

Науково-практичний журнал

МЕТРОЛОГІЯ ТА ПРИЛАДИ

1/2026

Metrology and Instruments



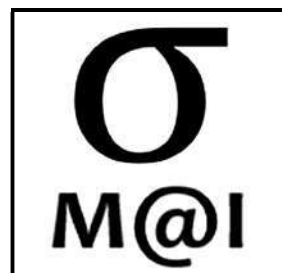
ISSN (print) 2307-2180

ISSN (online) 2663-9564



Харківський національний
університет радіоелектроніки

Kharkiv National University
of Radio Electronics



Метрологія та прилади

Metrology and Instruments

2026, № 1

2026, No. 1

Щопіврічний науково-практичний журнал

Заснований у 2006 році

У журналі публікуються результати досліджень з теоретичної, законодавчої та прикладної метрології, стандартизації та сертифікації, вимірювання та забезпечення якості, експлуатації та розробки сучасних інформаційно-вимірювальних приладів та систем. Журнал призначений для наукових працівників, викладачів, співробітників калібрувальних та випробувальних лабораторій, докторантів, аспірантів, а також студентів старших курсів відповідних спеціальностей.

Засновник і видавець:

Харківський національний університет
радіоелектроніки

Кафедра:

Інформаційно-вимірювальних технологій,
пр. Науки, 14, 61166, м. Харків, Україна

Телефон: +38 (057) 702-13-31

E-mail редколегії:

mi@nure.ua

Інформаційний сайт:

<http://mi.nure.ua>

Biannual scientific and practical journal

Founded in 2006

The journal publishes the research study on theoretical, legislative and applied metrology, standardization and certification, measurement and quality assurance, usage and development of modern information and measurement instruments and systems. The journal is intended for researchers, lecturers, employees of calibration and testing laboratories, doctoral students, postgraduate students, and for senior students of the corresponding specialties.

Founder and publisher:

Kharkiv National University
of Radio Electronics

Department:

Information and Measurement Technology
61166, Ukraine, Kharkiv, Nauka ave., 14

Phone: +38 (057) 702-13-31

E-mail of the editorial board:

mi@nure.ua

Information site:

<http://mi.nure.ua>

Затверджений до друку Науково-технічною радою Харківського національного університету радіоелектроніки (протокол від 21 травня 2026 року № 4/6).

Ідентифікатор медіа R30-04584 згідно з рішенням Національної ради України з питань телебачення і радіомовлення від 23.05.2024 № 1772

Включений до "Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук, кандидата наук та ступеня доктора філософії" до категорії Б – наказом Міністерства освіти і науки України №928 від 11.06.2026

Харків • 2026

© Харківський національний університет радіоелектроніки

Редакційна колегія

Головний редактор:

ЗАХАРОВ Ігор Петрович
(*д-р техн. наук, проф., Харків, Україна*).

Члени редакційної колегії:

БАКЛАНОВ Олександр Миколайович
(*д-р хім. наук, проф., Харків, Україна*);
БІК Вальтер
(*д-р фізики, Турін, Італія*);
БОДНАР Ольга
(*д-р наук, Гейтерсберг, США*);
ВАРША Зігмунд
(*д-р філософії, доцент, Варшава, Польща*);
ВІТКОВСЬКИЙ Віктор
(*д-р наук, доцент, Братислава, Словачія*);
ДОРОЖОВЕЦЬ Михайло Миронович
(*д-р техн. наук, проф., Жешув, Польща*);
ДЯКОВ Димитр
(*д-р наук, проф., Софія, Болгарія*);
КОШОВИЙ Микола Димитрович
(*д-р техн. наук, проф., Харків, Україна*);
ЛІРА Ігнасіо
(*д-р філософії, проф., Сантьяго, Чілі*);
МІЛУШЕВ Георгій
(*д-р філософії, доцент, Софія, Болгарія*);
МИГУЩЕНКО РУСЛАН ПАВЛОВИЧ,
(*д-р техн. наук, проф., Харків, Україна*);
ПЕННЕККІ Франческа
(*д-р філософії, Турін, Італія*);
ПОЛЯРУС Олександр Васильович
(*д-р техн. наук, проф., Харків, Україна*);
СКУБІС Тадеуш
(*д-р техн. наук, проф., Глівіце, Польща*);
ТРИЩ Роман Михайлович
(*д-р техн. наук, проф., Харків, Україна*);
ФОРБС Алістер
(*магістр, Теддінгтон, Велика Британія*);
ЮРЧЕНКО Олег Іванович
(*д-р хім. наук, проф., Харків, Україна*).

Відповідальний секретар:

ДЕГТЯРЬОВ Олександр Валентинович
(*канд. техн. наук, доц., Харків, Україна*).

Editorial board

Editor-in-Chief:

Igor ZAKHAROV
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Kharkiv, Ukraine*).

Editorial board members:

Oleksandr BAKLANOV
(*Dr. Sc. (Chem.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);
Walter BICH
(*Dr. Sc. (Phys.), Turin, Italy*);
Olha BODNAR
(*Dr. Sc., Gaithersburg, USA*);
Zygmunt WARSZA
(*Ph.D, Ass. prof., Warsaw, Poland*);
Viktor WITKOVSKY
(*RNDr., Ass. prof., Bratislava, Slovakia*);
Mykhaylo DOROZHOVETS
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Rzeszów, Poland*);
Dimitar DIAKOV
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Sofia, Bulgaria*);
Mykola KOSHOVYI
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);
Ignacio LIRA
(*Ph.D, Prof., Santiago, Chile*);
George MILUSHEV
(*Ph.D, Ass prof., Sofia, Bulgaria*);
Ruslan MYGUSHCHENKO
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);
Francesca PENNECCHI
(*Ph.D, Turin, Italy*);
Oleksandr POLIARUS
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);
Tadeusz SKUBIS
(*Dr. Sc., Prof., Gliwice, Poland*);
Roman TRISCH
(*Dr. Sc. (Tech.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);
Alistair FORBES
(*M. Sc. Teddington, United Kingdom*);
Oleg Yurchenko
(*Dr. Sc. (Chem.), Prof., Kharkiv, Ukraine*);

Responsible secretary:

Oleksandr DEGTIAROV
(*PhD (Tech.), Ass. Prof., Kharkiv, Ukraine*).

З М І С Т

ЗАГАЛЬНА МЕТРОЛОГІЯ

<i>Ольга Боднар, Антоніо Посоло</i> Зв'язування ключових порівнянь CIPM і RMO (eng.)	5
--	---

<i>Мощенко І.О., Запорожець О.В.</i> Вирівнювання частотної характеристики вимірювального каналу за допомогою оберненого адаптивного моделювання (eng).....	11
--	----

КАЛІБРУВАННЯ

<i>Дорожовець М., Кубишин П.</i> Застосування апроксимації MINIMAX для визначення лінійної калібрувальної залежності вимірювального приладу (eng)	17
--	----

<i>Козлов Ю.В., Новоселов О.А., Унгер В.М.</i> Оцінювання невизначеності вимірювань під час калібрування еталонних перетворювачів тиску	23
--	----

ВИМІРЮВАННЯ

<i>Томаш Венчек, Зигмунт Лех Варша</i> Дифракційні вимірювання статичного та динамічного модуля Юнга тонких волокон (eng)	30
--	----

<i>Барна С.М., Витвицька Л.А., Барна О.Б.</i> Аналіз невизначеності вимірювання крайового кута змочування методом лежачої краплі.....	36
---	----

<i>Юрченко О.І., Черножук Т.В., Шевченко І.Р., Бакланов О.М.</i> Атомно-абсорбційне визначення міді та свинцю в продуктах харчування з використанням ультразвуку (eng)	42
---	----

<i>Полярус О.В., Медведовська Я.С.</i> Передумови для декомпозиції шуму та випадкових похибок при вимірюванні тиску на складних технічних об'єктах (eng)	47
---	----

КОНТРОЛЬ

<i>Питель І.Д., Івах Р.М.</i> Контроль термоперетворювачів опору в умовах експлуатації	57
--	----

T A B L E O F C O N T E N T S

GENERAL METROLOGY

<i>Olha Bodnar, Antonio Possolo</i> Linking CIPM and RMO Key Comparisons	5
--	---

<i>Moshchenko I.O., Zaporozhets O.V.</i> Equalization of the frequency response of the measurement channel using inverse adaptive modelling	11
--	----

CALIBRATION

<i>Dorozhovets M., Kubiszyn P.</i> Applying MINIMAX approximation to determine a calibration line of a measuring instrument.....	17
---	----

<i>Kozlov Yu.V., Novoselov O.A., Unger V.M.</i> Measurement uncertainty evaluation at reference pressure transducers calibration	23
---	----

MEASUREMENT

<i>Tomasz Więcek, Zygmunt Lech Warszawa</i> Diffraction measurements of the static and dynamic Young modulus of thin fibers	30
--	----

<i>Barna S.M., Vytvytska L.A., Barna O.B</i> Uncertainty analysis of contact angle measurement using the lying drop method	36
--	----

<i>Yurchenko O.I., Chernozhuk T.V., Shevchenko I.R., Baklanov O.M.</i> Atomic absorption determination of copper and lead in food products using ultrasound	42
--	----

<i>Poliarus O.V., Medvedovska Ya.S.</i> Prerequisites for the decomposition of noise and random errors in pressure measurement on complex technical objects	47
--	----

CONTROL

<i>Pitel I.D., Ivakh R.M.</i> Control of resistance thermal transducers under operating conditions	57
--	----

**КВАЛІМЕТРІЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
ЯКОСТІ**

Середюк О.Є., Рибчин Б.Р., Криницький О.С.
Експрес-контроль якості електричної енергії
на засадах кваліметрії 63

*Канюк Г.І., Купріянов О.В., Мезеря А.Ю.,
Сабадаж В.В., Василець Т.Ю.*
Підвищення комплексного показника
якості насосів та компресорів
шляхом оптимізації 68

**QUALIMETRY AND QUALITY
ASSURANCE**

Serediuk O.Ye., Rybchyn B.R., Krynytskyi O.S.
Express control of electricity quality based
on Qualimetry 63

*Kanjuk G., Kupriyanov O., Mezerya A., Sabadash V.,
Vasilets T.*
Enhancing the integrated quality index of pumps
and compressors through control system
optimization 68

За достовірність викладених фактів, цитат та інших відомостей
відповідальність несе автор.

LINKING CIPM AND RMO KEY COMPARISONS

Olha Bodnar^{1,2} Antonio Possolo²

¹Georgetown University, Washington, DC, USA

²National Institute of Standards and Technology (NIST) Gaithersburg, MD, USA

Abstract

This contribution examines procedures for linking results of comparisons conducted by the CIPM with the results of comparisons conducted by regional metrology organizations. The article focuses on methods for estimating the degree of equivalence for all participants in linked key comparisons as if they had all participated in the same key comparison. It describes the use of computational tools available in the R and Stan environments for statistical and probabilistic computations using the generalized least squares method and Markov Chain Monte Carlo sampling. A generalization of a previously proposed Bayesian approach is considered for the situation where the measurement results are mutually inconsistent, also taking into account that standards distributed in different petals may have different values of the measurand.

Key words: metrology organizations, key comparisons, degree of equivalence, Bayesian approach

1. Introduction

The *CIPM Mutual Recognition Arrangement* (MRA) (Comité International des Poids et Mesures (CIPM), 1999) [1] defines a framework for establishing the international equivalence of measurement standards maintained by National Metrology Institutes (NMIs). Key comparisons (KCs) are the technical basis of the MRA. They are organized by the Consultative Committees (CCs) of the CIPM, the International Bureau of Weights and Measures (BIPM), and the Regional Metrological Organizations (RMOs).

Typically, the results of an RMO KC are linked to the reference values of a previous or parallel CIPM KC based on the results of NMIs that participate in both KCs. The goal of the linkage is to evaluate Degrees of Equivalence (DoEs) for all the participants in the linked KCs as if they had all participated in the same KC.

One of the first practical procedures to link CIPM results to RMO comparisons was proposed by Delahaye and Witt [2], who used an additive shift to “align” the results of an EUROMET comparison with the results of a CIPM capacitance KC. This technique was extended and applied in multiple fields, for example to link EUROMET.EM.K8 and CCEM-K8 (Marullo-Reedtz and Cerri [3]). Elster et al. [4] proposed using the ratio of the reference value from the CIPM KC and the weighted mean of the RMO results from the linking laboratories.

The conceptual and technical contributions from Decker et al. [5] are especially noteworthy. In particular: (i) recognizing that linking is not merely a computational adjustment, but a problem in measurement science requiring an explicit statistical model; (ii) highlighting the importance of taking into account correlations induced by the results of linking laboratories; (iii) arguing that linking DoEs is generally preferable to linking the values measured in both KCs; (iv) evaluating uncertainty consistently with the results of both KCs being linked; and (iv) preserving the original results from both KCs.

Nielsen [6] proposes a least-squares method for linkage, and Sutton [7] developed a widely used linear, generalized least-squares procedure that produces after-

linkage DoEs directly, can accommodate multiple traveling standards, the presence of multiple measurement results from the same participant, multiple comparison loops, and correlations between measurements.

Zhang [8] developed a statistical framework for linking comparisons involving artifacts where the value of the measurand drifts linearly over time. Hall and Koo [9] showed the advantages of digital calibration certificates to support linkage properly taking into account correlations between the measurement results involved and anticipates future digital metrology infrastructures to realize the goals of the MRA.

Cox and Shirono [10] favor applying the generalized least-squares method in the context of an explicit statistical model to link KCs based on a linking “invariant” that ensures that the reference value in the CIPM KC remains unchanged by the analysis, while still properly taking into account the uncertainties reported by the participants in both KCs, and the correlations induced by the laboratories whose measurement results are used to link the KCs.

This contribution (§3) provides a heuristic, “visual” description of linking that imputes DoEs for the participants in two petals of the same KC as imputations of the DoEs the same participants would have obtained if they had participated in a KC with a single loop, (§4) illustrates the generalized least squares approach using computational tools available in the R environment for statistical computing, and (§5) generalizes the Bayesian approach to linking originally developed by Bodnar and Elster [11] to situations where the measurement results are mutually inconsistent, while also recognizing the fact that the standards circulated in the different petals can have different values of the measurand.

2. Data

The measurement results used to illustrate the methods discussed in this contribution are listed in Table 1 and depicted in Fig. 1, from CCM.M-K7 Lee et al. [12], where two different mass standards of the same 5 kg nominal mass were circulated for measurement in two petals (A and B) of participants, with a single participant (KRISS) in common.

Table 1 The measured values are differences $\Delta m = m - 5\text{kg}$ between determinations of the masses of the standards and their nominal mass, from CCM.M-K7 Lee et al. [12]

NMI		$\Delta m / \text{mg}$	$u(\Delta m) / \text{mg}$	NMI		$\Delta m / \text{mg}$	$u(\Delta m) / \text{mg}$
A	NIS	0.100	0.300	B	PTB	-0.355	0.056
A	VNIM	0.410	0.200	B	METAS	-0.170	0.146
A	CENAM	0.120	0.200	B	CEM	-0.440	0.200
A	NIST	-0.138	0.085	B	INRIM	-0.335	0.085
A	KRISS	0.135	0.073	B	NIM	-0.400	0.070
				B	KRISS	-0.271	0.073

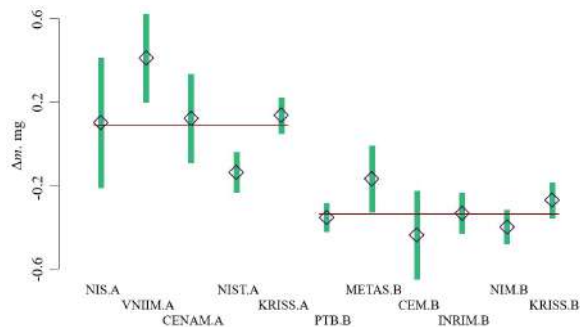


Figure 1. The diamonds represent the measured values, and the vertical bars represent measured values plus or minus one reported standard uncertainty. The horizontal line segments indicate the key comparison reference values (KCRVs) for petals A and B computed using Restricted Maximum Likelihood (REML) estimation separately for each petal, as implemented in R function rma of package metafor (Viechtbauer, [13])

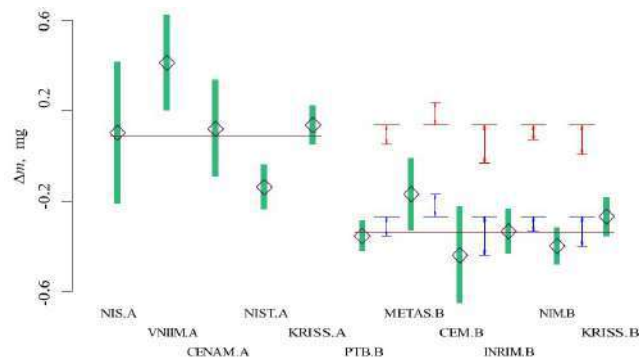


Figure 2. LEFT PANEL: The differences between the values that PTB, METAS, CEM, INRIM, and NIM measured in petal B, and the value that KRISS measured in the same petal (KRISS-B), are indicated by the double-ended, blue vertical arrows. When these differences are shifted upward, so that the upper arrow-point for KRISS is at the level of the value that KRISS measured in petal A (KRISS-A), the lower arrow-points of the (red) arrows indicate the imputed values that PTB, METAS, CEM, INRIM, and NIM would have measured if they had been in petal A. RIGHT PANEL: Measurement results for petal B after shifting. Note that the only result for KRISS is from petal A, and that the standard uncertainties for the other participants in petal B were increased to take into account the contribution of the uncertainty associated with the upward shift.

