F$. Матриці A і B можуть бути як щільними (КПМ), так і рідкими метод кінцевих елементів (МКЕ). Для знаходження власних значень задачі про вільні коливання ($F=0$) можна застосовувати відомі методи обчислення власних чисел і векторів матриць. Необхідно відзначити, що, наприклад, в циліндричній системі координат вирази для матричних елементів можуть бути досить складними.

Метод кінцевих різниць (МКР) був першим чисельним методом, який використовувався для вирішення диференціальних рівнянь з частинними похідними, тому теорія даного методу вивчена досить глибоко і докладно в численних книгах і монографіях [71-74]. В основі цього методу лежить апроксимація похідних функції однієї або кількох змінних, значеннями цієї функції в дискретній множині значень аргументів (вузлів). Сукупність вузлів утворює сітку, яка покриває розрахункову область. В процесі дискретизації не використовуються варіаційні принципи, тому МКР можна застосувати і в тих випадках, коли стаціонарні функціонали побудувати неможливо (несамоспрямлений або незначакозмінний оператор задачі). Дискретизація в даному випадку призводить до найбільш простого матричного рівняння

$AX+k^2X=F$ з розрідженою матрицею A , елементи якої легко обчислюються. Наприклад, для двомірних задач в декартовій системі координат з однорідними граничними умовами типу Діріхле або Неймана виходить симетрична п'ятидіагональна матриця, більш складні граничні умови додають ненульові елементи в інші стовпці та рядки і роблять матрицю не симетричною. Перевагою методу МКР є те, що для його використання потрібна мінімальна аналітична підготовка і він легко програмується, а недолік в тому, що він не дозволяє працювати з геометрично складними об'єктами, вимагає згортання матричних рівнянь великого порядку.

Основна ідея методу скінченних елементів (МСЕ) полягає в тому, що будь-яка безперервна величина (наприклад, електричне або магнітне поле) апроксимується моделлю, побудованою на безлічі кусково-неперервних функцій, визначених на кінцевому числі підобластей, сукупність яких утворює шукану область V . Оскільки підобласті досить малі, то базисні функції можуть бути досить простими, що особливо очевидно для двовимірних і тривимірних областей зі складними межами. Питання застосування методу для вирішення задач електродинаміки розглядаються в фундаментальних роботах П. Сильвестера [75-77], Дж. Волакиса [78], А. Боссавіта [79], Дж. Джина [80]. Досить повний анотований огляд робіт по застосуванню МСЕ для вирішення завдань електродинаміки представлений в [81]. Якщо проводити порівняльний аналіз МКР і МСЕ, то можна виділити, що МСЕ - стійкий, оскільки є проєкційним методом, ще одна його перевага в тому, що його рішення відразу є функцією і значення в будь-яких точках можуть бути обчислені одразу (в МКР попередньо потрібно побудувати сплайн).

Методи, засновані на поділі ЕС на часткові області, більш різноманітні. Розрахунок електромагнітного поля в різних часткових областях навіть однієї ЕС може бути проведений різними методами - аналітичними, чисельними, методами еквівалентних схем тощо. Відповідно до цього, в методі часткових областей (МЧО) можуть застосовуватися математичні моделі різного рівня а

також змішані моделі. Тому МЧО є, по суті, чисельно-аналітичним методом. МЧО також називають методом зшивання [82, 83], методом моментів [37], інколи - методом Трефтца [84]. Електромагнітне поле в часткових областях має задовольняти всім граничним умовам задачі, за винятком умов на поверхні розділу з іншими частковими областями. У зв'язку з цим поля в часткових областях визначаються з точністю до сукупності довільних постійних. Рішення у виділених часткових областях, зазвичай, знаходиться у вигляді рядів або інтегралів від функцій із розділеними змінними, які почленно задовольняють хвильовому рівнянню. Надалі процедура побудови рішення зводиться до накладання на шукане рішення граничних умов або умов безперервності на спільних границях дотичних областей. Отримані в результаті функціональні рівняння зводяться тим чи іншим способом до систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно невідомих коефіцієнтів розкладання. І, в залежності від способу зведення до СЛАР, виникає назва методу: наприклад, метод напівобернення матричного оператора [85] або модифікований метод відрахувань [82] тощо.

Таким чином, МЧО лежить в основі всіх методів, в яких рішення для полів в часткових областях знаходиться зазначеним вище способом.

Найближчими за структурою до традиційного МЧО є метод областей, що частково перетинаються (МОЧП) [86] та метод перевизначених рядів (МПР) [87, 88]. Ці методи мають додаткові можливості в порівнянні зі звичайним МЧО і мають більш високу швидкість збіжності.

Для вирішення внутрішніх та, особливо, зовнішніх задач електродинаміки широко застосовуються методи інтегральних рівнянь, які також можна віднести до аналітичних [36] або до чисельно-аналітичних методів [89].

Багато задач, які вирішуються за допомогою МЧО, можуть бути сформульовані також через інтегральні рівняння. При цьому, якщо ядро інтегрального рівняння і його шукане рішення розкласти по власних функціях [90] відповідної граничної задачі, то в підсумку виходить СЛАР, тотожна СЛАР

МЧО. Однак, частіше інтегральні рівняння вирішуються іншими спеціально розробленими для них методами. Характерно, що навіть інтегральні рівняння Фредгольма I роду (наприклад, з ядром, що має логарифмічну особливість) вирішуються без залучення розроблених для розв'язання некоректних задач методів регуляризації, тут має місце так звана саморегуляризація [91].

1.4 Вибір методу чисельного розрахунку та постановка задачі

Інтенсивний розвиток чисельних методів розрахунку електродинамічних систем почався з середини 60-х років, коли з'явилися перші універсальні програми розрахунку хвилеводно-резонаторних систем. Накопичений з цього моменту досвід дозволив сформулювати критерії, ступінь відповідності яким визначає придатність методу для вирішення того чи іншого класу задач. До цих критеріїв належать [92]:

- 1) форма області, в якій розраховується електромагнітне поле (зокрема, вона може бути неопуклого, багатоз'язаною, мати криволінійну границю);
- 2) можливість розрахунку вищих видів коливань (типів хвиль);
- 3) залежність часу вирішення від необхідної точності і практично досяжна точність рішення;
- 4) зручність реалізації в обчислювальній програмі, тобто придатність для вирішення широкого класу задач і розумні витрати часу і коштів на розробку і супровід програми.

Оскільки перелічені вимоги багато в чому суперечливі, методу, прийняттого для вирішення більшості задач, що зустрічаються на практиці, не існує. Цим, поряд з іншими причинами, пояснюється різноманітність чисельних методів, що використовуються і численність створених на їх основі обчислювальних програм. Кількісне порівняння різних чисельних методів ускладнюється у зв'язку з тим, що реалізують їх програми, складені різними

групами дослідників, які перевіряють їх на різних завданнях і адаптовані вони до різних типів ЕОМ.

При розрахунку хвилеводно-резонаторних структур з кусково-однорідним середовищем крайова задача може бути ефективно вирішена при використанні прямих проекційних методів, що призводять до систем інтегральних рівнянь для виділених частково дотичних областей [93]. Однак, для розрахунку хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим діелектричним заповненням більш раціональним є використання методу областей, що частково перетинаються [86]. Це пов'язано з тим, що формулювання граничної задачі в методі частково пересічних областей має такі особливості, що вигідно відрізняють цей метод від "традиційного" методу "зшивання":

1) інтегральні рівняння, що одержують, є рівняннями Фредгольма другого роду, а не першого;

2) при розбитті складної області визначення електромагнітного поля на часткові області, що перетинаються, виділення їх здійснюється, виходячи з фізичних міркувань на головні (основні) і додаткові області, і, отже, встановлюється початкове (нульове) наближення в рішенні задачі;

3) інтегральний оператор включає в себе добуток функцій Гріна, які не мають особливостей областей з огляду на те, що точки джерел і точки спостереження для них не співпадають (належать різним поверхням);

4) система лінійних алгебраїчних рівнянь, що отримується, є системою другого роду, а не першого [94].

У дисертаційній роботі розглянуто підхід до вирішення задачі дифракції електромагнітної хвилі в хвилеводно-резонаторних структурах прямокутної форми з частковим багат шаровим заповненням. На основі запропонованого методу розрахунку створено універсальний чисельний алгоритм, що дозволяє враховувати довільне число діелектричних шарів, їх електричні та геометричні параметри, розташування всередині резонатора.

1.5 Висновки до першого розділу

Виконано аналіз структурних особливостей хвилеводно-діелектричних резонаторів, визначені основні переваги хвилеводно-діелектричних структур та їх недоліки. Виділено три основних напрямки для їх усунення, такі, як: застосування в якості резонаторів структури типу "А-сандвіч" з чвертьхвильовими зв'язками; збільшення відносної діелектричної проникності діелектричних елементів; одночасне зменшення поперечних розмірів лінії передачі і збільшення проникності діелектричного елемента, коли робочі частоти виявляються нижче критичної частоти основної хвилі регулярної лінії передачі (поза межний режим).

Наведено можливі реалізації хвилеводно-діелектричних структур, що застосовуються на практиці в якості резонансних елементів, які збуджуються полями хвиль, що поширюються.

Показано, що рішення внутрішньої крайової задачі електродинаміки (ВКЗЕ) для довільних хвилеводних і резонаторних структур з частковим багат шаровим заповненням базується на рішенні рівнянь Максвелла.

Запропоновано класифікацію чисельних методів розрахунку електродинамічних систем. Перш за все, виділено дві групи методів, що дозволяють знаходити рішення рівнянь Максвелла в часовій (t) та частотних (ω) областях. Перша група призначена для аналізу нестационарних процесів і зводиться до вирішення крайової задачі гіперболічного типу. Методи рішення рівнянь Максвелла в частотній області розроблені значно краще. Їх можна розбити на дві великі групи. Перша група методів, яку умовно можна назвати глобальними, передбачає визначення поля системи одночасно у всій області резонатора. Друга група використовує розбиття електродинамічної системи на часткові області простої геометричної форми та незалежні знаходження рішень в кожній з цих областей з подальшим «зшивання» полів на межах розділу.

При розрахунку хвилеводно-резонаторних структур з частково однорідним середовищем крайова задача може бути ефективно вирішена при використанні прямих проекційних методів, що приводять до систем інтегральних рівнянь для виділених окремих дотичних областей. Однак, для розрахунку хвилеводно-резонаторних систем з частковим багат шаровим діелектричним заповненням більш раціональним є використання методу областей, що частково перетинаються.

На підставі аналізу можливостей чисельних методів розрахунку електромагнітних полів в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням обрано метод областей, що частково перетинаються в поєднанні з методом інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки.

РОЗДІЛ 2 ЗАКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

У техніці НВЧ широке застосування знайшли різні типи об'ємних резонаторів. Суворе і повне обґрунтування отримала теорія порожніх резонаторів правильної геометричної форми [22]. В даний час великий інтерес до резонансних систем обумовлений тим, що їх можна використовувати для зміни енергії і перетворення частоти шляхом заповнення резонатора діелектричним середовищем [95], також резонатори можуть використовуватися в якості вимірювальних пристроїв для визначення параметрів діелектричних матеріалів [96-99].

Зазвичай, в роботах, присвячених вивченню питання про розподіл енергії всередині резонатора, передбачається, що навколишнє середовище повністю заповнює об'єм резонатора. Метод інтегральних рівнянь дозволяє знаходити поля при частковому заповненні резонатора збуджуючими тілами [100].

Питанням дослідження нестационарних електромагнітних процесів присвячені роботи Неруха О.Г.. Зокрема, в роботі [101] за допомогою методу інтегральних рівнянь Вольтерра чисельно досліджується взаємодія електромагнітного поля з нестационарним діелектричним шаром. В роботі [102] розроблено метод апроксимуючих функцій для вирішення двовимірного нелінійного інтегрального рівняння Вольтерра другого роду, при цьому інтегральне рівняння зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, а використання методу Ньютона для вирішення цієї системи забезпечує квадратичну збіжність.

Розглянемо розвиток методу інтегральних рівнянь для дослідження електромагнітного поля в закритому прямокутному резонаторі з багат шаровим стаціонарним діелектричним заповненням.

2.1 Постановка задачі

Розглянемо прямокутний резонатор (рис. 2.1). Припустимо, що у відсутності збудження в резонаторі існували вільні гармонічні коливання типу H_{m0n} с частотою $\omega_{m_0n_0}$. В момент часу $t=0$ в резонатор поміщали N пластин з діелектричними проникностями ε_k та питомими провідностями σ_k , де k – порядковий номер пластини $k=1,2,3\dots N$.

За умови, що $t > 0$ електромагнітне поле в резонаторі для k -ої неоднорідності задовольняє інтегральному рівнянню [100]:

$$\vec{E}^{(k)}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \sum_{k=1}^N \left[\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_k} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') [\varepsilon_k - \varepsilon] \vec{E}^{(k)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \int_0^t dt' \int_{V_k} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \sigma_k \vec{E}^{(k)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' \right], \quad (2.1)$$

де $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ – початкове поле в резонаторі,

$G(\vec{r}, t, \vec{r}', t')$ – скалярна функція Гріна прямокутного резонатора,

N – число неоднорідностей в резонаторі,

ε – діелектрична проникність вільного простору,

ε_k – діелектрична проникність k -ої неоднорідності,

σ_k – питома провідність k -ої неоднорідності.

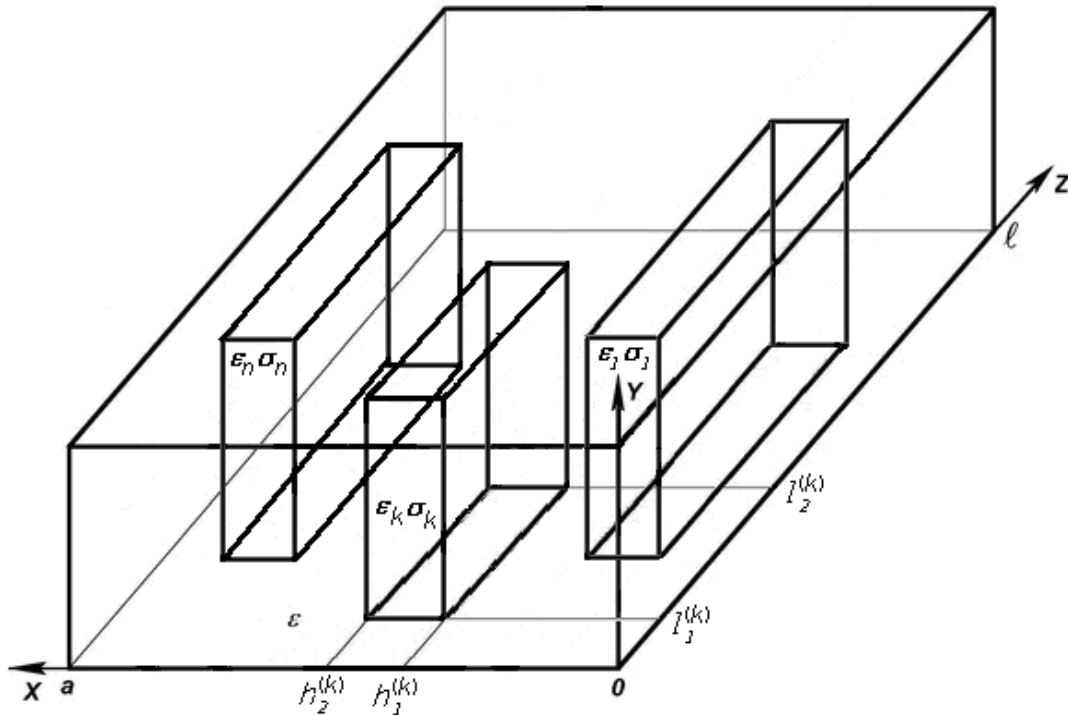


Рис. 2.1 – Резонатор з частковим діелектричним заповненням

Будемо вважати, що діелектричні пластини однорідні вздовж вісі y і висота їх збігається з висотою вузької стінки хвилеводу. Тоді поле, що збуджується всередині резонатора, можна виразити через y складову напруженості електричного поля $E_y = E$ і представити у вигляді:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}(t) \cdot \Phi_{\alpha\beta}(x, z). \quad (2.2)$$

Діагональні компоненти тензорної функції Гріна повинні задовольняти граничним умовам на стінках резонатора, які накладаються на відповідну компоненту поля. Тому функцію Гріна $G(\vec{r}, t, \vec{r}', t')$ з умовою ортонормування можна вибрати рівною [100]:

$$G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = \frac{4}{a \cdot l \cdot \epsilon_0 \mu_0 \epsilon} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\epsilon}}{\omega_{mn}} \sin\left(\frac{\omega_{mn}}{\sqrt{\epsilon}}(t - t')\right) \cdot \Phi_{mn}(x', z') \cdot \Phi_{mn}(x, z), \quad (2.3)$$

де a – ширина вузької стінки резонатора, уздовж вісі x ,

l – довжина резонатора, вздовж осі z ,

$$\omega_{mn} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} - \text{власна частота незаповненого резонатора,}$$

$$\Phi_{mn} = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \text{власні функції області } 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq z \leq l,$$

$$m, n = 1, 2, \dots$$

Ввели позначення для власної частоти резонатора, повністю заповненого середовищем з діелектричної проникністю ε

$$\tilde{\omega}_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (2.4)$$

Підставили вирази (2.2) і (2.3) з урахуванням введеного позначення (2.4) в інтегральне рівняння (2.1) і обчислили інтеграли за об'ємом, який займає k -та пластина:

$$\begin{aligned} \sum_{m',n'=1}^{\infty} E_{m'n'}^{(k)}(t) \cdot \Phi_{m'n'}(x,z) &= E_{m_o n_o}(t) \cdot \Phi_{m_o n_o}(x,z) - \\ &- \sum_{k=1}^N \left[\frac{4[\varepsilon_k - \varepsilon]}{al\varepsilon} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{\tilde{\omega}_{mn}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} I_{m\alpha}^{(k)} J_{n\beta}^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t')) E_{\alpha\beta}^{(k)}(t') \Phi_{mn}(x,z) dt' + \right. \\ &\left. + \frac{4\sigma_k}{al\varepsilon_o\varepsilon} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{\tilde{\omega}_{mn}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} I_{m\alpha}^{(k)} J_{n\beta}^{(k)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t')) E_{\alpha\beta}^{(k)} \Phi_{mn}(x,z) dt' \right], \quad (2.5) \end{aligned}$$

$$\text{де } I_{m\alpha}^{(k)} = \int_{h_1^{(k)}}^{h_2^{(k)}} \sin\left(\frac{m\pi}{l}x'\right) \sin\left(\frac{\alpha\pi}{l}x'\right) dx',$$

$$J_{n\beta}^{(k)} = \int_{l_1^{(k)}}^{l_2^{(k)}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}z'\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) dz'.$$

Обчислюючи $I_{m\alpha}^{(k)}$, $J_{n\beta}^{(k)}$, отримали такі вирази при $m \neq \alpha$ та $n \neq \beta$:

$$I_{m\alpha}^{(k)} = \frac{a}{2\pi} \left(\frac{\sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} h_2^{(k)}\right)}{(m-\alpha)} - \frac{\sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} h_2^{(k)}\right)}{(m+\alpha)} - \frac{\sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} h_1^{(k)}\right)}{(m-\alpha)} + \frac{\sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} h_1^{(k)}\right)}{(m+\alpha)} \right), \quad (2.6)$$

$$J_{n\beta}^{(k)} = \frac{l}{2\pi} \left(\frac{\sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} l_2^{(k)}\right)}{(n-\beta)} - \frac{\sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} l_2^{(k)}\right)}{(n+\beta)} - \frac{\sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} l_1^{(k)}\right)}{(n-\beta)} + \frac{\sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} l_1^{(k)}\right)}{(n+\beta)} \right). \quad (2.7)$$

Вирази для $I_{m\alpha}^{(k)}$, $J_{n\beta}^{(k)}$ при $m = \alpha$ та $n = \beta$ представляються наступним чином:

$$I_{m\alpha}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(h_2^{(k)} - h_1^{(k)} - \frac{a}{2m\pi} \left(\sin\left(\frac{2m\pi}{a} h_2^{(k)}\right) - \sin\left(\frac{2m\pi}{a} h_1^{(k)}\right) \right) \right), \quad (2.8)$$

$$J_{n\beta}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(l_2^{(k)} - l_1^{(k)} - \frac{l}{2n\pi} \left(\sin\left(\frac{2n\pi}{l} l_2^{(k)}\right) - \sin\left(\frac{2n\pi}{l} l_1^{(k)}\right) \right) \right). \quad (2.9)$$

З огляду на ортогональність власних функцій резонатора, з (2.5) отримали систему інтегральних рівнянь щодо $E_p^{(k)}(t)$:

$$E_p^{(k)}(t) = E_{p_0}(t) \cdot \delta_{pp_0} - \frac{1}{\varepsilon \tilde{\omega}_p} \sum_{k=1}^N \left[\sum_{q=1}^{\infty} A_{pq}^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \int_0^t \sin(\tilde{\omega}_p(t-t')) [\varepsilon_k - \varepsilon] E_q^{(k)}(t') dt' + \right. \\ \left. + \frac{\sigma_k}{\varepsilon_0 \varepsilon \tilde{\omega}_p} \sum_{q=1}^{\infty} A_{pq}^{(k)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \sin(\tilde{\omega}_p(t-t')) E_q^{(k)}(t') dt' \right], \quad (2.20)$$

де $p = 1, 2, 3, \dots$,

$$A_{pq}^{(k)} = \frac{4}{al} I_{m\alpha}^{(k)} J_{n\beta}^{(k)}, \quad (2.21)$$

$$\delta_{pp_0} = \begin{cases} 1 & \text{при } p = p_0 \\ 0 & \text{при } p \neq p_0 \end{cases} \text{ – символ Кронекера,}$$

під індексами p, p_0, q слід розуміти сукупність індексів m, n ; m_0, n_0 та α, β , відповідно.

Лінійно-незалежні рішення системи (2.20) при гармонійній залежності поля від часу представили у вигляді:

$$E_p(t) = \sum_{r=1}^{\infty} (U_{rp}^+ \cdot e^{i\omega_r t} + U_{rp}^- \cdot e^{-i\omega_r t}), \quad (2.22)$$

де U_{rp}^{\pm} – амплітуди відповідних гармонік r -х типів коливань,

ω_r – власна частота r -го типу коливань.

При підстановці (2.22) в систему (2.20) і після виконання відповідних перетворень, отримали:

$$\sum_{r=1}^{\infty} (U_{r,p}^{+(k)} \cdot e^{i\omega_r t} + U_{r,p}^{-(k)} \cdot e^{-i\omega_r t}) = E_{p_0}(t) \cdot \delta_{pp_0} e^{i\omega_{p_0} t} - \\ - \frac{1}{2\varepsilon \tilde{\omega}_p} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(k)} \cdot \left\{ U_{r,q}^{+(k)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_k - \varepsilon) e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon) e^{i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r - \tilde{\omega}_p)} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_k - \varepsilon) e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r + \tilde{\omega}_p)} \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& +U_{r,q}^{-(k)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_k - \varepsilon) \cdot e^{-i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_k - \varepsilon) \cdot e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_k - \varepsilon) \cdot e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} \right) \Bigg\} - \\
& - \frac{1}{i2\varepsilon_0 \varepsilon \tilde{\omega}_p} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ U_{r,q}^{+(k)} \left(\frac{2\sigma_k \tilde{\omega}_p \omega_r e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\sigma_k \tilde{\omega}_p e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} - \frac{\sigma_k \tilde{\omega}_p e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} \right) + \right. \\
& \left. - \frac{1}{i2\varepsilon_0 \varepsilon \tilde{\omega}_p} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ U_{r,q}^{+(k)} \left(\frac{2\sigma_k \tilde{\omega}_p \omega_r e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\sigma_k \tilde{\omega}_p e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} - \frac{\sigma_k \tilde{\omega}_p e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} \right) + \right. \right. \quad (2.23)
\end{aligned}$$

де $k = 1, 2, \dots, N$.

В (2.23) входять складові з різною залежністю від часу. Для того, щоб ця рівність виконувалася в будь-який момент часу необхідно окремо прирівнювати коефіцієнти при різних експонентах.

Прирівнюючи складові, пропорційні $e^{\pm i\omega_r t}$, прийшли до системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих амплітуд поля $U_{r,q}^{\pm(k)}$:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \left\{ \left(A_{pq}^{(k)} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2 (\varepsilon_k - \varepsilon)}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{1}{i\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\sigma_k \omega_r}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) U_{r,q}^{+(k)} \right\} + U_{r,p}^{+(k)} = 0, \quad (2.24)$$

де $p = 1, 2, 3, \dots$, $k = 1, 2, \dots, N$.

