

ВИСНОВОК

**про наукову новизну, теоретичне та практичне значення
результатів дисертації «Математичне моделювання забруднення
навколишнього середовища з використанням інтерлінації функцій»**

здобувача ступеня доктора філософії

Ковтуна Артема Дмитровича

за спеціальністю 113 Прикладна математика

галузі знань 11 Математика та статистика

Науковий семінар проведений на розширеному засіданні кафедри прикладної математики 30 червня 2026 р., протокол № 15.

1. Актуальність теми дисертації. Необхідність оцінювання, прогнозування та реконструкції полів забруднення природних середовищ за умов обмежених і нерегулярних спостережень зумовлюють потребу у створенні узгоджених математичних і чисельних підходів. Особливо важливим є моделювання забруднення ґрунтів важкими металами та антропогенними хімічними сполуками в умовах інтенсивного техногенного навантаження в промислових регіонах України. Накопичення токсичних речовин у ґрунті спричиняє їх потрапляння до харчового ланцюга, негативно впливає на здоров'я населення, знижує родючість земель і стійкість екосистем. Експериментальне дослідження таких процесів часто є складним і витратним, що підсилює роль математичного моделювання. Попри розвиток чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів, залишається низка невирішених проблем, пов'язаних із загальним аналізом моделей конвективно-дифузійно-реакційного перенесення та відновлення просторових розподілів забруднювачів. Це і робить тему «Математичне моделювання забруднення навколишнього середовища з використанням інтерлінації функцій» дисертації Ковтуна А.Д. актуальною.

2. Зв'язок теми дисертації з державними програмами, науковими напрямами університету та кафедри. Дисертаційна робота виконувалася в період з 2022 р. по 2026 р. відповідно до плану науково-дослідних робіт кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки.

3. Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка та обґрунтування математичних моделей і чисельних методів їх аналізу при дослідженні процесів поширення забруднювачів у повітряному середовищі та реконструкції просторових полів забруднення ґрунту за

неповними даними спостережень.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання:

- проаналізувати сучасні математичні моделі перенесення забруднювачів у природних середовищах, методи скінченних елементів, варіаційні постановки, слабкі форми Гальоркіна, метод Рітца, методи інтерлінації та узагальненої інтерполяції для розв’язання задач реконструкції просторових полів;
- побудувати математичну модель стаціонарного перенесення двокомпонентної суміші забруднювачів CO_2 / SO_3 у повітряному середовищі від локалізованих трубчастих джерел з урахуванням дифузії, можливого конвективного внеску, реакційно-кінетичних перетворень та точкових джерел, заданих за допомогою дельта-функції Дірака;
- сформулювати повну конвективно-дифузійно-реакційну постановку задачі та обґрунтувати її слабку форму Гальоркіна з урахуванням несамопряженого характеру конвективного оператора;
- виділити редуковану самоспряжену дифузійно-реакційну частину моделі та побудувати для неї варіаційну постановку на основі методу Рітца і концепції локального потенціалу;
- побудувати скінченно-елементну апроксимацію редукованої задачі на основі кусково-лінійних P_1 -базисних функцій;
- розробити двоступеневу схему на основі МСЕ та методу Ньютона, у якій спочатку розв’язується нелінійна задача для компоненти SO_3 , а потім при вже знайденому її профілі визначається компонента CO_2 з лінійної скінченно-елементної системи;
- розробити процедуру постобробки скінченно-елементного розв’язку на основі L^2 -проекції вузлової похідної для відновлення градієнтів концентрацій і дифузійних потоків;
- дослідити методи реконструкції просторових полів забруднення ґрунту за дискретними, лінійно заданими та нерегулярно розміщеними даними спостережень;
- застосувати інтерлінаційні оператори, узагальнені інтерполяційні схеми та метод Шепарда для відновлення тривимірних полів концентрацій важких металів у ґрунті;
- виконати чисельні експерименти, побудувати графічні профілі, поверхні та карти концентрацій, порівняти різні підходи до реконструкції просторових полів і проаналізувати отримані результати.

4. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів та запропонованих автором рішень, висновків, рекомендацій. Обґрунтованість

і достовірність отриманих результатів дисертаційної роботи забезпечуються коректним використанням здобувачем математичного апарату, узгодженістю отриманих результатів із фізичною інтерпретацією розглянутих процесів, чисельними експериментами, порівнянням результатів реконструкції поля поширення забруднювача, отриманих різними інтерполяційними підходами.