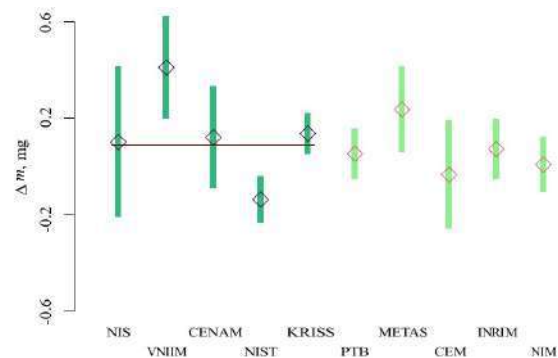
This shift implies that the uncertainties associated with the shifted values will increase relative to what they were originally, in petal B, owing to the uncertainty reported for KRISS in petal B. The shift implies also that the shifted values become correlated with one another because all involve differences to the same value (which is the value that KRISS measured in petal B).

Precisely for this reason, and because the idea underlying this heuristic does not generalize directly to cases where there are multiple linking laboratories, we will now turn to two other methods to solve the linkage problem.

3. Heuristic Linking

Figure 2 depicts graphically the heuristic for linking via shifts, when there is a single linking laboratory, which in this case is KRISS. The underlying assumption is that the differences between values measured by participants in petal B other than KRISS, and the value that KRISS measured in petal B, are the same that these other participants would have had (relative to the value KRISS measured in petal A) if they had been in petal A.

The idea then is to shift the values measured in petal B by participants other than KRISS so that, after such shift, they will have the same differences to the value that KRISS measured in petal A, as explained in the caption of Fig. 2.



4. Generalized Least Squares

The generalized least squares approach, along the lines of the proposals that Nielsen [6] and Sutton [7] made previously, is based on a classical fixed-effects model for the measured values, where each measured value is represented as a sum of two effects plus a participant-specific measurement error. These two effects are (i) the effect of petal that the measured value comes from (α for A, and β for B); and (ii) the effect of the laboratory that made the measurement, which expresses the tendency of this laboratory to measure “high” or “low.” For KRISS, which is the sole linking laboratory, this second effect is assumed to be the same in both petals.

For example, for PTB:

$$\Delta m_{PTB} = \beta + \gamma_{PTB} + \varepsilon_{PTB},$$

where γ_{PTB} represents PTB's effect (ii), and ε_{PTB} represents the measurement error affecting the value that PTB measured.

Since KRISS appears in both petals, we need two equations for it, but the same laboratory effect, γ_{KRISS} , appears in both:

$$\Delta m_{KRISS,A} = \alpha + \gamma_{KRISS} + \varepsilon_{KRISS,A} \text{ and}$$

$$\Delta m_{KRISS,B} = \beta + \gamma_{KRISS} + \varepsilon_{KRISS,B}.$$

To model all measured values simultaneously we introduce *indicator variables* $\{X_{i,j}\}$ each either 0 or 1, like this, for example for PTB:

$$\begin{aligned} \Delta m_{PTB} = & X_{PTB,A} \alpha + X_{PTB,B} \beta + \\ & X_{PTB,NIS} \gamma_{NIS} + X_{PTB,VNIIM} \gamma_{VNIIM} + \dots + \\ & X_{PTB,PTB} \gamma_{PTB} + \dots + X_{PTB,NIM} \gamma_{NIM} + \varepsilon_{PTB}, \end{aligned}$$

where $X_{PTB,A} = 0$, $X_{PTB,B} = 1$, $X_{PTB,NIS} = 0$, $X_{PTB,VNIIM} = 0$, $X_{PTB,PTB} = 1$, ..., and $X_{PTB,NIM} = 0$.

The model can be formulated succinctly as $y = X\theta + e$, where y is the 13×1 vector on the left-hand side of Equation (1); X is the 13×12 *design* matrix that is the first term on the right-hand side of the same equation, where the labels to its left help identify which observation (or constraint) each row pertains to; θ is the 12×1 vector of parameters; e is the 13×1 vector of errors.

The following details and remarks explain the other symbols in Equation (1):

- α is the effect of the standard used in petal A, and β is the effect of the standard used in petal B (both nominally of mass 5 kg, but physically different);

- The laboratory effects γ_{NIS} , ..., γ_{NIM} satisfy two identifiability constraints,

$$(C1) \gamma_{KRISS} + \gamma_{NIS} + \gamma_{VNIIM} + \gamma_{CENAM} + \gamma_{NIST} = 0$$

and (C2) $\gamma_{KRISS} + \gamma_{PTB} + \gamma_{METAS} + \gamma_{CEM} + \gamma_{INRIM} + \gamma_{NIM} = 0$, which are reflected in the last two rows of the design matrix X ;

- $\varepsilon_{NIS}, \dots, \varepsilon_{NIM}$ are measurement errors, assumed to be independent, Gaussian, with mean 0 mg, and standard deviations equal to the standard uncertainties reported by the participants;

- δ_1 and δ_2 are errors incurred when fitting the identifiability constraints mentioned above, also independent of one another and of the $\{\varepsilon_i\}$, Gaussian, with mean 0 mg, and whose standard uncertainties are taken to be 100 times smaller than the smallest of the reported standard uncertainties, thus essentially guaranteeing that the constraints are satisfied.

The covariance matrix, V , of y , was a 13×13 , symmetrical diagonal matrix with the squared reported standard uncertainties along the main diagonal, except for the two entries corresponding to δ_1 and δ_2 introduced above, which were the squares of standard uncertainties set 100 times smaller than the smallest of the reported

$$\begin{array}{l} \text{NIS} \\ \text{VNIIM} \\ \text{CENAM} \\ \text{NIST} \\ \text{KRISS.A} \\ \text{PTB} \\ \text{METAS} \\ \text{CEM} \\ \text{INRIM} \\ \text{NIM} \\ \text{KRISS.B} \\ \text{C}_1 \\ \text{C}_2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma_{NIS} \\ \gamma_{VNIIM} \\ \gamma_{CENAM} \\ \gamma_{NIST} \\ \gamma_{KRISS} \\ \gamma_{PTB} \\ \gamma_{METAS} \\ \gamma_{CEM} \\ \gamma_{INRIM} \\ \gamma_{NIM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{NIS} \\ \varepsilon_{VNIIM} \\ \varepsilon_{CENAM} \\ \varepsilon_{NIST} \\ \varepsilon_{KRISS.A} \\ \varepsilon_{PTB} \\ \varepsilon_{METAS} \\ \varepsilon_{CEM} \\ \varepsilon_{INRIM} \\ \varepsilon_{NIM} \\ \varepsilon_{KRISS.B} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}$$

Figure 3 lists the R (R Core Team [14]) code used to fit the GLS model. The expanded uncertainties that are part of the DoEs were evaluated by application of the Monte Carlo method (Possolo et al. [15]). The DoEs are depicted in Fig. 6 alongside their counterparts obtained using the Bayesian procedure described next.

```
z = read.table(header=TRUE, text="
  petal  nmi    m    um
A      NIS    0.100 0.300
A      VNIIM  0.410 0.200
A      CENAM  0.120 0.200
A      NIST   -0.138 0.085
A      KRISS  0.135 0.073
B      PTB   -0.355 0.056
B      METAS -0.170 0.146
B      CEM   -0.440 0.200
B      INRIM -0.335 0.085
B      NIM   -0.400 0.070
B      KRISS -0.271 0.073")

y = c(z$m, 0, 0)
uy = c(z$um, rep(min(z$um)/100, 2))
V = diag(uy^2)
dimnames(V) = list(c(z$nmi, "C1", "C2"), c(z$nmi, "C1", "C2"))
dimnames(V)[[1]][c(5,11)] = c("KRISS.A", "KRISS.B")
dimnames(V)[[2]][c(5,11)] = c("KRISS.A", "KRISS.B")
V["KRISS.A", "KRISS.B"] = z$um[5]*z$um[11]
V["KRISS.B", "KRISS.A"] = V["KRISS.A", "KRISS.B"]

require(nlme)
y.gls = gls(y ~ -1, data=data.frame(X,y=Y),
  correlation=corSymm(value=V[lower.tri(V)], fixed=TRUE))
summary(y.gls)
```

Figure 3. R code used to fit the GLS model to the measurement results for the 5 kg masses that circulated in petals A and B of CCM.M-K7, which relies on R function `gls` defined in the package `nlme` (Pinheiro et al., [16]). The coefficients of the model pertaining to the laboratory effects are the corresponding estimates of the unilateral degrees of equivalence, after linking the results from the two petals.

standard uncertainties, and also except for the two off-diagonal entries corresponding to the two measurements made by KRISS, which were deemed to correspond to a correlation coefficient of +1.

5. Bayesian Procedure

The Bayesian model that Bodnar and Elster [11] proposed to link CIPM and RMO key comparisons (or petals of the same key comparison) is conceptually very simple and intuitive, making very clear the key underlying assumption made for linkage, and it is also generally applicable when there are multiple linking laboratories.

In this contribution we take the original formulation of the Bayesian model two steps forward: we do a data-

driven model selection and take into account any dark uncertainty that may be uncovered in one or several of the comparisons being linked. The *NIST Decision Tree* (Possolo et al. [17]) was used for model selection. We have used the hierarchical model with Gaussian laboratory effects and Gaussian measurement errors for both petals.

In the context of our running example, the aforementioned key underlying assumption is that the linking laboratory, KRISS, has the same effect in both petals. The model for the values measured in petal A is

$$\Delta m_{A,j} = \mu_A + \lambda_{A,j} + \varepsilon_{A,j}$$

for $j = \text{NIS, VNIIM, CENAM, NIST, and KRISS}$.

And for those measured in petal B it is

$$\Delta m_{B,j} = \mu_B + \lambda_{B,j} + \varepsilon_{B,j}$$

for $j = \text{PTB, METAS, CEM, INRIM, NIM, and KRISS}$.

Note that the model recognizes the fact that the two circulating standards, although nominally of the same mass, in fact can have different masses.

The linking assumption is that $\lambda_{A, \text{KRISS}} = \lambda_{B, \text{KRISS}}$, and we model the $\{\lambda_{A,j}\}$ as a sample from a Gaussian distribution with mean 0 mg and standard deviation τ_A (dark uncertainty in petal A), and the $\{\lambda_{B,j}\}$ as a sample from a Gaussian distribution with mean 0 mg and standard deviation τ_B (dark uncertainty in petal B). The model was implemented in the Stan language (Stan Development Team, [18]) using the code listed in Figure 4. The corresponding posterior probability density functions of the two dark uncertainties involved, τ_A and τ_B , are depicted in Fig. 5, and the DoEs are depicted in Fig. 6.

```
data
{
  real muPriorMean; // Prior mean for mu in both petals
  real <lower=0> muPriorStdDev; // Prior std. dev. for mu in both petals
  real <lower=0> tauPriorMedian; // Prior median for tau in both petals
  // PETAL A
  real xNIS; real xVNIIM; real xCENAM; real xNIST;
  real <lower=0> uNIS; real <lower=0> uVNIIM;
  real <lower=0> uCENAM; real <lower=0> uNIST;
  // PETAL B
  real xPTB; real xMETAS; real xCEM; real xINRIM; real xNIM;
  real <lower=0> uPTB; real <lower=0> uMETAS; real <lower=0> uCEM;
  real <lower=0> uINRIM; real <lower=0> uNIM;
  // LINK
  real xKRISsa; real <lower=0> uKRISsa;
  real xKRISsb; real <lower=0> uKRISsb;
}

parameters
{
  real muA; real muB; real <lower=0> tauA; real <lower=0> tauB;
  // Lab effects in petal A
  real lNIS; real lVNIIM; real lCENAM; real lNIST;
  // Lab effects in petal B
  real lPTB; real lMETAS; real lCEM; real lINRIM; real lNIM;
  // Common lab effect of linking lab (KRISS)
  real lKRISS;
}

model
{
  // Priors for petal effects
  muA ~ normal(muPriorMean, muPriorStdDev);
  muB ~ normal(muPriorMean, muPriorStdDev);
  // Half-Cauchy priors for taus
  tauA ~ cauchy(0, tauPriorMedian); tauB ~ cauchy(0, tauPriorMedian);
  // Lab effects in petal A
  lNIS ~ normal(0, tauA); lVNIIM ~ normal(0, tauA);
  lCENAM ~ normal(0, tauA); lNIST ~ normal(0, tauA);
  // Lab effects in petal B
  lPTB ~ normal(0, tauB); lMETAS ~ normal(0, tauB);
  lCEM ~ normal(0, tauB); lINRIM ~ normal(0, tauB);
  lNIM ~ normal(0, tauB);
  // Effect of linking lab
  lKRISS ~ normal(0, sqrt(tauA*tauB));
  // Likelihood for petal A
  xNIS ~ normal(muA + lNIS, uNIS); xVNIIM ~ normal(muA + lVNIIM, uVNIIM);
  xCENAM ~ normal(muA + lCENAM, uCENAM); xNIST ~ normal(muA + lNIST, uNIST);
  xKRISsa ~ normal(muA + lKRISS, uKRISsa);
  // Likelihood for petal B
  xPTB ~ normal(muB + lPTB, uPTB); xMETAS ~ normal(muB + lMETAS, uMETAS);
  xCEM ~ normal(muB + lCEM, uCEM); xINRIM ~ normal(muB + lINRIM, uINRIM);
  xNIM ~ normal(muB + lNIM, uNIM); xKRISsb ~ normal(muB + lKRISS, uKRISsb);
}
```

Figure 4: Stan code used to fit the Bayesian model that links petals A and B of CCM.M-K7

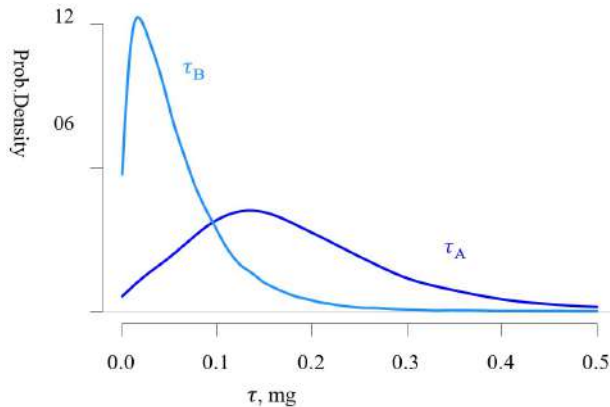


Figure 5: Posterior probability densities of the estimates of the dark uncertainty in petals A and B, as produced by the Bayesian linkage procedure.

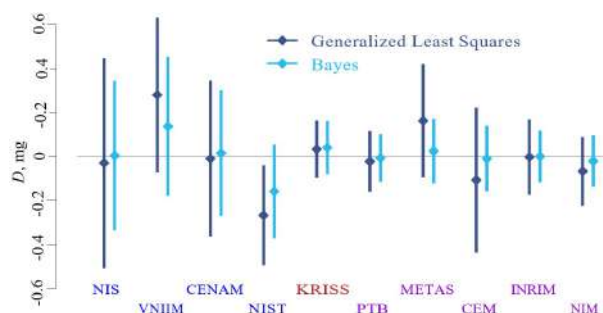


Figure 6: Unilateral degrees of equivalence (DoEs) after linking petals A and B using the sole laboratory, KRISS, that measured both 5 kg mass standards that circulated in the two petals. For each laboratory, the diamonds represent the estimates of D obtained via Generalized Least Squares estimation (GLS, dark blue, to the left of each participant's acronym at the bottom) and with the Bayesian procedure (light blue, to the right of the same acronym), and the vertical bars represent $D \pm U_{95\%}(D)$. For GLS, $U_{95\%}(D)$ was computed by application of the Monte Carlo method for uncertainty evaluation, and for the Bayesian procedure it was obtained as half the length of a 95 % credible interval derived from a large sample drawn from the posterior distribution of D .

6. Conclusions

Differently from the GLS procedure illustrated in §4, the Bayesian procedure described in §5 does not involve setting up a potentially large design matrix, or the generally physically unrealistic identifiability constraints, and it is easily tunable to accommodate non-Gaussian probability distributions for the measurement errors, while GLS makes the implied assumption that these errors are Gaussian. The Bayesian procedure also does the linkage, estimates the DoEs, and evaluates the uncertainty of the DoEs, all in a single stroke.

References

1. Comité International des Poids et Mesures (CIPM). *Mutual Recognition of National Measurement Standards and of Calibration and Measurement Certificates Issued by National Metrology Institutes*. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Pavillon de Breteuil, Sèvres, France, October 14th 1999. URL www.bipm.org/en/cipm-mra/. Technical Supplement revised in October 2003.
2. F. Delahaye and T. Witt. Linking the results of key comparison CCEM-K4 with the 10 pF results of EUROMET.EM-K4. *Metrologia*, 39:1005–1005, 2002. doi:10.1088/0026-1394/39/1A/5.