Вирішуючи задачу на власні значення [103], визначили спектр і відповідні відносини амплітуд збуджуваних коливань. Прирівнюючи складові пропорційні $e^{\pm i\tilde{\omega}_p t}$ отримали вираз:

$$\begin{aligned}
-E_{p_0} \delta_{pp_0} &= \frac{\tilde{\omega}_p}{2\varepsilon} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(k)} \left\{ \frac{(\varepsilon_k - \varepsilon)}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{+(k)} - \frac{(\varepsilon_k - \varepsilon)}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{-(k)} \right\} + \\
&+ \frac{1}{i2\varepsilon_0\varepsilon} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sigma_k}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{+(k)} - \frac{\sigma_k}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{-(k)} \right\}, \tag{2.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_p \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ A_{pq}^{(k)} \frac{(\varepsilon_k - \varepsilon)}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{+(k)} - \frac{(\varepsilon_k - \varepsilon)}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{-(k)} \right\} - \frac{1}{i\varepsilon_0} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sigma_k}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{+(k)} - \right. \\
\left. - \frac{\sigma_k}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} U_{r,q}^{-(k)} \right\} = 0, \tag{2.26}
\end{aligned}$$

що пов'язує амплітуду поля в незбудженому резонаторі з амплітудами гармонік в збудженому.

2.2 Закритий прямокутний резонатор з діелектричними пластинами

Розглянемо прямокутний резонатор (рис. 2.2). Припустимо, що у відсутності збудження в резонаторі існували вільні гармонічні коливання типу H_{m0n} з частотою $\omega_{m_0n_0}$. В момент часу $t=0$ в резонатор помістили дві пластини з діелектричними проникностями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Місцезнаходження першої пластини в резонаторі визначається координатами $h_1^{(1)}, h_2^{(1)}, l_1^{(1)}, l_2^{(1)}$. Друга пластина розташована всередині резонатора у відповідності до значень $h_1^{(2)}, h_2^{(2)}, l_1^{(2)}, l_2^{(2)}$.

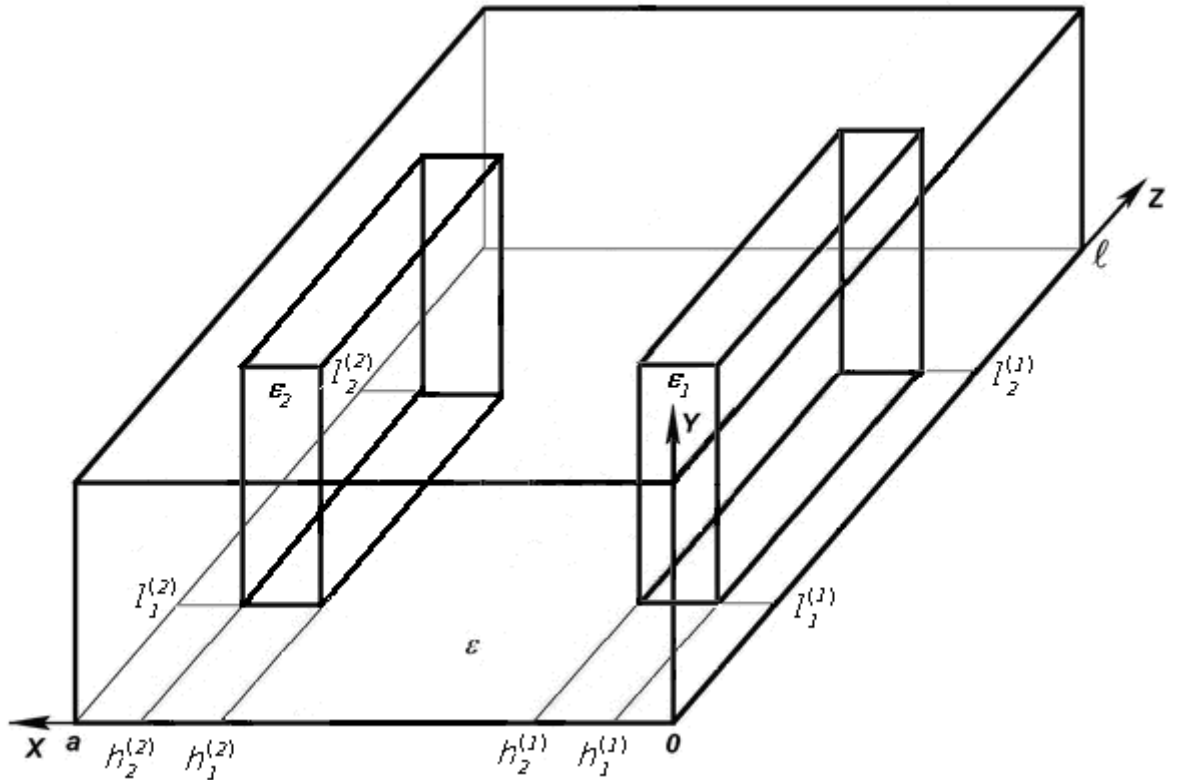


Рис. 2.2 – Резонатор з двома діелектричними пластинами

Поле від першої і другої пластин, відповідно до (2.1), може бути представлено:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t) = & \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') [\varepsilon_1 - \varepsilon] \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \\ & - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') [\varepsilon_2 - \varepsilon] \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}', \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t) = & \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') [\varepsilon_1 - \varepsilon] \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \\ & - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') [\varepsilon_2 - \varepsilon] \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}', \end{aligned} \quad (2.28)$$

де V_1 – об'єм всередині резонатора, займаний першою пластиною,

V_2 – об'єм всередині резонатора, займаний другою пластиною.

Відповідно до (2.23), для двох діелектричних пластин всередині резонатора, отримали систему рівнянь від першої і від другої пластини, відповідно:

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^{\infty} (U_{r,p}^{+(1)} \cdot e^{i\omega_r t} + U_{r,p}^{- (1)} \cdot e^{-i\omega_r t}) = E_{p_0}(t) \cdot \delta_{pp_0} e^{i\omega_{p_0} t} - \\
& - \frac{1}{2\varepsilon\tilde{\omega}_p} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(1)} \left\{ U_{r,q}^{+(1)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r - \tilde{\omega}_p)} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r + \tilde{\omega}_p)} \right) + \right. \\
& + U_{r,q}^{- (1)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{-i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} \right) \left. \right\} - \\
& - \frac{1}{2\varepsilon\tilde{\omega}_p} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(2)} \cdot \left\{ U_{r,q}^{+(2)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r - \tilde{\omega}_p)} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r + \tilde{\omega}_p)} \right) + \right. \\
& + U_{r,q}^{- (2)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{-i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} \right) \left. \right\}, \quad (2.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^{\infty} (U_{r,p}^{+(2)} \cdot e^{i\omega_r t} + U_{r,p}^{- (2)} \cdot e^{-i\omega_r t}) = E_{p_0}(t) \cdot \delta_{pp_0} e^{i\omega_{p_0} t} - \\
& - \frac{1}{2\varepsilon\tilde{\omega}_p} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(1)} \left\{ U_{r,q}^{+(1)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r - \tilde{\omega}_p)} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r + \tilde{\omega}_p)} \right) + \right. \\
& + U_{r,q}^{- (1)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{-i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cdot e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} \right) \left. \right\} - \\
& - \frac{1}{2\varepsilon\tilde{\omega}_p} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_{pq}^{(2)} \cdot \left\{ U_{r,q}^{+(2)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r - \tilde{\omega}_p)} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{(\omega_r + \tilde{\omega}_p)} \right) + \right. \\
& + U_{r,q}^{- (2)} \left(\frac{2\tilde{\omega}_p \omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{-i\omega_r t}}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r + \tilde{\omega}_p} - \frac{\tilde{\omega}_p^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon) \cdot e^{-i\tilde{\omega}_p t}}{\omega_r - \tilde{\omega}_p} \right) \left. \right\}. \quad (2.30)
\end{aligned}$$

Для визначення власних частот резонатора скористалися однорідною системою (2.24), яка для двох діелектричних пластин має вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{q=1}^{\infty} \left\{ \left[A_{pq}^{(1)} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \delta_{pq} \right] U_{r,q}^{+(1)} + A_{pq}^{(2)} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} U_{r,q}^{+(2)} \right\} = 0 \\ \sum_{q=1}^{\infty} \left\{ A_{pq}^{(1)} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} U_{r,q}^{+(1)} + \left[A_{pq}^{(2)} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} + \delta_{pq} \right] U_{r,q}^{+(2)} \right\} = 0 \end{aligned} \right. , \quad (2.31)$$

де $p = 1, 2, 3, \dots$.

Індекс r не впливає на вигляд матричних коефіцієнтів, тому при вирішенні системи його можна опустити.

Для того, щоб система (2.31) мала рішення, необхідно, щоб детермінант матриці, складеної з коефіцієнтів при невідомих амплітудах, дорівнював нулю.

Вирішуючи чисельно задачу на власні значення, знайшли власні частоти резонатора.

2.3 Розрахунок енергетичних параметрів закритого прямокутного резонатора

2.3.1 Визначення компонент поля всередині резонатора

Перше рівняння Максвелла в комплексній формі:

$$\text{rot} \dot{H} = j + i\omega \dot{D}. \quad (2.32)$$

Враховуючи, що $j = \sigma \dot{E}$, а $\dot{D} = \varepsilon_a \dot{E}$, отримали:

$$\text{rot} \dot{H} = i\omega \varepsilon_a \left(1 - \frac{i\sigma}{\omega \varepsilon_a} \right) \dot{E}. \quad (2.33)$$

Ввели позначення:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_a \left(1 - \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_a} \right). \quad (2.34)$$

Тоді (2.32), з урахуванням (2.34), записали у вигляді:

$$\operatorname{rot}\dot{H} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial\dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial\dot{H}_y}{\partial z} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}_x,$$

$$\frac{\partial\dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial\dot{H}_z}{\partial x} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}_y,$$

$$\frac{\partial\dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial\dot{H}_x}{\partial y} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}_z.$$

Аналогічно для другого рівняння Максвелла:

$$\operatorname{rot}\dot{E} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}, \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial\dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial\dot{E}_y}{\partial z} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_x,$$

$$\frac{\partial\dot{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial\dot{E}_z}{\partial x} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_y,$$

$$\frac{\partial\dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial\dot{E}_x}{\partial y} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_z.$$

Поле, що збуджується всередині резонатора, виразили через E_y складову:

$$E_y(\vec{r}) = \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right). \quad (2.37)$$

Підставили (2.37) в (2.35) та (2.36) з урахуванням того, що $\dot{E}_z = 0$

$$\frac{\partial\dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial\dot{H}_y}{\partial z} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}_x, \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial\dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial\dot{H}_z}{\partial x} = i\omega\tilde{\varepsilon}\dot{E}_y, \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = 0, \quad (2.40)$$

$$0 - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_x, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} - 0 = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_y, \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = -i\omega\tilde{\mu}\dot{H}_z. \quad (2.43)$$

Виразили складову магнітного поля \dot{H}_x з рівняння (2.41)

$$\dot{H}_x = \frac{1}{i\omega\tilde{\mu}} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} = \frac{1}{i\omega\tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\beta\pi}{l} \cdot E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right). \quad (2.44)$$

З рівняння (2.43), із урахуванням того, що $\dot{E}_x = 0$, отримали вираз для поздовжньої складової магнітного поля:

$$\dot{H}_z = -\frac{1}{i\omega\tilde{\mu}} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} = -\frac{1}{i\omega\tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\alpha\pi}{a} \cdot E_{\alpha\beta} \cos\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \quad (2.45)$$

2.3.2 Повна енергія, запасена резонатором

Повна енергія, запасена резонатором, визначається виразом [33]:

$$W = \frac{\mu_0}{2} \int_V (\vec{H})^2 dV, \quad (2.46)$$

де V – об'єм резонатора.

Нехай прямокутний резонатор має геометричні розміри $a \times b \times l$, тоді (2.46) можна представити у вигляді:

$$W = \frac{\mu_0}{2} \int_0^a \int_0^b \int_0^l \left(|\dot{H}_x|^2 + |\dot{H}_z|^2 \right) dx dy dz. \quad (2.47)$$

Підставивши (2.44) і (2.45) в (2.47) отримали:

$$\begin{aligned}
W = & \frac{\mu_0}{2} \int_0^a \int_0^b \int_0^l \left(\left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\beta\pi}{l} \cdot E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 + \right. \\
& \left. + \left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\alpha\pi}{a} \cdot E_{\alpha\beta} \cos\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 \right) dx dy dz. \quad (2.48)
\end{aligned}$$

Після зведення в квадрат суми, що стоїть під знаком інтеграла, одержали вирази виду $\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$, $\cos\left(\frac{m\pi}{l}z\right)\cos\left(\frac{n\pi}{l}z\right)$, які при інтегруванні на відрізках $[0,a]$ та $[0,l]$ обертаються в 0 за умови, що $m \neq n$. Це можна продемонструвати на прикладі першого добутку:

$$\begin{aligned}
& \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \int_0^a \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{(m-n)\pi}{a}x\right) + \cos\left(\frac{(m+n)\pi}{a}x\right) \right) dx = \\
& = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{(m-n)\pi} \sin\left(\frac{(m-n)\pi}{a}x\right) + \frac{a}{(m+n)\pi} \sin\left(\frac{(m+n)\pi}{a}x\right) \right) \Bigg|_{x=0}^{x=a} = \\
& = \frac{1}{2} \left(\frac{a \cdot \sin((m-n)\pi)}{(m-n)\pi} + \frac{a \cdot \sin((m+n)\pi)}{(m+n)\pi} \right) = 0 \quad . \quad (2.49)
\end{aligned}$$

А також множники виду $\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$, $\sin\left(\frac{m\pi}{l}z\right)\sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)$, котрі при інтегруванні на відрізках $[0,a]$ та $[0,l]$ також обертаються в 0 при умові, що $m \neq n$. Це можна продемонструвати на прикладі першого добутку:

$$\begin{aligned}
& \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \int_0^a \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{(m-n)\pi}{a}x\right) - \cos\left(\frac{(m+n)\pi}{a}x\right) \right) dx = \\
& \frac{1}{2} \left(\frac{a}{(m-n)\pi} \left(\frac{(m-n)\pi}{a}x \right) - \frac{a}{(m+n)\pi} \sin\left(\frac{(m+n)\pi}{a}x\right) \right) \Bigg|_{x=0}^{x=a} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{a \cdot \sin((m-n)\pi)}{(m-n)\pi} - \frac{a \cdot \sin((m+n)\pi)}{(m+n)\pi} \right) = 0 \quad (2.50)$$

Підінтегральний вираз (2.48), з урахуванням (2.49) і (2.50), набув вигляду:

$$W = \frac{\mu_0}{2(\omega\tilde{\mu})^2} \int_0^a \int_0^b \int_0^L \left(\sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 E_{\alpha\beta}^2 \sin^2 \left(\frac{\alpha\pi}{a} x \right) \cos^2 \left(\frac{\beta\pi}{l} z \right) + \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 E_{\alpha\beta}^2 \cos^2 \left(\frac{\alpha\pi}{a} x \right) \sin^2 \left(\frac{\beta\pi}{l} z \right) \right) dx dy dz \quad (2.51)$$

Після обчислення інтегралів, що входять в (2.51), отримали остаточний вираз для визначення повної енергії, запасеної прямокутним резонатором:

$$W = \frac{1}{\mu_0 \omega^2} \frac{alb}{8} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2, \quad (2.52)$$

де ω – резонансна частота резонатора,

$E_{\alpha\beta}$ – амплітуди напруженості E_y складової електричного поля.

2.3.3 Потужність втрат в стінках резонатора

Потужність втрат, обумовлена кінцевою провідністю стінок резонатора, визначається виразом [26]:

$$P_m = \frac{1}{2} R_s \oint |\vec{H}|^2 dS, \quad (2.53)$$

де $R_s = \sqrt{\pi f_0 \mu_0 / \sigma_m}$ – поверхневий опір металу на резонансній частоті. Для резонатора з розмірами $a \times b \times l$, з урахуванням (2.53), отримали

$$\begin{aligned}
P_m &= R_s \left\{ \int_0^a \int_0^b \left| \vec{H} \Big|_{z=0} \right|^2 dx dy + \int_0^a \int_0^l \left| \vec{H} \Big|_{y=0} \right|^2 dx dz + \int_0^b \int_0^l \left| \vec{H} \Big|_{x=0} \right|^2 dy dz \right\} = \\
&= R_s \left\{ \int_0^a \int_0^b \left(\left| \dot{H}_x \Big|_{z=0} \right|^2 + \left| \dot{H}_z \Big|_{z=0} \right|^2 \right) dx dy + \int_0^a \int_0^l \left(\left| \dot{H}_x \Big|_{y=0} \right|^2 + \left| \dot{H}_z \Big|_{y=0} \right|^2 \right) dx dz + \int_0^b \int_0^l \left(\left| \dot{H}_x \Big|_{x=0} \right|^2 + \left| \dot{H}_z \Big|_{x=0} \right|^2 \right) dy dz \right\}.
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Після підстановки (2.44) і (2.45) в (2.54) отримали

$$\begin{aligned}
P_m &= R_s \left\{ \int_0^a \int_0^b \left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\beta\pi}{l} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \right|^2 dx dy + \int_0^a \int_0^l \left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\beta\pi}{l} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 + \right. \\
&+ \left. \left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\alpha\pi}{a} E_{\alpha\beta} \cos\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 dx dz + \int_0^b \int_0^l \left| \frac{1}{\omega \tilde{\mu}} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \frac{\alpha\pi}{a} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 dy dz \right\}.
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Перший і третій подвійний інтеграл, що входять в (2.55), при зведенні суми по α, β в другу ступінь містять складові виду $\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$. Тому, при інтегруванні на відрізьку $[0, a]$ інтеграли звертаються в 0 (за умови, що $m \neq n$).

Для $m = n$

$$\int_0^a \sin^2\left(\frac{m\pi}{a}x\right) dx = \frac{1}{2} \int_0^a \left(1 - \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\right) dx = \frac{1}{2}a. \tag{2.56}$$

З урахуванням (2.56) і (2.49), (2.50) потужність втрат в стінках резонатора (2.55) можна переписати у вигляді:

$$P_m = \frac{1}{2} R_s \left\{ \frac{ab}{2(\omega \tilde{\mu})^2} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left(\sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \beta E_{\alpha\beta}\right)^2 + \frac{1}{(\omega \tilde{\mu})^2} \frac{al}{4} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l}\right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2 + \right.$$

$$+ \frac{bl}{2(\omega\tilde{\mu})^2} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \alpha E_{\alpha\beta} \right)^2 \Bigg\}. \quad (2.57)$$

2.3.4 Потужність втрат в діелектричних неоднорідностях

Потужність втрат, обумовлена діелектричної неоднорідністю всередині прямокутного резонатора, в загальному випадку визначається виразом:

$$P_d = \frac{\omega}{2} \varepsilon'' \int_V |\vec{E}|^2 dV, \quad (2.58)$$

де ε'' – уявна частина діелектричної проникності матеріалу неоднорідності.

V – об'єм, що займає неоднорідність.

Оскільки в нашому випадку напруженість електричного поля всередині резонатора визначається через E_y складову, а $E_x = E_z = 0$, тоді втрати потужності для k -ної неоднорідності з урахуванням (2.58) дорівнюють:

$$P_d = \frac{1}{2} \omega \varepsilon'' \int_{h_1^{(k)}}^{h_2^{(k)}} \int_0^b \int_{l_1^{(k)}}^{l_2^{(k)}} |\dot{E}_y|^2 dx dy dz. \quad (2.59)$$

Підставляючи уявлення складової (2.37) в вираз (2.59), отримуємо:

$$P_d = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_k'' \int_{h_1^{(k)}}^{h_2^{(k)}} \int_0^b \int_{l_1^{(k)}}^{l_2^{(k)}} \left| \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z\right) \right|^2 dx dy dz. \quad (2.60)$$

2.3.5 Добротності закритого прямокутного резонатора

Втрати електромагнітної енергії в резонаторі складаються з втрат в середовищі, що заповнює резонатор, і втрат в металевій оболонці резонатора. Крім того, частина енергії з резонатора передається через елементи зв'язку в пристрої, пов'язані з резонатором.

Елементи зв'язку об'ємних резонаторів з зовнішніми пристроями, ідентичні елементам зв'язку в направляючих системах, по-перше, необхідні для порушення і підтримки незатухаючих коливань і, по-друге, дозволяють частину енергії з резонатора передати іншим елементам апаратури (підсилювачу, лінії передачі та ін.). Загальні втрати енергії в резонаторі:

$$W_n = W_{мет} + W_о + W_{\Sigma} + W_{випр}, \quad (2.60)$$

де $W_{мет}$ – енергія втрат за період коливання в оболонці резонатора,

$W_о$ – енергія втрат в середовищі, що заповнює резонатор,

W_{Σ} – енергія, що віддається резонатором в зовнішні пристрої,

$W_{випр}$ – енергія, що витрачається на випромінювання.

Енергію втрат можна виразити як добуток потужності втрат $P_{n\Sigma}$, під якою мається на увазі сумарна потужність втрат в металі, діелектрику, а також потужність, що віддається резонатором в зовнішні пристрої, і енергію, що витрачається на випромінювання, помножену на час, тобто період коливання T_p , відповідний резонансу:

$$W_n = P_{n\Sigma} T_p. \quad (2.61)$$

Період коливань пов'язаний з частотою коливань зворотним

співвідношенням, в силу чого $W_n = P_{n\Sigma} / f_p$. При цьому

$$Q = 2\pi f_p \frac{W}{P_{n\Sigma}}, \quad (2.62)$$

де W - енергія, збережена в коливальній системі.

З урахуванням (2.60) і (2.62) повну добротність (навантажену) Q можна розглядати як суперпозицію "часткових" добротностей:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{мет}} + \frac{1}{Q_\delta} + \frac{1}{Q_\Sigma} + \frac{1}{Q_{рад}}, \quad (2.63)$$

де $Q_{мет} = 2\pi f_p \frac{W}{P_{мет}}$ – добротність, обумовлена втратами в стінках резонатора,

$Q_\delta = 2\pi f_p \frac{W}{P_\delta}$ – добротність, обумовлена діелектричним заповненням

резонатора,

$Q_\Sigma = 2\pi f_p \frac{W}{P_\Sigma}$ – зовнішня добротність,

$Q_{рад} = 2\pi f_p \frac{W}{P_{випр}}$ – радіаційна добротність.

Суворий розрахунок величини кожного з видів втрат в об'ємному резонаторі зустрічає великі труднощі через те, що, зазвичай, не вдається знайти рішення тривимірного векторного хвильового рівняння, якщо не нехтувати втратами в оболонці, в діелектричному заповненні, через елементи зв'язку тощо [104]. Тому при аналізі резонаторів, зазвичай, виходять із припущення, що невеликі загальні втрати, які мають місце в резонаторі, не позначаються суттєво на структурі полів в ньому, тобто припускають, що в першому наближенні структура поля в резонаторі з втратами і без них однакова. У зазначеному наближенні енергія, що запасасться в резонаторі з малими втратами і без втрат,

практично однакова. При цьому втрати в металі, середовищі, на випромінювання і втрати, викликані передачею частини енергії через елементи зв'язку, можна розраховувати незалежно один від одного. Винятком є випадок, коли в резонаторі збуджуються вироджені коливання. При виродженні в резонаторі без втрат можуть одночасно існувати на одній частоті двоє або кілька коливань з різною структурою електричних і магнітних полів і, відповідно, з різною структурою струмів провідності на оболонці резонатора. Природно, що величина втрат енергії для кожного коливання буде різною. Різниця в величині втрат може викликати деяке розходження в резонансних частотах, тобто виродження може зникнути. Відповідно, зміниться структура поля в резонаторі.

Припустимо, що зв'язок резонатора з зовнішніми пристроями повністю відсутній, тоді $W_{\Sigma} = 0$, $Q_{\Sigma} = \infty$ і власна добротність резонатора, як випливає з (2.63), залежить від Q_m , Q_d , Q_{rad} . У закритих резонаторах радіаційні втрати відсутні, тому власна (ненавантажена) добротність визначається виразом:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_d}. \quad (2.64)$$

Втрати, що вносяться діелектричним заповненням (для випадку двох пластин), можна представити у вигляді суми:

$$P_d = P_{d1} + P_{d2}, \quad (2.65)$$

де P_{d1} – потужність втрат в першій діелектричній пластині,

P_{d2} – потужність втрат у другій діелектричній пластині.

