

## **ВІДГУК**

офіційного опонента, доктора технічних наук, професора

Бомби Ярослава Андрійовича

на дисертаційну роботу Ковтуна Артема Дмитровича

**«Математичне моделювання**

**забруднення навколишнього середовища**

**з використанням інтерлінації функцій»,**

подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії

за спеціальністю 113 Прикладна математика

галузі знань 11 Математика та статистика

**1. Актуальність теми дослідження.** Задачі оцінювання, прогнозування та реконструкції полів забруднення у природних середовищах за обмежених і нерегулярно розміщених даних спостережень є одними з найважливіших завдань сучасної прикладної математики, обчислювальної екології та раціонального природокористування. У промислово розвинених регіонах значні території зазнають інтенсивного забруднення внаслідок діяльності металургійних, хімічних, енергетичних підприємств і транспорту, а також унаслідок воєнних дій, що призводить до руйнування ґрунтового покриву, виникнення локальних хімічних аномалій і поширення небезпечних токсикантів. Накопичення токсичних речовин (зокрема важких металів, а також сполук  $\text{CO}_2$ ,  $\text{SO}_3$ ) потребує ефективного інструментарію для математичного опису відповідних процесів.

Безпосередній вимірювальний моніторинг повнооб'ємних полів забруднення часто є практично неможливим або високовартісним, тому ключову роль відіграє математичне моделювання на основі диференціальних рівнянь з частинними похідними (конвективно-дифузійно-реакційних систем) у поєднанні з сучасними методами операторного відновлення функцій за неповними даними (інтерлінація, узагальнена інтерполяція тощо). З огляду на це, дисертаційна робота Ковтуна А. Д., присвячена розробці та обґрунтуванню нових математичних моделей і чисельних алгоритмів аналізу процесів перенесення

домішок та реконструкції просторових полів забруднення, є безперечно актуальною і має важливе науково-практичне значення.

**2. Оцінка змісту дисертації, її завершеності й оформлення.** Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (137 найменувань) та п'яти додатків.

У першому розділі подано систематизований аналіз існуючого математичного та методичного інструментарію, призначеного для моделювання просторово-часової динаміки екологічних процесів. Автор детально досліджує сучасний стан теорії масоперенесення в атмосфері та ґрунтових середовищах, оцінюючи можливості традиційних детермінованих моделей і геостатистичних підходів. Значну увагу приділено аналізу методів обробки даних дистанційного зондування Землі та функціоналу геоінформаційних систем. Обґрунтовано суттєві обмеження класичних методів інтерполяції у ситуаціях, коли первинна вимірювальна інформація характеризується високим ступенем розрідженості, просторовою асиметрією або нерегулярним розташуванням пунктів відбору проб. На основі проведеного аналізу здобувач переконливо доводить наукову доцільність і перспективність залучення апарату теорії інтерлінації функцій багатьох змінних у поєднанні з варіаційно-сітковими схемами методу скінченних елементів для розв'язання окресленого класу задач.

У другому розділі сформульовано та строго обґрунтовано математичну модель стаціонарного масоперенесення двокомпонентної суміші газоподібних викидів у повітряному середовищі від локалізованих точкових джерел з урахуванням дифузійних, конвективних, реакційно-кінетичних процесів та граничних умов Робіна. Автор обґрунтовує коректність застосування слабкої постановки Гальоркіна для повної несамопряженої конвективно-дифузійно-реакційної задачі та відокремлює її редуковану самопряжену дифузійно-реакційну частину, до якої коректно застосовується варіаційний метод Рітца за допомогою теорії локального потенціалу Глансдорфа-Пригожина. Для чисельної реалізації розроблено ефективний двоступеневий обчислювальний алгоритм на основі методу скінченних елементів з кусково-лінійними базисними функціями.

У третьому розділі розроблено та досліджено чисельно-аналітичні методи реконструкції тривимірних полів забруднення ґрунтового покриву важкими металами за умов інформаційної недостатності. Запропоновано нові й удосконалені схеми поліноміальної та сплайн-інтерлінації, а також проведено порівняльний аналіз їхньої ефективності з узагальненою глобальною інтерполяційною формулою Д. Шепарда та узагальненими інтерполяційними конструкціями О. М. Литвина. Особливу увагу приділено модифікації інтерлінаційних операторів шляхом адаптації до нерегулярної геометрії за допомогою триангуляції та барицентричного зважування.