Figure 6 depicts the DoEs corresponding to both models. There is general, fair general agreement between the corresponding $\{D_j\}$, but the $\{U_{95\%}(D_j)\}$ tend to be larger for GLS than for the Bayesian procedure.

The Bayesian linking procedure produces estimates of the petal effects somewhat different from the consensus values one would get from each petal alone, and their associated standard uncertainties also differ slightly. Very differently from the GLS approach, the laboratory effects are not constrained to add to 0 mg in each petal, only their means are assumed to be zero, and the Bayesian model recognizes any mutual inconsistency (dark uncertainty) that may prevail in one or both petals, while the GLS procedure ignores it.

Linking CIPM and RMO comparisons (or multiple petals of the same comparison), involves estimating missing data, which are the measurement results that the participants in the RMO comparison would have obtained if they had participated in the CIPM comparison, or vice versa. Since the imputation of missing data is critically dependent on model assumptions, and on how the available data can be informative about the missing data, it should be no surprise that different approaches to the linkage problem, not only the two illustrated here but also those that were only mentioned in §1, will yield different results.

In all applications, a judicious assessment of the assumptions that can be empirically validated using standard methods of model selection can serve as a practical guide for which linkage procedure to employ. In §5 we suggested how the *NIST Decision Tree* can be used for this purpose, which is only one among the many ways available for model selection in key comparisons.

7. Acknowledgments

The authors thank the organizers of the 22nd International Scientific and Technical Seminar *Uncertainty of Measurements: Scientific, Applied, Regulatory and Methodological Aspects* (UM-2025) that took place in December 10-11, 2025, at the Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine, in particular Professor Igor Zakharov, for the opportunity to present and discuss this work before an international panel of participating experts.

The authors also thank Alan Heckert, Jack Prothero, Julia Sharp, Kevin Coakley, and Jennifer Benkstein for their reviews and approvals on behalf of NIST.

3. G. Marullo-Reedtz and R. Cerri. Linking the results of Key Comparisons CCEMK8 and EUROMET.EM-K8. *Metrologia*, 41(1A):01002, 2004. doi: 10.1088/0026-1394/41/1A/01002.
4. C. Elster, A. Link, and W. Wöger. Proposal for linking the results of CIPM and RMO key comparisons. *Metrologia*, 40(4):189–194, 2003. doi: 10.1088/0026-1394/40/4/308.
5. J. E. Decker, A. G. Steele, and R. J. Douglas. Measurement science and the linking of CIPM and regional key comparisons. *Metrologia*, 45:223–232, 2008. doi: 10.1088/0026-1394/45/2/012.
6. L. Nielsen. Evaluation of measurement intercomparisons by the method of least squares. Technical Report DFM-99-R39, Danish Institute of Fundamental Metrology, Lyngby, Denmark, 2000.
7. C. M. Sutton. Analysis and linking of international measurement comparisons. *Metrologia*, 41(4):272–277, 2004. doi: 10.1088/0026-1394/41/4/008.
8. N. F. Zhang. Linking the results of CIPM and RMO key comparisons with linear trends. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 115:179–194, 2010. doi: 10.6028/jres.115.010.
9. B. D. Hall and A. Koo. Digital representation of measurement uncertainty: A case study linking an RMO key comparison with a CIPM key comparison. *Metrology*, 1:166–181, 2021. doi: 10.3390/metrology1020011.
10. M. Cox and K. Shirono. Analysis of a regional metrology organization key comparison: model-based unilateral degrees of equivalence. *Metrologia*, 60(5):055014, 2023. doi: 10.1088/1681-7575/acf76c.
11. O. Bodnar and C. Elster. Analysis of key comparisons with two reference standards: Extended random effects meta-analysis. In A. B. Forbes, N.F. Zhang, A. Chunovkina, S. Eichstädt, and F. Pavese, editors, *Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI*, volume 89 of *Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences*, pages 1–8. World Scientific, Singapore, 2018. ISBN 978-981-3274-29-7. doi: 10.1142/9789813274303_0001
12. S. Lee, M. Borys, P. Abbott, L. O. Becerra, A. A. Eltawil, W. Jian, A. Malengo, 9. N. Medina, V. Snegov, C. Wüthrich, and F. Scholz. The final report for CCM.MK7: key comparison of 5 kg, 100 g, 10 g, 5 g and 500 mg stainless steel mass standards. *Metrologia*, 54(1A):07001, 2017. doi: 10.1088/0026-1394/54/1A/07001.
13. W. Viechtbauer. Conducting meta-analyses in R with the metafor package. *Journal of Statistical Software*, 36(3):1–48, 2010. doi: 10.18637/jss.v036.i03.
14. R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2026. URL <https://www.R-project.org/>
15. A. Possolo, D. B. Hibbert, J. Stohner, O. Bodnar, and J. Meija. A brief guide to measurement uncertainty (IUPAC Technical Report). *Pure and Applied Chemistry*, 96(1):113–134, 2023. doi: 10.1515/pac-2022-1203.
16. J. Pinheiro, D. Bates, and R Core Team. *nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models*, 2025. URL <https://CRAN.R-project.org/package=nlme>. R package version 3.1-168.
17. A. Possolo, A. Koepke, D. Newton, and M. R. Winchester. Decision Tree for Key Comparisons. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 126:126007, 2021. doi: 10.6028/jres.126.007.
18. Stan Development Team. *Stan User's Guide*, 2.38. Austin, TX, 2026. URL <https://mc-stan.org/>.

Надійшла (Received) 27.03.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 02.05.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Ольга Боднар – PHD, запрошена дослідниця Національного інституту стандартів і технологій, Гейтерсбург, Меріленд 20899-8980, США; доцент Джорджтаунського університету, Вашингтон, округ Колумбія; e-mail: olha.bodnar@nist.gov, ORCID: 0000-0003-1359-3311

Olha Bodnar – PHD, Guest Researcher, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20899-8980, USA; Associate Professor of Georgetown University, Washington, DC, e-mail: olha.bodnar@nist.gov, ORCID: 0000-0003-1359-3311

Антоніо Посоло – PHD, головний статистик Національного інституту стандартів і технологій (NIST), Гейтерсбург, Меріленд 20899-8980, США; e-mail: antonio.possolo@nist.gov, ORCID: 0000-0002-8691-4190

Antonio Possolo – PHD, Chief Statistician of National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, MD 20899-8980, USA; e-mail: antonio.possolo@nist.gov, ORCID: 0000-0002-8691-4190

Зв'язування ключових звірень CIPM та RMO

О. Боднар, А. Посоло

Анотація

Розглянуто процедури зіставлення результатів ключових звірень CIPM з результатами звірень, що проводяться регіональними метрологічними організаціями. Стаття присвячена методам оцінювання ступеня еквівалентності для всіх учасників пов'язаних ключових звірень, начебто вони всі брали участь в тому самому ключовому звіренні. Описано використання обчислювальних методів програмного забезпечення R для статистичних обчислень узагальненим методом найменших квадратів. Розглянуто узагальнення Байєсовського підходу для ситуації, коли результати вимірювань взаємно не узгоджені з урахуванням того, що стандарти, що розповсюджуються в різних раундах вимірювання, можуть мати різні значення вимірюваної величини.

Ключові слова: метрологічні організації, ключові звірення, ступінь еквівалентності, Байєсівський підхід

EQUALIZATION OF THE FREQUENCY RESPONSE OF THE MEASUREMENT CHANNEL USING INVERSE ADAPTIVE MODELING

I.O. Moshchenko, O.V. Zaporozhets

Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

Abstract

This article proposes the structure of an adaptive system for equalizing the frequency response of a measuring channel based on an adaptive digital filter-compensator, whose coefficients are adjusted in real time using the recurrent least-squares method. Using computer simulation, the influence of the input calibration signal type and the internal noise of the measuring channel on the quality of the frequency response correction is studied. The practical significance of the study is that the use of the proposed adaptive corrector will significantly reduce the systematic error of dynamic measurements caused by the unevenness of the frequency response of the measuring channel.

Keywords: adaptive filter, measuring channel, frequency response, calibration.

1. Introduction

Experimental data processing methods play a significant role in solving various technical problems, including in measurement practice. As measurements become increasingly complex and precision requirements increase, their role becomes increasingly important. In many modern measurement tasks, achieving the required accuracy is only possible through the use of more efficient data processing methods.

When solving many measurement problems, one of the factors significantly affecting measurement error is the unevenness of the measurement path's transmission coefficient across the operating frequency range. This leads to additional systematic error and distortion of the measured signal. One effective solution to this problem is the use of an adaptive filter-compensator, which equalizes the frequency response of the measurement channel. This problem is particularly relevant for measuring instruments with embedded microprocessors and information-measuring systems

that predominantly utilize digital processing of measurement data, enabling the implementation of a wide range of digital signal filtering methods.

2. Problem Statement

An information and measurement system is a set of measurement channels, measuring devices, and other technical means combined to generate and analyze digital measurement signals about several similar or dissimilar quantities and other types of information [1]. A measurement channel is a set of measuring equipment, communication devices, and other technical means designed to generate a measurement signal about a single measured quantity. A measurement channel is one of the main functional units of an information and measurement system.

Let us consider the generalized structural diagram of the information-measuring system channel, which is presented in Fig. 1.

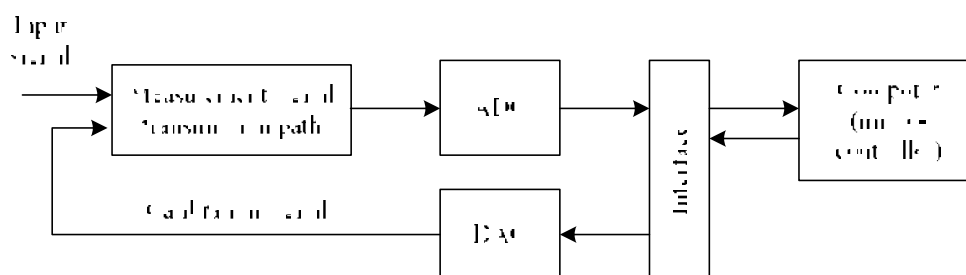


Fig. 1. Generalized structural diagram of the information-measuring system channel

The input measuring signal from the primary measuring transducer (sensor) passes through an analog transmission path, which usually includes such functional blocks as an input device, a measurement limit selection device, a series of amplification cascades and functional converters.

An analog-to-digital converter converts the electrical information parameter of an analog signal (usually voltage) into a binary digital code. Modern ADCs are typically implemented as specialized integrated circuits, which differ in their conversion

method, bit depth, and speed.

Before measurements, a calibration procedure is performed to minimize systematic measurement errors. In this mode, a reference calibration signal generated by a digital-to-analog converter is fed to the input of the measuring channel. The shape and parameters of this signal are determined by the sequence of digital codes received at the DAC input from the control device.

To harmonization the measuring channel with the central control and processing unit of the information-measuring system, which is a computer or

microcontroller, an interface is used. This interface ensures informational, electrical, and structural compatibility between the measuring section and the control device. Information-measuring systems typically make extensive use of standard interfaces (ISA, PCI, RS-232, USB, IEEE 488, etc.), significantly simplifying the task of interfacing system devices. From the perspective of measuring signal conversion, the channel of an information-measuring system is a dynamic system, the description of which requires the use of an adequate mathematical model. For the problem under consideration, we assume that the measuring channel belongs to the class of linear systems and is described by a transfer function of the general form

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N_B} z^{-N_B}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N_A} z^{-N_A}}, \quad (1)$$

where z is the complex variable, $b_0, b_1, \dots, b_{N_B}, a_1, a_2, \dots, a_{N_A}$ are the constant coefficients.

In the frequency domain, the behavior of system (1) is described by a complex frequency response

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega} + \dots + b_{N_B} e^{-j\omega N_B}}{1 + a_1 e^{-j\omega} + \dots + a_{N_A} e^{-j\omega N_A}} = \\ &= |H(e^{j\omega})| e^{j \arg H(e^{j\omega})}, \end{aligned} \quad (2)$$

the module of which is known as the magnitude response, and the argument as the phase response. Since in the vast majority of cases the signal amplitude is the informative parameter, the magnitude response is required to be uniform over the operating frequency range of the measured signals. Much less frequently, requirements are also placed on the phase response; typically, this is a linearity requirement, as is encountered in speech processing tasks.

However, practice shows that even within the channel's passband, the frequency response is not

perfectly uniform, leading to frequency or dynamic error caused by the deviation of the actual gain from its nominal value. The challenge is to ensure a constant gain of the measuring channel across the entire operating frequency range and minimize the error caused by frequency response unevenness.

Thus, as a mathematical model of the channel of the information-measuring system, we will use a linear dynamic object described by a transfer function of the general form (1) and having an arbitrary form of frequency response.

3. Equalization of the frequency response of the measuring channel using inverse adaptive modeling

One of the methods for solving the problem under consideration is inverse adaptive modeling [2-4]. An inverse model of a system with an unknown transfer function is a system with a transfer function that is, in a sense, the best approximation of the function inverse to the unknown transfer function.

It must be said that inverse modeling methods are actively used in such tasks as adaptive correction of nonlinear frequency response of voltage and current transformers; elimination of distortions in digital communication channels caused by limited bandwidth or multipath signal propagation; adaptive equalization of rooms in the frequency domain when performing acoustic measurements; measurement of the degree of linear distortions of satellite communication channels and compensation of path mismatch [5-7].

Figure 2 shows the structural diagram of an adaptive system for equalizing the frequency response of a measuring channel [8-12]. The internal noise of the measuring channel is represented by additive noise $\xi(n)$ at its output. The noisy output signal of the

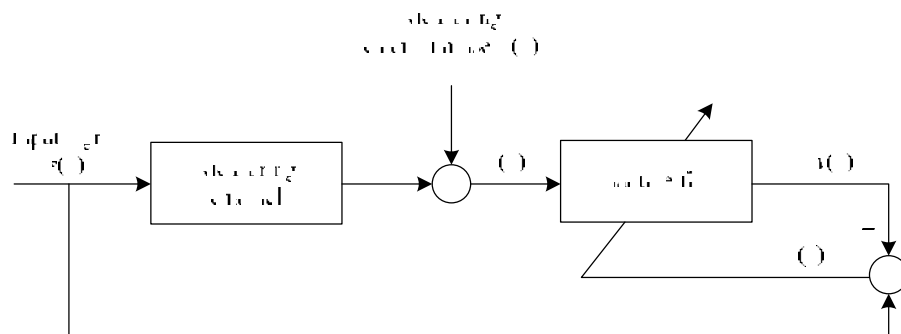


Fig. 2. The calibration of the adaptive system for equalizing the frequency response of the information-measuring system channel

measuring channel $x(n)$ is fed to the input of the adaptive filter. In the calibration mode, the coefficients of the adaptive filter, which in this case is an inverse model of the measuring channel, are adjusted so that its output signal $y(n)$ is the best approximation of the calibration signal $s(n)$ at the input of the measuring channel.

After calibration is complete, the filter coefficients are fixed, the adaptation unit is turned off, and the system enters measurement mode.

The adaptive FIR filter, the structure of which is shown in Fig. 3, is described by a difference equation of the form

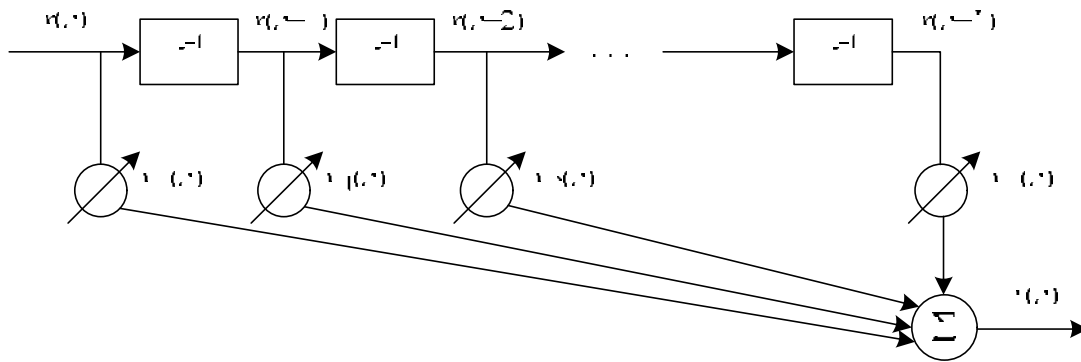


Fig. 3. Adaptive FIR filter

$$y(n) = w_0(n)x(n) + w_1(n)x(n-1) + w_2(n)x(n-2) + \dots + w_L(n)x(n-L) = W^T(n)X(n), \quad (3)$$

where $x(n)$, $y(n)$ are the input and output signals of the filter, respectively; $n=0,1,2,\dots$ – discrete time; $W(n) = (w_0(n), w_1(n), w_2(n), \dots, w_L(n))^T$ – vector of adjustable parameters; $X(n) = (x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-L))^T$ – vector of phase variables.