Відповідно, добротність, обумовлена діелектричним заповненням, може бути представлена у вигляді:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{01}} + \frac{1}{Q_{02}}. \quad (2.66)$$

Підставляючи в (2.62) вираз для повної енергії накопиченої резонатором (2.52) і потужності втрат в діелектрику (2.60), отримуємо вирази для добротності обумовленої k -ю діелектричною неоднорідністю:

$$Q_{0k} = \frac{\frac{1}{\mu_0 \omega} \frac{alb}{8} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2}{\frac{b}{2} \omega \varepsilon_k'' \varepsilon_0 \sum_{\alpha,\beta=1}^{\infty} \sum_{m,n=1}^{\infty} E_{\alpha\beta} E_{mn} I_{m\alpha}^{(k)} \cdot J_{n\beta}^{(k)}}. \quad (2.67)$$

Після перетворення (2.67) отримали:

$$Q_{0k} = \frac{1}{\varepsilon_k'' \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2} \frac{al \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2}{4 \sum_{\alpha,\beta=1}^{\infty} \sum_{m,n=1}^{\infty} I_{m\alpha}^{(k)} J_{n\beta}^{(k)} E_{\alpha\beta} E_{mn}}. \quad (2.68)$$

Добротність, обумовлена втратами в стінках об'ємного прямокутного резонатора, визначаємо підстановкою в вираз (2.62), виразів для повної енергії, що накопичена резонатором (2.52), і потужності втрат в стінках резонатора (2.57) і при цьому отримуємо:

$$Q_M = \frac{\omega \mu_0 \frac{alb}{4R_s} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2}{ab \sum_{\alpha=1}^{\infty} \left(\sum_{\beta=1}^{\infty} \frac{\beta\pi}{l} E_{\alpha\beta} \right)^2 + \frac{al}{2} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\alpha\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\beta\pi}{l} \right)^2 \right) E_{\alpha\beta}^2 + bl \sum_{\beta=1}^{\infty} \left(\sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{\alpha\pi}{a} E_{\alpha\beta} \right)^2}. \quad (2.69)$$

2.3.6 Числені результати

Через те, що розміри діелектричних пластин можна порівняти з розмірами резонатора і резонансною довжиною хвилі, то рішення інтегрального рівняння проводилося чисельно. Порядок алгебраїчних систем залежав від кількості врахованих власних функцій. При вирішенні задачі кількість власних функцій варіювалася в залежності від параметрів діелектриків і їх геометричних розмірів.

Проведений чисельний аналіз дозволив визначити добротності для H_{m0n} типів коливань в залежності від розташування діелектричних пластин в резонаторі і їх діелектричної проникності.

На рисунку 2.3 показана залежність добротності від місця розташування пластин. При цьому обидві пластини з ідентичними параметрами ($\varepsilon = 4$, $tg\delta = 5 \cdot 10^{-4}$) і товщиною $0,1 \cdot a$ симетрично переміщалися вздовж широкої стінки хвилеводу з крайнього положення біля стінок до центру резонатора, при цьому діелектричні пластини займали 0,8 довжини резонатора, геометричні розміри якого $23 \times 10 \times 25$ мм.

Добротність, обумовлена діелектричними неоднорідностями біля стінок резонатора приймала найбільше значення і різко зменшувалася при переміщенні пластин до центру резонатора, де напруженість H_{101} типу коливань максимальна і, отже, максимальні діелектричні втрати. Таким же чином поводитись і загальна добротність. Добротність, обумовлена втратами в стінках резонатора (Q_m), різко спадала на відрізку $0 \dots 0,1$ після чого починала зростати тому, що діелектрична неоднорідність відтягувала на себе поле від стінок резонатора і, відповідно, призводила до зростання добротності.

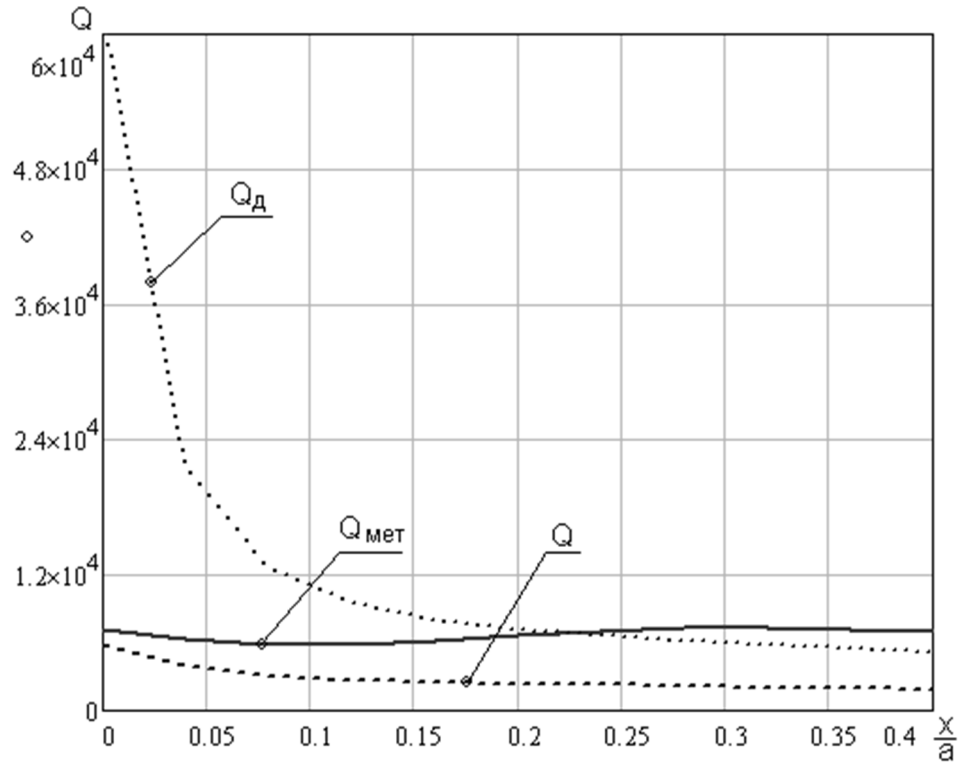


Рис. 2.3 – Залежність добротності від величини переміщення неоднорідностей уздовж широкої стінки резонатора

На рисунку 2.4, 2.5 показані залежності добротностей від діелектричної проникності пластин, при цьому місце розташування пластин було зафіксовано на відстані $0,1 \cdot a$ від бічних стінок резонатора і на відстані $0,1 \cdot l$ від поздовжніх. Тангенси кута діелектричних втрат пластин обрані рівними $tg\delta = 5 \cdot 10^{-4}$. На рисунку 2.4 представлені результати розрахунків добротностей для першого типу коливань, на рис 2.5 – для другого типу коливань. Закон зміни добротностей має однаковий вигляд, але значення відрізняються за величиною (для першого типу коливань добротності вище).

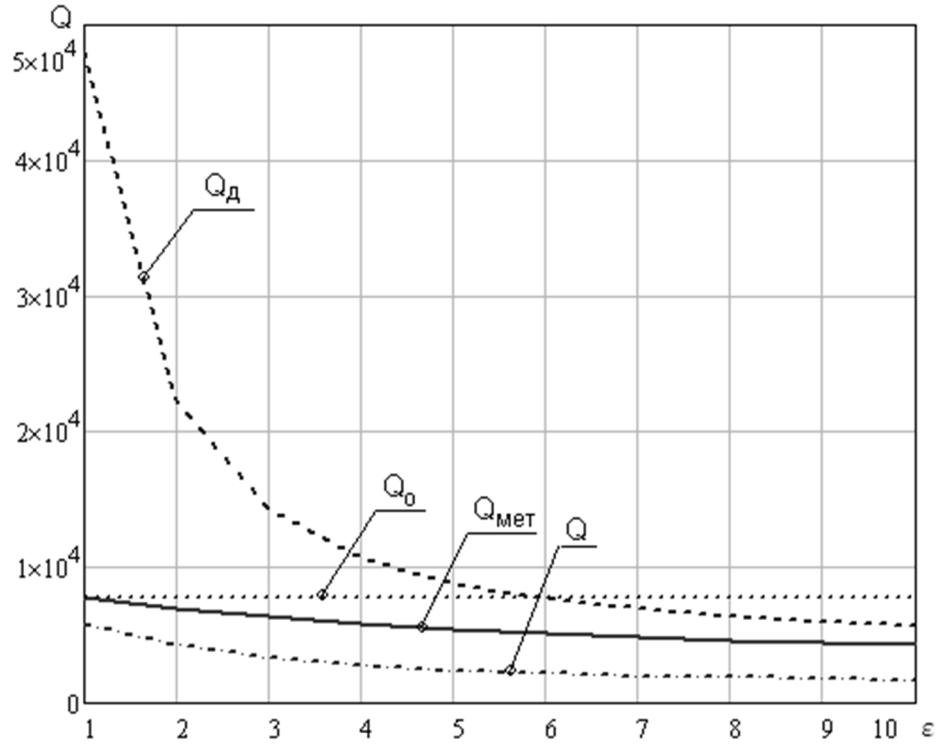


Рис. 2.4 – Залежність добротності від діелектричної проникності пластин для першого типу хвиль

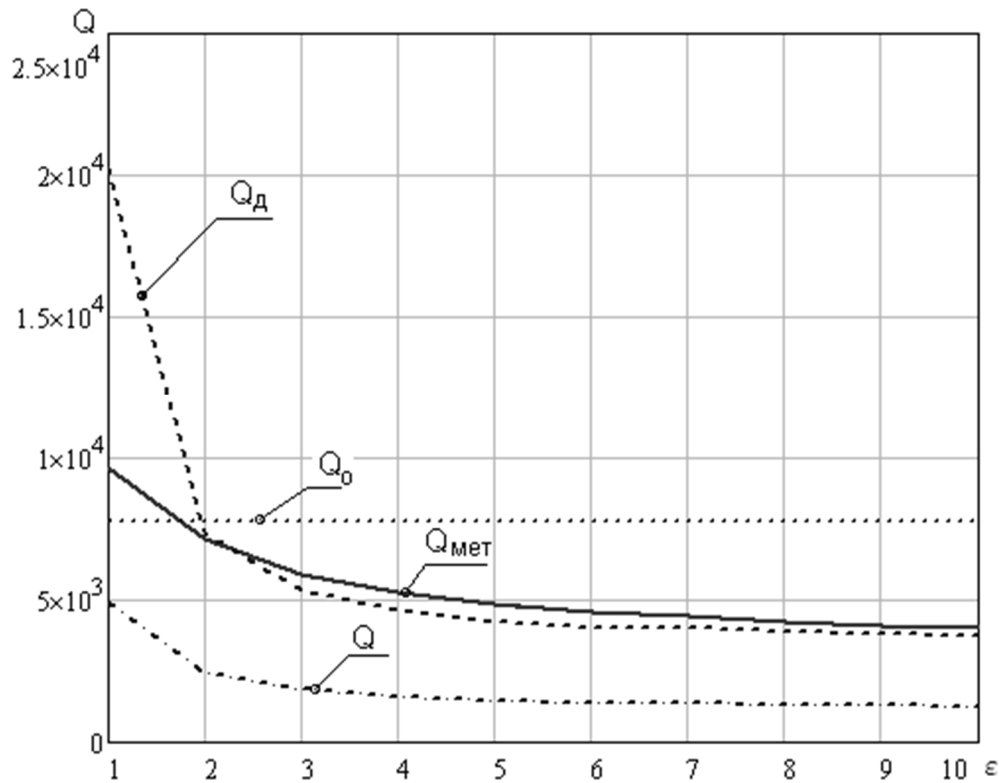


Рис. 2.5 – Залежність добротності від діелектричної проникності пластин для другого типу хвиль

2.4 Висновки до другого розділу

1. Вирішуючи задачу на власні значення, визначені спектр і відповідні відносини амплітуд порушуваних коливань для прямокутного резонатора з двома діелектричними пластинами.

2. Завдяки розвитку методу інтегральних рівнянь, отримано аналітичні вирази, що зв'язують амплітуду поля в незбудженому резонаторі (з діелектричними пластинами) з амплітудами гармонік в збудженому резонаторі для багат шарових структур, що заповнюють резонатор.

3. Отримано аналітичні вирази, що дозволяють визначити повну енергію, що накопичується резонатором, потужності втрат в металевих стінках резонатора і діелектричних пластинах всередині закритого прямокутного резонатора.

4. Отримано аналітичні вирази, що дозволяють визначити добротність навантаженого резонатора з діелектричними багат шаровими неоднорідностями.

5. Знайдено добротності на різних H_{m0n} типах коливань для прямокутного резонатора з двома діелектричними пластин в залежності від їх місця розташування в резонаторі, діелектричної проникності, геометричної форми, показано, що добротність, обумовлена діелектричними неоднорідностями біля стінок резонатора приймає найбільше значення і різко зменшується при переміщенні пластин до центру резонатора, де напруженість H_{101} типу коливань максимальна і, отже, максимальні діелектричні втрати. Таким же чином поводить ся і загальна добротність. Добротність, обумовлена втратами в стінках резонатора, різко спадає на відрізку $(0 \dots 0,1) \frac{\lambda}{a}$ після чого починає зростати через те, що діелектрична неоднорідність відтягує на себе поле від стінок резонатора і, відповідно, призводить до зростання добротності.

РОЗДІЛ 3

ЗАКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНІРОДНОСТЯМИ У ВИГЛЯДІ ЦИЛІНДРІВ

3.1 Шарувата циліндрична структура. Постановка задачі

Розглянемо прямокутний резонатор (рис. 3.1). Припустимо, що у відсутності збудження в резонаторі існували вільні гармонічні коливання типу H_{m0n} з частотою $\omega_{m_0 n_0}$. У момент часу $t=0$ в резонатор помістили два циліндра з діелектричними проникностями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ і питомими провідностями σ_1, σ_2 . Причому центри циліндрів збігалися, тобто всередині другого циліндра була порожнина, рівна об'єму першого циліндра, в якій він і знаходився.

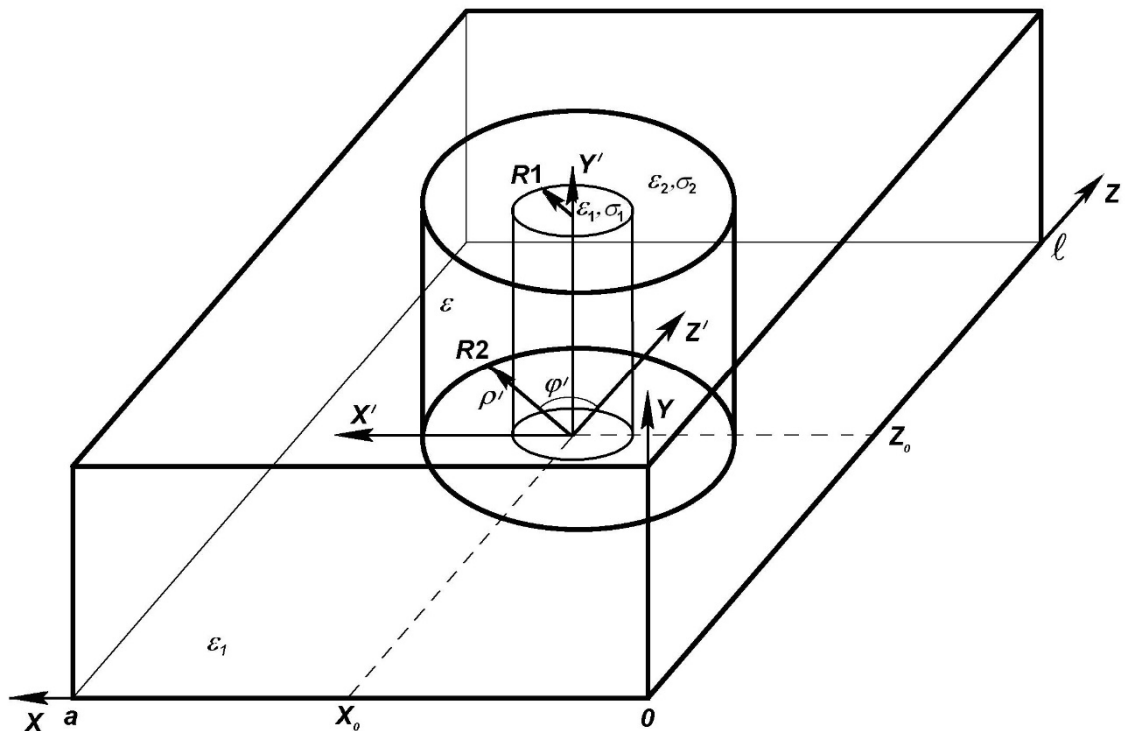


Рис. 3.1 – Прямокутний резонатор з багат шаровим діелектричним заповненням

При $t > 0$ електромагнітне поле в резонаторі для кожного з циліндрів задовольняє інтегральним рівнянням:

для першої циліндричної неоднорідності

$$\begin{aligned}
\vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t) = & \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot [\varepsilon_1 - \varepsilon] \cdot \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \\
& - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot \sigma_1 \cdot \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \times \\
& \times [\varepsilon_2 - \varepsilon] \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \sigma_2 \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}', \quad (3.1)
\end{aligned}$$

для другої циліндричної неоднорідності

$$\begin{aligned}
\vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t) = & \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot [\varepsilon_1 - \varepsilon] \cdot \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \\
& - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \int_0^t dt' \int_{V_1} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot \sigma_1 \cdot \vec{E}^{(1)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \times \\
& \times [\varepsilon_2 - \varepsilon] \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \int_0^t dt' \int_{V_2} G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \sigma_2 \vec{E}^{(2)}(\vec{r}', t') d\vec{r}'. \quad (3.2)
\end{aligned}$$

Поле, що збуджується всередині резонатора виразили через у складову напруженості електричного поля $E_y = E$ і представили у вигляді (2.2), функцію Гріна вибрали рівною (2.3). Після підстановки (2.2) та (2.3), з урахуванням (2.4), в (3.1) та (3.2) отримали систему рівнянь від першої і другої неоднорідності, відповідно:

$$\begin{aligned}
\sum_{m,n=1}^{\infty} E_{mn}^{(1)}(t) \Phi_{mn}(x, z) = & E_0(t, x, z) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} \frac{4(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(1)}(t') \Phi_{\alpha\beta}(x', z') \times \\
& \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x', z') \Phi_{mn}(x, z) dx' dz' - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \int_{V_1} \frac{4\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(1)}(t') \Phi_{\alpha\beta}(x', z') \times \\
& \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x', z') \Phi_{mn}(x, z) dx' dz' - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} \frac{4(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(2)}(t') \Phi_{\alpha\beta}(x', z') \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz' - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \int_{V_2} \frac{4\sigma_2}{\varepsilon_0 \varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(2)}(t')\Phi_{\alpha\beta}(x',z') \times \\ & \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz', \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m,n=1}^{\infty} E_{mn}^{(1)}(t)\Phi_{mn}(x,z) = E_0(t,x,z) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_1} \frac{4(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(1)}(t')\Phi_{\alpha\beta}(x',z') \times \\ & \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz' - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \int_{V_1} \frac{4\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(1)}(t')\Phi_{\alpha\beta}(x',z') \times \\ & \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz' - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_2} \frac{4(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(2)}(t')\Phi_{\alpha\beta}(x',z') \times \\ & \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz' - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \int_{V_2} \frac{4\sigma_2}{\varepsilon_0 \varepsilon a l} \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{\alpha\beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}^{(2)}(t')\Phi_{\alpha\beta}(x',z') \times \\ & \times \frac{\sin(\tilde{\omega}_{mn}(t-t'))}{\tilde{\omega}_{mn}} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{mn}(x,z)dx'dz'. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Розглянемо інтеграли по просторовим координатам, що входять в (3.3) і (3.4), відповідно

$$I^{(1)} = \int_{V_1} \Phi_{mn}(x',z')\Phi_{\alpha\beta}(x',z')dx'dz' = \int_{V_1} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x'\right)\sin\left(\frac{n\pi}{l}z'\right)\sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x'\right)\sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right)dx'dz', \quad (3.5)$$

$$I^{(2)} = \int_{V_2} \Phi_{mn}(x',z') \cdot \Phi_{\alpha\beta}(x',z')dx'dz' = \int_{V_2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x'\right)\sin\left(\frac{n\pi}{l}z'\right)\sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x'\right)\sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right)dx'dz'. \quad (3.6)$$

Об'єднали співмножники з однаковими координатами:

$$I^{(1)} = \frac{1}{4} \int_{V_1} \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x'\right) - \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a}x'\right) \right] \cdot \left[\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z'\right) - \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l}z'\right) \right] dx'dz' =$$

$$= \frac{1}{4} \int_{V_1} \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z'\right) - \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z'\right) - \right. \\ \left. - \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z'\right) + \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z'\right) \right] dx' dz', \quad (3.7)$$

$$I^{(2)} = \frac{1}{4} \int_{V_2} \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x'\right) - \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x'\right) \right] \cdot \left[\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z'\right) - \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z'\right) \right] dx' dz' = \\ = \frac{1}{4} \int_{V_2} \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z'\right) - \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z'\right) - \right. \\ \left. - \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z'\right) + \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x'\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z'\right) \right] dx' dz'. \quad (3.8)$$

Перейшли до полярної системи координат, для чого ввели заміну змінних x' и z' (рис.3.1):

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \rho' \sin(\phi') \\ z' &= z_0 + \rho' \cos(\phi') \end{aligned} \quad (3.9)$$

У новій системі координат інтеграли (3.7) та (3.9) мають вигляд:

$$I^{(1)} = \frac{1}{4} \int_0^{R_1} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} (x_0 + \rho' \sin(\phi'))\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} (z_0 + \rho' \cos(\phi'))\right) - \right. \\ \left. - \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} (x_0 + \rho' \sin(\phi'))\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} (z_0 + \rho' \cos(\phi'))\right) \right\} \rho' d\rho' d\phi', \quad (3.10)$$

$$I^{(2)} = \frac{1}{4} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} (x_0 + \rho' \sin(\phi'))\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} (z_0 + \rho' \cos(\phi'))\right) - \right. \\ \left. - \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} (x_0 + \rho' \sin(\phi'))\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} (z_0 + \rho' \cos(\phi'))\right) \right\} \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.11)$$

Розглянемо окремо обчислення інтеграла (3.11). Представили інтеграл $I^{(2)}$ у вигляді суми чотирьох інтегралів:

$$I^{(2)} = I_1^{(2)} + I_2^{(2)} + I_3^{(2)} + I_4^{(2)}. \quad (3.12)$$

Записавши кожен з інтегралів окремо, попередньо розклавши косинуси сум в кожному з під інтегральних множників, отримали вирази (3.13), (3.14), (3.15), (3.16) відповідно:

$$I_1^{(2)} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) - \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) \right] \cdot \left[\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) - \right. \\ \left. - \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \right] \rho' d\rho' d\phi', \quad (3.13)$$

$$I_2^{(2)} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} (-1) \left[\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) - \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) \right] \times \left[\cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z_0\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) - \right. \\ \left. - \sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \right] \rho' d\rho' d\phi', \quad (3.14)$$

$$I_3^{(2)} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} (-1) \left[\cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) - \sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x_0\right) \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) \right] \times \left[\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) - \right. \\ \left. - \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \right] \rho' d\rho' d\phi', \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
I_4^{(2)} = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left[\cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) - \sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x_0\right) \times \right. \\
& \times \sin\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) \left. \right] \cdot \left[\cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z_0\right) \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) - \right. \\
& \left. - \sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z_0\right) \sin\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \right] \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.16)
\end{aligned}$$

Записані інтеграли (3.13) – (3.16) мають однакові підінтегральні вирази, тому розглянули докладно обчислення інтеграла $I_1^{(2)}$. Перемножили доданки в підінтегральному виразі (3.16) і розписали чотири інтеграла, отримані після перемноження:

$$\begin{aligned}
I_{1,1}^{(2)} = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\varphi')\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \times \\
& \times \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\varphi')\right) \rho' d\rho' d\varphi', \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{1,2}^{(2)} = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} (-1) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\varphi')\right) \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \times \\
& \times \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\varphi')\right) \rho' d\rho' d\varphi, \quad (3.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{1,3}^{(2)} = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} (-1) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\varphi')\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \times \\
& \times \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \rho' d\rho' d\phi, \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{1,4}^{(2)} = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \times \\
& \times \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) \rho' d\rho' d\phi', \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Трансформували підінтегральні вирази інтегралів (3.17) - (3.20). Для цього скористалися розкладанням Якобі - Ангера:

$$e^{iz \cdot \sin \phi} = \sum e^{in\phi} J_n(z),$$

$$e^{iz \cdot \cos \phi} = \sum i^n e^{in\phi} J_n(z).$$

Для парних функцій отримали:

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) &= J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) + 2 \sum_{g=1}^{\infty} J_{2g}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot \cos(2g\phi') = \\ &= J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) + 2J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot \cos(2\phi) + 2J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot \cos(4\phi) + \dots, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho' \cos(\phi')\right) &= J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) - 2 \sum_{g=1}^{\infty} (-1)^g J_{2g}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) \cos(2g\phi') = \\ &= J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) - 2J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) \cos(2\phi) + 2J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) \cos(4\phi) - \dots \end{aligned} \quad (3.22)$$

Для непарних функцій:

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho' \sin(\phi')\right) &= 2 \sum_{g=0}^{\infty} J_{2g+1}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot \sin((2g+1)\phi') = \\ &= 2J_1\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \sin(\phi) + 2J_3\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \sin(3\phi) + 2J_5\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \sin(5\phi) \dots, \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\cos(\phi')\right) &= 2\sum_{g=0}^{\infty}(-1)^g J_{2g+1}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)\cdot\cos((2g+1)\phi')= \\ &2J_1\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)\cos(\phi)-2J_3\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)\cos(3\phi)+2J_5\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)\cos(5\phi)-\dots \end{aligned} \quad (3.24)$$

З урахуванням (3.21), (3.22), підінтегральний вираз інтеграла $I_{1,1}^{(2)}$ в (3.17) виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned} I_{1,1}^{(2)} &= \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right)\cdot\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right)\cdot\int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\left[J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)+2\sum_{g=1}^{\infty}J_{2g}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)\times\right. \\ &\left.\cos(2g\phi')\right]\times\left[J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)-2\sum_{g=1}^{\infty}(-1)^g J_{2g}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)\cos(2g\phi')\right]\rho'd\rho'd\phi'. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Виконавши множення підінтегральних виразів в (3.25), помітили, що з'явилися інтеграли, що містять функції $\cos(2g\phi')$ та добутки $\cos(2g\phi')\cdot\cos((2g-1)\phi')$, які на відрізку $0\leq\phi'\leq 2\pi$ є ортогональними, оскільки для них виконуються наступні співвідношення при будь-якому цілому g :

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi}\cos(2g\phi')d\phi' &= 0 \\ \int_0^{2\pi}\cos(2g\phi')\cdot\cos((2g-1)\phi')d\phi' &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3.26)$$

де $g=0,1,2,3,\dots$.