5. Ступінь новизни основних результатів дисертації порівняно з відомими дослідженнями аналогічного характеру. У результаті виконання дисертаційного дослідження розроблено й обґрунтовано математичні моделі та чисельні схеми для аналізу забруднення повітряного та ґрунтового середовищ. При цьому отримано такі нові наукові результати:

- вперше для задачі поширення двокомпонентної суміші забруднювачів у повітряному середовищі від локалізованих трубчастих джерел запропоновано узгоджене розділення повної конвективно-дифузійно-реакційної моделі та редукованої самоспряженої дифузійно-реакційної постановки;

- вперше обґрунтовано, що повна конвективно-дифузійно-реакційна модель має розглядатися у слабкій постановці Гальоркіна, тоді як метод Рітца коректно застосовується до її редукованої самоспряженої дифузійно-реакційної частини;

- вперше побудовано двоступеневу редуковану скінченно-елементну схему, у якій нелінійна задача для другої компоненти забруднювачів розв'язується модифікованим методом Ньютона, а концентрація першої компоненти визначається з лінійної системи скінченно-елементних рівнянь за вже знайденим профілем концентрації другої компоненти;

- дістали подальший розвиток методи інтерлінації функцій багатьох змінних та відповідні чисельні схеми в частині їх застосування до задач реконструкції просторових полів забруднення ґрунту за неповними даними спостережень;

- удосконалено метод інтерлінації функцій багатьох змінних шляхом поєднання локальних інтерлінаційних операторів із триангуляцією області та барицентричним зважуванням, що забезпечує реконструкцію просторових полів забруднення ґрунту за нерегулярно розміщеними й неповними даними спостережень з урахуванням локальної геометрії їх розташування; це дало змогу зменшити середню похибку реконструкції порівняно з традиційними схемами інтерполяції та підвищити стійкість відновлення за нерегулярного розміщення точок спостереження.

6. Практична цінність результатів дослідження та їх впровадження. Результати, одержані в дисертації, можуть бути використані для дослідження методом математичного моделювання процесів поширення забруднювачів у повітряному середовищі від локалізованих трубчастих джерел. Запропонована

у роботі схема методу скінченних елементів, побудована на основі методу Гальоркіна, враховує дифузійне перенесення, реакційно-кінетичну взаємодію компонентів, точкові джерела та крайові умови Робіна.

Також мають практичне значення результати, що пов'язані з відновленням (реконструкцією) просторових полів забруднення ґрунту. Розроблені та застосовані у роботі методи інтерлінації, узагальненої інтерполяції та метод Шепарда можуть бути використані для відновлення тривимірних полів концентрацій важких металів за обмеженими, нерегулярними або лінійно заданими даними спостережень, що дозволить будувати карти забруднення, виявляти локальні зони підвищеної концентрації, порівнювати різні схеми реконструкції та використовувати результати для задач екологічного аналізу і моніторингу. Результати обчислювальних експериментів для тестових даних демонструють можливість практичного використання побудованих моделей і алгоритмів для аналізу профілів концентрацій, візуалізації просторових полів, порівняння реконструкцій, отриманих різними методами, та оцінювання впливу структури вхідних даних на якість відновлення поля забруднення.

7. Перелік наукових праць, які відображають основні результати дисертації. Основні результати, що становлять зміст дисертації, опубліковані у 15 наукових роботах: 1 стаття [1] у виданні, зазначеному в переліку наукових фахових видань України (категорія Б) за спеціальністю 113 Прикладна математика, 2 публікації [2, 3] у закордонних виданнях, що включені до міжнародної наукометричної бази Scopus, 1 стаття [15] опублікована у науковому виданні, що додатково відображає результати дослідження, та 11 тез доповідей, опублікованих у матеріалах міжнародних наукових конференцій [4 – 14].

1. Першина Ю. І., Ковтун А. Д. Математичне моделювання розподілу забруднюючих речовин у повітрі від промислового забруднення. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки*. 2025. Вип. 27. С. 53–68. DOI: 10.32626/2308-5878.2025-27.53-68

2. Kovtun A., Pershyna I., Mezhev V. Mathematical Model of the Process of Air Pollutant Distribution for Multiple Point Sources of Industrial Pollution. *International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2025. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 1592. Springer, Cham, 2025. P. 409–420. DOI: 10.1007/978-3-032-02508-1_35

3. Pershyna I., Ptashny O., Kovtun A. Restoration of the Internal Structure of Three Dimensional Discontinuous Objects Using Discontinuous Constructions. *3rd International Conference on Smart Technologies in Urban Engineering – 2024*.