Let us introduce the optimality criterion

$$J_n = \sum_{i=1}^n (s(i) - y(i))^2 = \sum_{i=1}^n (s(i) - W^T(i)X(i))^2, \quad (4)$$

the minimization of which leads to the well-known recurrent least squares method [7]

$$\begin{cases} W(n) = W(n-1) + \frac{P(n-1)(s(n) - y(n))}{1 + X^T(n)P(n-1)X(n)} X(n), \\ P(n) = P(n-1) - \frac{P(n-1)X(n)X^T(n)P(n-1)}{1 + X^T(n)P(n-1)X(n)}. \end{cases} \quad (5)$$

The advantage of procedure (5) is that it actively accumulates information and adjusts the coefficients of the adaptive filter at each time step, does not require storing the entire history of the process in memory, ensures fairly fast convergence of estimates, and works well under noise conditions.

Several factors should be noted that limit the possibility of constructing an inverse model with a small mean square error.

First, the presence of noise in the measurement channel $\xi(n)$ leads to noise at the output of the adaptive inverse filter. In the presence of noise, the adaptive filter's steady-state transfer function is generally not the inverse of the transfer function of the measurement system channel.

Secondly, an adaptive FIR filter has a finite impulse response. In this case, only an approximate realization of the impulse response of the inverse model is possible for a system with an infinite impulse response. In this case, the adaptation quality can be improved by increasing the number of coefficients in the compensating filter [13-15].

Third, the quality of the adaptation is significantly affected by the input signal. The richer the input signal spectrum, the faster the adaptive filter coefficients are adjusted.

4. Study of the influence of the input signal type and the channel's own noise on the quality of adaptive equalization of the frequency response

To study the properties and characteristics of adaptive systems for equalizing the frequency response of the measuring channel, a computer simulation modeling method was used. For this purpose, a program in the MATLAB language was developed, using the adaptive filter design functions of the DSP System Toolbox and Signal Processing Toolbox [16, 17].

The measurement channel was modeled using a 7th-order IIR filter. The frequency response of the measuring channel is shown in Fig. 4. It is easy to see that this frequency response is significantly uneven.

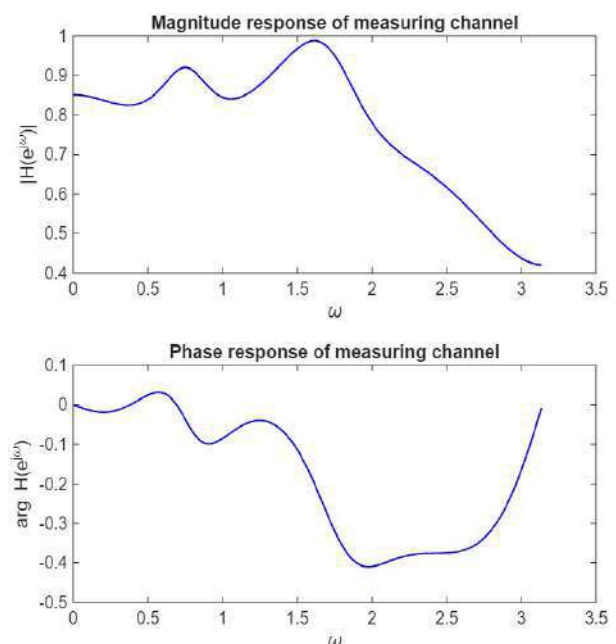


Fig. 4. Frequency response of measuring channel

A 15th-order FIR filter was used as an adaptive compensator filter implementing the inverse model of the measurement channel. The recurrent least-squares method was used to adjust the adaptive filter coefficients.

During the simulation, the influence of the input signal type and the inherent noise of the measuring channel on the quality of adaptive frequency response equalization was investigated. The following types of signals were used as input calibration signals:

- 1) a periodic sequence of rectangular pulses (meander);
- 2) a periodic sequence of triangular pulses (sawtooth signal);
- 3) random signal (white Gaussian noise with zero mean);
- 4) frequency-modulated harmonic signal with a linear law of frequency change.

For each type of input signal, two experiments were conducted:

- 1) modeling the functioning of the system without taking into account the inherent noise of the measuring channel;
- 2) modeling the functioning of the system taking into account the inherent noise of the measuring channel. The additive noise brought to the output was modeled by a Gaussian random process with zero mean and standard deviation of 0.01.

To evaluate the quality of adaptive frequency response equalization, two metrics were used: the maximum deviation of the resulting frequency response from the ideal and the root-mean-square deviation of the resulting frequency response from the ideal. The simulation results are presented in Figures 5–9 and Table 1.

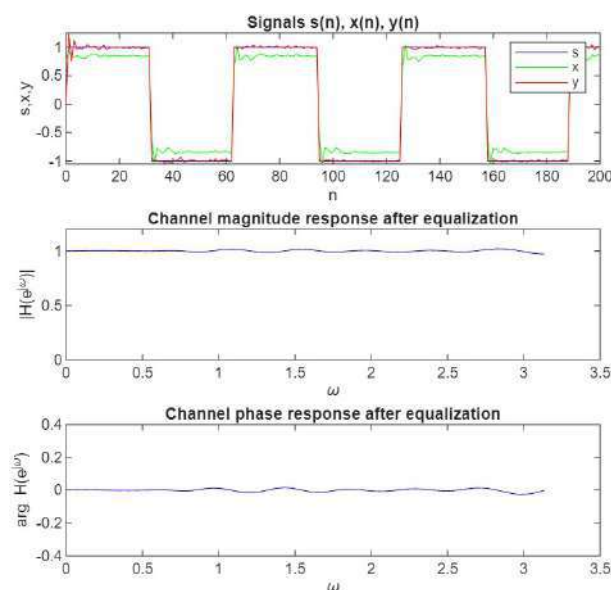


Fig. 5. Frequency response equalization (signal 1)

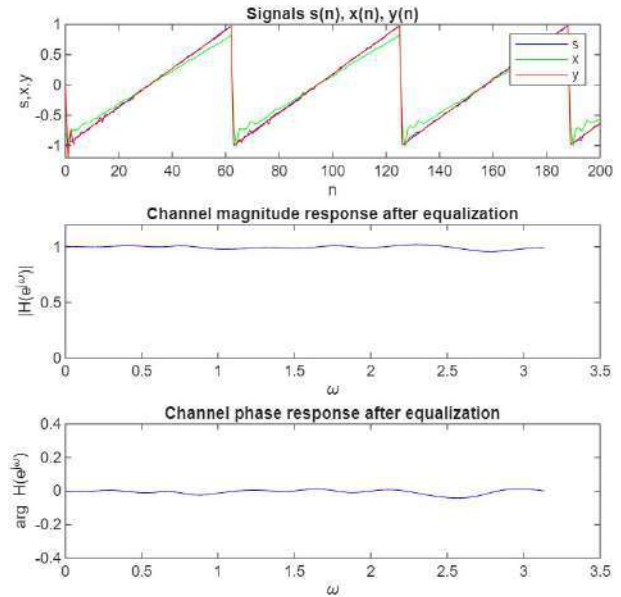


Fig. 6. Frequency response equalization (signal 2)

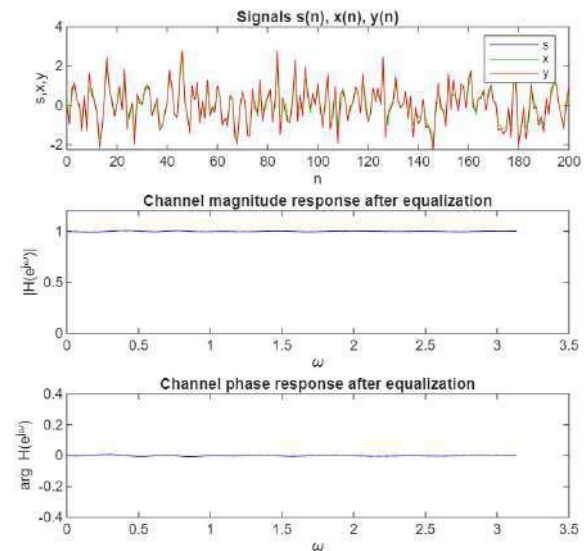


Fig. 7. Frequency response equalization (signal 3)

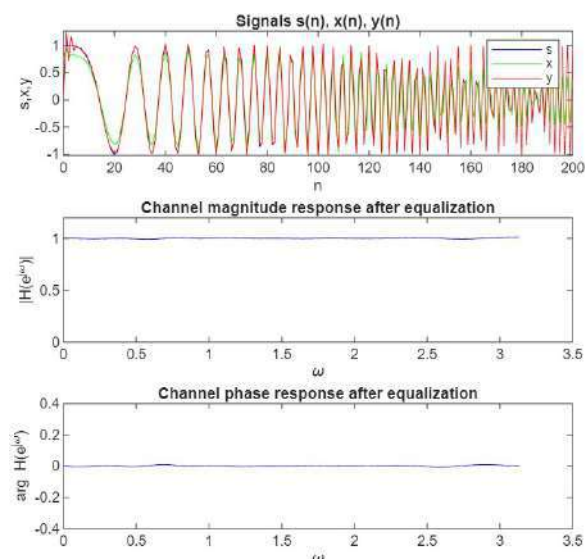


Fig. 8. Frequency response equalization (signal 4)

Table 1 – Simulation results

Input calibration signal type	Maximum deviation of the frequency response from the nominal		RMS deviation of the frequency response from the nominal	
	without the effect of noise	with the effect of noise	without the effect of noise	with the effect of noise
1. Rectangular pulses	0.0060	0.0630	0.0026	0.0136
2. Sawtooth signal	0.0060	0.0742	0.0025	0.0227
3. Random signal	0.0046	0.0076	0.0016	0.0027
4. Frequency-modulated signal	0.0044	0.0076	0.0017	0.0037

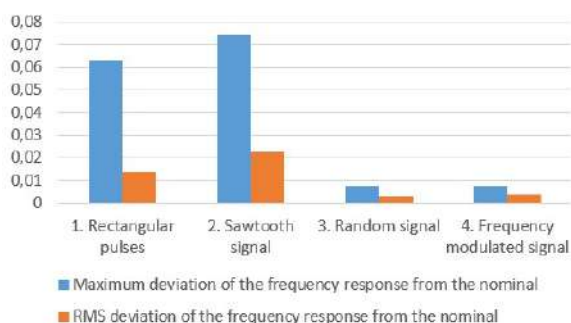


Fig. 9. Quality of the frequency response equalization for different types of input calibration signal

References

1. Babak V., Babak S., Eremenko V., Kuts Y., Zaporozhets A. Information-Measuring Systems. Theory and Application. Springer, 2025. 496 p.
2. Widrow B., Stearns S. D. Adaptive signal processing. Prentice-Hall, 1985. 474 p.
3. Widrow B. Adaptive inverse control. *Proc. SPIE 1294, Applications of Artificial Neural Networks*, 1 August 1990; <https://doi.org/10.1117/12.21152>
4. Patnaik, P., Das, D. P., Mishra, S. K. Adaptive inverse model of nonlinear systems. *Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA)*, 5, 2015. pp. 40-47.
5. Morelli M., Sanguinetti L., Mengali U. Channel estimation for adaptive frequency-domain equalization. *Wireless Communications, IEEE Transactions*. 2005. Vol. 4. No 5. pp.2508 - 2518.
6. Madden T.T. Adaptive inverse modeling of a variable bandwidth channel. *Graduate Theses and Dissertations*. 96 p.
7. Resende, D.F., Duque, C.A., Nepomuceno, E.G., Lima, M.A., Silva, L.R. Adaptive Channel Equalization for Frequency Response Correction of Instrument Transformers. *20th International Conference on Harmonics & Quality of Power (ICHQP)*, Naples, Italy, 2022. pp. 1-6. <https://doi.org/10.1109/ICHQP53011.2022.9808643>
8. Garima M., Sappal A. Adaptive Equalization Algorithms: An Overview. *International Journal of Advanced Computer Sciences and Applications*. 2011. Vol. 2. No 3. pp. 62-67.
9. Randhawa N.S. An Overview of Adaptive Channel Equalization Techniques and Algorithms. *International Journal of Science and Research*. 2014. Vol. 3. Issue 7. pp. 647-651.
10. Volosnikov A.S., Shestakov A.L. Adaptive correction and estimation of the dynamic measurement error in the sensor input signal restoration. *Measurement: Sensors*, Vol. 38, 2025, 101734. <https://doi.org/10.1016/j.measen.2024.101734>.
11. Zaporozhets O.V. Correction of the frequency response of the measuring channel using an adaptive filter. *Information Processing Systems*. 2007. No. 9 (67). pp. 52–55.
12. Zaporozhets O.V. Adaptive equalization of the frequency response of an information-measuring system channel. *Automated control systems and automation devices*. 2007. No. 141. pp. 96–101.
13. Ljung L. System Identification: Theory for the User. Prentice-Hall, 1999. 609 p.
14. Rabiner L.R., Gold B. Theory and Application of Digital Signal Processing. Prentice-Hall, 1975. 762 p.
15. Cappellini V., Constantinides A.G., Emiliani P.L. Digital filters and their applications. Academic Press, 1978. 393 p.
16. Taylor F.J. Digital Filters. Principles and Applications with MATLAB. Wiley, 2011. 312 p.
17. Wanhammar L., Saramaki T. Digital Filters Using MATLAB. Springer International Publishing, 2020. 798 p.

Надійшла (Received) 04.04.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 03.05.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Запорожець Олег Васильович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, e-mail: oleg.zaporozhets@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7831-8479>

Zaporozhets Oleg – PhD, Associate Professor, Department of Information and Measurement Technologies, Kharkiv National University of Radio Electronics, e-mail: oleg.zaporozhets@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7831-8479>

Мощенко Інна Олексіївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, e-mail: inna.moshchenko@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2738-0037>

Moshchenko Inna – PhD, Associate Professor, Department of Information and Measurement Technologies, Kharkiv National University of Radio Electronics, e-mail: inna.moshchenko@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2738-0037>

**Вирівнювання частотної характеристики вимірювального каналу
за допомогою оберненого адаптивного моделювання**

I.O. Мощенко, O.B. Запорожець

Анотація

У статті запропоновано структуру адаптивної системи вирівнювання частотної характеристики вимірювального каналу на основі адаптивного цифрового фільтра-компенсатора, коригування коефіцієнтів якого здійснюється в реальному масштабі часу методом рекурентних найменших квадратів. За допомогою комп'ютерного моделювання досліджено вплив типу вхідного калібрувального сигналу та внутрішнього шуму вимірювального каналу на якість корекції частотної характеристики. Практичне значення дослідження полягає в тому, що використання запропонованого адаптивного коректора дозволить значно зменшити систематичну похибку динамічних вимірювань, спричинену нерівномірністю частотної характеристики вимірювального каналу.

Ключові слова: адаптивний фільтр, вимірювальний канал, частотна характеристика, калібрування.

APPLYING MINIMAX APPROXIMATION TO DETERMINE
A CALIBRATION LINE OF A MEASURING INSTRUMENTMykhaylo Dorozhovets^{1,2} Piotr Kubiszyn¹¹*Rzeszów University of Technology, Rzeszów, Poland*²*Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine***Abstract**

This article describes the essence of the Minimax method for determining the calibration curve of a measuring instrument. The characteristics of the calibration curve obtained in this way are investigated and compared with the parameters of the curve determined by the least squares method. It was shown that using Minimax provides directly determines the calibration line along with the extreme limits of possible deviations of the experimental data points from this line which regardless of the probability distribution model used certainly encompass all the experimental data points. Therefore, these two lines can serve as an estimate for determining the limits of the maximum permissible error (MPE) of the calibrated measuring instrument. The study was conducted based on the results of the actual calibration of the Fluke 8845 measuring instrument in the ± 10 Vdc and 750 Vac ranges at the accredited LABBiKAL laboratory (Rzeszow University of Technology, Rzeszow, Poland).

Keywords: calibration line, minimax approximation, uncertainty evaluation

1. Introduction

The Minimax method is used in various fields of science and engineering, particularly for solving problems when data regarding certain parameters and properties of the objects under study are uncertain [1, 2, 3, 4]. In general terms, this method aims to minimize the level of maximum possible losses or the maximum deviations from the norm. In particular, this method is widely used in signal theory for designing optimal digital FIR filters with specified frequency characteristics [4]. The pioneer in the development of effective Minimax approximation algorithms is the Ukrainian scientist Yevgen Yakovych Remez, who was educated at Kyiv University and conducted practically all of his scientific work in Kyiv. As early as 1934, he developed an iterative algorithm (so called Remez algorithm) for uniform approximation of functions, based on Chebyshev's alternation theorem [5]. Subsequently, scientists from various countries have only refined this algorithm [6].

The Minimax method is widely used in statistical analysis because it provides a reliable basis for decision-making in situations where the probability distributions of outcomes are highly uncertain or even unknown. In particular, In metrology, the so-called Minimax criterion is widely used to describe the metrological properties of measuring instruments. Specifically, manufacturers of measuring instruments typically specify in the metrological characteristics the limit values of possible deviations of their readings from the measured values, i.e., the values of the maximum permissible error (MPE). The GUM regulations [7] clearly state that in the absence of knowledge regarding the probability distribution of possible deviations in the measuring instrument's readings, a uniform distribution within the range of $\pm$ MPE should be applied.