У четвертому розділі наведено результати обчислювальних експериментів, які підтверджують практичну працездатність та обчислювальну ефективність розроблених математичних моделей і алгоритмів. На основі побудованих графічних профілів проаналізовано динаміку атмосферного розсіювання вуглекислого газу та триоксиду сірки від точкових джерел. Для задач 3D-реконструкції забруднення ґрунтів важкими металами побудовано просторові поверхні, контурні карти й ізолінії концентрацій. Наведено порівняльну оцінку точності, яка демонструє, що запропоновані схеми сплайн- та поліноміальної інтерлінації забезпечують меншу похибку відновлення та вищу стійкість до розрідженості даних порівняно з класичними інтерполяційними підходами.

Вважаю, що дисертація Ковтуна А. Д. є завершеною науковою працею, викладення матеріалу має чітку та логічну структуру, а її оформлення відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (постанова Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 № 44) та «Вимогам до оформлення дисертації» (наказ Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 № 40).

**3. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій.** Обґрунтованість наукових положень, висновків і рекомендацій забезпечено коректним використанням підходів і методів обчислювальної

математики та математичного моделювання, а саме методів варіаційного числення, скінченно-елементного аналізу, слабкої форми Гальоркіна, варіаційного методу Рітца, а також апарату теорії інтерлінації та узагальненої інтерполяції функцій багатьох змінних.

Отримані результати добре узгоджені з чисельними експериментами, порівняльним аналізом із класичним методом Д. Шепарда та фізично обґрунтованими закономірностями розповсюдження забруднюючих речовин. Це свідчить про достовірність та адекватність отриманих у дисертації результатів.

Наукові результати були представлені та обговорені на 11 міжнародних та всеукраїнських наукових конференціях, а також висвітлені у 15 наукових працях (зокрема у фахових виданнях України категорії «Б» та виданнях, включених до наукометричної бази Scopus). Це дозволяє визнати результати як важливі та достовірними, а також свідчить про їхню актуальність для наукової спільноти.

**4. Основні наукові результати, одержані автором, та їхня наукова новизна.** Здобувачем було отримано такі нові наукові результати:

- вперше запропоновано узгоджене розділення конвективно-дифузійно-реакційної моделі поширення двокомпонентної суміші забруднювачів на повну та редуковану самоспряжену дифузійно-реакційну частини;

- вперше обґрунтовано поєднання слабкої постановки Гальоркіна для повної моделі та методу Рітца для її редукованої самоспряженої частини;

- вперше побудовано двоступеневу редуковану скінченно-елементну схему (із застосуванням модифікованого методу Ньютона для нелінійної задачі другої компоненти та послідовним розв'язанням лінійної системи для першої).

- дістали подальший розвиток методи інтерлінації функцій багатьох змінних стосовно задач реконструкції просторових полів забруднення ґрунту за неповними даними;

- удосконалено метод інтерлінації функцій багатьох змінних шляхом поєднання локальних інтерлінаційних операторів із триангуляцією та барицентричним зважуванням, що знизило похибку реконструкції та підвищило стійкість відновлення даних при нерегулярній сітці спостережень.

## **5. Теоретичне та практичне значення отриманих результатів.**

Теоретична цінність одержаних результатів зумовлена розширенням математичного апарату моделювання процесів масоперенесення. Зокрема, автором побудовано ефективну обчислювальну схему на основі поєднання методу скінченних елементів та підходу Гальоркіна для крайових задач із умовами Робіна. Важливим теоретичним здобутком є подальший розвиток методів Шепарда, інтерлінації та узагальненої інтерполяції в контексті задачі відновлення просторових (3D) полів.

Прикладне значення роботи полягає у доведенні розроблених теоретичних положень до рівня практично реалізованих моделей та алгоритмів. Отримані інструменти дають змогу з високою точністю розраховувати динаміку поширення викидів від точкових джерел в атмосфері, реконструювати 3D-картини забруднення ґрунтів важкими металами в умовах нерегулярної сітки спостережень, а також створювати наочні екологічні карти та візуалізувати просторовий розподіл концентрацій.