Застосувавши співвідношення (3.26) до інтеграла $I_{1,1}^{(2)}$ у виразі (3.25), побачили, що інтеграли, що містять функції Бесселя з однаковими індексами g , не рівні нулю, мали наступний вигляд:

$$\int_0^{2\pi}J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right)d\phi'=2\pi J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right), \quad (3.27)$$

$$\int_0^{2\pi} 2J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) 2J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) \cos^2(2\phi) d\phi' = 4\pi J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right), \quad (3.28)$$

$$\int_0^{2\pi} 2J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) 2J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) \cos^2(4\phi) d\phi' = 4\pi J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right), \quad (3.29)$$

.....

З огляду на вирази (3.26) та (3.27) – (3.29) для інтеграла $I_{1,1}^{(2)}$, записали:

$$I_{1,1}^{(2)} = 4\pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \int_{R1}^{R2} \left[\frac{1}{2} J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) - \right. \\ \left. - J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) + J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right) J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) - \dots \right] \rho' d\rho'. \quad (3.30)$$

Скористалися властивістю інтегралів:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx,$$

тоді в нашому випадку можна записати:

$$\int_0^{R2} f(\rho) d\rho = \int_0^{R1} f(\rho) d\rho + \int_{R1}^{R2} f(\rho) d\rho,$$

звідки

$$\int_{R1}^{R2} f(\rho) d\rho = \int_0^{R2} f(\rho) d\rho - \int_0^{R1} f(\rho) d\rho. \quad (3.31)$$

Підінтегральні вирази в (3.30) є сумами окремих добутків функцій Бесселя з однаковими індексами. Для їх обчислення скористалися формулою Ломмеля:

$$S_g = \int_0^{\rho} \rho J_g(\alpha\rho) \cdot J_g(\beta\rho) d\rho = \frac{\rho}{\alpha^2 - \beta^2} [\beta J_{g-1}(\beta\rho) J_g(\alpha\rho) - \alpha J_{g-1}(\alpha\rho) J_g(\beta\rho)]. \quad (3.32)$$

Для кожного з доданків в (3.30), з урахуванням (3.32), і властивостей інтегралів (3.31) отримали для різних індексів g на відрізку $R1 \leq \rho \leq R2$ вирази:

при $g = 0$

$$\begin{aligned} S1_0^{(m,n,\alpha,\beta)} &= \frac{1}{2} \int_0^{R_2} \rho' J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{R_1} \rho' J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' = \\ &\frac{1}{2} R_2 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_{-1}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right) \cdot J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} - \\ &- \frac{1}{2} R_2 \frac{\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \cdot J_{-1}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right) \cdot J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} - \\ &- \frac{1}{2} R_1 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_{-1}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right) \cdot J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} + \\ &+ \frac{1}{2} R_1 \frac{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right) \cdot J_{-1}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right) \cdot J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

при $g = 2$

$$\begin{aligned}
S1_2^{(m,n,\alpha,\beta)} &= (-1) \cdot \int_0^{R_2} \rho' \cdot J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' + \\
&+ \int_0^{R_1} \rho' \cdot J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' = \\
&= -R_2 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_1\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right) \cdot J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} + \\
&+ R_2 \frac{\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \cdot J_1\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right) \cdot J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} + \\
&+ R_1 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_1\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right) \cdot J_2\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} - \\
&- R_1 \frac{\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \cdot J_1\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right) \cdot J_2\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2}, \tag{3.34}
\end{aligned}$$

при $g=4$

$$\begin{aligned}
S1_4^{(m,n,\alpha,\beta)} &= \int_0^{R_2} \rho' \cdot J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' - \\
&- \int_0^{R_1} \rho' \cdot J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \cdot J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) d\rho' = \\
&= -R_2 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_3\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right) \cdot J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +R_2 \frac{\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \cdot J_3\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_2\right) \cdot J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_2\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} + \\
& +R_1 \frac{\frac{(n-\beta)\pi}{l} \cdot J_3\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right) \cdot J_4\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2} - \\
& -R_1 \frac{\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \cdot J_3\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} R_1\right) \cdot J_4\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} R_1\right)}{\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\right)^2}, \tag{3.35}
\end{aligned}$$

Використання представлень інтегралів (3.33) - (3.35) дало можливість отримати остаточний вид інтеграла $I_{1,1}^{(2)}$:

$$I_{1,1}^{(2)} = 4\pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S1_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}, \tag{3.36}$$

де індекс g пов'язаний з порядком функцій Бесселя.

Показали, що решта інтегралів $I_{1,2}^{(2)}$, $I_{1,3}^{(2)}$, $I_{1,4}^{(2)}$, визначувані формулами (3.18-3.20), дорівнюють нулю.

Інтеграл $I_{1,2}^{(2)}$ в (3.6) з урахуванням (3.21-3.24) можна записати:

$$\begin{aligned}
I_{1,2}^{(2)} = & -\cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left[J_0\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) + 2 \sum_{g=1}^{\infty} J_{2g}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} \rho'\right) \times \right. \\
& \left. \times \cos(2g\phi') \right] \times \left[2 \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g J_{2g+1}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} \rho'\right) \cos((2g+1)\phi') \right] \rho' d\rho' d\phi' \quad . \tag{3.37}
\end{aligned}$$

Під знаком інтеграла в (3.37) після множення, з'являються тригонометричні функції виду $\cos((2g+1)\phi')$, та $\cos(2g\phi') \cdot \cos((2g+1)\phi')$, відповідно до (3.26) при інтегруванні на відрізку $0 \leq \phi' \leq 2\pi$ по координаті ϕ' , дорівнюватимуть нулю при будь-якому цілому g . Таким чином

$$I_{1,2}^{(2)} = 0. \quad (3.38)$$

Представлення (3.21)-(3.24) дозволили записати інтеграли $I_{1,3}^{(2)}$ в (3.18) та $I_{1,4}^{(2)}$ в (3.20) у вигляді:

$$I_{1,3}^{(2)} = -\sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right)\cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right)\int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\left[2\sum_{g=0}^{\infty}J_{2g+1}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)\sin((2g+1)\phi')\right]\times \\ \times \left[J_0\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) - 2\sum_{g=1}^{\infty}(-1)^g J_{2g}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) \cdot \cos(2g\phi')\right] \cdot \rho' d\rho' d\phi', \quad (2.39)$$

$$I_{1,4}^{(2)} = \sin\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right)\sin\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right)\int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\left[2\sum_{g=0}^{\infty}J_{2g+1}\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}\rho'\right)\sin((2g+1)\phi')\right]\times \\ \times \left[2\sum_{g=0}^{\infty}(-1)^g J_{2g+1}\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}\rho'\right) \cdot \cos((2g+1)\phi')\right] \cdot \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.40)$$

Виконавши множення підінтегральних виразів в (3.39) і (3.40), помітили, що утворилися інтеграли, що містять функції $\sin(2g\phi')$ і добутки тригонометричних функцій виду $\sin((2g+1)\phi') \cdot \cos(2g\phi')$, и $\sin((2g+1)\phi') \cdot \sin(2g\phi')$, які на відрізку $0 \leq \phi' \leq 2\pi$ є ортогональними, оскільки для них виконуються такі співвідношення при будь-якому цілому g :

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} \sin(2g\phi') d\phi' &= 0 \\ \int_0^{2\pi} \sin((2g+1)\phi') \cdot \cos(2g\phi') d\phi' &= 0 \\ \int_0^{2\pi} \sin((2g+1)\phi') \cdot \sin(2g\phi') d\phi' &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3.41)$$

де $g=0,1,2,3,\dots$.

Отже
$$I_{1,2}^{(2)} = I_{1,3}^{(2)} = I_{1,4}^{(2)} = 0.$$

Остаточно $I_1^{(2)}$ при $m \neq 0$ та $n \neq 0$ можна записати:

$$I_1^{(2)} = 4\pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S1_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}. \quad (3.42)$$

Обчислили інтеграли $I_2^{(2)}, I_3^{(2)}, I_4^{(2)}$ в формулах (3.14-3.16). Спосіб обчислення цих інтегралів аналогічний визначенню інтеграла $I_1^{(2)}$, а саме: використовуючи рівняння зв'язку прямокутної та циліндричної систем координат, а також представлення Якобі-Ангера для парних (3.21) - (3.22) і непарних (3.23) - (3.24) функцій і, з огляду на ортогональність тригонометричних функцій (3.26), (3.41), отримали наступні вирази для інтегралів $I_2^{(2)}, I_3^{(2)}, I_4^{(2)}$:

$$I_2^{(2)} = (-1) \cdot 4\pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S2_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}, \quad (3.43)$$

$$I_3^{(2)} = (-1) \cdot 4\pi \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a} x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l} z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S3_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}, \quad (3.44)$$

$$I_4^{(2)} = 4\pi \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S4_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}. \quad (3.45)$$

Інтеграл $I^{(2)}$ знаходимо як суму інтегралів $I_1^{(2)}, I_2^{(2)}, I_3^{(2)}, I_4^{(2)}$:

$$\begin{aligned} I^{(2)} = & \pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S1_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)} - \\ & -\pi \cos\left(\frac{(m-\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S2_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)} - \\ & -\pi \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n-\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S3_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)} + \\ & +\pi \cos\left(\frac{(m+\alpha)\pi}{a}x_0\right) \cdot \cos\left(\frac{(n+\beta)\pi}{l}z_0\right) \cdot \sum_{g=0} S4_{2g}^{(m,n,\alpha,\beta)}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Обчислення інтеграла (3.10) розглядати не будемо, оскільки його можна отримати, поклавши у виразі (3.46) $R_1 = 0$, а $R_2 = R_1$.

Ввели коефіцієнти, що враховують геометрію задачі:

$$AR_{mn,\alpha\beta}^{(1)} = \frac{4}{a \cdot l} \cdot I^{(1)}, \quad (3.47)$$

$$AR_{mn,\alpha\beta}^{(2)} = \frac{4}{a \cdot l} \cdot I^{(2)}. \quad (3.48)$$

3.2 Шарувата циліндрична структура. Чисельні результати

Після підстановки (3.47) та (3.48) у вирази (3.3) та (3.4) й виконання інтегрування по часовим координатам отримали однорідну систему рівнянь для двошарової структури:

$$\left[\sum_{q=1}^{\infty} \left[\left(\left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon) \omega_r^2}{\varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - i \frac{\sigma_1 \omega_r}{\varepsilon_0 \varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) AR_{pq}^{(1)} + \delta_{pq} \right) U_q^{(+1)} + \left(\left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon) \omega_r^2}{\varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - i \frac{\sigma_2 \omega_r}{\varepsilon_0 \varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) AR_{pq}^{(2)} \right) U_q^{(+2)} \right] = 0 \right. \\
 \left. \sum_{q=1}^{\infty} \left[\left(\left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon) \omega_r^2}{\varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - i \frac{\sigma_1 \omega_r}{\varepsilon_0 \varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) AR_{pq}^{(1)} \right) U_q^{(+1)} + \left(\left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon) \omega_r^2}{\varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - i \frac{\sigma_2 \omega_r}{\varepsilon_0 \varepsilon \omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) AR_{pq}^{(2)} + \delta_{pq} \right) U_q^{(+2)} \right] = 0 \right] , \quad (3.49)$$

де $p = 1, 2, 3, \dots$.

Розвиток техніки НВЧ пов'язано з удосконаленням параметрів і конструкцій напівпровідникових пристроїв. Напівпровідникові пристрої успішно застосовуються в діапазоні від метрових до субміліметрових хвиль. Їхньою перевагою є: висока швидкодія, малі габарити і маса, незначні потужності управління. Для управління використовується властивість напівпровідникових структур змінювати свої параметри при дії зовнішньої напруги або струму. У нижній частині сантиметрового і міліметрового діапазонів використовуються розподілені напівпровідникові структури, розміри яких порівняні з довжиною хвилі і займають всю висоту хвилевода або резонатора.

Розрахунок параметрів таких пристроїв представляє собою дуже цікаву й складну задачу. В даний час їх розрахунок, зазвичай, проводиться з використанням коштовних програмних комплексів, або методами теорії ланцюгів, представляючи напівпровідниковий елемент у вигляді різних з'єднань елементів із зосередженими параметрами без урахування геометрії напівпровідника.

Нами запропоновано модель яка дозволяє враховувати геометрію, напівпровідникового багатошарового заповнення. Оскільки розміри напівпровідникового елемента порівняні з розмірами резонатора і резонансною

довжиною хвилі, то рішення інтегрального рівняння проводилося чисельно. Порядок алгебраїчних систем залежало від кількості врахованих власних функцій. При вирішенні задачі кількість власних функцій могла варіюватися в залежності від параметрів напівпровідника та його геометричних розмірів.

Проведений чисельний аналіз дозволив обчислити комплексні власні частоти H_{m0n} типів коливань в залежності від розташування напівпровідникового циліндра в резонаторі, його діелектричної проникності і провідності шарів.

На рис.3.2 показана залежність власної частоти від положення двошарової структури щодо широкої стінки резонатора, для різних напівпровідників з параметрами ($R_1=0.1a$, $R_2=0.15a$, $\sigma_1 = 0.1 \text{ См/м}$, $\sigma_2 = 0.01 \text{ См/м}$). Суцільна лінія відповідає GaAs ($\varepsilon = 10.9$), штрих-пунктирна Si ($\varepsilon = 11.8$), пунктирна InP ($\varepsilon = 12.1$).

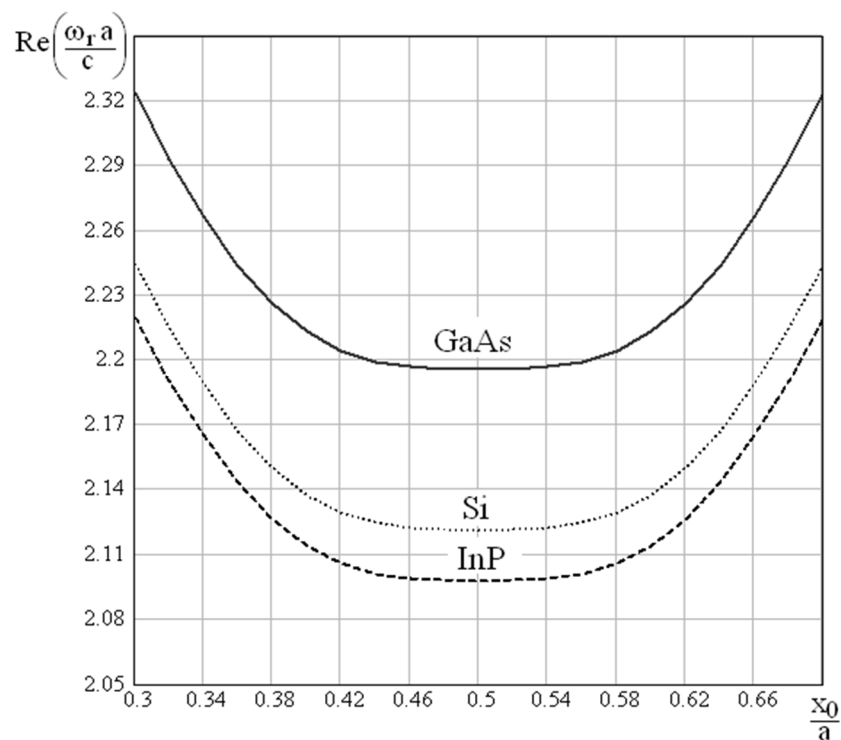


Рис. 3.2 – Залежність власної частоти від місця розташування циліндра

На рис.3.3 показана залежність уявної частини власної частоти резонатора для напівпровідників ($\text{Si } \varepsilon = 11.8, \sigma_1 = 0.1 \text{ СМ/м}$) циліндричної структури в залежності від питомої провідності другого шару σ_2 . З графіку рис. 3.3 можна зробити висновок про лінійну залежність константи згасання від провідності другого шару циліндричної неоднорідності, це характерно при будь-якій геометрії задачі (для різних значень радіусів циліндрів всередині резонатора).

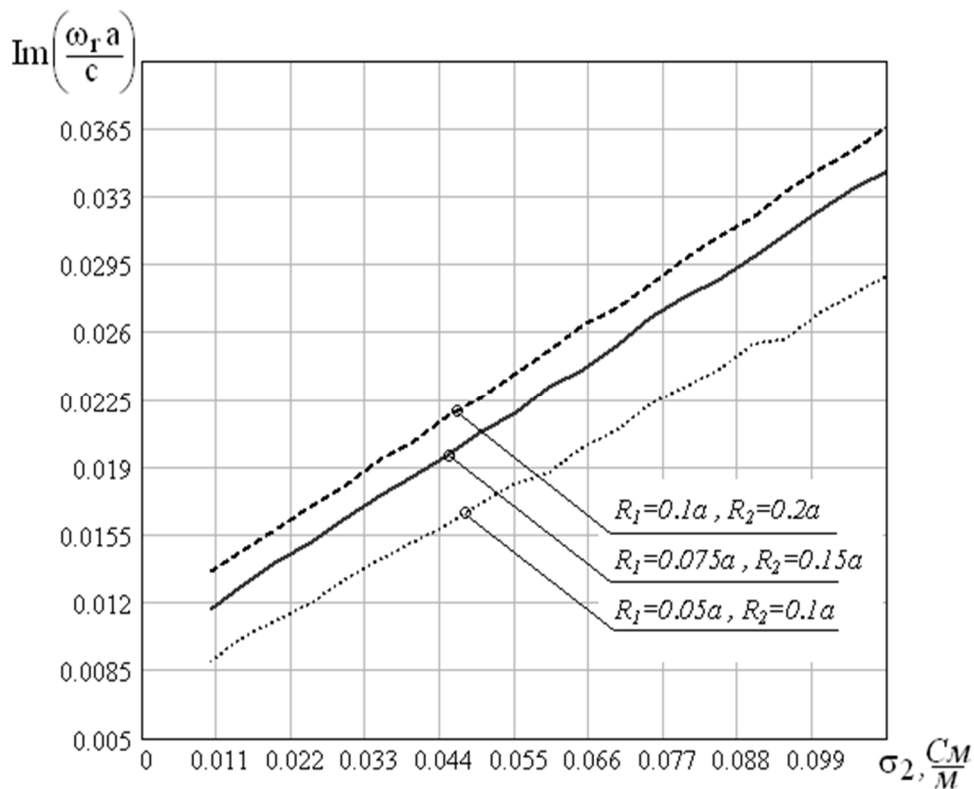


Рис. 3.3 – Залежність константи згасання від провідності 2-го шару.

3.3 Комбінована структура діелектричний циліндр-пластина

В якості математичної моделі був обраний резонатор, що містив дві неоднорідності з заданими діелектричними проникностями: одну – у вигляді діелектричного циліндра, другу – у вигляді діелектричної пластини (рис.3.4).

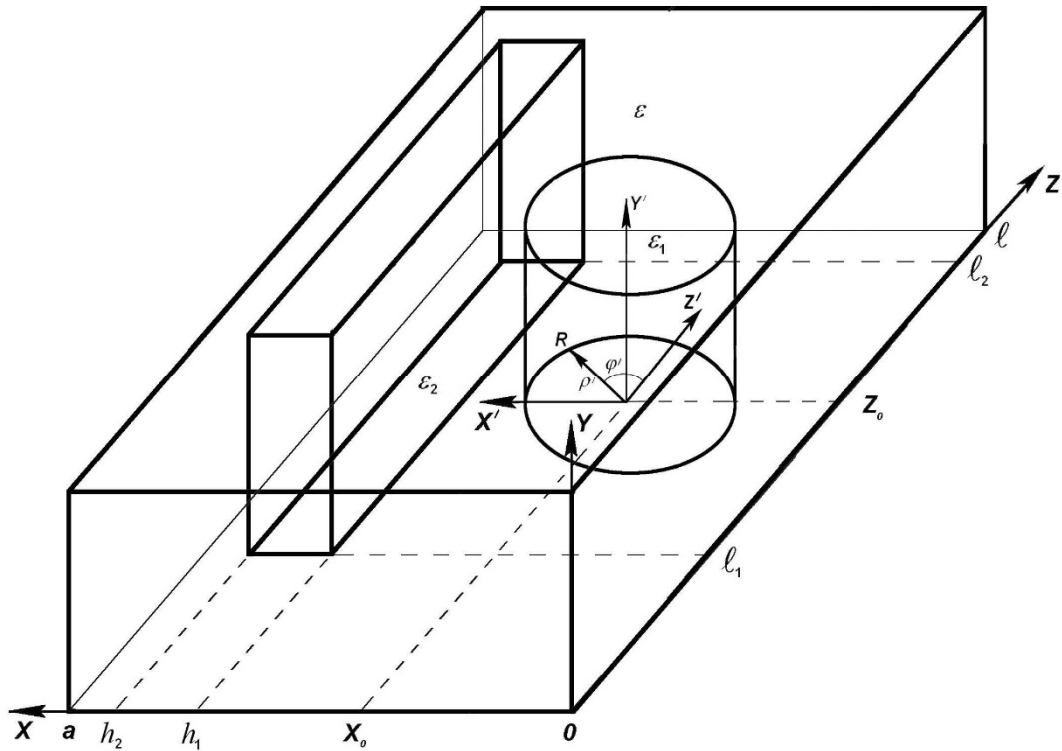


Рис. 3.4 – Резонатор зі складним діелектричним заповненням

Електромагнітне поле в резонаторі задовольняло інтегральним рівнянням для кожної з неоднорідностей і могло бути записане у вигляді (3.1) для поля циліндричної неоднорідності та (3.2) для поля діелектричної пластини. У виразах (3.1) і (3.2) під V_1 та V_2 слід розуміти об'єми циліндричної неоднорідності і неоднорідності у вигляді пластини, відповідно.

Після підстановки представлення поля (2.22) та функції Гріна (2.3) для даної структури в (3.1), (3.2) отримали системи алгебраїчних рівнянь. Перша система була однорідною і дозволяла обчислити комплексні частоти резонатора і відносини амплітуд збуджуваних коливань. Друга система була неоднорідною і дозволяла визначити абсолютні значення амплітуди коливань, збуджуваних в резонаторі при заданому $E_0(r, t)$:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{q=1}^{\infty} \left[\left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} AR_{pq}^{(1)} + \delta_{pq} \right) U_q^{(+1)} + \left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} A_{pq}^{(2)} \right) U_q^{(+2)} \right] &= 0 \\ \sum_{q=1}^{\infty} \left[\left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} RA_{pq}^{(1)} \right) U_q^{(+1)} + \left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} A_{pq}^{(2)} + \delta_{pq} \right) U_q^{(+2)} \right] &= 0 \end{aligned} \right. , \quad (3.50)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{q=1}^{\infty} \left(\frac{\omega_r + \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{+(1)} - \frac{\omega_r - \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{-(1)} \right) + \sum_{q=1}^{\infty} \left(\frac{\omega_r + \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{+(2)} - \frac{\omega_r - \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{-(2)} \right) &= \frac{2}{\tilde{\omega}_p} E_{p_0}^+ \\ \sum_{q=1}^{\infty} \left(\frac{\omega_r - \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{+(1)} - \frac{\omega_r + \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{-(1)} \right) + \sum_{q=1}^{\infty} \left(\frac{\omega_r - \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{+(2)} - \frac{\omega_r + \tilde{\omega}_p}{\omega_r^2} U_q^{-(2)} \right) &= \frac{2}{\tilde{\omega}_p} E_{p_0}^- \end{aligned} \right. . \quad (3.51)$$

де $p = 1, 2, 3 \dots$.