In estimation theory it is known that if random variables have a uniform population, then when applying

the most commonly used method, the maximum likelihood estimation (MLE), the best (with minimum standard deviation and standard uncertainty) parameter for the population's location is the midpoint of the range, and the best parameter for the width is half the range [8]. When estimating a straight line describing the relationship between the input and output values of a measuring instrument, assuming a uniform distribution of possible deviations, this minimization criterion should be applied. Hereinafter, the construction of a calibration line using the minimax method will be abbreviated as MMM.

Instead, the least squares method (LSM) [9] is recommended and widely used to determine the parameters of a straight line during the calibration of measuring instruments [7]. The main justifications for using the LSM are: (i) very simple computational implementation, which involves solving a system of two linear equations, and (ii) the most complete theoretical justification for estimating the uncertainty of the calibration line [7, 10, 11]. In general, the latter strictly applies to cases of random deviations with a normal distribution [9]. Therefore, if at the calibration points the experimental values are obtained from the readings of standard (reference) instruments, from the perspective of estimation theory and the results obtained with known limits of their possible variability, this approach does not appear to be fully justified.

First, as mentioned above, since the MPE values of measuring instruments are widely used to describe their accuracy, it follows logically that this should also apply to the calibration function of the measuring instrument. Therefore, the natural criterion for finding the calibration line is the criterion of minimizing the maximum deviation, i.e., the MMM. Since this criterion takes into account the largest deviations, it ensures the correct determination of the MPE of the calibrated measuring instrument. Second, when applying the criterion of minimizing the sum of the

squares of deviations, i.e., the LSM, the largest deviations are not controlled; therefore, after determining the calibration line, one or more deviations may have large values. This can result in a situation where the MPE of the calibrated measuring instrument may be determined incorrectly or have inflated values.

In this article, the calibration of a measuring instrument is understood in the strict sense of the term, as defined, for example, in the third edition of the International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM [12]) 2.39 with notes:

Calibration - operation performed on a measuring instrument or a measuring system that, under specified conditions in a first step establishes a relation between the values with measurement uncertainties provided by measurement standards and corresponding indications with associated measurement uncertainties and, in a second step, uses this information to establish a relation for obtaining a measurement result from an indication.

NOTE 1 A calibration may be expressed by a statement, calibration function, **calibration diagram**, **calibration curve**, or calibration table. In some cases, it may consist of an additive or multiplicative **correction** of the indication with associated measurement uncertainty.

NOTE 2 Calibration should not be confused with **adjustment of a measuring system**, often mistakenly called “self-calibration”, nor with **verification** of calibration.

Due to VIM 4.31 [12], calibration curve — expression of the relation between indication and corresponding measured quantity value.

NOTE A calibration curve expresses a one-to-one relation that does not supply a measurement result as it bears no information about the measurement uncertainty.

The same approach is applied to the calibration of sensor characteristics.

Therefore, in order to apply the calibration curve during measurements, it is necessary to establish certain parameters—such as new MPE values—that can be used to estimate the measurement uncertainty of the calibrated instrument.

During the calibration process, preliminary results are obtained, which are used to assess the errors of the instrument being calibrated. Due to definition [10], conclusions regarding the accuracy of this instrument are drawn based on a comparison of the actual error values with the MPE. It should be noted that the specified MPE values apply to all instruments of this type. However, that is not enough. Based on the results obtained, a calibration curve for this measuring instrument should be constructed, as well as the new MPE values should be determined. Using a calibration curve, it is possible to correct systematic deviations in the readings of this instrument, i.e., to ensure an improvement in measurement accuracy. Next, we will consider the form of the simplest linear calibration function.

The aim of this study is to compare the maximum deviations of the calibration line determined using the MMM and LSM methods, taking into account the

uniform and normal distributions of the the experimental data points obtained during measuring instrument calibration.

2. Procedure for determining the parameters of the MMM approximation

The calibration curve $y(x)$ of a specific instrument reflects systematic deviations in the instrument’s readings x . In this study, we assume that these systematic deviations are described by a linear relationship:

$$y(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x, \quad (1)$$

and is described by the coefficients α_0 and α_1 between the input quantity x and the output quantity y . The values of these coefficients should be estimated based on experimental results, i.e., based on the results of measuring the input quantity x_i – the readings of the reference instrument – and the output quantity y_i – the readings of the instrument under calibration. We assume that the values of the output quantity are distorted by uncorrelated random disturbances ε_i with a zero expected value and a value σ of scale parameter:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \varepsilon_i. \quad (2)$$

The values of the coefficients α_0 , α_1 and the scale parameter σ are unknown and must be determined based on the measurement data. The estimated values c_0 and c_1 of these coefficients describe a calibration line

$$y_{\text{MMM}}(x) = c_0 + c_1 x. \quad (3)$$

According to the MMM criterion, the values of the unknown coefficients c_0 and c_1 must satisfy the condition:

$$\max |y_{ej} - y_{\text{appr}}(x_{ej})| \Rightarrow \min, \quad (4)$$

that is, all experimental data points must lie within a band around line (2) with a minimum width of $\pm s$, where s is the maximum deviation. The coefficients c_0 , c_1 , and the maximum deviation s are determined based on the three extreme points $(x_{e1}; y_{e1})$, $(x_{e2}; y_{e2})$, $(x_{e3}; y_{e3})$ (in Fig. 1, these points are marked in red), for which the extreme deviations:

$$v_{ej} = y_{ej} - y_{\text{appr}}(x_{ej}) = \pm s, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

take on the minimum possible value with alternating signs. In Fig. 1, the extreme deviations have the signs: $-s, +s, -s$:

$$\left. \begin{aligned} v_{e1} &= y_{e1} - y_{\text{MMM}}(x_{e1}) = -s; \\ v_{e2} &= y_{e2} - y_{\text{MMM}}(x_{e2}) = +s; \\ v_{e3} &= y_{e3} - y_{\text{MMM}}(x_{e3}) = -s. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

The opposite order of sign changes for the extreme deviations is also possible: $+s, -s, +s$.

The parameters of the approximation line are determined by the coordinate values of these three extreme points:

$$c_1 = \frac{y_{e3} - y_{e1}}{x_{e3} - x_{e1}}; \quad c_0 = \frac{y_{e1} + y_{e2}}{2} - c_1 \frac{x_{e1} + x_{e2}}{2}. \quad (7)$$

The extreme deviations, depending on the sequence of deviation signs, have the following values:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{y_{e2} - y_{e1}}{2} - c_1 \frac{x_{e2} - x_{e1}}{2} \quad (-s, +s, -s); \\ s &= \frac{y_{e1} - y_{e2}}{2} + c_1 \frac{x_{e2} - x_{e1}}{2} \quad (-s, +s, -s). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

The extreme deviation determines two extreme lines lower $y_{Lo,MMM}(x)$ and upper $y_{Up,MMM}(x)$:

$$\left. \begin{aligned} y_{Lo,MMM}(x) &= y_{MMM}(x) - s; \\ y_{Up,MMM}(x) &= y_{MMM}(x) + s; \end{aligned} \right\}; \quad (9)$$

inside which all experimental points are located (Fig. 1).

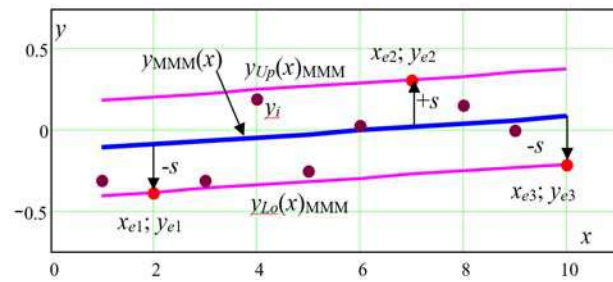


Fig. 1. Determining the optimal line and the smallest extreme deviations using the Minimax method

3. Calibration Examples

3.1. Calibration Results for the Fluke 8845A Voltmeter at DC Voltage

The Fluke 8845A voltmeter [13] was calibrated in the range of $U_{dc} = \pm 10$ V. A Fluke 8508A voltmeter [14] was used as the reference. The calibration was performed at the accredited LABBIKAL laboratory of the Rzeszow University of Technology. The initial measurement results obtained during the calibration of this voltmeter are presented in Table 1.

The MPE of this voltmeter at this range is described by the following equation: $MPE = \pm (0.0035\% \text{ of reading} + 0.0005\% \text{ of range})$, one year after calibration.

Based on the results presented in Table 1, the coefficients $c_0 = 0.0374$ mV and $c_1 = 1.075 \cdot 10^{-3}$ mV/V were calculated according to (7) and (8) for the line describing the dependence of the instrument's error on its reading, as well as the maximum deviation $s = \pm 0.0498$ mV:

$$\left. \begin{aligned} u_{cal}(U_{dc})_{MMM} &= (0.0374 + 1.075 \cdot 10^{-3} \cdot U_{dc}) \text{ mV}, \\ s_{U_{dc}} &= 0.0498 \text{ mV}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Using LSM for the data presented in Table 1, the calibration line with standard deviation $s_{LSM} = 0.0244$ mV is:

$$\left. \begin{aligned} u_{cal}(U_{dc})_{MMM} &= (0.0128 + 2.898 \cdot 10^{-3} \cdot U_{dc}) \text{ mV}, \\ -0.0799 \text{ mV} &\leq \Delta_{LSM} \leq 0.0233 \text{ mV}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Table 1. Initial measurement results of the calibration Fluke 8845A voltmeter of range $U_{Rdc} = \pm 10$ V

No	Part of Range	Nominal value (U_{dc} , V)	Indication U_{dc} , V Fluke 8845A	Indication U_{ref} , V reference Fluke 8508A	Error Δ , mV	MPE, mV
1	-0.9	-9.0000	-8.99998	-8.9999580	-0.022	± 0.365
2	-0.7	-7.0000	-6.99996	-6.9999460	-0.014	± 0.295
3	-0.5	-5.0000	-4.99997	-4.9999570	-0.013	± 0.225
4	-0.3	-3.0000	-2.99991	-2.9999940	0.084	± 0.155
5	-0.1	-1.0000	-1.00002	-1.0000066	-0.0134	± 0.085
6	0	0.0000	0.00000	0.0000010	-0.001	± 0.050
7	0.1	1.0000	1.00000	0.9999982	0.0018	± 0.085
8	0.3	3.0000	3.00001	2.9999980	0.012	± 0.155
9	0.5	5.0000	5.00010	5.0000780	0.022	± 0.225
10	0.7	7.0000	7.00012	7.0000850	0.035	± 0.295
11	0.9	9.0000	9.00014	9.0000910	0.049	± 0.365

The calibration line $u_{cal}(U)_{MMM}$ and also the extreme lines ($u_{Lo}(U)_{MMM}$ and $u_{Up}(U)_{MMM}$) which are located at the distance $\pm s_{MMM}$ around this calibration line are independent on the assumed error's distribution.

The experimental data points, calibration lines $u_{cal}(U)_{MMM}$ and $u_{cal}(U_{dc})_{LSM}$, determined using the MMM (3) and LSM methods, respectively, are shown in Fig. 2.a. This figure also shows the two extreme lines:

lower $u_{Lo}(U_{dc})_{MMM} - s_{dc,MMM}$ and upper $u_{Up}(U_{dc})_{MMM} + s_{dc,MMM}$ (9). For the LMS calibration line also similar two lines:

$$u_{Up,LSM}(U_{dc}) = u_{cal}(U_{dc})_{LSM} + d_{dc,LSM}, \quad (12)$$

in which the estimated distance $\pm d_{dc,LSM}$ around calibration line $u_{cal}(U_{dc})_{LSM}$ depend on assumed error

distribution. Namely, when uniform distribution is assumed, then estimated distance is about $d_{dc,LCM} = \sqrt{3} \cdot s_{LCM}$ (Fig.2,a). For the normal distributed errors these lines are located at a distance about $d_{dc,LCM} \approx 2.58 \cdot s_{dc,LCM} = 0.0759$ mV when $p=0.99$ (Fig.2,a).

From the analysis of Fig. 2,a, we see that when uniform error's distribution is assumed then point at $U_{dc} = -2.99991$ V is located outside the extreme lines $\Delta(U_{dc})_{LSM} \pm 0.0759$ mV. When normal error's

distribution is assumed then distance $d_{dc,LSM} \approx 0.0759$ mV is more than one and a half times larger (≈ 1.52) than the value $s_{dc,MMM} = 0.0498$ mV for MMM. In contrast, using the MMM method, regardless of the assumed probability distribution of errors, the condition that all points lie inside the extreme lines $u_{Lo}(U)_{MMM}$ and $u_{Up}(U)_{MMM}$ is always satisfied, and the distance s_{MMM} between these lines and calibration line $u_{cal}(U)_{MMM}$ is minimized.

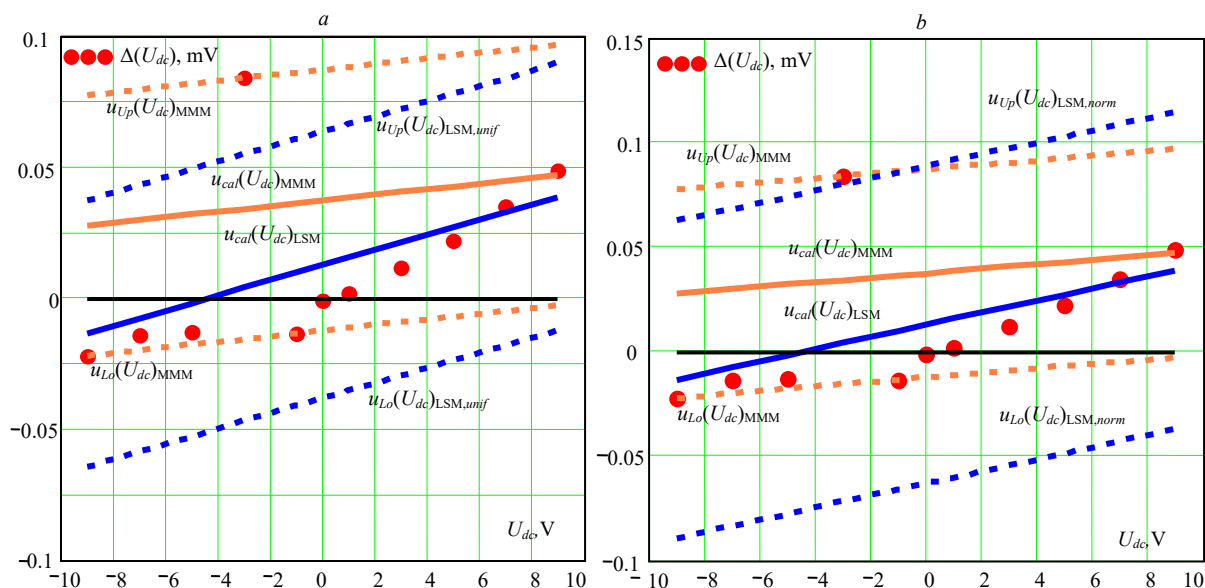


Fig. 2. Calibration curves $u_{cal}(U_{dc})_{MMM}$ (3) and $u_{cal}(U_{dc})_{LSM}$ as well as extreme lines $u_{Lo}(U_{dc})$, $u_{Up}(U_{dc})$ for the Fluke 8845A voltmeter in the range $U_{dc} = \pm 10$ V: uniform (a) and normal (b) distribution for the LSM method.

It is clear that the estimated value of the maximum deviation is a random variable that can be described by a probability distribution $p(s)$. Deriving this distribution is a very complex task. However, since the value of the maximum deviation is approximately determined based on extreme observations (Fig. 1), the approach used to derive the distribution of the population standard deviation with a uniform distribution for an observed sample standard deviation [15] can be used to derive an approximate probability distribution.

3.2. Calibration Results for the Fluke 8845A Voltmeter at AC Voltage 750 V, 50 Hz

AC calibration was performed in the range $U_{ac} = 750$ V at a frequency of 50 Hz. A Fluke 8508A voltmeter operating in the same range was used as the reference standard. The preliminary measurement results obtained during the calibration of this voltmeter are presented in Table 2.

Table 2. Initial measurement results of the calibration Fluke 8845A voltmeter of range $U_{Rac} = 750$ V, 50 Hz

№	Part of Range	Nominal value (U_{ac} , V)	Indication U_{ac} , V Fluke 8845A	Indication U_{ref} , V reference Fluke 8508A	Error Δ_{ac} , mV	MPE, mV
1	0	0.0000	0.023	0.0000	23	225.0
2	0.1	75.0000	74.983	75.0035	-20.5	270.0
3	0.3	225.0000	224.952	224.9997	-47.7	360.0
4	0.5	375.0000	374.918	374.9875	-69.5	450.0
5	0.7	525.0000	524.878	524.9721	-94.1	539.9
6	0.9	675.0000	674.848	674.9689	-120.9	629.9

For the Fluke 8845A range $U_{Rac} = 750$ V , 50 Hz the Minimax calibration line is:

$$\left. \begin{aligned} u_{cal}(U_{ac})_{MMM} &= (9.245 - 0.2132U_{ac}) \text{ mV} \\ s_{U_{ac}} &= 13.76 \text{ mV}. \end{aligned} \right\} (13)$$

When using the least squares method, the line takes the following form:

$$\left. \begin{aligned} u_{cal}(U_{ac})_{LSM} &= (5.60952 - 0.1938U_{ac}) \text{ mV}, \\ -11.57 \text{ mV} &\leq \Delta_{ac} \leq 17.39 \text{ mV}. \end{aligned} \right\} (14)$$

The experimental data points, calibration lines $u_{cal}(U_{ac})_{MMM}$ and $u_{cal}(U_{ac})_{LSM}$, determined using the MMM (3) and LSM methods, respectively, are shown in Fig. 3,a,b. This figure also shows the two lines

$u_{Lo}(U_{ac})_{MMM}$ and $u_{Up}(U_{ac})_{MMM}$ at the distances ± 13.76 mV for MMM, as well as the two lines $u_{Lo}(U_{ac})_{LSM,unif}$ and $u_{Up}(U_{ac})_{LSM,unif}$ at the distances ± 20.48 mV assuming uniform errors distribution (Fig. 3,a) and at the distances about $\pm d_{ac,LSM} \pm 2.58 \cdot s_{ac,LSM} = \pm 30.50$ mV assuming normal distribution for $p=0.99$ (Fig.3,b).