Lecture Notes in Networks and Systems. Vol. 1658. Springer, Cham, 2026. P. 279–287. DOI: 10.1007/978-3-032-06829-3_25

4. Литвин О. М., Литвин О. О., Ковтун А. Д. Математична модель засміченості деякої поверхні на основі аерокосмічних даних. *The Influence of Society on the Development of Science and the Invention of New Methods: proceedings of the XXIII International Scientific and Practical Conference*. Prague, Czech Republic, June 13–16, 2023. International Science Group, 2023. P. 312. DOI: 10.46299/ISG.2023.1.23

5. Ковтун А. Д. Метод оптимізації розподілу забруднень у повітрі для випадку декількох джерел. *Радіoeлектроніка і молодь у XXI столітті: матеріали 28-го Міжнародного молодіжного форуму. Т. 7. «Комп'ютерний зір, системний аналіз та математичне моделювання»*, Харків, Україна, 16–18 квітня 2024 р. Харків : ХНУРЕ, 2024. С. 216–218.

6. Першина Ю. І., Ковтун А. Д. Математичне моделювання розподілу багатокомпонентного забруднення у повітрі. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я. MicroCAD-2024*. Харків : НТУ «ХПІ», 2024. С. 1300.

7. Ковтун А. Д. Відновлення тривимірних розривних об'єктів за допомогою розривних сплайн-інтерполянтів. *Радіoeлектроніка і молодь у XXI столітті: матеріали 29-го Міжнародного молодіжного форуму. Т. 7. «Комп'ютерний зір, системний аналіз та математичне моделювання»*, Харків, Україна, 16–19 квітня 2025 р. Харків : ХНУРЕ, 2025. С. 251–253.

8. Ковтун А. Д., Першина Ю. І. Метод оптимізації розподілу забруднень у повітрі для випадку декількох джерел. *Innovative technologies for training and educating young people: proceedings of the 2nd International scientific and practical conference*. Boston, USA, January 14–17, 2025. International Science Group, 2025. P. 259–263.

9. Ковтун А. Д., Першина Ю. І. Відновлення тривимірних розривних об'єктів за допомогою розривних сплайн-інтерполянтів. *Молоді вчені 2025 — від теорії до практики: матеріали XV Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених*. Дніпро : Журфонд, 2025. С. 300–304.

10. Першина Ю. І., Ковтун А. Д. Математичне моделювання розподілу забруднення важкими металами за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXXIII Міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2025*, Харків, Україна, 14–17 травня 2025 р. Харків : НТУ «ХПІ»,

2025. С. 1524.

11. Pershyna Y. I., Kovtun A. D. Interlineation method of 3D functions for the problem of detecting soil pollution with heavy metals. *Актуальні тенденції розвитку освіти, науки та технологій: матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції*, Харків, Україна, 23 травня 2025 р. Харків : БНППІ Каразінського університету, 2025. Ч. 2. С. 16–18.

12. Першина Ю. І., Ковтун А. В. Чисельна реалізація методу інтерлінації для 3D реконструкції полів концентрацій тяжких металів: модель, валідація та порівняння з методами Шепарда. *Комп'ютерно-інтегровані технології автоматизації технологічних процесів на транспорті та у виробництві: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених (KIT-2025)*. Харків : ХНАДУ, 2025. С. 30.

13. Першина Ю. І., Ковтун А. Д. Математична модель просторового розподілу забруднювачів у ґрунті методами поліноміальної інтерлінації функцій. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXXIV Міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2026*, Харків, Україна, 13–16 травня 2026 р. Харків : НТУ «ХПІ», 2026. С. 568.

14. Ковтун А. Д. Метод виявлення вмісту важких металів у ґрунті за допомогою інтерлінації функції. *Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті: матеріали 30-го Міжнародного молодіжного форуму. Т. 7. «Комп'ютерний зір, системний аналіз та математичне моделювання»*, Харків, Україна, 22–24 квітня 2026 р. Харків : ХНУРЕ, 2026. С. 303–304.

15. Першина Ю. І., Ковтун А. Д. Математичне моделювання розподілу забруднення важкими металами методами неруйнівного контролю за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних. *Прикладні проблеми комп'ютерних наук, безпеки та математики*. 2025. № 5. С. 24–31.

8. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результатів. Усі наукові та практичні результати дисертаційної роботи отримані особисто здобувачем. Внесок здобувача полягає у такому: побудовано комплекс математичних моделей, чисельних методів та алгоритмів для аналізу й реконструкції стану забруднення довкілля (повітряного та ґрунтового середовищ): особливістю математичної моделі забруднення повітря є узгоджене розділення повної конвективно-дифузійно-реакційної моделі та редукованої самоспряженої дифузійно-реакційної постановки для опису поширення двокомпонентної суміші речовин від локалізованих трубчастих джерел; особливістю математичної моделі забруднення ґрунту є використання

методів інтерлінації функцій багатьох змінних та відповідні чисельні схеми під час відновлення полів екологічних характеристик за неповними та дискретними даними спостережень.

Роботи [1 – 4, 6, 8 – 13, 15] опубліковані у співавторстві. У роботі [1] здобувачем були розроблені алгоритми чисельного розв’язання нелінійної крайової задачі, створене програмне забезпечення, проведене чисельне моделювання розсіювання двох компонентів забруднювачів та здійснено аналіз отриманих результатів, співавтору Першиній Ю. І. належить формулювання математичної постановки задачі та загальна ідея застосованого методу. У роботі [2] здобувач виконав одновимірну формалізацію крайової задачі масоперенесення домішок та розробив схему її дискретизації методом скінченних елементів з використанням кусково-лінійних базисних функцій, реалізував двоетапну процедуру розв’язання нелінійної та несамопряженої системи рівнянь, повністю розробив програмний комплекс і провів чисельні експерименти, співавтору Першиній Ю. І. належить визначення методологічних засад застосування теорії локального потенціалу Гленсдорфа-Пригожина до варіаційної постановки задачі дифузійно-реакційного переносу домішок, а співавтору Межуєву В. І. належить проведення аналітичного огляду сучасних закордонних підходів до моделювання атмосферного дифузійно-реакційного переносу. У роботі [3] здобувач виконав тривимірну формалізацію розривного сплайн-інтерполянта на прямокутній сітці елементів-паралелепіпедів, здійснив математичне доведення леми та двох теорем, реалізував чисельний експеримент, співавтору Першиній Ю. І. належить загальна наукова концепція та методологічні засади застосування розривних конструкцій для задач відновлення тривимірних функцій, що мають розриви першого роду, а співавтору Пташному О. Д. належить детальний аналітичний огляд існуючих підходів до відновлення розривних функцій та виявлення їхніх обмежень щодо виникнення осциляцій та обґрунтування потенційних сфер практичного впровадження розробленого оператора. У статті [15] здобувачу належить проведення математичного моделювання просторового розподілу забруднення за допомогою побудови тривимірного оператора інтерлінації, доведення теорем про його властивості, інтегральне зображення залишку та оцінку похибки, а також здійснення теоретичного аналізу поведінки моделі при нерегулярному розміщенні експериментальних даних, а співавтору Першиній Ю. І. належить визначення загальної науково-методологічної концепції дослідження щодо застосування операторів інтерлінації для інтерпретації нерівномірно розподілених даних дистанційного моніторингу. У роботах [6, 8] здобувачем виконано побудову чисельної реалізації розглянутої моделі, проведено скінченно-елементну

апроксимацію, реалізовано модифікований метод Ньютона, виконано розрахунки профілів концентрацій CO_2 та SO_3 , побудовано графіки й проведено аналіз отриманих результатів, а співавтору Першиній Ю. І. належить постановка загальної наукової задачі, формулювання теоретичних засад, обговорення результатів та участь в інтерпретації отриманих даних. У роботах [4, 9 – 13] здобувачем реалізовано алгоритми інтерлінації функцій трьох змінних, проведено чисельні експерименти для відновлення полів концентрацій важких металів, виконано порівняння з методом Шепарда, побудовано тривимірні візуалізації, контурні карти та профілі концентрацій, а співавторам Першиній Ю. І., Литвину О. М. та Литвину О. О. належить постановка загальної наукової задачі, формулювання теоретичних засад, наукове керівництво, обговорення результатів та участь в інтерпретації отриманих даних. Роботи [5, 7, 14] опубліковано без співавторів.