Коефіцієнт $AR_{pq}^{(1)}$ враховував геометрію циліндричної неоднорідності, верхній індекс вказував на номер неоднорідності. При цьому він повністю враховував геометричну форму, а також місце розташування діелектричного циліндра в резонаторі.

Коефіцієнт $A_{pq}^{(2)}$ враховував геометрію неоднорідності у вигляді діелектричної пластини, верхній індекс вказував на номер неоднорідності. При цьому коефіцієнт повністю враховував геометричну форму, а також місце розташування пластини всередині резонатора.

При необхідності зміни форми однієї з неоднорідностей або її розташування, досить перерахувати тільки цей коефіцієнт, всі інші співвідношення залишаються незмінними.

При визначенні коефіцієнта геометрії $A_{pq}^{(1)}$ для першої неоднорідності в формі циліндра використовувалася допоміжна циліндрична система координат і було отримано аналітичний вираз для його розрахунку у вигляді суми функцій Бесселя різних порядків з коефіцієнтами, залежними від координат неоднорідностей. Проведений чисельний аналіз дозволив обчислити комплексні власні частоти H_{m0n} типів коливань в залежності від розташування

діелектричних неоднорідностей в резонаторі і їх діелектричної проникності. На рис.3.5 показана залежність власної частоти від положення циліндра відносно широкої стінки резонатора з параметрами циліндра ($\varepsilon'=4$, $\varepsilon''=0.01$, $Z_0=l/2$), при цьому місце розташування і діелектрична проникність пластини постійні ($\varepsilon'=3$, $\varepsilon''=0.01$, $h_1=0$, $h_2=0.1$). Суцільна лінія відповідає радіусу циліндра $R = 0.1$, штрих-пунктирна – $R = 0.075$, пунктирна – $R = 0.05$.

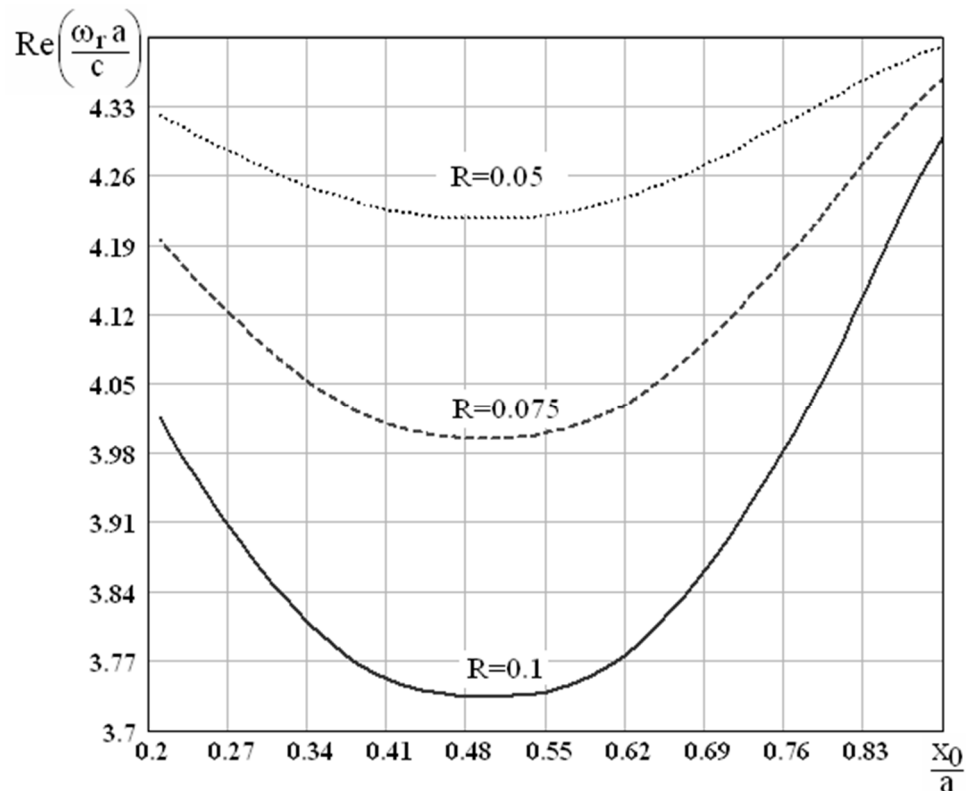


Рис. 3.5 – Залежність власної частоти від місця розташування циліндра

На рис.3.6 показана залежність уявної частини власної частоти від положення пластини без втрат, при цьому місце розташування і діелектрична проникність циліндра постійні ($\varepsilon'=4$, $\varepsilon''=0.01$, $X_0=a/2$, $Z_0=l/2$, $h_2=0.1$). Суцільна лінія відповідає діелектричній проникності пластини $\varepsilon'=2$, штрих-лінія – $\varepsilon'=4$, пунктирна – $\varepsilon'=6$.

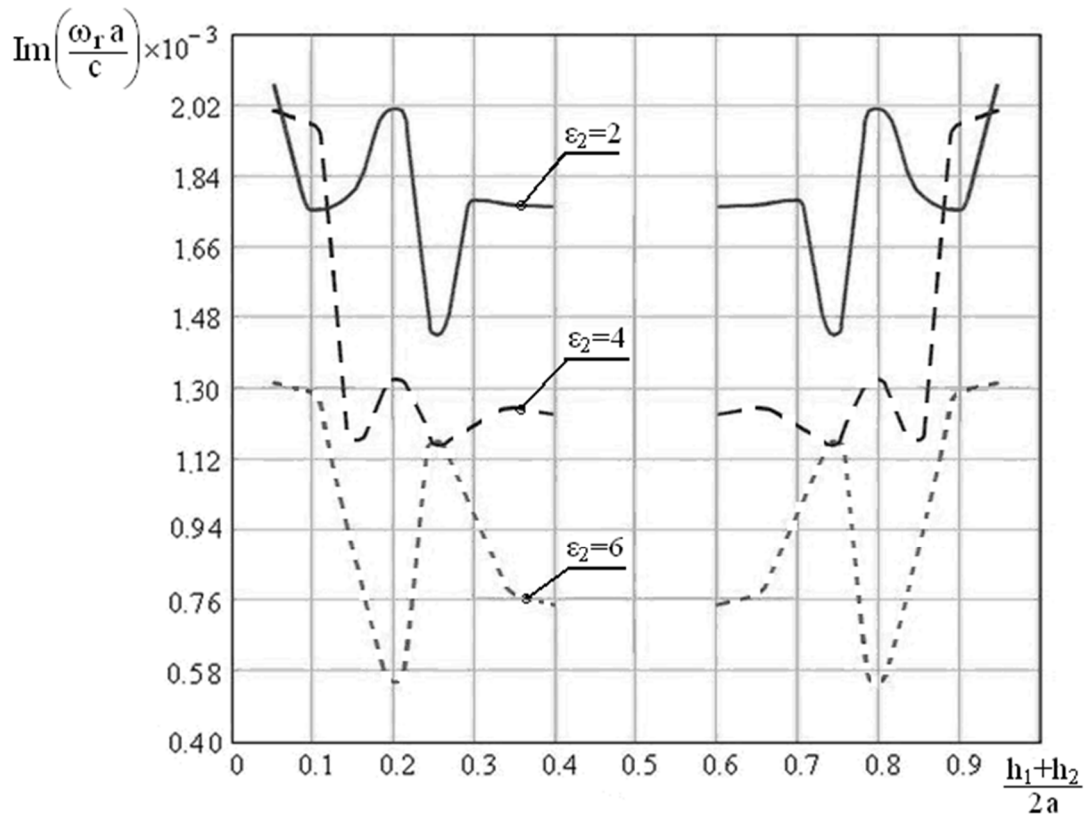


Рис. 3.6 – Залежність константи загасання від місця розташування пластини

На графіку залежності константи загасання (рис.3.6) показано, що переміщенням пластини можна варіювати константою загасання для вказаної структури в широкому діапазоні, при цьому слід відзначити, що існують ділянки з різким її зростанням та спадом, також слід відзначити симетричність залежності відносно середнього положення неоднорідності відносно широкої стінки резонатора.

3.4 Висновки до третього розділу

1. Вирішуючи задачі на власні значення, визначені спектр і відповідні відношення амплітуд збуджуваних коливань для прямокутного резонатора з циліндричними неоднорідностями.

2. Завдяки розвитку методу інтегральних рівнянь, показано, що використовуючи перехід від декартової системи координат до циліндричної, а

також використовуючи розкладання Якобі – Ангера з використанням функцій Бесселя можна отримати суворі аналітичні вирази, що зв'язують амплітуду поля в незбудженому резонаторі з амплітудами гармонік в збудженому для складного багат шарового заповнення резонатора у вигляді діелектричних або напівпровідникових циліндрів.

3. Знайдено комплексні власні частоти для різних H_{m0n} типів коливань для двох напівпровідникових циліндрів, поміщених в прямокутний резонатор в залежності від місця їхнього розташування в резонаторі, діелектричної проникності, геометричної форми. Показано, що існує прямолінійна ділянка на графіку залежності дійсної частини власної частоти резонатора, яка характерна для різних типів матеріалу, з якого виготовлені циліндричні неоднорідності. Це свідчить про можливість не точного розташування неоднорідності по середині резонатора зі збереженням значення власної частоти.

4. Знайдено власні частоти для різних H_{m0n} типів коливань для діелектричної пластини і циліндра, розташованих в прямокутному резонаторі, в залежності від місця їхнього розташування, діелектричної проникності, геометричної форми. Показано, що переміщенням пластини можна варіювати константою загасання для вказаної структури, при цьому слід відзначити, що ця залежність не рівномірна і існують ділянки з різким зростанням та спадом константи загасання.

РОЗДІЛ 4

ПРОХІДНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ РЕЗОНАТОР З ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

4.1 Прохідний прямокутний резонатор з діелектричними неоднорідностями з сильним зв'язком

4.1.1 Постановка задачі

В якості математичної моделі було обрано прохідний резонатор з сильним зв'язком, що містив діелектричне заповнення із заданими комплексними діелектричними проникностями (рис.4.1).

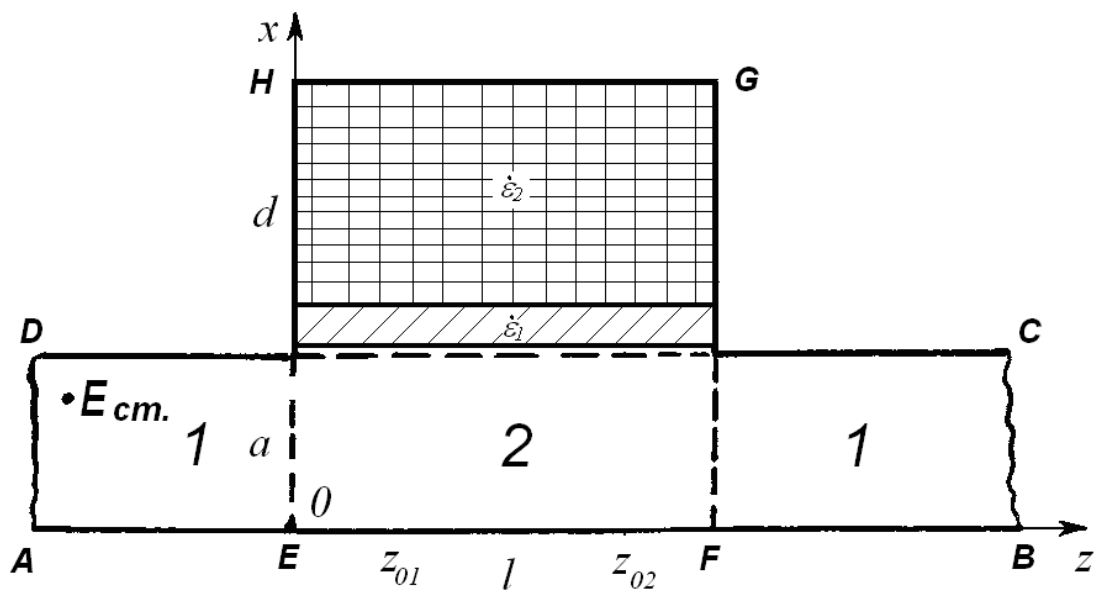


Рис. 4.1 – Резонатор з діелектричним заповненням

Всю область визначення електромагнітного поля розбили на дві пересічні області (області перетину позначені пунктирною лінією):

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ область } ABCD \\
 2 \text{ область } EFGH \text{ (резонансна область)}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 -\infty < z < +\infty \\
 0 \leq x \leq a \\
 0 \leq z \leq l \\
 0 \leq x \leq a + d
 \end{array} \right.$$

Будемо вважати, що на вході даної конструкції вздовж позитивного напрямку осі z поширюється хвиля TE_{10} . Область резонатора (друга область) заповнена речовиною з комплексної діелектричною проникністю $\dot{\epsilon}_2$ і відділена від основного хвилеводу діелектричною пластиною з діелектричною проникністю $\dot{\epsilon}_1$. Припустимо, що основний хвилевід заповнений середовищем зі скалярними проникностями ϵ_0 та μ_0 і має ідеально провідну поверхню.

4.1.2. Розрахунок електромагнітного поля в резонансній області з діелектричними пластинами

Оскільки розміри структури вздовж осі OY не змінюються, варіація полів у всіх розглянутих областях по цій осі відсутні. Електричне поле в цьому випадку має тільки одну складову напруженості E_y .

Скориставшись другою теоремою Гріна та враховуючи вторинні хвилі, перевипромінені діелектричними пластинами, а також граничні умови Діріхле, для першої і другої областей склали наступну систему інтегральних рівнянь:

$$E^I(x, y) = E_{cm.}(x, z) - \int_0^l E^{II}(x', z') \frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} dz' \Big|_{x'=a}, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}
 E^{II}(x, y) = & \int_0^a E^I(x', z') \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=0} - \int_0^a E^I(x', z') \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l} + \\
 & +(k^2 + \text{graddiv}) \int_V \vec{G}_e(x, z; x', z') (\dot{\epsilon} - 1) E^{II}(x', z') dV'. \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

Електромагнітне поле в резонансній області визначили з інтегрального рівняння для $E^H(x, y)$, яке отримали при підстановці (4.1) в (4.2):

$$\begin{aligned}
 E^H(x, y) = & \int_0^a \left(E_{cm.}(x', z') - \int_0^l E^H(x'', z'') \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right) \frac{\partial G^H(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=0} - \\
 & - \int_0^a \left(E_{cm.}(x', z') - \int_0^l E^H(x'', z'') \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right) \frac{\partial G^H(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l} + \\
 & + \sum_{i=1}^k (k^2 + \text{graddiv}) \int_{V_i} G^H(x, z; x', z') (\epsilon_i - 1) E^H(x', z') dV', \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

де $G^I(x, z; x', z')$, $G^H(x, z; x', z')$ – функції Гріна для першої та другої областей, відповідно.

Для першої області у вихідній формі функція Гріна мала вигляд:

$$G^I(x, z; x', z') = \sum_s \frac{1}{i\gamma_s a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s |z-z'|}, \quad (4.4)$$

$$\text{де } \gamma_s = \sqrt{k^2 - \left(\frac{s\pi}{a}\right)^2},$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{ – хвильове число.}$$

Для другої області:

$$G^H(x, z; x', z') = - \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x'\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} z'\right). \quad (4.5)$$

Рівняння (4.3) є інтегральним рівнянням Фредгольма другого роду з виродженим ядром. Рішення цього рівняння шукали у вигляді розкладання за власними функціями другої області [100]:

$$E^{II}(x, z) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right), \quad (4.6)$$

$$E_{cm}(x, z) = E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-i\gamma z}.$$

В рівняння (4.3) підставили вираз (4.6) і обчислили інтеграли, що входять до нього

$$\begin{aligned} E^{II}(x, y) = & \int_0^a \left(E_{cm}(x', z') - \int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right) \times \\ & \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=0} - \int_0^a \left(E_{cm}(x', z') - \int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \times \right. \\ & \left. \times \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right) \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l} + (k^2 + \text{graddiv}) \int_V \tilde{G}_e^{II}(x, z; x', z') \times \\ & (\dot{\varepsilon} - 1) E^{II}(x', z') dV'. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Окремо обчислили:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} &= \frac{\partial \sum_s \frac{1}{i\gamma_s a} \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a}x''\right) \cdot e^{-i\gamma_s|z'-z''|}}{\partial x''} = \\ &= \sum_s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \cos\left(\frac{s\pi}{a}x''\right) \cdot e^{-i\gamma_s|z'-z''|}. \end{aligned}$$

При $x'' = a$ отримали:

$$\left. \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \right|_{x''=a} = \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s |z'-z''|},$$

де $s = 1, 2, 3, \dots$

При $z' > z''$ та $x'' = a$, отримали:

$$\left. \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \right|_{x''=a}^{z' > z''} = \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s (z'-z'')}, \quad (4.8)$$

де $s = 1, 2, 3, \dots$

При $z' < z''$ та $x'' = a$, отримали:

$$\left. \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \right|_{x''=a}^{z' < z''} = \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{i\gamma_s (z'-z'')} \quad (4.9)$$

де $s = 1, 2, 3, \dots$

Похідна від функції Гріна для другої області:

$$\frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} = - \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x'\right) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z'\right), \quad (4.10)$$

для $z' = 0$:

$$\left. \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \right|_{z'=0} = - \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right),$$

для $z' = l$:

$$\left. \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \right|_{z'=l} = \sum_m \sum_n (-1)^{n+1} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right).$$

Виразували окремо перший інтеграл, що входить в (4.7):

$$\begin{aligned} & \int_0^a \left(E_{cm.}(x', z') - \int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \Big|_{x''=a} dz'' \right) \times \\ & \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' = \\ & = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' - \\ & - \int_0^a \left(\int_0^l \sum_{\alpha, \beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \Big|_{x''=a} dz'' \right) \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' = \\ & = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' - \\ & - \int_0^a \int_0^l \sum_{\alpha, \beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s z''} \times \\ & \times (-1) \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dz'' dx' = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' - \\
&- \sum_{\alpha, \beta, m, n, s} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+1} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times \\
&\times \int_0^a \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s z''} dz'' dx' = \\
&= \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' - \\
&- \sum_{\alpha, \beta, m, n, s} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+1} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times \\
&\times \int_0^a \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' \times \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) e^{-i\gamma_s z''} dz'' = \\
&= \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' - \\
&- \sum_{\alpha, \beta, m, n, s} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+1} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times I_{ms} I_{\beta s}^1, \quad (4.11)
\end{aligned}$$

$$\text{де } I_{ms} = \int_0^a \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' = \frac{\frac{s\pi}{a}(-1)^{s+1} \sin\left(\frac{m\pi a}{a+d}\right)}{\left(\frac{s\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2},$$

$$I_{\beta s}^1 = \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \cdot e^{-i\gamma_s z''} dz'' = \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{[1 + (-1)^{\beta+1} e^{-i\gamma_s l}] \frac{\beta\pi}{l}}{\left(\frac{\beta\pi}{l}\right)^2 - (\gamma_s)^2}.$$

Вирахували окремо другий інтеграл, що входить в (4.7):

$$\begin{aligned}
& \int_0^a \left(E_{cm.}(x', z') - \int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z''\right) \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \Big|_{x''=a} dz'' \right) \times \\
& \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' = \\
& = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' - \\
& - \int_0^a \left(\int_0^l \sum_{\alpha, \beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} x''\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z''\right) \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} \Big|_{x''=a} dz'' \right) \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' = \\
& = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' - \\
& - \int_0^a \int_0^l \sum_{\alpha, \beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} a\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z''\right) \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s(l-z'')} \times \\
& \times \sum_m \sum_n (-1)^{n+1} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x'\right) dz'' dx' = \\
& = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' - \\
& - \sum_{\alpha\beta mns} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} a\right) (-1)^{s+n+1} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times \\
& \times \int_0^a \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z''\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s(l-z'')} dz'' dx' = \\
& = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\alpha\beta mns} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n+1} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times \\
& \times \int_0^a \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' \times \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) e^{-i\gamma_s(l-z'')} dz'' = \\
& = \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' - \\
& - \sum_{\alpha\beta mns} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n+1} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times I_{ms} \cdot I_{\beta s}^2,
\end{aligned}$$

$$\text{де } I_{\beta s}^2 = \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z''\right) \cdot e^{-i\gamma_s(l-z'')} dz'' = \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \frac{[1 + (-1)^{\beta+1} e^{-i\gamma_s l}]}{\left(\frac{\beta\pi}{l}\right)^2 - (\gamma_s)^2} \frac{\beta\pi}{l} (-1)^{\beta+1}.$$

Провели обчислення інтегралів стороннього джерела:

$$\begin{aligned}
& \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' = \\
& = \int_0^a E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s z'} (-1) \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' = \\
& = (-1) \sum_m \sum_n E_0 \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \int_0^a \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' =
\end{aligned}$$

$$= (-1) \sum_m \sum_n E_0 \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times I_{ms}, \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^a E_{cm.}(x', z') \times \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial z'} \Big|_{z'=l} dx' = \\ & = \int_0^a E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s z'} (-1)^{n+1} \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) = \\ & = (-1)^{n+1} \sum_{m,n} E_0 e^{-i\gamma_s l} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \int_0^a \sin\left(\frac{s\pi}{a}x'\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) dx' = \\ & = (-1)^{n+1} \sum_{m,n} E_0 e^{-i\gamma_s l} \frac{4}{(a+d)l} \frac{\left(\frac{n\pi}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \times I_{ms}, \quad (4.13) \end{aligned}$$

Ввели наступні позначення:

$$B1_{mn} = \frac{\frac{4}{(a+d)l} \left(\frac{n\pi}{l}\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2}, \quad (4.14)$$

$$B2_{mn} = \frac{4}{(a+d)l} \frac{1}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2}. \quad (4.15)$$

З урахуванням введених позначень і обчислених інтегралів, (4.7) записали у вигляді:

$$\begin{aligned}
E^{II}(x, y) &= \sum_{m,n} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) = \\
&= -\sum_{m,n} E_0 B1_{mn} I_{ms} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) + \\
&+ \sum_{\alpha,\beta,m,n,s} E_{\alpha\beta} B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^s \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) \times I_{ms} I_{\beta s}^1 + \\
&+ \sum_{m,n} (-1)^n E_0 B1_{mn} I_{ms} e^{-i\gamma_s l} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\
&- \sum_{\alpha,\beta,m,n,s} E_{\alpha\beta} \cdot B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) \times I_{ms} I_{\beta s}^2 + \\
&+ (k^2 + \text{graddiv}) \int_V \tilde{G}_e^{II}(x, z; x' z') (\dot{\epsilon} - 1) E^{II}(x', z') dV'. \tag{4.16}
\end{aligned}$$

Розглянемо обчислення інтегралів від діелектричних неоднорідностей:

$$\begin{aligned}
&(k^2 + \text{graddiv}) \int_V \tilde{G}_e^{II}(x, z; x' z') (\dot{\epsilon} - 1) E^{II}(x', z') dV' = \\
&= k^2 \int_V \tilde{G}_e^{II}(x, z; x' z') (\dot{\epsilon} - 1) E^{II}(x', z') dV' = \\
&= k^2 (\dot{\epsilon} - 1) \int_V (-1) \sum_m \sum_n \frac{4}{(a+d)l} \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z'\right) \times \\
&\times \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x'\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) dV' = \\
&= (-1) \sum_{m,n,\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} B1_{mn} k^2 (\dot{\epsilon} - 1) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) \times \\
&\int_V \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x'\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z'\right) \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}x'\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) dV'. \tag{4.17}
\end{aligned}$$

Обчислення інтеграла по просторовим координатам аналогічне проведеними розрахунками в другому і третьому розділі.