An analysis of the graphs shown in Fig. 3,a,b reveals that, assuming such uniform and normal probability distributions of the deviations of the observed meter errors, and using the LSM method, all data points lie within the ranges of the corresponding $u_{Lo}(U_{ac})_{LSM,unif}$ and $u_{Up}(U_{ac})_{LSM,unif}$ (a) as well as $u_{Lo}(U_{ac})_{LSM,norm}$ and $u_{Up}(U_{ac})_{LSM,norm}$ (b) lines.

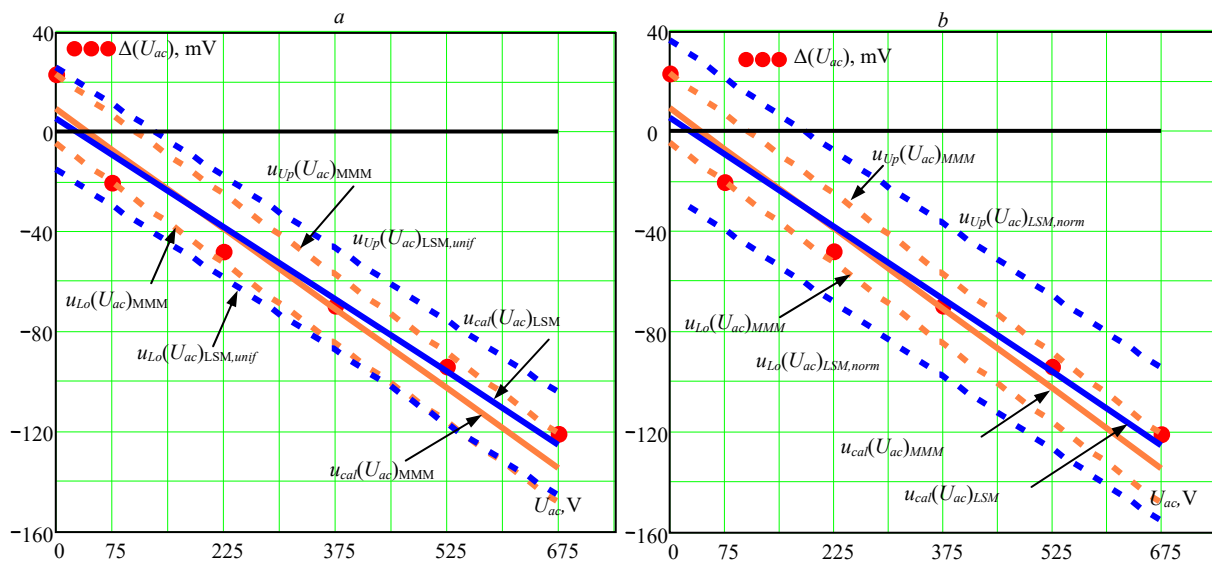


Fig. 3. Calibration curves $u_{cal}(U_{ac})_{MMM}$ (3) and $u_{cal}(U_{ac})_{LSM}$ and extreme lines $u_{Lo}(U_{ac})$, $u_{Up}(U_{ac})$, for the Fluke 8845A voltmeter in the range $U_{ac} = 750$ V: uniform (a) and normal (b) distribution for the LSM method

However, assuming a uniform probability distribution, the width between the boundary lines in the LSM method is about $d_{ac,LSM,unif}/s_{MMM} \approx 1.49$ times greater than the width between the extremes in the MMM method. Assuming a normal distribution, this difference is more than $d_{ac,LSM,norm}/s_{MMM} \approx 2.22$ times greater. These are significant differences in the estimation of the maximum possible deviations obtained using the LSM method.

4. Conclusions

An analysis of the research results shows that the method of minimizing the maximum deviation (MMM), based on the experimental data obtained, directly determines the calibration line along with the maximum limits of possible deviations of the experimental data points from this line. Both extreme lines are located at the minimum possible distance s_{MMM} around the calibration line. Regardless of the probability distribution model used, these two extreme lines certainly encompass all the experimental data points.

Therefore, these two lines can serve as an estimate for determining the limits of the maximum permissible error (MPE) of the calibrated measuring instrument.

At the same time, the least squares method, which is the most sophisticated both in terms of calculating the parameters of the calibration function and determining its standard and expanded uncertainties, does not provide always a completely correct determination of the limits of the maximum permissible error. After calculating the expanded uncertainty around the line obtained using the LSM method, it may turn out that it deviates significantly from the extreme points, or, conversely, that even a few points may fall outside the limits of the expanded uncertainty.

However, in order for the limit values of calibration line deviations obtained using the MMM to be used to determine the statistical limits of the MPE of a calibrated measuring instrument, it is necessary to conduct a study to determine how the MPE values depend on the values of extreme deviations, specifically the probability distributions of the limit deviations.

References

1. Powell, M. J. D. (1981). "7: The theory of minimax approximation". *Approximation Theory and Methods*. Cambridge University Press. ISBN 0521295149.
2. F. H. Clarke et al. (eds.) (1989), *Nonsmooth Optimization and Related Topics* E. Polak *BASICS OF MINIMAX ALGORITHMS*, © Springer Science+Business Media New York 1989.
3. Sarah Lee (2025). *Mastering Minimax Rule in Statistics. A Comprehensive Guide to Minimax Rule in Statistical Reasoning and Decision Making* <https://www.numberanalytics.com/blog/ultimate-guide-to-minimax-rule-in-statistical-reasoning>. Llama-4-Maverick-17B-128E-Instruct-FP8. June 16, 2025.
4. Lawrence R. Rabiner, Bernard Gold (1975). *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice Hall, – 762 p.
5. Remez E. Ya. *Fundamentals of the Numerical Methods of Chebyshev Approximation*. Naukova Dumka, Kyiv, 1969, – 624 p.
6. Nadaniela Egidi, Lorella Fatone, Luciano Misici. (2019) *A New Remez-Type Algorithm for Best Polynomial Approximation // Numerical Computations: Theory and Algorithms: Third International Conference, NUMTA 2019, Crotone, Italy, June 15–21, 2019, Revised Selected Papers, Part I, Jun 2019, Pages 56–69.* https://doi.org/10.1007/978-3-030-39081-5_7.
7. JCGM 100: 2008. *Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement*. JCGM, 2008 – 134 p.
8. Cramer H. *Mathematical methods of statistics*. Princeton University Press. 1946, 575 p.
9. Draper N., Smith H. *Applied Regression Analysis*. 2nd edn., Wiley, New York. Mathematics – 736 pages <https://doi.org/10.1002/9781118625590>.
10. I. Zakharov, P. Nyezshmakov, V. Semenikhin, Z. Warsza. *Measurement Uncertainty Evaluation of Parameters Describing the Calibrated Curves. Advances in Intelligent Systems and Computing/ Volume 1427*. Szewczyk et al. (Eds.): *AUTOMATION 2022, AISC 1427*, pp. 391–398, 2022 Springer Nature Switzerland AG (2022). <https://link.springer.com/bookseries/11156>.
11. Puchalski J. *A New Algorithm for Generalization of Least Square Method for Straight Line Regression in Cartesian System for Fully Correlated Both Coordinates*. *Int J Auto AI Mach Learn*. 2021, Vol 2, Issue 2, pp. 20-54. ISSN 2563-7568.
12. JCGM 200:2008, *International Vocabulary of Metrology –Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM)*, 3rd Edition, OIML, 2008 – 150 p.
13. Fluke 8845A Digital multimeter. https://media.fluke.com/8f58fba8-10bb-438b-a91b-b10800c2bbc4_original%20file.pdf
14. Fluke 8508A Reference multimeter. https://media.fluke.com/23bc1914-2376-416e-8752-b10800c2afed_original%20file.pdf
15. Dorozhovets M. *Forward and inverse problems of type A uncertainty evaluation*, *Measurement*, Volume 165, 1 December 2020, 108072. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108072>.

Надійшла (Received) 14.04.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 13.05.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Дорожовець Михайло – доктор технічних наук, професор кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій, Національний університет Львівська політехніка, Ряшівська політехніка, Кафедра Метрології та діагностичних систем (Польща), e-mail: mykhailo.m.dorozhovets@nulp.ua., michdor@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6493-3270>.
Mykhaylo Dorozhovets, DScTech., Prof., Lviv Polytechnic National University, Department of Information and Measurement Technologies, Rzeszow University of Technology, Department of Metrology and Diagnostic Systems (Poland), e-mail: mykhailo.m.dorozhovets@nulp.ua, michdor@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6493-3270>.

Кубішин Пьотр – магістр-інженер, асистент, Ряшівська політехніка, Кафедра Метрології та діагностичних систем (Польща), e-mail: p.kubiszyn@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7428-4427>.
Kubiszyn Piotr – Mgr.inż, Assistant, Rzeszow University of Technology, Department of Metrology and Diagnostic Systems (Poland), e-mail: p.kubiszyn@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7428-4427>.

Застосування апроксимації Мінімакс для визначення калібрувальної лінії вимірювального приладу

М. Дорожовець, П. Кубішин

Анотація

У цій статті описано суть методу Мінімакс для визначення калібрувальної кривої вимірювального приладу. Досліджено характеристики отриманої таким чином калібрувальної кривої та порівняно їх з параметрами кривої, визначеної методом найменших квадратів. Показано, що використання методу Мінімакс дозволяє безпосередньо визначити калібрувальну лінію разом з екстремальними межами можливих відхилень експериментальних точок від цієї лінії, які незалежно від використовуваної моделі ймовірнісного розподілу, обов'язково охоплюють усі експериментальні точки. Отже, ці дві лінії можуть слугувати оцінкою для визначення меж максимально допустимої похибки (МДП) відкаліброваного вимірювального приладу. Дослідження було проведено на основі результатів фактичної калібрування вимірювального приладу Fluke 8845 у діапазонах ± 10 В постійного струму та 750 В змінного струму в акредитованій лабораторії LABViKAL (Ряшівська політехніка, Ряшів, Польща).

Ключові слова: калібрувальна лінія, мінімаксне наближення, оцінювання невизначеності вимірювань.

ОЦІНКА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ ПІД ЧАС КАЛІБРУВАННЯ ЕТАЛОННИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ТИСКУ

Ю.В. Козлов, О.А. Новосьолов, В.М. Унгер

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна

Анотація

У роботі розглянуто процедуру оцінки невизначеності вимірювання під час калібрування еталонних перетворювачів тиску. Зазначена актуальність проблеми забезпечення метрологічної простежуваності результатів калібрувань засобів вимірювань тиску. Показано, що розробка стандартизованої процедури оцінювання невизначеності під час калібрування еталонних перетворювачів тиску є необхідним інструментом для забезпечення єдності вимірювань. Описано процедуру оцінювання невизначеності вимірювань: запис моделі вимірювань, оцінювання вхідних та вимірюваної величин, оцінювання стандартних невизначеностей вхідних та вимірюваної величин, оцінювання розширеної невизначеності. Уточнено модельне рівняння вимірювання тиску під час калібрування еталонних перетворювачів, що включає поправки на роздільну здатність перетворювача тиску, похибку нуля, відхилення температури на місці калібрування від нормованої, дрейф значення тиску робочого еталону з моменту його останнього калібрування. Застосовано метод ексцесів для отримання достовірної оцінки розширеної невизначеності. Складено бюджет невизначеності, що включає ексцеси вхідних та вимірюваної величин. Розглянуто приклад оцінювання невизначеності вимірювань під час калібрування еталонного перетворювача тиску типу ПДЕ-010 у точці 400 кПа за допомогою калібратора тиску DPI612. Проведено моделювання закону розподілу вимірюваної величини методом Монте-Карло для верифікації результатів калібрування еталонного перетворювача тиску. Зроблено висновок, що оцінки значень вимірюваної величини і розширеної невизначеності, які були отримані за допомогою методу ексцесів, показали добру відповідність між результатами, що отримані методом Монте-Карло.

Ключові слова: невизначеність вимірювань; робочий еталон; методика калібрування; перетворювач тиску; метод ексцесів; дрейф еталону; єдність вимірювань; метрологічна простежуваність.

1. Вступ

Оцінка невизначеності вимірювань під час калібрування вимірювального обладнання лабораторіями, акредитованими Національним агентством з акредитації України (далі – НААУ) на відповідність вимогам [1], продовжує бути актуальним завданням. Це пов'язано з тим, що серед основних розділів методики калібрування є розділ оцінювання невизначеності вимірювання.

Згідно пункту 6.4.6 [1], вимірювальне обладнання має бути відкаліброване, якщо:

- точність вимірювання або невизначеність вимірювання впливає на достовірність отриманих результатів; і/або

- калібрування обладнання необхідне для встановлення метрологічної простежуваності отриманих результатів.

Відсутність стандартизованих методик калібрування, що визначають оцінювання невизначеності вимірювань, складання рівняння вимірювань під час калібрування, бюджету невизначеності вимірювань, не відповідає вимогам статті 27 [2] та може привести до порушення єдності вимірювань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Застосування методу ексцесів для отримання достовірної оцінки розширеної невизначеності під час калібрування засобів вимірювання електричного опору висвітлювалось у публікаціях [3], [4]. Отримані за допомогою методу ексцесів оцінки значень вимірюваної величини та розширеної невизначеності, показали хороший збіг з оцінками, отриманими за допомогою методу Монте-Карло, що дає можливість поширити цей метод на оцінку розширеної невизначеності під час калібрування робочих еталонів тиску. Існуючої методики калібрування еталонних перетворювачів тиску з процедурою оцінки розширеної невизначеності на основі методу

ексцесів на даний час немає.

Мета статті – розробка процедури оцінювання невизначеності вимірювань під час калібрування еталонних перетворювачів тиску методом ексцесу.

2. Виклад основного матеріалу

Еталонні перетворювачі тиску застосовуються при калібруванні та перевірки вимірювальних перетворювачів тиску та манометрів у лабораторних, промислових та польових умовах як робочий еталон.

Наразі, згідно [5] в Україні створено державний первинний еталон одиниці тиску для надлишкового тиску – ДЕТУ 04-03-01, який зберігається у Національному науковому центрі «Інститут метрології» м. Харків. Передача розміру одиниці тиску вторинним еталонам відбувається безпосереднім звіренням відповідно до [5].

Діапазони значень відтворюваної одиниці тиску та розширені невизначеності ДЕТУ 04-03-01 становлять наступні значення:

- діапазон – від 0,05 МПа до 10 МПа;
- невизначеність за типом А (u_A) - $3 \cdot 10^{-6}$ МПа;
- невизначеність за типом В (u_B) - $2,6 \cdot 10^{-6}$ МПа;
- сумарна стандартна невизначеність (u_C) - $4 \cdot 10^{-6}$ МПа;
- розширена невизначеність (U) - $8 \cdot 10^{-6}$ МПа.

Але, на цей час, ці вимірювальні можливості Національного наукового центру «Інститут метрології» не опубліковано в базі даних ключових звірень (KCDB) на сайті Міжнародного бюро з мір і ваг (BIPM), бо не завершені міжнародні звірення для вимірювань надлишкового тиску в діапазоні від 1 МПа до 10 МПа.

Таким чином, акредитовані калібрувальні лабораторії не можуть забезпечити метрологічну простежуваність результатів своїх калібрувань робочих еталонів для перевірки засобів вимірювань надлишкового тиску в Україні, та вимушені калібрувати робо-

чі еталони за кордоном у організаціях, що мають докази метрологічної простежуваності до Міжнародної системи одиниць SI.

Якщо ознайомитися зі «Сферами акредитації» калібрувальних лабораторій, акредитованих НААУ на калібрування перетворювачів тиску (виписка зі «Сфер акредитацій» приведена в Таб. 1, дані взяті зі сайту НААУ), то можна відзначити наступне:

1 – більшість калібрувальних лабораторій проводять калібрування згідно зі своїми розробленими методиками калібрування і лише дві лабораторії застосовують методичну інструкцію німецької калібрувальної служби [6];

2 – деякі калібрувальні лабораторії вказують крім перетворювачів тиску інші засоби вимірювання тиску, для яких наведені одні й ті самі значення розширеної невизначеності вимірювань, що характе-

ризують калібрувальні та вимірювальні можливості (Calibration and Measurement Capability - CMC) лабораторії. Подання такої інформації про CMC не дає змоги замовникам послуг визначити дійсні CMC лабораторії з калібрування перетворювачів тиску;

3 – деякі калібрувальні лабораторії застосовували один метод для вираження CMC - діапазон вимірювання. Згідно [7], не повинно бути неоднозначності у вираженні CMC у сферах акредитації і, відповідно, щодо найменшої невизначеності вимірювання, якої очікує досягти лабораторія під час калібрування.