**6. Дотримання здобувачем академічної доброчесності.** За результатами аналізу дисертації та публікацій за її темою не виявлено фактів порушення академічної доброчесності. Відсутні елементи фальсифікації чи фабрикації тексту в роботі. Це свідчить про високий ступінь наукової добросовісності та відповідність вимогам етичних стандартів при проведенні наукових досліджень.

**7. Дискусійні положення та зауваження щодо змісту дисертаційної роботи і її окремих положень.** Незважаючи на високий загальний рівень роботи, вважаю за доцільне звернути увагу на наступні дискусійні моменти.

1. В аналітичному огляді та чисельних експериментах здобувач детально порівнює побудовані інтерлінаційні оператори з класичним та узагальненим методом Шепарда. Зважаючи на специфіку ґрунтового моніторингу, наукову цінність роботи підвищило б пряме чисельне зіставлення точності розробленого методу інтерлінації з геостатистичними методами.

2. У тексті дисертаційної роботи спостерігається деяка некоректність внутрішньотекстових посилань на формули, таблиці та рисунки. Наприклад, у розділі 2 на с. 81 міститься посилання на формулу (2.15), тоді як сам математичний вираз подано лише на с. 88. Наявність таких часових і смислових розривів між згадуванням елементів та їх безпосереднім викладом у тексті дещо ускладнює сприйняття та послідовний аналіз наведеного математичного апарату.

3. Доцільно було б надати додаткове обґрунтування використання одновимірної моделі атмосферного перенесення забруднюючих речовин, оскільки реальні екологічні задачі моніторингу та оцінки якості повітря є тривимірними.

4. У третьому розділі при розробці методів поліноміальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних на системах регулярних і нерегулярно розміщених ліній спостережень розглядаються математичні конструкції відновлення 3D-полів за даними у свердловинах та профілях. Водночас у роботі недостатньо уваги приділено створенню практичних рекомендацій щодо мінімально необхідної щільності та оптимальної геометричної конфігурації пунктів відбору проб ґрунту для досягнення заданої точності реконструкції.

5. У третьому розділі (с. 113, 114) має місце надмірне розгортання однотипних математичних виразів. Зокрема, виписування окремими рядками всіх 8 варіантів односторонніх границь та повний громіздкий розпис трилінійного сплайна у формулі (3.5) (с. 114) суттєво перевантажують текст. Доцільніше скоротити ці записи шляхом введення узагальнених мультиіндексів та компактної форми підсумовування, що зробить виклад математичного апарату більш лаконічним і зручним для сприйняття.

Проте зроблені зауваження не впливають на цілісне сприйняття роботи і рівень отриманих наукових результатів.

**8. Загальна оцінка роботи, її відповідність встановленим вимогам.**  
Дисертаційна робота Ковтуна А. Д. «Математичне моделювання забруднення навколишнього середовища з використанням інтерлінації функцій», що подана на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю

113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика є актуальною та завершеною роботою, яка вирізняється високою теоретичною обґрунтованістю, логічністю структури та переконливістю викладу результатів. У дисертаційній роботі розв'язано важливу науково-прикладну задачу, що полягає у розробленні сучасного ефективного обчислювального апарату та чисельних методів (на основі методів скінченних елементів, операторів інтерлінації, інтерфлетації та Шепарда) для аналізу масоперенесення в атмосфері та реконструкції тривимірних полів забруднення ґрунтів і неруйнівного контролю середовищ за нерегулярними та дискретними даними.

Отже, є всі підстави стверджувати, що дисертаційна робота повністю відповідає спеціальності 113 Прикладна математика та задовольняє вимоги пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами).

Вважаю, що здобувач Ковтун Артем Дмитрович заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора філософії з прикладної математики.

Офіційний опонент:

доктор технічних наук, професор,  
професор кафедри комп'ютерних наук  
та прикладної математики

Національного університету водного  
господарства та природокористування

Міністерства освіти і науки України

23.08.2026 р.

Андрій БОМБА