Для неоднорідностей у вигляді пластин, вираз, що враховував геометрію неоднорідності та її місце розташування в резонаторній області, визначався виразом (2.21), для циліндричної неоднорідності (3.47):

$$A_{pq}^{(k)} = \frac{4}{al} I_{m\alpha}^{(k)} J_{n\beta}^{(k)}, \quad (4.18)$$

$$AR_{mn,\alpha\beta}^{(k)} = \frac{4}{a \cdot l} \cdot I^{(k)}. \quad (4.19)$$

4.1.3 Виведення системи рівнянь для резонансної області

Після підстановки в (4.16) виразу (4.17), з урахуванням виразів, які відповідали за геометричні параметри і розташування неоднорідностей в резонаторі, отримали систему неоднорідних лінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} E^{II}(x, z) &= \sum_m \sum_n E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) = \\ &= -\sum_{m,n} E_0 B1_{mn} I_{ms} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) + \\ &+ \sum_{m,n,\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^1 \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) + \\ &+ \sum_{m,n} (-1)^n E_0 B1_{mn} e^{-i\gamma_s l} I_{ms} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\ &- \sum_{m,n,\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} \cdot B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^2 \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\ &- \sum_{i,m,n,\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} \cdot B2_{mn} \cdot A_{i,mn,\alpha\beta} \cdot k^2 (\dot{\epsilon}_i - 1) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Для випадку, поданого на рис. 4.1 з двома діелектричними неоднорідностями в формі діелектричних пластин, отримали систему:

$$\begin{aligned}
E^{II}(x, z) &= \sum_m \sum_n E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) = \\
&= -\sum_{m,n} E_0 B1_{mn} I_{ms} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) + \\
&+ \sum_{m,n,\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^1 \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) + \\
&+ \sum_{m,n} (-1)^n E_0 B1_{mn} e^{-i\gamma_s l} I_{ms} \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\
&- \sum_{m,n,\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} \cdot B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^2 \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\
&- \sum_{m,n,\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} \cdot B2_{mn} \cdot A^{(1)}_{mn,\alpha\beta} \cdot k^2 (\dot{\epsilon}_1 - 1) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right) - \\
&- \sum_{i,m,n,\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} \cdot B2_{mn} \cdot A^{(2)}_{mn,\alpha\beta} \cdot k^2 (\dot{\epsilon}_2 - 1) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}z\right), \tag{4.21}
\end{aligned}$$

$$\text{де } B2_{mn} = \frac{4}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2}. \tag{4.22}$$

Суми по m та n не впливали на рішення системи (4.21) тому при вирішенні їх можна опустити

$$\begin{aligned}
E_{mn} &= -E_0 B1_{mn} I_{ms} + \sum_{\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^1 + \\
&+ (-1)^n E_0 B1_{mn} e^{-i\gamma_s l} I_{ms} - \sum_{\alpha,\beta,s} E_{\alpha\beta} \cdot B1_{mn} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) (-1)^{s+n} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} I_{\beta s}^2 -
\end{aligned}$$

$$-\sum_{\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} \cdot B2_{mn} \cdot A^{(1)}_{mn,\alpha\beta} \cdot k^2(\dot{\epsilon}_1 - 1) - \sum_{\alpha,\beta} E_{\alpha\beta} \cdot B2_{mn} \cdot A^{(2)}_{mn,\alpha\beta} \cdot k^2(\dot{\epsilon} - 1). \quad (4.22)$$

4.1.4 Виведення системи рівнянь для хвилеводної області

Поле в хвилеводній області (I) описується виразом (4.1), підставили в нього представлення поля для резонаторної області (II), вираз (4.6), чисельні результати якого отримали після рішення системи рівнянь (4.22)

$$E^I(x, z) = E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) e^{-i\gamma_s z} - \int_0^l \sum_{\alpha\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} x'\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z'\right) \frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} dz' \Big|_{x'=a}. \quad (4.23)$$

При $x' = a$ з виразу (4.23) отримали:

$$\frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=a} = \sum_s (-1)^s \frac{1}{i\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s |z-z'|}, \quad (4.24)$$

де $s = 1, 2, 3, \dots$

Для хвилі, що пройшла через резонаторну область (тобто для $z > z'$) можна записати вираз

$$\begin{aligned} E^{+I}(x, z) &= E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s z} - \int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} a\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z'\right) \times \\ &\times \sum_s (-1)^s \frac{1}{\gamma_s a} \frac{s\pi}{a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s(z-z')} dz' = E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s z} - \\ &- \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \frac{s\pi}{\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} a\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z'\right) e^{-i\gamma_s(z-z')} dz' = \\ &= E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s z} - \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \frac{s\pi}{\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d} a\right) \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z'\right) e^{i\gamma_s z'} dz' \times \end{aligned}$$

$$\times \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right)e^{-i\gamma_s z} = E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right)e^{-\gamma_s z} - \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \bar{I}_{\beta s}^1 \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right)e^{-i\gamma_s z}$$

(4.25)

Для $s = 1$ отримали коефіцієнт проходження структури (рис.4.1) для хвилі H_{10} :

$$T = E_0 + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) I_{\beta 1}^1 .$$

(4.26)

Для відбитої хвилі в хвилеводній області (тобто для $z < z'$) можна записати вираз:

$$\begin{aligned} E^{-l}(x, z) &= -\int_0^l \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) \sum_s (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right) e^{i\gamma_s(z-z')} dz' = \\ &= -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right) \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) e^{i\gamma_s(z-z')} dz' = \\ &= -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \int_0^l \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z'\right) e^{-i\gamma_s z'} dz' \times \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right) e^{i\gamma_s z} = \\ &= -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) \frac{s\pi}{\gamma_s a^2} \frac{[1 + (-1)^{\beta+1} e^{-i\gamma_s l}]}{\left(\frac{\beta\pi}{l}\right)^2 - (\gamma_s)^2} \frac{\beta\pi}{l} \times \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right) e^{i\gamma_s z} = \\ &= -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_s (-1)^s E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) I_{\beta s}^1 \times \sin\left(\frac{s\pi}{a}x\right) e^{i\gamma_s z} . \end{aligned}$$

(4.27)

Для $s=1$ отримали коефіцієнт відбиття структури (рис.4.1) для хвилі H_{10} :

$$R = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a+d}a\right) I_{\beta 1}^1. \quad (4.28)$$

Баланс потужностей:

$$S = |R|^2 + |T|^2. \quad (4.29)$$

4.1.5 Чисельні результати

За значеннями амплітуд напруженостей полів розраховували коефіцієнти проходження та відображення, а також потужність випромінювання з резонансної області і потужність втрат в діелектриках. Графіки представлені на рис.4.2.

Потужність втрат в діелектрику визначається виразом [33]:

$$P_d = \frac{\omega_p}{2} \varepsilon'' \varepsilon_0 \int_{V_1} |\vec{E}|^2 dV, \quad (4.30)$$

де ε'' – уявна частина діелектричної проникності,

ω_p – частота випромінювання.

Потужності втрат в N -ій неоднорідності, з урахуванням (4.6) і (4.30), визначалися виразами:

$$P_{dN} = \frac{\omega}{2} \varepsilon_1'' \int_{V_1} |\vec{E}|^2 dV = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_N'' \int_{h_1^{(N)}}^{h_2^{(N)}} \int_0^b \int_{l_1^{(N)}}^{l_2^{(N)}} |E_y|^2 dx dy dz =$$

$$= \frac{1}{2} \omega \varepsilon_N'' \int_{h_1^{(N)}}^{h_2^{(N)}} \int_0^b \int_{l_1^{(N)}}^{l_2^{(N)}} \left| \sum_{\alpha, \beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}z\right) \right|^2 dx dy dz. \quad (4.31)$$

Після перетворень і операцій інтегрування, отримали остаточні вирази для потужності втрат в кожній з діелектричних неоднорідностей:

$$P_{dN} = \frac{b}{2} \omega \varepsilon_N'' \varepsilon_0 \sum_{\alpha, \beta=1}^{\infty} \sum_{m, n=1}^{\infty} E_{\alpha\beta} E_{mn} I_{m\alpha}^{(N)} \cdot J_{n\beta}^{(N)}, \quad (4.32)$$

де N – номер неоднорідності.

Графіки залежності тієї, що пройшла, відбитої і поглинутих в діелектрику потужностей від довжини хвилі представлені на рис. 4.2.

При цьому було обрано такі параметри діелектричного заповнення: рідина всередині резонатора $\varepsilon_2 = 10$, $tg\delta = 5 \cdot 10^{-2}$, відокремлена від хвилеводу кварцевою діелектричною пластиною ($\varepsilon_1 = 3.8$, $tg\delta = 1 \cdot 10^{-4}$) товщиною $0.1 \cdot a$, геометричні розміри хвилеводу 23×10 мм, товщина резонаторної області $d = 0.5a$.

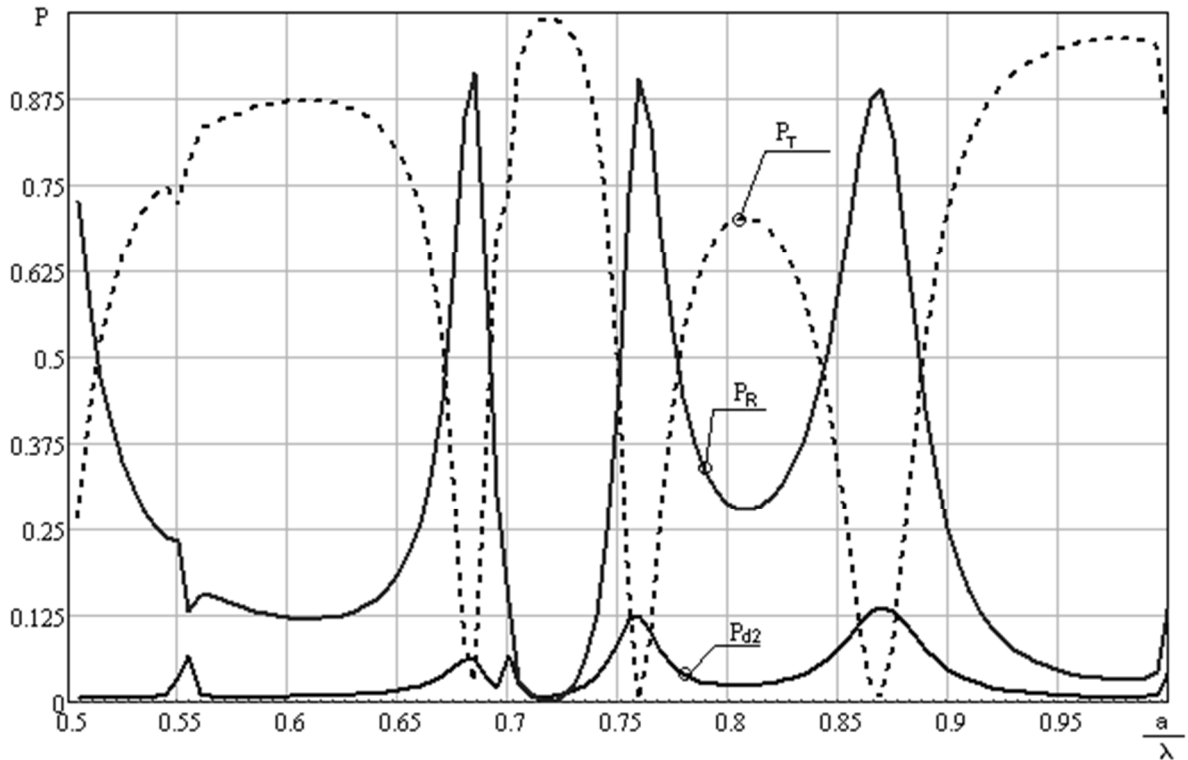


Рис. 4.2 – Залежність тієї, що пройшла, відбитої і поглинених в діелектрику потужностей від довжини хвилі

На графіку рис. 4.2 виділили три області, в яких коефіцієнт проходження мінімальний (в інтервалі частот 0.68 ... 0.7, 0.74 ... 0.77, 0.85 ... 0.87). У зазначені області помістили діелектрики для поглинання ними максимальної кількості енергії. Відповідно, саме в цих інтервалах відбувався найбільш ефективний нагрів неоднорідностей в резонансній області. Питання опису температурного поля в умовах мікрохвильового нагрівання розглянуто в роботі [105].

4.2 Прохідний прямокутний резонатор з діелектричними неоднорідностями зі слабким зв'язком

4.2.1 Постановка задачі

В якості математичної моделі було обрано прохідний резонатор з слабким зв'язком, що містив діелектричні неоднорідності з заданими комплексними діелектричними проникностями (рис.4.3).

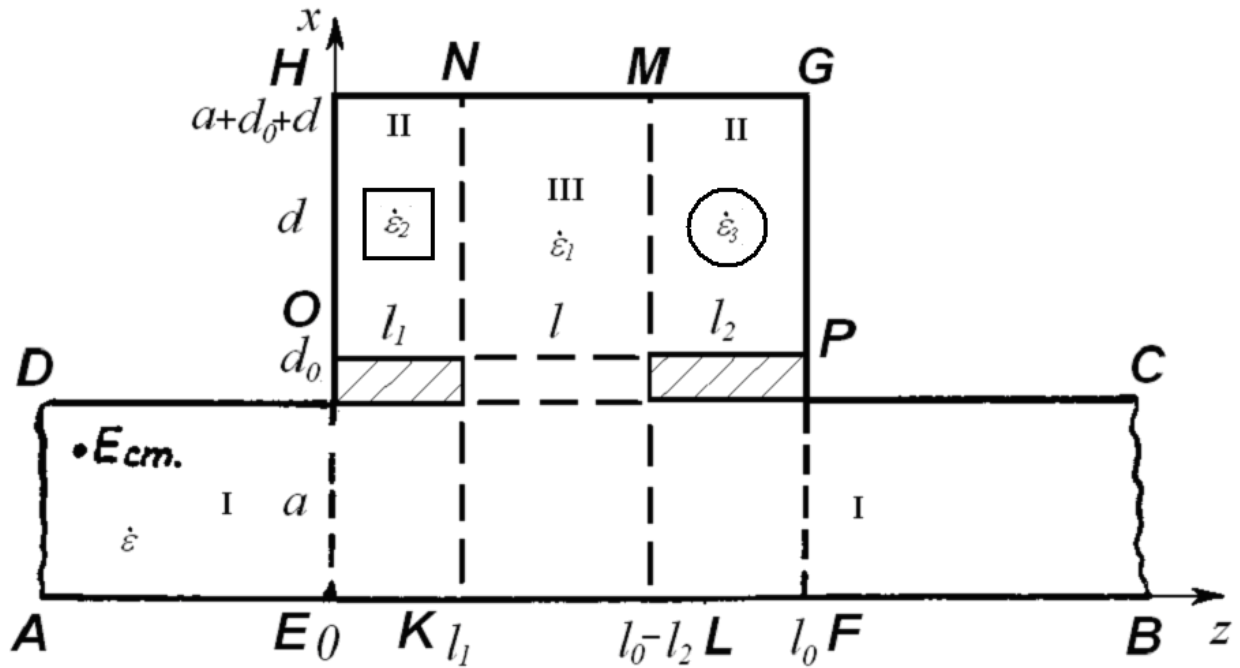


Рис. 4.3 – Резонатор зі слабким зв'язком і складним діелектричним заповненням

Розбили всю область визначення електромагнітного поля на три пересічні області (області перетину позначені пунктирною лінією):

$$\begin{aligned}
 1 \text{ область } ABCD & \begin{cases} -\infty < z < +\infty \\ 0 \leq x \leq a \end{cases} \\
 2 \text{ область } OHGP \text{ (резонаторна область)} & \begin{cases} 0 \leq z \leq l_0 \\ a + d_0 \leq x \leq a + d_0 + d \end{cases} \\
 3 \text{ область } KLMNF & \begin{cases} l_1 \leq z \leq l_0 - l_2 \\ 0 \leq x \leq a + d_0 + d \end{cases}
 \end{aligned}$$

Вважали, що на вході даної конструкції вздовж позитивного напрямку осі z поширювалась хвиля TE_{10} . Область резонатора (друга область) заповнена речовиною з комплексною діелектричною проникністю $\hat{\epsilon}_1$ і відділена від основного хвилеводу щілиною. У другу область поміщено діелектричні

неоднорідності з діелектричними проникностями ϵ_2 и ϵ_3 . Припустили, що основний хвилевід заповнений середовищем зі скалярними проникностями ϵ_0 та μ_0 і мав ідеально провідну поверхню.

4.2.2 Подання електромагнітного поля в прямокутному хвилеводі зі слабким зв'язком

Оскільки розміри структури уздовж осі OY не змінювалися, варіація полів у всіх розглянутих областях по цій вісі була відсутня. Електричне поле в цьому випадку мало тільки одну складову напруженості E_y .

Скориставшись другою теоремою Гріна і з огляду на вторинні хвилі, перевипромінені діелектричними пластинами, а також, граничні умови Діріхле, для першої і другої і третьої областей склали наступну систему інтегральних рівнянь:

$$E^I(x, z) = E_{cm.}(x, z) - \int_{l_1}^{l_0-l_2} E^{III}(x', z') \frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} dz' \Big|_{x'=a}, \quad (4.33)$$

$$E^{II}(x, z) = \int_{l_1}^{l_0-l_2} E^{III}(x', z') \frac{\partial G^{II}(x, z; x', z')}{\partial x'} dz' \Big|_{x'=a+d_0} +, \\ + \sum_{i=1}^N \left[(k^2 + \text{graddiv}) \int_{V_i} \vec{G}_e^{II}(x, z; x', z') (\epsilon_i - 1) E^{II}(x', z') dV' \right], \quad (4.34)$$

$$E^{III}(x, z) = \int_0^a E^I(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} + \\ + \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} - \int_0^a E^I(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2} -$$

$$- \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2} . \quad (4.35)$$

Підставивши вираз (4.33) в (4.35), отримали

$$\begin{aligned} E^{III}(x, z) = & \int_0^a \left[E_{cm.}(x', z') - \int_{l_1}^{l_0-l_2} E^{III}(x'', z'') \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right] \times \\ & \times \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} + \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} - \\ & - \int_0^a \left[E_{cm.}(x', z') - \int_{l_1}^{l_0-l_2} E^{III}(x'', z'') \frac{\partial G^I(x', z'; x'', z'')}{\partial x''} dz'' \Big|_{x''=a} \right] \times \\ & \times \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2} - \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2} . \end{aligned} \quad (4.36)$$

Зафіксували z' на межі $z'=l_1$.

Для першої області функція Гріна мала вигляд:

$$G^I(x, z; x', z') = \sum_s \frac{1}{i\gamma_s a} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s |z-z'|} . \quad (4.37)$$

Для другої області:

$$G^{II}(x, z; x', z') = - \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} . \quad (4.38)$$

Для третьої області:

$$G^{III}(x, z; x', z') = - \sum_m \sum_n \frac{4}{(a + d_0 + d)(l_0 - l_1 - l_2)} \times$$

$$\times \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a + d_0 + d} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l_0 - l_1 - l_2} (z - l_1)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a + d_0 + d} x'\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l_0 - l_1 - l_2} (z' - l_1)\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a + d_0 + d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l_0 - l_1 - l_2}\right)^2}.$$

(4.39)

Розглянули похідні від функцій Гріна при різних умовах і для різних областей.

Для функції Гріна $G^I(x, z; x', z')$ при $z'' > z'$ отримали:

$$\left. \frac{\partial G^I}{\partial x''} \right|_{\substack{x''=a \\ z'=l_1}} = \sum_s (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{i\gamma_s(l_1 - z'')},$$

(4.40)

для $z'' < z'$

$$\left. \frac{\partial G^I}{\partial x''} \right|_{\substack{x''=a \\ z'=l_0 - l_2}} = \sum_s (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} \sin\left(\frac{s\pi}{a} x'\right) \cdot e^{-i\gamma_s(l_0 - l_2 - z'')}.$$

(4.41)

Для функції Гріна резонаторної області $G^{II}(x, z; x', z')$

$$\frac{\partial G^{II}}{\partial x''} = - \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{u\pi}{d} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d} (x' - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right) \cos\left(\frac{u\pi}{d} (x'' - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z''\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2},$$

(4.42)

$$\left. \frac{\partial G^{II}}{\partial x''} \right|_{\substack{x''=a+d_0 \\ z'=l_1}} = - \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{u\pi}{d} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}l_1\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z''\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}, \quad (4.43)$$

$$\left. \frac{\partial G^{II}}{\partial x''} \right|_{\substack{x''=a+d_0 \\ z'=l_0-l_2}} = - \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{u\pi}{d} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}(l_0-l_2)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z''\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}. \quad (4.44)$$

Для функції Гріна третьої області $G^{III}(x, z; x', z')$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{III}}{\partial z'} &= - \sum_m \sum_n \frac{4n\pi}{(a+d_0+d)(l_0-l_1-l_2)^2} \times \\ &\times \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}(z-l_1)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x'\right) \cos\left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}(z'-l_1)\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}\right)^2}, \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial G^{III}}{\partial z'} \right|_{z'=l_1} &= - \sum_m \sum_n \frac{4n\pi}{(a+d_0+d)(l_0-l_1-l_2)^2} \times \\ &\times \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}(z-l_1)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x'\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}\right)^2}, \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\left. \frac{\partial G^{III}}{\partial z'} \right|_{z'=l_0-l_2} = - \sum_m \sum_n (-1)^n \frac{4n\pi}{(a+d_0+d)(l_0-l_1-l_2)^2} \times$$

$$\times \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}(z-l_1)\right)\sin\left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}x'\right)}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}\right)^2}. \quad (4.47)$$

Ввели наступні позначення:

$$E5_{uv} = \frac{4u\pi}{d^2l_0} \frac{\sin\left(\frac{v\pi}{l_0}l_1\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}, \quad (4.48)$$

$$E6_{uv} = \frac{4u\pi}{d^2l_0} \frac{\sin\left(\frac{v\pi}{l_0}(l_0-l_2)\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}, \quad (4.49)$$

$$E4_{mn} = \frac{4n\pi}{(a+d_0+d)(l_0-l_1-l_2)^2} \frac{1}{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a+d_0+d}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{l_0-l_1-l_2}\right)^2}, \quad (4.50)$$

$$d_1 = a + d_0 + d, \quad (4.51)$$

$$l = l_0 - l_1 - l_2. \quad (4.52)$$

Рівняння (4.36) є інтегральним рівнянням Фредгольма другого роду з виродженим ядром. Рішення цього рівняння шукали у вигляді розкладання за власними функціями другої області [100]:

$$E^{III}(x, z) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} B_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1}x\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z-l_1)\right), \quad (4.53)$$

а вирішення рівняння (4.34) шукали у вигляді:

$$E^H(x, z) = \sum_r \sum_w H_{rw} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} z\right), \quad (4.54)$$

сторонне джерело представили виразом:

$$E_{cm}(x, z) = E_0 \sin\left(\frac{s\pi}{a} x\right) \cdot e^{-i\gamma_s z}. \quad (4.55)$$

Підставили (4.53) та (4.54) в (4.34) з урахуванням введених позначень (4.48)-(4.52), отримали:

$$\begin{aligned} E^H(x, z) = & \int_{l_1}^{l_0-l_2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} B_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1}(a + d_0)\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z' - l_1)\right) \times \\ & \left(- \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{u\pi}{d} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} dz' + \right. \\ & + \sum_{i=1}^N \left[k^2 \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \left(- \sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x' - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} \right) \times \right. \\ & \left. \left. (\dot{\epsilon}_i - 1) \left(\sum_r \sum_w H_{rw} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x' - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right) \right) dz' dx \right]. \quad (4.56) \end{aligned}$$

Розглянули перший інтеграл, що входить в (4.56):

$$\begin{aligned}
I1 = & \int_{l_1}^{l_0-l_2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} B_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1}(a+d_0)\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z'-l_1)\right) \left(-\sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{u\pi}{d} \times \right. \\
& \left. \times \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}\right) dz' = -\sum_{\alpha,\beta} \sum_{u,v} B_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1}(a+d_0)\right) \frac{4u\pi}{d^2 l_0} \times \\
& \times \frac{1}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} \int_{l_1}^{l_0-l_2} \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z'-l_1)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) dz' dz' \times \\
& \times \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right). \tag{4.57}
\end{aligned}$$

Ввели наступні позначення:

$$E3_{\alpha} = \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1}(a+d_0)\right), \tag{4.58}$$

$$E7_{uv} = \frac{4u\pi}{d^2 l_0} \frac{1}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}, \tag{4.59}$$

$$E8_{uv} = \frac{4}{dl_0} \frac{1}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2}, \tag{4.60}$$

$$\mathcal{J}1_{\beta v} = \int_{l_1}^{l_0-l_2} \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z'-l_1)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) dz' = \frac{\beta\pi \left(\sin\left(\frac{v\pi}{l_0}l_1\right) - (-1)^{\beta} \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}(l_0-l_2)\right) \right)}{\left(\frac{\beta\pi}{l}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2},$$

тоді

$$I1 = -\sum_{\alpha,\beta} \sum_{u,v} B_{\alpha\beta} E3_{\alpha} E7_{uv} J1_{\beta v} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right). \quad (4.61)$$