У випадку, коли вимірювана величина охоплює ряд значень та вираження CMC здійснюється діапазоном, калібрувальна лабораторія повинна забезпечити належну лінійну інтерполяцію, щоб знайти невизначеність при середніх значеннях.

Таблиця 1 – Виписка зі «Сфер акредитацій» калібрувальних лабораторій з калібрування перетворювачів тиску

№ п/п	Найменування калібрувальної лабораторії	Об'єкт калібрування	Діапазон або точка вимірювань, у яких проводиться калібрування	Розширена невизначеність вимірювань $U (k=2)$	Позначання нормативних документів на методи калібрування
1	2	3	4	5	6
1	ДП «Укрметр-тестстандарт»	Перетворювачі тиску	Робоче середовище – рідина: 0,04 – 0,6 МПа (МПа) > 0,6 – 10 МПа (МПа) > 10 – 60 МПа (МПа) Робоче середовище – газ: мінус 100 – мінус 3 кПа (кПа) > мінус 3 – 3 кПа (кПа) > 3 – 25 кПа (кПа) > 0,025 – 1,0 МПа (МПа) > 1,0 – 12 МПа (МПа)	$0,6 \times 10^1 - 1,8 \times 10^1$ Па (Па) $2,2 \times 10^1 - 1,4 \times 10^2$ Па (Па) $3,7 \times 10^2 - 2,5 \times 10^3$ Па (Па) 2,5 – 0,27 Па (Па) 0,7 Па (Па) 0,21 – 0,56 Па (Па) 0,51 – 13 Па (Па) $6,3 \times 10^1 - 5,7 \times 10^2$ Па (Па)	МКУ 100-39/04-2025
2	Криворізька філія ДП «Дніпро-стандарт-метрологія»	Калібратори та перетворювачі тиску	мінус 0,1 – 60,0 МПа	0,013 %	МК-04/05 Прямі вимірювання
3	ДП «Харків-стандартметрологія»	Перетворювачі тиску з уніфікованим або цифровим вихідним сигналом	мінус 98 – 0 кПа 0 – 2 кПа > 2 – 60000 кПа > 60000 – 250000 кПа	$0,00005 \times P$ кПа 0,0002 кПа $0,00005 \times P$ кПа $0,0001 \times P$ кПа де P значення відтворюваного/вимірюваного тиску, кПа	СОУ РУ 74.3-04725906-0134:2012 DKD R 6-1
4	Запорізька філія ДП «Дніпро-стандарт-метрологія»	Прилади вимірювання тиску	мінус 100 – 0 кПа (кПа) 0 – 70 кПа (кПа) > 70 – 350 кПа (кПа) > 350 – 1000 кПа (кПа) > 1 – 2 МПа (МПа) > 2 – 60 МПа (МПа)	0,08 кПа (кПа) 0,004 кПа (кПа) 0,022 кПа (кПа) 0,1 кПа (кПа) 0,29 кПа (кПа) (0,184 – 5,52) кПа (кПа)	МК 2-04-01:2020
5	ДП «Вінниця-стандарт-метрологія»	Перетворювачі тиску вимірювальні	мінус 90,0 кПа (кПа) – 2,0 МПа (МПа) 2,00 – 60,00 МПа (МПа)	0,1 кПа (кПа) 1,06 кПа (кПа)	МК 032-240-2015

Продовження табл. 1.

1	2	3	4	5	6
6	Миколаївська філія ДП «Одеса-стандарт-метрологія»	Манометри та інші засоби для вимірювання тиску і вакууму	мінус 0,1 – 0,0 МПа (МПа) 0,0 – 0,7 МПа (МПа) 0,7 – 7,0 МПа (МПа) 7,0 – 60,0 МПа (МПа)	0,030 кПа (кПа) 0,029 кПа (кПа) 0,076 кПа (кПа) 0,76 кПа (кПа)	МК.РУ.011:2022
7	Сумська філія ДП «Полтава-стандартметрологія»	Манометри, вакуум-метри, інші засоби для вимірювання тиску та вакууму	0,0 – 2,5 кПа (кПа) мінус 0,095 – 2,0 МПа (МПа) 0 – 69,5 МПа (МПа)	0,44 – 1,6 Па (Па) 0,09 – 0,82 кПа (кПа) 0,062 – 42 кПа (кПа)	МК РН 04.001
8	ДП «Івано-Франківськ-стандарт-метрологія»	Прилади для вимірювання тиску показуючі та цифрові, канали вимірювання тиску	Абсолютний тиск 75,0 – 115,0 кПа (кПа) Надлишковий тиск 0,0 – 7,0 кПа (кПа) мінус 100,0 – 100,0 кПа (кПа) 100,0 – 200,0 кПа (кПа) 200,0 – 300,0 кПа (кПа) 300,0 – 400,0 кПа (кПа) 400,0 – 500,0 кПа (кПа) 500,0 – 600,0 кПа (кПа) 0,0 – 1,25 МПа (МПа) 1,25 – 2,5 МПа (МПа) 2,5 – 5,0 МПа (МПа) 5,0 – 7,5 МПа (МПа) 7,5 – 10,0 МПа (МПа)	0,0036 кПа (кПа) 0,0020 кПа (кПа) 0,040 кПа (кПа) 0,044 кПа (кПа) 0,050 кПа (кПа) 0,058 кПа (кПа) 0,072 кПа (кПа) 0,072 кПа (кПа) 0,0010 МПа (МПа) 0,0014 МПа (МПа) 0,0016 МПа (МПа) 0,0018 МПа (МПа) 0,0022 МПа (МПа)	МК 033 РД/04:2023
9	Черкаська філія ДП «Полтава-стандарт-метрологія»	Манометри, вакуумметри, інші засоби для вимірювання тиску та вакууму	мінус 0,1 – 0,2 МПа (МПа) 0,2 – 7 МПа (МПа) 7 – 60 МПа (МПа)	0,01 кПа (кПа) 0,06 кПа (кПа) 0,6 кПа (кПа)	МК 06-04-01
10	ДП «Дніпро-стандартметрологія»	Перетворювачі тиску з уніфікованим електричним сигналом	(0 – 250) МПа (МПа)	(0,005 – 0,5) мА/кПа	DKD R 6-1 Прямі вимірювання
11	Рівненська філія ДП «Львів-стандарт-метрологія»	Манометри, мановакуумметри, вакуумметри, напороміри, тягонапороміри та перетворювачі тиску	мінус 90 – 0 кПа (кПа) > 0 – 50 кПа (кПа) > 50 – 100 кПа (кПа) > 100 – 392 кПа (кПа) > 392 – 1569 кПа (кПа) > 1569 – 2000 кПа (кПа) > 2 – 7 МПа (МПа) > 7 – 10 МПа (МПа) > 10 – 60 МПа (МПа)	0,1 кПа (кПа) 0,02 кПа (кПа) 0,03 кПа (кПа) 0,11 кПа (кПа) 0,22 кПа (кПа) 0,33 кПа (кПа) 11 кПа (кПа) 25 кПа (кПа) 29 кПа (кПа)	КЛМЦ-МК-014 від 15.01.2024
12	ПП «Наукововиробничий центр оцінки відповідності «ЮГ»	Перетворювачі тиску з уніфікованим та цифровим вихідним сигналом	мінус 0,1 – 0,1 МПа (МПа) 0,1 – 0,6 МПа (МПа) 0,6 – 6,0 МПа (МПа) 6 – 60 МПа (МПа)	0,7 – 7,0 Па (Па) 1 – 10 Па (Па) 6 – 360 Па (Па) (0,09 – 6)·10 ³ Па (Па)	МК-08:2021
13	ТОВ «ЛАБ-ТЕСТ»	Перетворювачі та вимірювачі тиску, в т.ч. з уніфікованими сигналами та інше	мінус 0,1 – 60,0 МПа Уніфіковані входні та вихідні сигнали	U = 0,4 кПа - 0,28 МПа U = (0,2 – 4) %	МК 04-03:01.12.2023
14	ТОВ «Рівне-стандарт»	Манометри, мановакуумметри, вакуумметри, напороміри, тягонапороміри, перетворювачі тиску аналогові та цифрові, калібратори тиску	мінус 0,1 – 0,1 МПа (МПа)	0,042 кПа (кПа)	МК-Мр-01-2021
			0,1 – 0,7 МПа (МПа)	0,038 кПа (кПа)	
			0,7 – 7,0 МПа (МПа)	0,087 кПа (кПа)	
			7,0 – 60,0 МПа (МПа)	0,087 кПа (кПа)	

Калібрування еталонних перетворювачів тиску проводиться із застосуванням калібраторів тиску та здійснюється методом безпосереднього звірення вимірних значень перетворювача тиску з вимірними значеннями робочого еталона.

У кожній точці калібрування проводилося по дві серії вимірювань, при збільшені і знижені тиску, виконуючи по п'ять відліків показань в кожній серії.

Відхилення показів перетворювача тиску, що калібрується Δ має наступний вигляд:

$$\Delta = \bar{P} - P_s + \Delta P_s + \Delta_c + \Delta_z + \Delta_t + \Delta_d \quad (1)$$

де: $\bar{P}$ – середнє значення результатів вимірювання (для пари серій) при збільшені і знижені тиску; P_s – тиск, заданий робочим еталонем; ΔP_s – поправка, що враховує точність еталона із сертифіката калібрування; Δ_c – поправка, що враховує роздільну здатність перетворювача тиску, що калібрується; Δ_z – поправка, що враховує похибку нуля; Δ_t – поправка, що враховує відхилення температури на місці калібрування від нормованої; Δ_d – поправка, що враховує дрейф значення тиску робочого еталону з моменту його останнього калібрування.

Оцінювання стандартної невизначеності входних величин за типом A , пов'язаної з розсіянням показань перетворювача тиску, що калібрується, визначається за формулою [8]:

$$u(\bar{P}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-3)} \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2} \quad (2)$$

де: P_i – результат i -ого вимірювання; $\bar{P}$ – середнє значення результатів вимірювання (для пари серій) при збільшені і знижені тиску; n – кількість вимірювань.

Стандартна інструментальна невизначеність типу B еталона тиску розраховується за формулою:

$$u(\hat{\Delta P}_s) = \frac{U_s}{k_s} \quad (3)$$

де U_s – розширена невизначеність вимірювань зі сертифікату калібрування робочого еталону тиску; k_s – коефіцієнт охоплення зі сертифікату калібрування.

Стандартна невизначеність типу B , яка обумовлена поправкою, що враховує роздільну здатність перетворювача тиску, що калібрується, у припущенні рівномірного закону розподілу, визначається за формулою:

$$u(\hat{\Delta}_c) = \frac{d}{2\sqrt{3}} \quad (4)$$

де: d – значення найменшої поділки перетворювача тиску, що калібрується;

Стандартна невизначеність типу B , яка обумовлена поправкою, що враховує похибку нуля, у припущенні рівномірного закону розподілу, розраховується за формулою:

$$u(\hat{\Delta}_z) = \frac{\theta_z}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

де: θ_z – максимальне відхилення значення результатів вимірювання на нульовій точці (для пари серій) при збільшені і знижені тиску:

$$\theta_z = \{|P_{z2} - P_{z1}|, |P_{z4} - P_{z3}|, |P_{z6} - P_{z5}|, |P_{z8} - P_{z7}|, |P_{z10} - P_{z9}|\} \cdot (6)$$

Стандартна невизначеність типу B , яка обумовлена поправкою, що враховує відхилення температури на місці калібрування від нормованої, розраховується за формулою:

$$u(\hat{\Delta}_t) = \frac{|t_{\text{пов}} - 20^{\circ}\text{C}|}{20^{\circ}\text{C}} \cdot \frac{\bar{P} - P_{\text{ет}}}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

де: $t_{\text{пов}}$ – температура навколишнього середовища; $\bar{P}$ – середнє значення результатів вимірювання (для пари серій) при збільшені і знижені тиску; $P_{\text{ет}}$ – задане значення тиску робочого еталону.

Стандартна невизначеність типу B , яка обумовлена поправкою, що враховує дрейф значення тиску робочого еталону з моменту його останнього калібрування, у припущенні рівномірного закону розподілу, визначається за формулою:

$$u(\hat{\Delta}_{\text{др}}) = \frac{m \cdot |\Delta P_{\text{др}}|}{365\sqrt{3}} \quad (8)$$

де: $\Delta P_{\text{др}}$ – різниця між відхиленнями показів робочого еталону з діючого та попереднього сертифікату калібрування; m – кількість днів, яка минула після останнього калібрування робочого еталону тиску.

Оцінка стандартної невизначеності вимірюваної величини розраховується за формулою:

$$u(\hat{\Delta}) = \sqrt{u^2(\bar{P}) + u^2(\hat{\Delta P}_s) + u^2(\hat{\Delta}_c) + u^2(\hat{\Delta}_z) + u^2(\hat{\Delta}_t) + u^2(\hat{\Delta}_d)}, \quad (9)$$

де: $u(\bar{P})$ – стандартна невизначеність типу A показань перетворювача тиску; $u(\hat{\Delta P}_s)$ – стандартна невизначеність типу B із сертифіката калібрування на еталон тиску; $u(\hat{\Delta}_c)$ – стандартна невизначеність типу B поправки на роздільну здатність; $u(\hat{\Delta}_z)$ – стандартна невизначеність типу B поправки, що враховує похибку нуля; $u(\hat{\Delta}_t)$ – стандартна невизначеність типу B поправки, що враховує відхилення температури на місці калібрування від нормованої; $u(\hat{\Delta}_d)$ – стандартна невизначеність типу B поправки, що враховує дрейф значення тиску робочого еталону з моменту його останнього калібрування.

Розрахунок сумарної стандартної невизначеності та розширеної невизначеності здійснюється з урахуванням ексцесу входних величин.

Застосування процедури оцінки розширеної невизначеності на основі методу ексцесів можливе при виконанні наступних умов:

- модель вимірювання – дійсна, явна, одновимірна, лінійна або допускає лінеаризацію;
- закони розподілу ймовірностей входних величин

чин – симетричні;

- закон розподілу генеральної сукупності розсіювання показань засобів вимірювальної техніки, що спостерігається, – нормальний.

Оцінка розширеної невизначеності вимірювання при калібруванні еталонного перетворювача тиску методом ексцесів [8] визначається за формулою:

$$U = ku(\hat{\Delta}) \quad (10)$$

де коефіцієнт охоплення k для рівня довіри 0,9545 в розраховується за формулою:

$$k_{0,9545} = \begin{cases} 0,12\eta^3 + 0,1\eta + 2, & \text{при } \eta < 0; \\ t_{0,9545; (6/\eta+4)} \cdot \sqrt{\frac{3+\eta}{3+2\eta}}, & \text{при } \eta \geq 0, \end{cases} \quad (11)$$

враховуючи, що η – ексцес вимірюваної величини, який дорівнює:

$$\eta = \frac{1}{u^4(\hat{\Delta})} [\eta_{\bar{P}} u^4(\bar{P}) + \eta_{P_S} u^4(\hat{\Delta}_{P_S}) + \eta_c u^4(\hat{\Delta}_c) + \eta_z u^4(\hat{\Delta}_z) + \eta_t u^4(\hat{\Delta}_t) + \eta_d u^4(\hat{\Delta}_d)], \quad (12)$$

де значення ексцесів вхідних величин $\eta_{\bar{P}}$, η_{P_S} , η_c , η_z , η_t , η_d беруться з табл. 2 згідно з приписаним їм законом розподілу.

Вся інформація про вхідні та виміряні значення, отримана вище, зведена в табл. 3, яка і є бюджетом невизначеності, який може слугувати основою для створення програмного засобу і тим самим автоматизувати рутинний процес оцінювання невизначеності, зменшуючи час розрахунків та підвищуючи їх достовірність.

Таблиця 2 - Значення ексцесу для різних законів розподілу вхідних величин

Закон розподілу	Арксинусний	Рівномірний	Трикутний	Нормальний	Ст'юдента з числом степенів свободи ν
η	-1,5	-1,2	-0,6	0	$6/(\nu-4)$

Таблиця 3 - Бюджет невизначеності вимірювань під час калібрування еталонних перетворювачів тиску

Вхідна величина	Значення вхідної величини	Стандартна невизначеність вхідної величини	Ексцес вхідної величини	Коефіцієнт чутливості	Внески невизначеності
P	$\bar{P}$	$u(\bar{P})$	$\eta_{\bar{P}}$	1	$u(\bar{P})$
ΔP_S	$\hat{\Delta P}_S$	$u(\hat{\Delta P}_S)$	η_{P_S}	- 1	$-u(\hat{\Delta P}_S)$
Δ_c	0	$u(\hat{\Delta}_c)$	η_c	1	$u(\hat{\Delta}_c)$
Δ_z	0	$u(\hat{\Delta}_z)$	η_z	1	$u(\hat{\Delta}_z)$
Δ_t	0	$u(\hat{\Delta}_t)$	η_t	1	$u(\hat{\Delta}_t)$
Δ_d	0	$u(\hat{\Delta}_d)$	η_d	1	$u(\hat{\Delta}_d)$
Вимірювана величина	Значення вимірюваної величини	Стандартна невизначеність вимірюваної величини	Ексцес вимірюваної величини	Коефіцієнт охоплення	Розширена невизначеність
Δ	$\hat{\Delta}$	$u(\hat{\Delta})$	η	k	$U(\hat{\Delta})$

Запропонована процедура була валідована методом Монте-Карло [9], який показав, що вона придатна для використання за призначенням.