9. Апробація основних результатів дослідження. Основні результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на:

- XXIII Міжнародній науково-практичній конференції “The Influence of Society on the Development of Science and the Invention of New Methods” (м. Прага, Чеська Республіка, 2023 р.);
- 28-му Міжнародному молодіжному форумі “Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті” (м. Харків, Україна, 2024 р.);
- XXXII Міжнародній науково-практичній конференції MicroCAD-2024 «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я» (м. Харків, Україна, 2024 р.);
- International Conference on Reliable Systems Engineering, ICoRSE-2025 (м. Харків, Україна, 2024 р.);
- International Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, 2024 (м. Бухарест, Румунія, 2025 р.);
- 2nd International Scientific and Practical Conference “Innovative Technologies for Training and Educating Young People” (м. Бостон, США, 2025 р.);
- XV Всеукраїнській науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених “Молоді вчені 2025 – від теорії до практики” (м. Дніпро, Україна, 2025 р.);
- XXXIII Міжнародній науково-практичній конференції MicroCAD-2025 “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я” (м. Харків, Україна, 2025 р.);
- XXXIV Міжнародній науково-практичній конференції MicroCAD-2026 “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я”

(м. Харків, Україна, 2026 р.);

– VIII Міжнародній науково-практичній конференції “Актуальні тенденції розвитку освіти, науки та технологій” (м. Харків, Україна, 2025 р.);

– Всеукраїнській науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених “Комп’ютерно-інтегровані технології автоматизації технологічних процесів на транспорті та у виробництві”, КІТ-2025 (м. Харків, Україна, 2025);

– 29-му Міжнародному молодіжному форумі “Радіoeлектроніка і молодь у ХХІ столітті” (м. Харків, Україна, 2025 р.);

– 30-му Міжнародному молодіжному форумі “Радіoeлектроніка і молодь у ХХІ столітті” (м. Харків, Україна, 2026);

– науковому семінарі кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіoeлектроніки (м. Харків, 2024, 2025, 2026 рр.).

10. Оцінка структури дисертації, її мови та стилю викладення.

Дисертація підготовлена державною мовою і подана у вигляді кваліфікаційної наукової праці на правах рукопису, виконана в науковому стилі та має чітку логічну структуру, яка відповідає діючим вимогам, затвердженим Наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 № 40.

Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (137 найменувань на 13 стор.) та п’яти додатків (на 35 стор.), а також містить 17 рисунків та 16 таблиць. Загальний обсяг роботи складає 229 сторінок, включаючи 163 сторінки основного тексту.

Порушень академічної доброчесності (академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації тощо) в дисертації не виявлено, про що свідчить аналіз звіту її перевірки на плагіат.

У ході обговорення дисертації до неї не було висунуто жодних зауважень щодо самої суті роботи.

З урахуванням зазначеного, на науковому семінарі кафедри прикладної математики **ухвалили:**

1. Дисертація Ковтуна Артема Дмитровича «Математичне моделювання забруднення навколишнього середовища з використанням інтерлінації функцій» є завершеною науковою працею, у якій розв’язано конкретне наукове завдання, що полягає у розв’язанні задачі математичного моделювання забруднення навколишнього середовища та реконструкції просторових полів екологічних характеристик за неповними даними спостережень, що має важливе значення для розвитку методів прикладної математики.

2. Основні результати дисертації повністю відображені у 15 наукових публікаціях, з них: 1 стаття у виданні, зазначеному в переліку наукових фахових видань України (категорія Б) за спеціальністю 113 Прикладна математика, 2 публікації у закордонних виданнях, що включені до міжнародної наукометричної бази Scopus, 1 стаття опублікована у науковому виданні, що додатково відображає результати дослідження, та 11 тез доповідей, опублікованих у матеріалах міжнародних наукових конференцій.

3. Дисертація відповідає вимогам наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації», вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами, внесеними Постановами Кабінету Міністрів України від 21 березня 2022 р. № 341, від 19 травня 2023 р. № 502, від 03 травня 2024 р. № 507), вимогам освітньо-наукової програми «Прикладна математика» третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика у Харківському національному університеті радіоелектроніки.

4. З урахуванням наукової зрілості та професійних якостей Ковтуна Артема Дмитровича дисертація «Математичне моделювання забруднення навколишнього середовища з використанням інтерлінації функцій» рекомендується для подання до розгляду та захисту у разовій спеціалізованій вченій раді.

Рішення прийнято одногolosно.

Головуючий на науковому семінарі кафедри
прикладної математики
д-р фіз.-мат. наук, проф.



Максим СИДОРОВ

Експерти:

канд. техн. наук, доц.



Ірина ГУСАРОВА

канд. техн. наук, доц.



Надія ГИБКІНА