Розглянули другий інтеграл, що входить в (4.56):

$$\begin{aligned} I2 &= k^2 \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \left(-\sum_u \sum_v \frac{4}{dl_0} \frac{\sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right) \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right)}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} \right) \times \\ &\times (\dot{\epsilon}_i - 1) \left(\sum_r \sum_w H_{rw} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) \right) dz' dx' = \\ &= -(\dot{\epsilon}_i - 1) k^2 \sum_{u,v} \sum_{r,w} H_{rw} \frac{4}{dl_0} \frac{1}{k^2 - \left(\frac{u\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{v\pi}{l_0}\right)^2} \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz' dx' \times \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right) = \\ &= -(\dot{\epsilon}_i - 1) k^2 \sum_{u,v} \sum_{r,w} H_{rw} E7_{uv} GD^{(i)} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z\right), \quad (4.62) \end{aligned}$$

де

$$GD^{(i)}_{r,w,u,v} = \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \cos\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz' dx'. \quad (4.63)$$

Провели обчислення інтегралів, що входять в (4.33)

$$\begin{aligned}
GD_{r,w,u,v}^{(i)} &= \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \cos\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz' dx' = \\
&= \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) dx' \cdot \int_{z_1^{(i)}}^{z_2^{(i)}} \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz' = I_{ur}^{(i)} J_{vw}^{(1)},
\end{aligned} \tag{4.64}$$

$$\text{де } I_{ur}^{(i)} = \int_{h_1^{(i)}}^{h_2^{(i)}} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) dx', \tag{4.65}$$

$$J_{vw}^{(i)} = \int_{l_1^{(i)}}^{l_2^{(i)}} \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \cdot \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz'. \tag{4.66}$$

Обчислили окремо інтеграли (4.65) та (4.66) для випадку, коли $u \neq r$,

$v \neq w$:

$$\begin{aligned}
I_{ur}^{(i)} &= \frac{1}{2} \int_{h_1^{(i)}}^{h_2^{(i)}} \left(\cos\left(\frac{(u-r)\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) - \cos\left(\frac{(u+r)\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \right) dx' = \\
&= \frac{d}{2\pi} \left(\frac{\sin\left(\frac{(u-r)\pi}{d}(h_2^{(i)}-a-d_0)\right)}{(u-r)} - \frac{\sin\left(\frac{(u+r)\pi}{d}(h_2^{(i)}-a-d_0)\right)}{(u+r)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sin\left(\frac{(u-r)\pi}{d}(h_1^{(i)}-a-d_0)\right)}{(u-r)} + \frac{\sin\left(\frac{(u+r)\pi}{d}(h_1^{(i)}-a-d_0)\right)}{(u+r)} \right), \tag{4.67}
\end{aligned}$$

$$J_{vw}^{(1)} = \int_{l_1^{(i)}}^{l_2^{(i)}} \sin\left(\frac{v\pi}{l_0}z'\right) \cdot \sin\left(\frac{w\pi}{l_0}z'\right) dz' = \frac{l}{2\pi} \left(\frac{\sin\left(\frac{(v-w)\pi}{l_0}l_2^{(i)}\right)}{(v-w)} - \frac{\sin\left(\frac{(v+w)\pi}{l_0}l_2^{(i)}\right)}{(v+w)} - \right.$$

$$\left. \frac{\sin\left(\frac{(v-w)\pi}{l_0} l_1^{(i)}\right)}{(v-w)} + \frac{\sin\left(\frac{(v+w)\pi}{l_0} l_1^{(i)}\right)}{(v+w)} \right). \quad (4.68)$$

Для випадку коли $u=r$ та $v=w$ отримали:

$$\begin{aligned} I_{uv}^{(i)} &= \int_{h_1^{(i)}}^{h_2^{(i)}} \sin^2\left(\frac{u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) dx' = \\ &= \frac{1}{2} \int_{h_1^{(i)}}^{h_2^{(i)}} \left(1 - \cos\left(\frac{2u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right)\right) dx' = \frac{1}{2} \left(x' - \frac{d}{2u\pi} \sin\left(\frac{2u\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \right) \Big|_{h_1^{(i)}}^{h_2^{(i)}} = \\ &= \frac{1}{2} \left(h_2^{(i)} - h_1^{(i)} - \frac{d}{2u\pi} \left(\sin\left(\frac{2u\pi}{d}(h_2^{(i)} - a - d_0)\right) - \sin\left(\frac{2u\pi}{d}(h_1^{(i)} - a - d_0)\right) \right) \right), \quad (4.69) \end{aligned}$$

$$J_{vw}^{(i)} = \int_{l_1^{(i)}}^{l_2^{(i)}} \sin^2\left(\frac{v\pi}{l_0} z'\right) dz' = \frac{1}{2} \left(l_2^{(i)} - l_1^{(i)} - \frac{l_0}{2v\pi} \left(\sin\left(\frac{2v\pi}{l_0} l_2^{(i)}\right) - \sin\left(\frac{2v\pi}{l_0} l_1^{(i)}\right) \right) \right). \quad (4.70)$$

Підставили (4.61) та (4.62) у вираз (4.56) та отримали систему рівнянь для визначення поля в другій області:

$$\begin{aligned} E^{II}(x, z) = I1 + I2 = & - \sum_{\alpha, \beta} \sum_{u, v} B_{\alpha\beta} E3_{\alpha} E7_{uv} J1_{\beta v} \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) - \\ & - \sum_{i=1}^N \left[(\dot{\epsilon}_i - 1) k^2 \sum_{u, v} \sum_{r, w} H_{rw} E8_{uv} GD^{(i)}_{r, w, uv} \times \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) \right]. \quad (4.71) \end{aligned}$$

Розглянули вираз (4.36) при підстановці в нього (4.53) та (4.54):

$$E^{III}(x, z) = - \sum_{mn} E_0 E4_{mn} I1_{m1} e^{-i\gamma_1 l_1} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} (z - l_1)\right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} E4_{mn} (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} E2_{\alpha} I1_{ms} I1_{\beta s} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} - \sum_{mn} (-1)^{n+1} E_0 E4_{mn} I1_{m1} e^{-i\gamma_1(l_0-l_2)} \times \\
& \times \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} (-1)^{s+n+1} E2_{\alpha} E4_{mn} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I1_{ms} (-1)^{\beta+1} I1_{\beta s} \times \\
& \times \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) - \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2}. \quad (4.72)
\end{aligned}$$

Виразували окремо:

$$\begin{aligned}
I3 & = \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_1} = \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} \sum_{r,w} H_{rw} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \times \\
& \times \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} l_1\right) \sum_{m,n} E4_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x'\right) dx' = \\
& = - \sum_{m,n} \sum_{r,w} H_{rw} E4_{mn} \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} l_1\right) \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x'\right) dx' \times \\
& \times \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right). \quad (4.73)
\end{aligned}$$

Ввели наступні позначення:

$$E2_w = \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} l_1\right), \quad (4.74)$$

$$I2_{mr} = \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x'-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x'\right) dx' = \frac{\frac{r\pi}{d} \sin\left(\frac{m\pi}{d_1}(a+d_0)\right)}{\left(\frac{r\pi}{d}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{d_1}\right)^2}, \quad (4.75)$$

тоді

$$I3 = - \sum_{m,n} \sum_{r,w} H_{rw} E4_{mn} E2_w I2_{mr} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} (z - l_1)\right). \quad (4.76)$$

Вирахували окремо:

$$\begin{aligned} I4 &= \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} E^{II}(x', z') \frac{\partial G^{III}(x, z; x', z')}{\partial z'} dx' \Big|_{z'=l_0-l_2} = - \int_{a+d_0}^{a+d_0+d} \sum_{r,w} H_{rw} \sin\left(\frac{r\pi}{d} (x' - a - d_0)\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} (l_0 - l_2)\right) \sum_{m,n} (-1)^n E4_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} (z - l_1)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x'\right) dx' = \\ &= - \sum_{m,n} \sum_{r,w} (-1)^n E4_{mn} H_{rw} \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} (l_0 - l_2)\right) \int_{a+d_0}^{d_1} \sin\left(\frac{r\pi}{d} (x' - a - d_0)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x'\right) dx' \times \\ &\times \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} (z - l_1)\right). \end{aligned} \quad (4.77)$$

Ввели позначення:

$$E3_w = \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} (l_0 - l_2)\right), \quad (4.78)$$

тоді

$$I4 = - \sum_{m,n} \sum_{r,w} (-1)^n E4_{mn} H_{rw} E3_w I2_{mr} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l} (z - l_1)\right). \quad (4.79)$$

Підставили (4.76) та (4.79) в (4.72) :

$$\begin{aligned}
E^{III}(x, z) = & -\sum_{mn} E_0 E 4_{mn} I 1_{m1} e^{-i\gamma_1 l_1} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} E 4_{mn} (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} E 2_\alpha I 1_{ms} I 1_{\beta s} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) - \\
& - \sum_{m,n} \sum_{r,w} H_{rw} E 4_{mn} E 2_w I 2_{mr} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) - \\
& - \sum_{mn} (-1)^{n+1} E_0 E 4_{mn} I 1_{m1} e^{-i\gamma_1(l_0-l_2)} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} (-1)^{s+n+1} E 2_\alpha E 4_{mn} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I 1_{ms} (-1)^{\beta+1} I 1_{\beta s} \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{m,n} \sum_{r,w} (-1)^n E 4_{mn} H_{rw} E 3_w I 2_{mr} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right). \tag{4.80}
\end{aligned}$$

Склали систему з (4.71) та (4.80):

$$\begin{aligned}
& \sum_r \sum_w H_{rw} \sin\left(\frac{r\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{w\pi}{l_0} z\right) = -\sum_{\alpha,\beta} \sum_{u,v} B_{\alpha\beta} E 3_\alpha E 7_{uv} J 1_{\beta v} \times \\
& \times \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) - \sum_{i=1}^N \left[(\dot{\epsilon}_i - 1) k^2 \sum_{u,v} \sum_{r,w} H_{rw} E 8_{uv} G D^{(i)}_{r,w,uv} \times \right. \\
& \left. \times \sin\left(\frac{u\pi}{d}(x-a-d_0)\right) \sin\left(\frac{v\pi}{l_0} z\right) \right], \tag{4.81} \\
& \sum_\alpha \sum_\beta B_{\alpha\beta} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{\beta\pi}{l}(z-l_1)\right) = \\
& = -\sum_{mn} E_0 E 4_{mn} I 1_{m1} e^{-i\gamma_1 l_1} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} E 4_{mn} (-1)^s \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} E 2_\alpha I 1_{ms} I 1_{\beta s} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{m,n} \sum_{r,w} H_{rw} E_{4_{mn}} E_{2_w} I_{2_{mr}} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) - \\
& - \sum_{mn} (-1)^{n+1} E_0 E_{4_{mn}} I_{m1} e^{-i\gamma_1(l_0-l_2)} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{\alpha\beta smn} B_{\alpha\beta} (-1)^{s+n+1} E_{2_\alpha} E_{4_{mn}} \frac{s\pi}{i\gamma_s a^2} I_{ms} (-1)^{\beta+1} I_{\beta s} \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right) + \\
& + \sum_{m,n} \sum_{r,w} (-1)^n E_{4_{mn}} H_{rw} E_{3_w} I_{2_{mr}} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{d_1} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{l}(z-l_1)\right). \tag{4.82}
\end{aligned}$$

4.2.3 Чисельні результати

Чисельні результати моделювання отримали для прохідного резонатора зі слабким зв'язком для випадку, коли довжина $l_2 = 0$. Зазначена структура зображена на рис.4.2.

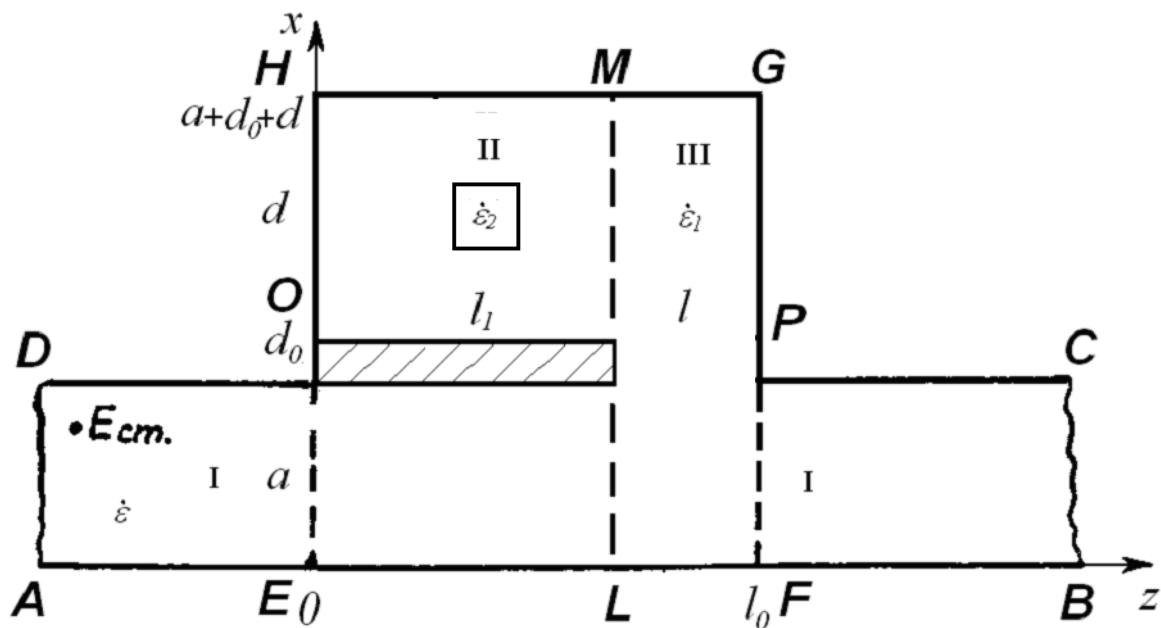


Рис. 4.4 – Прохідний резонатор зі слабким зв'язком

За значеннями амплітуд напруженостей полів розраховали коефіцієнти проходження та відбиття, а також потужність випромінювання з резонансної області і потужність втрат в діелектриках.

Потужність втрат в N -ній неоднорідності описувалась виразом (4.31). Потужності відбитої хвилі (P_R) і, хвилі що прийшла (P_T) були чисельно рівні коефіцієнтам відбиття (4.28) і проходження (4.26), відповідно, за умови, якщо на вхід подана потужність $P_0=1\text{Вт}$.

Графіки залежності потужності, що пройшла (P_T), відбитої (P_R) та потужності, що поглинулась в діелектрику (P_{d2}) від довжини хвилі, представлені на рисунку 4.5.

Вони отримані для наступних параметрів резонаторної системи: довжина резонатора – $2 \cdot a$; щілина (l) – $0.4 \cdot a$. В середині резонаторної області знаходилась неоднорідність у вигляді прямокутного діелектричного бруска ($\epsilon_2 = 4.0$, $tg\delta = 0.1$), шириною – $0.25 \cdot a$ та довжиною – $0.8 \cdot a$. Геометричні розміри хвилеводу 23×10 мм, товщина резонаторної області $d=0.5a$.

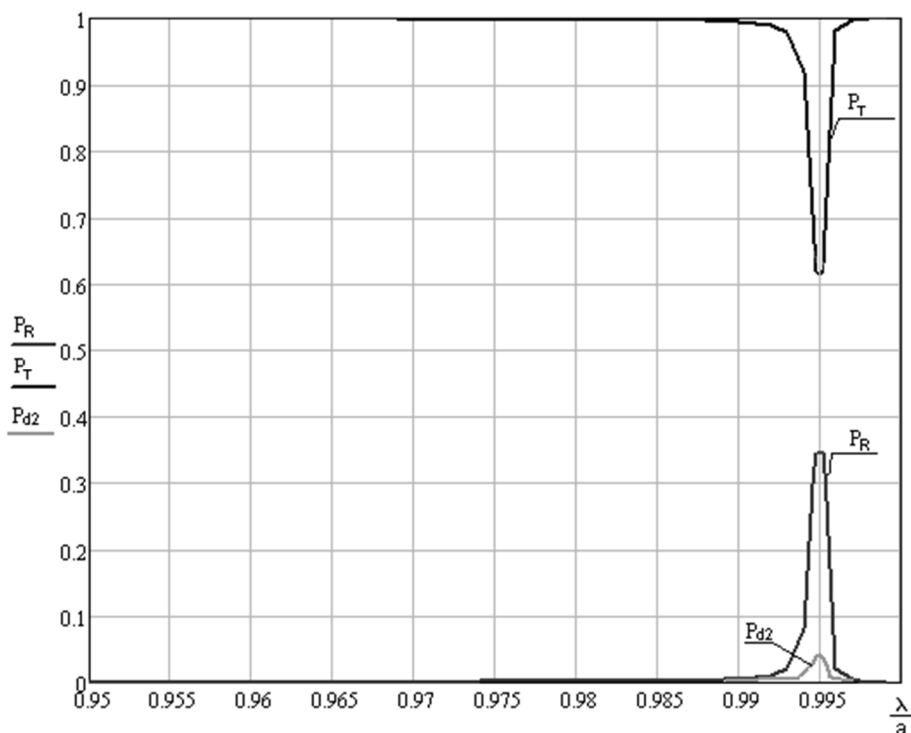


Рис 4.5 – Залежність потужності від довжини хвилі, що пройшла, відбитої та потужності, що поглинулась в діелектрику

На графіку (рис. 4.5) можна виділити лише одну область в якій коефіцієнт проходження мінімальний (в інтервалі частот $0.994 \dots 0.996$), на відміну від прохідного резонатора з міцним зв'язком, де було зафіксовано три області, в яких коефіцієнт проходження приймав мінімальне значення.

Таким чином, слабкий зв'язок резонатора з хвилеводом звужує полосу частот у порівнянні з хвилеводно-резонаторною системою з сильним зв'язком, в якій можливий резонанс, та не дозволяє діелектричній неоднорідності поглинати потужність, лише 3,5% якої витрачається на нагрів діелектричної вставки.

4.3 Висновки до четвертого розділу

1. Набув подальший розвиток метод областей, що частково перетинаються, який вперше дозволив отримати аналітичні вирази для полів в хвилеводній та резонаторній областях, для структур з багат шаровим діелектричним заповненням всередині резонатора при сильному та слабкому зв'язку резонатора з хвилеводом та запропонована методика розрахунку для вказаних структур.

2. Представлена методика по розрахунку потужностей та отримано чисельні результати, що підтверджують можливість використання метода областей, що частково перетинаються, для знаходження енергетичних параметрів хвилеводно-резонаторних структур з багат шаровим діелектричним заповненням при сильному та слабкому зв'язку резонатора з хвилеводом.

3. Визначено коефіцієнти проходження та відбиття для прохідного резонатора з сильним зв'язком та багат шаровою формою діелектричного заповнення, показано що існує три області, в яких коефіцієнт проходження мінімальний (в інтервалі частот $0.68 \dots 0.7$, $0.74 \dots 0.77$, $0.85 \dots 0.87$). Відповідно, можна зробити висновок про те, що саме в цих інтервалах відбувалося

найбільш ефективно поглинання енергії (нагрів) неоднорідностями в резонансній області.

4. Використовуючи метод областей, що частково перетинаються, визначено коефіцієнти проходження та відбиття для прохідного резонатора зі слабким зв'язком та діелектричною вставкою в середині резонатора. Показано, що, на відміну від прохідного-резонатора з сильним зв'язком, існує лише одна область, в якій коефіцієнт проходження мінімальний (в інтервалі частот 0.994 ... 0.996). Таким чином, слабкий зв'язок резонатора з хвилеводом звужує полосу частот, в якій можливий резонанс, та не дозволяє діелектричній неоднорідності поглинати потужність, лише 3.5% якої витрачається на нагрів діелектричної вставки.

ВИСНОВКИ

В результаті дисертаційних досліджень вирішено актуальну науково-прикладну задачу моделювання резонаторних систем з неоднорідностями за допомогою вдосконалення метода інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки та метода областей, що частково перетинаються. Вона полягає в розробці ефективної математичної моделі таких пристроїв, а також методики та алгоритмів аналізу, програмних засобів її реалізації.

Основні результати роботи і висновки з них можна сформулювати наступним чином:

1. Проведено аналіз структурних особливостей хвилеводно-діелектричних резонаторів, визначені основні переваги та недоліки хвилеводно-діелектричних структур.

2. На підставі аналізу можливостей чисельних методів розрахунку електромагнітних полів в хвилеводно-резонаторних системах з частковим багат шаровим заповненням показано, що для моделювання таких структур найбільш доцільно обрати метод областей, що частково перетинаються, в поєднанні з методом інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки.

3. Сформульовано основні положення та визначені особливості математичної реалізації метода інтегральних рівнянь та метода областей, що частково перетинаються, при вирішенні внутрішніх крайових задач електродинаміки, пов'язаних з комп'ютерним моделюванням резонаторних систем НВЧ діапазону.

4. Розроблено загальний підхід до розрахунку прямокутних резонаторів з частковим багат шаровим заповненням на базі метода інтегральних рівнянь електродинаміки. Показано, що він дозволяє розраховувати характеристики таких систем без використання коштовних та ресурсномістких програмних комплексів. Для ряду найбільш розповсюджених конструкцій (резонатор з двома діелектричними пластинами, резонатор з циліндричними

неоднорідностями) представлені результати чисельної реалізації моделювання. Показано, що при переміщенні діелектричних пластин уздовж широкої стінки резонатора від края до центра добротність резонансної структури спадає.

5. Сформульовано початково-граничну електродинамічну задачу про розповсюдження електромагнітного поля у неоднорідному стаціонарному середовищі у вигляді інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду із включеними граничними й початковими умовами. Показано, що за допомогою функції Гріна з урахуванням ортогональності власних функцій резонатора отриману систему інтегральних рівнянь можна звести до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, коефіцієнти якої враховують геометричну будову неоднорідностей та параметри матеріалу, з якого вони виготовлені.

6. Методом областей, що частково перетинаються, проведено розрахунок резонансних частот двох варіантів конструкцій прохідного резонатора з частковим діелектричним заповненням: при сильному та слабкому зв'язках. Показано, що прохідний резонатор з слабким зв'язком містить три області, в яких коефіцієнт проходження мінімальний, а прохідний резонатор з сильним зв'язком - лише одну, це може використовуватися для оптимізації та керування енергією, що витрачається на нагрів діелектрика в середині резонатора, оскільки розміщувати діелектричну неоднорідність слід в інтервалі частот, де коефіцієнт проходження мінімальний для максимального поглинання ним електромагнітної енергії.

7. Розроблені математичні моделі були впроваджені: в КП НВК "Іскра", в Національному університеті «Запорізька політехніка» при виконанні держбюджетної НДР а також в навчальному процесі на кафедрі радіотехніки та телекомунікацій Національного університету «Запорізька політехніка», що підтверджується відповідними актами впровадження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с нестационарной цилиндрической неоднородностью // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2004. Т. 12. № 2. С. 6–10.
2. Самойлик С. С., Піза Д. М. Аналіз методів вирішення внутрішньої граничної задачі електродинаміки для резонаторних структур з частковим діелектричним заповненням // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей ІХ Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 03–05 жовтня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 65–66.
3. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность прямоугольного резонатора с переменным числом диэлектрических неоднородностей // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2008. Т.19. № 1. С. 32–37.
4. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Энергетические характеристики проходного резонатора на прямоугольных волноводах с частичным диэлектрическим заполнением // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2010. Т.22. № 1. С. 15–20.
5. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с кусочно-однородными диэлектрическими включениями // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2012. Т.27. № 2. С. 25–29.
6. Piza D. M., Samoylyk S. S. Development of the Method of Integral Equations of Macroscopic Electrodynamics for Determining Eigen Frequencies of a Rectangular Resonator with a Multilayer Cylindrical Semiconductor Inhomogeneity // Telecommunications and Radio Engineering. 2016. Vol. 75 (18). P. 1625–1631.

7. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Рассеяние электромагнитных волн на пластине с изменяющейся диэлектрической проницаемостью, расположенной в волноводе // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2006) : Материалы 16-й Международной Крымской конференции (Севастополь, 11–15 сентября 2006 г.). Севастополь, 2006. С. 544–545.

8. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Расчет собственных частот прямоугольного резонатора с несколькими неоднородностями // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций "РТ-2007" : Материалы 3-ей междунар. молодежной науч.-техн. конф. (Севастополь, 16–21 апреля 2007 г.). Севастополь, 2007. С. 113.

9. Bondaryev V. P., Samoylyk S. S. Proper frequencies of a rectangular resonator with multilayer semiconductor cylinder heterogeneity // Millimeter and Submillimeter Waves (MSMM'07) : Proceedings of the Sixth Kharkov International Symposium on Physics and Engineering (Kharkov, 25–30 June, 2007). Kharkov, 2007. Vol. 1. P. 366–368.

10. Samoylyk S. S., Bondaryev V. P. Complex frequencies of the rectangular resonator with the arbitrary number of the dielectric heterogeneities // International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07) : Proceedings of the Sixth International Conference (Sevastopol, 17–21 September, 2007). Sevastopol, 2007. P. 152–154.

11. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность проходного прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением при сильной связи // Радіофізика та електроніка, біофізика : Матеріали VIII конф. молодих науковців (Харків, 25–27 листопада 2008 р.). Харків, 2008. С. 139.

12. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Оптимизация параметров проходного резонатора со слабой связью с произвольным числом диэлектрических неоднородностей // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VI Міжнародної

науково-практичної конференції (Запоріжжя, 19–21 вересня 2012 р.). Запоріжжя, 2012. С. 79–80.

13. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Энергетические характеристики проходного резонатора со слабой связью и диэлектрическими неоднородностями // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VII Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 17–19 вересня 2014 р.). Запоріжжя, 2014. С. 28–29.

14. Самойлик С. С., Пиза Д. М. Развитие метода интегральных уравнений макроскопической электродинамики для нахождения собственных частот прямоугольного резонатора с многослойной полупроводниковой цилиндрической неоднородностью // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VIII Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 21–23 вересня 2016 р.). Запоріжжя, 2016. С. 73–74.

15. Самойлик С. С. Використання методу інтегральних рівнянь для знаходження власних частот прямокутного резонатора з неоднорідностями // Тиждень науки : Тези доповідей науково-практичної конференції (Запоріжжя, 16–20 квітня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 815–816.

16. Wakino K., Nishikawa T., Tamura H., Sudo T. Dielectric Resonator Materials and their Applications // Microwave journal. 1987. Vol. 30 (6). P. 133–150.

17. Klopfer K., Ackermann W., Weiland T. Computation of Complex Eigenmodes for Resonators Filled With Gyrotropic Materials // IEEE Transactions on Magnetism. 2015. № 51 (1). P. 1–7.

18. Yeap K. H., Tham C. Y., Yassin G., Yeong K. C. Attenuation in rectangular waveguides with finite conductivity walls // Radioengineering. 2011. № 20 (2), P. 472–478.

19. Nicholson B. F., Watson B. K. Dielectric Wafer Filters in Waveguide // 6-th Eur. Microwave Conf. Rome, 1976. P. 59–63.

20. Kuwano S., Kokubun K. A Class Maximally Flat Waveguide Bandpass Filter Consisting of Array of Dielectric Slabs // Trans. Inst. Electron, and Commun. Eng. Jap. 1978. Vol. B 61 (6). P. 543–544.

21. Kuwano S., Kokubun K. Waveguide Filters Using Dielectric Slabs Instead of Irises // Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap. 1979. Vol. B 62 (12). P. 1147–1154.

22. Диэлектрические резонаторы / М. Е. Ильченко и др. М. : Радио и связь, 1989. 328 с.

23. Ильченко М. Е. Твердотельные частотно-избирательные устройства СВЧ. Киев : Вища школа, 1987. 68 с.

24. Безбородов Ю. М., Нарытник Т. Н., Федоров В. Б. Фильтры СВЧ на диэлектрических резонаторах. Киев : Техника, 1989. 184 с.

25. Achouri K., Yahyaoui A., Gupta S., Rmili H., Caloz C. Dielectric Resonator Metasurface for Dispersion Engineering // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2017. № 65 (2). P. 673–680.

26. Волноводно-диэлектрические фильтрующие структуры : Справочник / Б. Ю. Капилевич, Е. Р. Трубехин. М. : Радио и связь, 1990. 272 с.

27. Podgorski A., Macphie R. H. Quarter-wavelength Coupled Dielectric Plate Resonators for High Selectivity TE mode Filters // IEEE Trans. 1980. Vol. MTT-28 (4). P. 405–408.

28. Коробкин В. А., Хижняк Н. А. Волноводно-диэлектрический резонанс диэлектрического образца в прямоугольном волноводе // Изв. вузов СССР Сер. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 4. С. 558–565.

29. Kobayashi Y., Inoue C. Bandpass and bandstop filters using dominant $TM_{01\delta}$ mode dielectric rod resonators // Proceedings of the 1997 IEEE MTT-S International Microwave Symposium. 1997. Vol. 2. P. 793–796.

30. Elnaggar S. Y., Tervo R., Mattar S. M. Coupled modes, frequencies and fields of a dielectric resonator and a cavity using coupled mode theory // Journal of Magnetic Resonance. 2014. № 238. P. 1–7.

31. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны. Изд. 2-е, перераб. и дополненное. М. : Советское радио. 1971. 664 с.
32. Кугушев А. М., Голубева Н. С., Митрохин В. Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн. М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 368 с.
33. Пименов Ю. В. Техническая электродинамика : Учеб. пособие для студентов вузов связи, обучающихся по специальностям 200900 - "Сети связи и системы коммутации", 201000 - "Многоканал. телекоммуникац. системы", 201100 - "Радиосвязь, радиовещание и телевидение", 202200 - "Средства связи с подвиж. объектами", 201400 - "Аудиовизуал. техника", 071700 - "Физика и техника опт. связи" и направлению 550400 - "Телекоммуникации" / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. М. : Радио и связь, 2000. 536 с.
34. Малых М. Д., Севастьянов А. Л., Севастьянов Л. А., Тютюнник А. А. О сведении уравнений Максвелла в волноводах к системе связанных уравнений Гельмгольца // Вестник РУДН. Серия : Математика. Информатика. Физика. 2018. № 26 (1). Т. 26. С. 39-48.
35. Гринев А. Ю., Гиголо А. И. Математические основы и методы решения задач электродинамики. 2015. 216 с.
36. Марков Г. Т., Васильев Е. Н. Математические методы в прикладной электродинамике. М. : Советское радио, 1970. 386 с.
37. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М. : Мир, 1977. 488 с.
38. Смирнов Ю. Г. Математические методы исследования задач электродинамики: монография. Пенза : Информационно-издательский центр ПензГУ, 2009. 267 с.
39. Menachem Z. Applications and Solving Techniques of Propagated Wave in Waveguides Filled with Inhomogeneous Dielectric Materials // Emerging Waveguide Technology. 2018. P. 297-315.

40. Григорьев А. Д., Янкевич В. Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования. М. : Радио и связь, 1984. 248 с.
41. Johns P. B., Beurle R. L. Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix // Proc. IEEE. 1971. Vol. 188 (9). P. 1203–1208.
42. Haider M., Russer J. A. The correlation transmission line matrix (CTLTM) method. 2017 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA) : Proceedings of the 2017 19th International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications. ICEAA, 2017. P. 1509-1512.
43. Akhtarzad S., Johns P. B. Solution of 6-component electromagnetic fields in three space dimensions and time by the t.l.m. method // Electronics Letters. 1974. Vol. 10 (25-26). P. 535.
44. Hofer W. J. R. The Transmission-Line Matrix Method--Theory and Applications // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1985. Vol. 33 (10). P. 882–893.
45. Christopoulos C. The Transmission-Line Modeling Method: TLM. Oxford : Morgan and Claypool, 2006. 124 p.
46. Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1985. Vol. 14 (3). P. 302–307.
47. Taflove A., Hagness S. C., Picket-May M. Computational Electromagnetics: The Finite-Difference Time-Domain Method // The Electrical Engineering Handbook. 2005. P. 629–670.
48. Kunz K. S., Luebbers R. J. The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics. Boca Raton. FL : CRC Press Inc, 1993. 448 p.
49. Gedney S. D. Introduction to the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method for Electromagnetics // Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics. 2011. № 6 (1). P. 1–250.

50. Fan W., Chen Z., Yang S. On the Analytical Solution of the FDTD Method // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2016. № 64 (11). P. 3370–3379.
51. Dai Q. I., Lo Y. H., Chew W. C., Jiang L. J. An Efficiently Preconditioned Eigenanalysis of Inhomogeneously Loaded Rectangular Cavities // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2013. № 12. P. 58–61.
52. Weiland T. Discretization Method for the Solution of Maxwell's Equations for Six-Component Fields // AEU-Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik. 1977. Vol. 31 (3). P. 116-120.
53. Clemens M., Weiland T. Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique. // Progress In Electromagnetics Research. 2001. Vol. 32. P. 65–87.
54. Cangellaris A., Chung-Chi Lin, Kenneth M. Point-matched time domain finite element methods for electromagnetic radiation and scattering // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1987. Vol. 35 (10). P. 1160–1173.
55. Joseph J., Sober T. J., Gohn K. J., Konrad A. Time domain analysis by the point-matched finite element method // IEEE Transactions on Magnetics. 1991. Vol. 27 (5). P. 3852–3855.
56. Bossavit A., Mayergoyz, I. Edge-elements for scattering problems // IEEE Transactions on Magnetics. 1989. Vol. 25 (4). P. 2816–2821.
57. Cendes Z. J. Vector finite elements for electromagnetic field computation // IEEE Transactions on Magnetics. 1991. Vol. 27 (5). P. 3958–3966.
58. Sacks Z. S., Jin-Fa Lee. A finite-element time-domain method using prism elements for microwave cavities // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 1995. Vol. 37 (4). P. 519–527.
59. Banjai L., Sauter S. Rapid Solution of the Wave Equation in Unbounded Domains // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2009. № 47 (1). P. 227–249.
60. Jin-Fa Lee, Lee R., Cangellaris A. Time-domain finite-element methods // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1997. Vol. 45 (3). P. 430–442.

61. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. М. : Наука, 1985. 256 с.
62. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М. : Янус, 2005. 521 с.
63. Telichev I. Application of the method of singular integral equations to the failure analysis of impact-damaged thin-walled pressurized structures // *Engineering Fracture Mechanics*. 2016. № 154. P. 169–179.
64. Даутов О. Ш., Адель Зин Э.М. Метод вспомогательных источников с применением новой формулы для вспомогательного поля // *Современные наукоемкие технологии*. 2005. № 8. С. 82–83.
65. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. Развитие методов вспомогательных источников в электромагнитных задачах дифракции // *Математическое моделирование*. 1990. Т. 2. № 12. С. 52–79.
66. Смирнов, Ю. Г., Медведик М. Ю., Васюнин Д. И. Метод коллокации решения объемного сингулярного интегрального уравнения в задаче определения диэлектрической проницаемости материала // *Известия высших учебных заведений. Физико-математические науки*. 2009. № 3 (11). С. 71–87.
67. Xiu D., Hesthaven J. S. High-Order Collocation Methods for Differential Equations with Random Inputs // *SIAM Journal on Scientific Computing*. 2005. № 27 (3). P. 1118–1139.
68. Haldar M. K. Introducing the Finite Element Method in Electromagnetics to Undergraduates Using MATLAB // *International Journal of Electrical Engineering Education*. 2006. № 43 (3). P. 232–244.
69. Nagare M. M., Popalghat S. K. Effect of Elements, Order of Approximation and Gauss // *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*. 2008. Vol. 4. № 5, P. 530-535.
70. Kichidis An., Pleros N., Miliou A. Development of a Finite Element Method // *BCI'13 (Thessaloniki, September 19-21, 2013)*. Thessaloniki, 2013. P. 25-31.

71. Вазов В. Р., Форсайт Д. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных / Пер. с англ. Б. М. Будака и Н. П. Жидкова. Москва : Изд-во иностр. лит., 1963. 487 с.
72. Самарский А. А. Теория разностных схем. - 2-е, испр. изд. М. : Наука, 1983. 616 с.
73. Ильин В. П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2000. 345 с.
74. Wiktor M., Zawadzki G. Application of symmetry planes in finite difference analysis of coupled resonators // 19th International Conference Radioelektronika. 2009. P. 173-176.
75. Chari M. V. K., Silvester P. P. Finite elements in electrical and magnetic field problems // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1980. Vol. 15 (9). P. 1421–1421.
76. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков: пер. с англ. М. : Мир, 1986. 229 с.
77. Silvester P. P., Pelosi G. Finite Elements for Wave Electromagnetics. New York : IEEE Press, 1994. 534 p.
78. Volakis J. L., Chatterjee A., Kempel L. C. Finite Element Method for Electromagnetics: Antennas, Microwave Circuits, and Scattering Applications. Wiley-IEEE Press, 1998. 368 p.
79. Bossavit A. Computational Electromagnetism, Variational formulations, Edge elements, Complementarity. N.-Y. : Academic press, 2003. 352 p.
80. Jin J. The Finite Element Method in Electromagnetics. 2 edition. John Wiley & Sons, 2002. XXIV. 753 p.
81. Coccioli R., Itoh T., Pelosi G., Silvester P. P. Finite-element methods in microwaves: a selected bibliography // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 1996. Vol. 38 (6). P. 34–48.

82. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М. : Мир, 1974. 328 с.
83. Левин Л. Теория волноводов: методы решения волноводных задач. М. : Радио и связь, 1981. 312 с.
84. Никольский В. В. Проекционные методы в электродинамике (экранированные и открытые системы). / Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. М. : Высшая школа, 1977. Вып. 1. С. 4-50.
85. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А. Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции. Киев : Наукова думка, 1984. 296 с.
86. Прохода И. Г., Чумаченко В. П. Метод частичных пересекающихся областей для исследования волноводно-резонаторных систем сложной формы. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 10. С. 1578–1582.
87. Власов А. Г. Метод переопределенных рядов в некоторых краевых задачах математической физики // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Сб. 3, Л. : Гос. ун-т, 1959. С. 403-462.
88. Коробкин В. А., Осинцев В. В., Обольянинова Е. В. О двух представлениях поля в задаче о собственных электромагнитных колебаниях в волно-водных расширениях // Радиотехника и электроника. 1987. Т 32. № 2. С. 248–254.
89. Григорьев А. Д. Методы вычислительной электродинамики. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. 430 с.
90. Nasr M. H., Othman M. A. K., Eshrah I. A., Abuelfadl, T. M. Solution of cavity resonance and waveguide scattering problems using the eigenmode projection technique // Journal of Applied Physics. 2017. Vol. 121 (14). P. 1 – 14.
91. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М. : Наука, 1986. 288 с.
92. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. М. : Наука, 1985. 336 с.

93. Gnilenko A. B., Magro, V. I. Method of partial overlapping regions for solving electromagnetic problems // 2017 XXIIInd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED). 2017. P. 36 - 41.

94. Морозов В. М. Применение метода интегральных уравнений частичных пересекающихся областей для расчета волноводных фар : дис. ... кандидата физ.-мат. наук. Дніпропетровськ, 1984. 147 с.

95. Grymalyuk I. V., Drobakhin O. O. The dielectric filling influence on the resonance characteristics of the waveguide structure. //International Young Scientists Forum on Applied Physics. YSF 2015 (29 September - 2 October 2015). Dnipropetrovsk, 2015. P. 1.

96. Дробахин О. О., Салтыков Д. Ю. Исследование возможности применения связанных биконических резонаторов для определения параметров диэлектрических материалов // Прикладная радиоэлектроника. 2014. №1 (13). С. 64 – 70.

97. Drobakhin O. O., Privalov Ye. N., Saltykov D. Yu. Open-Ended Waveguide Cutoff Resonators for Monitoring Dielectrics Parameters of Gases // Telecommunications and Radio Engineering. 2013. Vol. 72 (7). P. 627 - 640.

98. Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Чуканова Г. А., Чумаков В. И. Шипилова И. А. Широкополосный резонансный метод определения диэлектрических свойств веществ с большими потерями // Прикладная радиоэлектроника. 2005. Т. 4. № 2. С. 201 - 205.

99. Прокопенко Ю. В., Смирнова Т. А., Филиппов Ю. Ф., Матяш О. А. Радиально двухслойный квазиоптический диэлектрический резонатор для диэлектрметрии // Вопросы атомной науки и техники. 2004. №4. С. 93 - 96.

100. Хижняк Н. А. Интегральные уравнения микроскопической электродинамики. Киев : Наук. думка, 1986. 278 с.

101. Федотов Ф. В., Нерух А. Г. Численное исследование взаимодействия электромагнитного поля с нестационарным диэлектрическим слоем при

помощи метода интегральных уравнений Вольтерра // Радиоэлектроника и информатика : научно-технический журнал. 2003. №4. С.12 – 15.

102. Nerukh A., Zolotariov D., Benson T. The approximating functions method for nonlinear Volterra integral equations // Optical and Quantum Electronics. 2015. Vol. 47 (8). P. 2565 – 2575.

103. Гусева О. В., Горб М. С. Задача на власні значення відкритого резонатора // Вісник Національного технічного університету України «КПІ». 2014. №56. С. 42 – 54.

104. Spielman B. E. A Field Theoretic Foundation for the Representation of Quality Factor in Terms of Reactance-Slope Parameters for Electrically Large Three-Dimensional Arbitrarily Shaped Resonators // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2004. Vol. 52 (7). P. 1683 – 1692.

105. Волгушева Н. В. Математическое моделирование нагрева диэлектрического материала в микроволновом электромагнитном поле // Энергетика. 2005. №5. С. 44 – 48.

ДОДАТОК А

Акти впровадження



КАЗЕННЕ ПІДПРИЄМСТВО
«НАУКОВО-ВИРОБНИЧИЙ КОМПЛЕКС
«ІСКРА»

23.09.2019 № 868/174/186

На № _____ від _____

ЗАТВЕРДЖУЮ

В. О. Директор Казенного підприємства
«Науково-виробничий комплекс «Іскра»

Юрій ПАЩЕНКО
2019 року

Дмитро Стефанчик

АКТ

про впровадження результатів наукових досліджень
САМОЙЛИКА Сергія Сергійовича

Комісія у складі:

голови комісії: Хара Олексія Леонтійовича, директора Департаменту досліджень і конструювання КП «НВК «Іскра»,

членів комісії: Лаврентьєва Володимира Миколайовича, к. т. н., головного конструктора СКБ-1 ЦДК КП «НВК «Іскра»,

Семенова Дмитра Сергійовича, начальника відділу системного проектування СКБ-1 ЦДК КП «НВК «Іскра»

розглянула матеріали дисертаційної роботи САМОЙЛИКА Сергія Сергійовича і встановила наступне.

Результати дисертаційних досліджень, а саме:

- результати аналізу структурних особливостей хвилеводно-діелектричних резонаторів;

- розроблений загальний підхід до розрахунку на базі методу інтегральних рівнянь електродинаміки прямокутних резонаторів з частковим багаточастотним заповненням;

- розроблені математичні моделі

плануються до використання при розробленні нових радіолокаційних станцій КП «НВК «Іскра».

Акт не є основою для виплати за впровадження та інших авторських винагород.

Голова комісії:

Директор Департаменту досліджень і конструювання і *О. Л. Хара*

Члени комісії:

Головний конструктор СКБ-1 ЦДК *В. М. Лаврентьєв*

Начальник ВСП СКБ-1 ЦДК *Д. С. Семенов*

Ольга Волынец (061) 271-22-10

🏠 вул. Магістральна, 84,
м. Запоріжжя, 69071, Україна

☎ Тел.: 38(061) 271-21-52, 271-22-79
Факс: 38(061) 271-22-11, 271-21-63

✉ E-mail: iskra@iskra.zp.ua,
Код ЄДРПОУ 14313866

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор Національного університету

«Запорізька політехніка»

д.т.н., проф.  С.Б. Беліков

2019 р.

**АКТ**

впровадження результатів дисертаційної роботи

Самойлика Сергія Сергійовича

« Розвиток методів та моделей аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багатошаровим заповненням »

Комісія у складі голови д.т.н. проф. Наумик В.В. та членів к.т.н., доц. Морщавки С.В., к.т.н., доц. Бугрової Т.І. констатує, що результати дисертаційної роботи здобувача, старшого викладача кафедри Радіотехніки та телекомунікацій використано для виконання науково-дослідної роботи №0118U100047 та відображено у розділу звіту.

Голова комісії

д.т.н. проф.



В.В. Наумик

Члени комісії

к.т.н., доц.



С.В. Морщавка

к.т.н.



Т.І. Бугрова

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор Національного університету



«Запорізька політехніка»

д.т.н., проф. С.Б. Беліков

2019 р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи

Самойлика Сергія Сергійовича

« Розвиток методів та моделей аналізу хвилеводно-резонаторних систем з частковим багатозаровим заповненням »

Комісія у складі голови д.т.н. Морщавки С.В., та членів к.т.н., доц. Кабака В.С., к.т.н., доц. Чернобородова М.П. констатує, що результати дисертаційної роботи здобувача, старшого викладача кафедри Радіотехніки та телекомунікацій впроваджені у навчальний процес в лекційних курсах та практичних заняттях дисциплін I рівня навчання (бакалаврського) «Технічна електродинаміка», «Електроні та квантові пристрої НВЧ» за освітньо-професійними програмами «Радіотехніка», «Інформаційні мережі зв'язку» спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка».

Голова комісії

к.т.н., доц.

С.В. Морщавка

Члени комісії

к.т.н., доц.

В.С. Кабак

к.т.н., доц.

М.П. Чернобородов

ДОДАТОК Б

Список опублікованих праць за темою дисертації

1. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с нестационарной цилиндрической неоднородностью // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2004. Т. 12. № 2. С. 6–10.
2. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность прямоугольного резонатора с переменным числом диэлектрических неоднородностей // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2008. Т.19. № 1. С. 32–37.
3. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Энергетические характеристики проходного резонатора на прямоугольных волноводах с частичным диэлектрическим заполнением // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2010. Т.22. № 1. С. 15–20.
4. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Электромагнитное поле прямоугольного резонатора с кусочно-однородными диэлектрическими включениями // Радиоэлектроника, информатика, управління. 2012. Т.27. № 2. С. 25–29.
5. Piza D. M., Samoylyk S. S. Development of the Method of Integral Equations of Macroscopic Electrodynamics for Determining Eigen Frequencies of a Rectangular Resonator with a Multilayer Cylindrical Semiconductor Inhomogeneity // Telecommunications and Radio Engineering. 2016. Vol. 75 (18). P. 1625–1631.
6. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Рассеяние электромагнитных волн на пластине с изменяющейся диэлектрической проницаемостью, расположенной в волноводе // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2006) : Материалы 16-й Международной Крымской конференции (Севастополь, 11–15 сентября 2006 г.). Севастополь, 2006. С. 544–545.

7. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Расчет собственных частот прямоугольного резонатора с несколькими неоднородностями // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций "РТ-2007" : Материалы 3-ей междунар. молодежной науч.-техн. конф. (Севастополь, 16–21 апреля 2007 г.). Севастополь, 2007. С. 113.

8. Bondaryev V. P., Samoylyk S. S. Proper frequencies of a rectangular resonator with multilayer semiconductor cylinder heterogeneity // Millimeter and Submillimeter Waves (MSMM'07) : Proceedings of the Sixth Kharkov International Symposium on Physics and Engineering (Kharkov, 25–30 June, 2007). Kharkov, 2007. Vol. 1. P. 366–368.

9. Samoylyk S. S., Bondaryev V. P. Complex frequencies of the rectangular resonator with the arbitrary number of the dielectric heterogeneities // International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07) : Proceedings of the Sixth International Conference (Sevastopol, 17–21 September, 2007). Sevastopol, 2007. P. 152–154.

10. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Добротность проходного прямоугольного резонатора с частичным диэлектрическим заполнением при сильной связи // Радіофізика та електроніка, біофізика : Матеріали VIII конф. молодих науковців (Харків, 25–27 листопада 2008 р.). Харків, 2008. С. 139.

11. Самойлик С. С., Бондарев В. П. Оптимизация параметров проходного резонатора со слабой связью с произвольным числом диэлектрических неоднородностей // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 19–21 вересня 2012 р.). Запоріжжя, 2012. С. 79–80.

12. Бондарев В. П., Самойлик С. С. Энергетические характеристики проходного резонатора со слабой связью и диэлектрическими неоднородностями // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VII

Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 17–19 вересня 2014 р.). Запоріжжя, 2014. С. 28–29.

13. Самойлик С. С., Піза Д. М. Развитие метода интегральных уравнений макроскопической электродинамики для нахождения собственных частот прямоугольного резонатора с многослойной полупроводниковой цилиндрической неоднородностью // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей VIII Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 21–23 вересня 2016 р.). Запоріжжя, 2016. С. 73–74.

14. Самойлик С. С. Використання методу інтегральних рівнянь для знаходження власних частот прямокутного резонатора з неоднорідностями // Тиждень науки : Тези доповідей науково-практичної конференції (Запоріжжя, 16–20 квітня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 815–816.

15. Самойлик С. С., Піза Д. М. Аналіз методів вирішення внутрішньої граничної задачі електродинаміки для резонаторних структур з частковим діелектричним заповненням // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей IX Міжнародної науково-практичної конференції (Запоріжжя, 03–05 жовтня 2018 р.). Запоріжжя, 2018. С. 65–66.