ПРИКЛАД

Розглянемо приклад оцінювання невизначеності вимірювань під час калібрування еталонного перетворювача тиску типу ПДЕ-010 у точці 400 кПа за допомогою калібруатора тиску DPI612.

У точці калібрування проводилося по дві серії вимірювань, при збільшенні і зменшенні тиску, виконуючи по п'ять відліків показань в кожній серії.

Результати вимірювання наведено в табл. 4.

Розширена невизначеність вимірювань зі сертифікату калібрування на еталон тиску DPI612 дорівнює 0,13 кПа при коефіцієнті охоплення $k = 2$.

Температура навколишнього середовища складала $t_{нов} = 22,3$ °C.

Кількість днів, яка минула після останнього калібрування робочого еталону складала $m = 369$ днів.

Значення відхилення тиску робочого еталону, з діючого та попереднього сертифікату калібрування дорівнює - 0,16 кПа та - 0,14 кПа.

За результатами вимірювань складено бюджет невизначеності (табл. 5).

Моделювання цих вимірювань методом Монте-Карло за допомогою програми [9] дало змогу отримати наступні результати:

$$\hat{P} = 400,14 \text{ кПа}; u(\hat{P}) = 0,069 \text{ кПа}; U(\hat{P}) = 0,14 \text{ кПа}.$$

Відхилення оцінок розширеної невизначеності, які отримано методом ексцесів від оцінок, отриманих за допомогою ММК, не перевищує $\pm 2,5 \%$.

Таблиця 4 – Результати вимірювання тиску, який заданий робочим еталоном під час калібрування еталонного перетворювача тиску

№ серії	Виміряне значення при збільшенні тиску, кПа	Виміряне значення при зменшенні тиску, кПа
1	400,1	400,1
2	400,2	400,2
3	400,1	400,2
4	400,1	400,1
5	400,2	400,1

Таблиця 5 – Бюджет невизначеності вимірювання під час калібрування еталонного перетворювача тиску

Вхідна величина	Значення вхідної величини, кПа	Стандартна невизначеність вхідної величини, кПа	Ексцес вхідної величини	Коефіцієнт чутливості	Внески невизначеності, кПа
P	400,14	0,01852	1,2	1	0,01852
ΔP_s	0	0,065	0	- 1	- 0,065
Δ_c	0	0,00289	- 1,2	1	0,00289
Δ_z	0	0	- 1,2	1	0
Δ_t	0	0,0093	- 1,2	1	0,0093
Δ_i	0	0,01167	- 1,2	1	0,01167
Вимірювана величина	Значення вимірюваної величини	Стандартна невизначеність вимірюваної величини	Ексцес вимірюваної величини	Коефіцієнт охоплення	Розширена невизначеність
P	400,14 кПа	0,06927 кПа	0,00477	2	0,139 кПа

3. Висновки

1. Розробка стандартизованих методик калібрування еталонних перетворювачів тиску, є гарантією забезпечення єдності вимірювань у сфері вимірювання тиску.

2. Оскільки всі внески в невизначеність, що входять до моделі вимірювання, оцінюються за типом В, доцільно розраховувати розширену невизначеність методом ексцесів, який дозволяє отримати оцінку розширеної невизначеності з урахуванням законів розподілу вхідних величин та автоматизувати процес її розрахунку.

3. Для перевірки отриманих результатів було змодельоване закон розподілу вимірюваної величини методом Монте-Карло, що показало, що різниця значень розширених невизначеностей результатами, отриманими методами ексцесу та Монте-Карло не перевищило 2,5 %.

4. Використання методу ексцесів для оцінки розширеної невизначеності під час калібрування вимірювального обладнання відкриває перспективи робочих еталонів, які застосовуються під час повірки засобів вимірювання тиску.

Список літератури

1. ДСТУ EN ISO/IEC 17025:2019 «Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій».
2. Закон України від 05.06.2014 № 1314 – VII «Про метрологію та метрологічну діяльність».
3. Zaharov I., Botsiura O., Semenikhin V. Measurement uncertainty evaluation by kurtosis method at calibration of electrical resistance standards using a comparator // Ukrainian Metrological Journal. 2020. No. 1. P. 12–16, <https://doi.org/10.24027/2306-7039.1.2020.204166ю>
4. Zakharov I., Botsiura O., Semenikhin V. Method of kurtosis in estimating the measurement uncertainty during calibration of the electrical resistance measures using a potentiometer // Ukrainian Metrological Journal, 2021, No 2, 30-34, <https://doi.org/10.24027/2306-7039.2.2021.236078>.

5. ДСТУ 4007-2001 Метрологія. Державна повірочна схема для засобів вимірювань надлишкового тиску в діапазоні від мінус 100 кПа до 250 МПа.
6. DKD-R 6-1 Calibration of Pressure Gauges. Edition 03/2014.
7. ILAC-P14:09/2020 «Політика ILAC щодо невизначеності вимірювань в калібруванні».
8. Zakharov, I.P., Botsyura, O.A. Calculation of Expanded Uncertainty in Measurements Using the Kurtosis Method when Implementing a Bayesian Approach // Measurement Techniques, 2019, Volume: 62, Issue: 4, P. 327-331, <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-4-26-29>
9. NIST Uncertainty Machine <https://uncertainty.nist.gov/>.

Надійшла (Received) 17.03.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 12.04.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Козлов Юрій – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, e-mail: yurii.kozlov@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6165-4978>

Kozlov Yurii – PhD, Associate Professor of IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, e-mail: yurii.kozlov@nure.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6165-4978>

Новосьолов Олег – аспірант кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, E-mail: oanovoselov@ukr.net, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7353-8408>

Novoselov Oleg – graduate student IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, E-mail: oanovoselov@ukr.net, Number ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7353-8408>

Унгер Віктор – аспірант кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: viktor.unher@nure.ua, ORCID: 0009-0003-6170-4036.

Unger Viktor – postgraduate student of IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: viktor.unher@nure.ua, ORCID: 0009-0003-6170-4036.

Measurement uncertainty evaluation at reference pressure transducers calibration

Kozlov Yu.V., Novosyolov O.A., Unger V.M.

Abstract

The article considers the procedure for estimating measurement uncertainty during calibration of standard pressure transducers. The relevance of the problem of ensuring metrological traceability of calibration results of pressure measuring instruments is noted. It is shown that the development of a standardized procedure for estimating uncertainty during calibration of standard pressure transducers is a necessary tool for ensuring the uniformity of measurements. The procedure for estimating measurement uncertainty is described: recording the measurement model, estimating input and measured values, estimating standard uncertainties of input and measured values, estimating expanded uncertainty. A model equation for measuring pressure during calibration of standard transducers is given, which includes corrections for the resolution of the pressure transducer, zero error, deviation of the temperature at the calibration site from the normalized one, and the drift of the working standard pressure value since its last calibration. To obtain a reliable estimate of the expanded uncertainty, the kurtosis method is used. An uncertainty budget is compiled, which includes the excess of input and measured values. An example of the estimation of measurement uncertainty during calibration of a standard pressure transducer of the PDE-010 type at a point of 400 kPa using a DPI612 pressure calibrator is considered. The distribution law of the measured quantity was simulated by the Monte Carlo method to verify the calibration results of the standard pressure transducer. It was concluded that the estimates of the measured quantity and expanded uncertainty values obtained using the excess method showed a good agreement between the results obtained by the Monte Carlo method.

Key words: measurement uncertainty; working standard; calibration method; pressure transducer; kurtosis method; standard drift; measurement uniformity; metrological traceability.

DIFFRACTION MEASUREMENTS OF THE STATIC AND DYNAMIC YOUNG MODULUS OF THIN FIBERS

Tomasz Więcek¹, Zygmunt Lech Warsza²

¹Rzeszów University of Technology, Rzeszow, Poland

²Polish Metrological Society, Warsaw, Poland

Abstract

This article describes methods for measuring the Young's modulus of small samples, measuring the stiffness of one-dimensional materials, measuring the static Young's modulus of thin structural fibers, and measuring the dynamic damping modulus of polymer fibers. Modifying the diffractometer makes it possible to measure other mechanical parameters of solids. The results of measuring the static Young's modulus of a basalt fiber 93 mm long and 17.1 μm in diameter are presented. An example of dynamic measurements of the Young's modulus of a polyamide fiber 30 mm long and 119 μm in diameter is provided.

Keywords; diffractometry, static and dynamic module young, thin fibers

1. Introduction

Lasers, as a light source created in 1960 and the optical fibers appeared soon after, has led to the development of new optical measurement methods, including those using diffraction and interference phenomena of the light. They create new possibilities for studying the mechanical properties of materials. We will discuss two examples of such applications of light diffraction.

Light diffraction is one of the phenomena that occurs when there is an obstacle in the path of a light ray that causes a change in the direction of their propagation. The phenomenon of diffraction occurs both when light passes through a slit (Fig. 1) and at the boundary of a one-dimensional object, i.e. according to Babinet principle [2] on complementary objects (Fig. 2).

In both of these cases, diffraction bands are formed on the screen E .

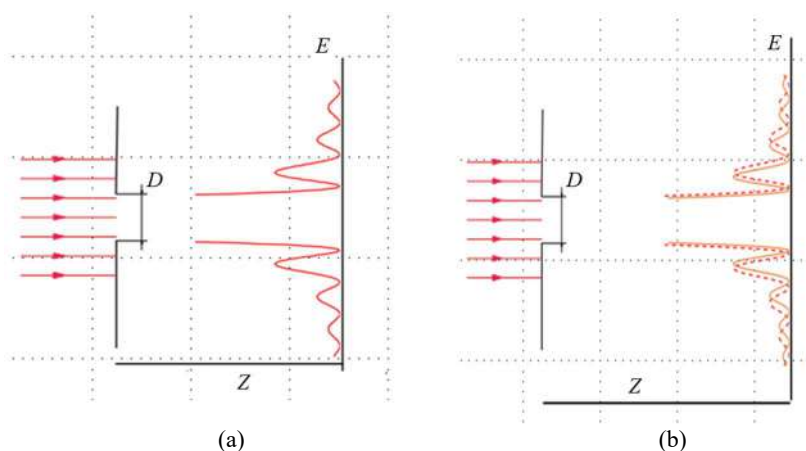


Figure 1. a) Diffraction on the flat slit of D width. b) Distribution of diffraction bands for two different values of slit D , $D_1 > D_2$ (lines: D_1 - continuous, D_2 - dashed)

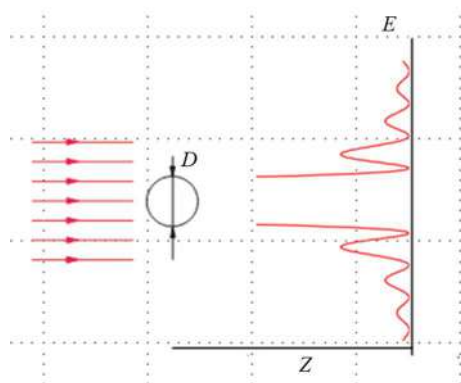


Figure 2. The appearance of diffraction at the boundaries of the object, named the Babinet principle

The position of diffraction bands is an unambiguous indication of the width of the gap (Fig. 1) or the fiber diameter (Fig. 2). The displacement of the distribution of diffraction bands contains information about a change in the position or dimensions of the object under study.

2. Measurement of Static Young's Modulus of Thin Fibers

The study of the static Young modulus of thin fibers became possible thanks to the use of diffraction methods. In a testing machine, a bundle of fibers that make up a thread is examined. A single fiber is tested in a diffractometer. The vertical movement required for these

tests is made possible by the air bearing 2 of its own design (Fig. 3). Fiber 1 is loaded with mass m . As a result, it is lengthened, which causes a change in the width of the gap. As a result, the distribution of diffraction fringes of light passing through this slit change. This can be recorded with a CCD camera.

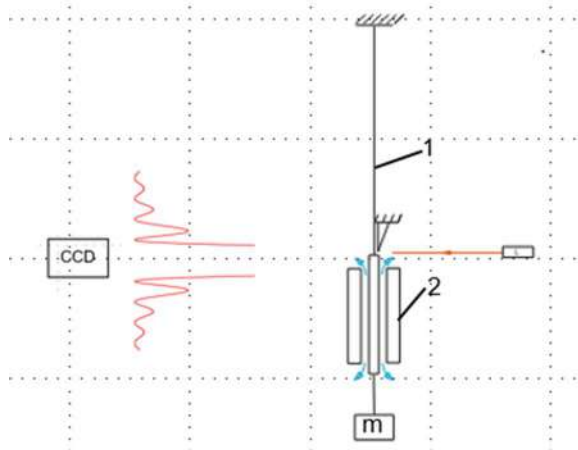


Figure 3. Measuring system for determining the static Young modulus

The recorded pixel values are shown in Fig. 4.

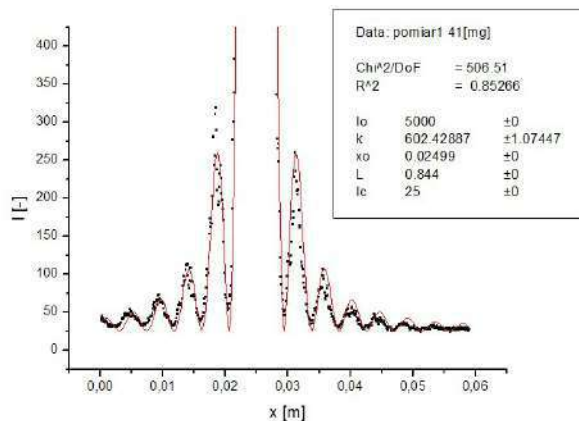


Figure 4. Distribution of light intensity after passing through the gap at load m

The function of the distribution of light intensity after passing through a gap is described by the formula [13]:

$$I = I_0 [\sin(k \sin \alpha) / k \sin \alpha]^2 + I_c. \quad (1)$$

This formula can be transformed as follows:

$$I = I_0 \left\{ \sin \left[\frac{k(x_i - x_0)}{\sqrt{L^2 + (x_i - x_0)^2}} \right] \right\}^2 + I_c. \quad (2)$$

From the formula (1) it follows that the dimensionless constant k has the form of $k = \pi D / \lambda$. The theoretical function is matched to the measurement data by Origin program. After adjusting the distribution of the diffraction bands to these data, the dependence of

the k parameter on the load m is determined. The parameters of matching a function as a simple $k = am + b$ are calculated using the least squares method from the following formulas:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \sum_{i=1}^n k_i + n \sum_{i=1}^n (m_i k_i)}{\left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2 + n \sum_{i=1}^n m_i^2}, \quad (3a)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \sum_{i=1}^n (m_i k_i) + \sum_{i=1}^n k_i \sum_{i=1}^n m_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2 + n \sum_{i=1}^n m_i^2}. \quad (36)$$

The standard uncertainties of the values a and b are determined from the formulas:

$$u(a) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n d_i^2} \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n m_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2}}, \quad (4a)$$

$$u(b) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n d_i^2} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i^2}{n \sum_{i=1}^n m_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2}}. \quad (46)$$

The dependence of the parameter k on the load m and parameters of the fit are shown in Fig.5, also made with the Origin program.

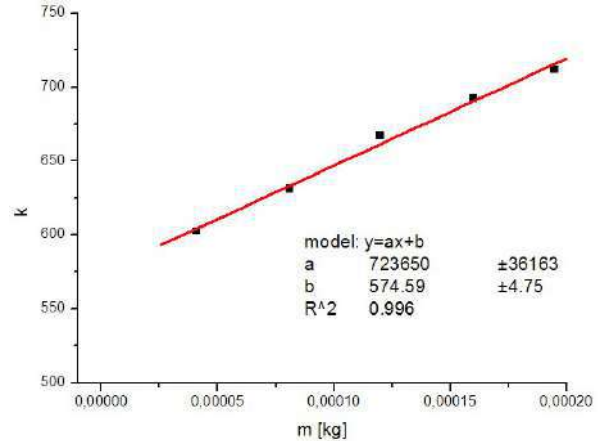


Fig.5. Relation of the adjustment of the parameter k as a function of load m

The value of the Young's modulus of the studied fiber is calculated on the basis of information from the literature [3]. The formula for the material constant can be written as

$$I = \frac{F}{S} \frac{\Delta l}{l}, \quad (5)$$

where F – the loading force of the fiber, S – the cross-sectional area of the fiber, Δl – the elongation of the fiber, equal to the change in the width of the gap (ΔD), l – the length of the fiber.

The width of the gap is

$$D = D_0 + \Delta D, \quad (6)$$

where D_0 – width of the initial gap.

After subsequent transformations of the formula (5) for a fiber with a diameter of $2r$, the following is obtained:

$$E = \frac{Fl}{\Delta DS} = \frac{mgl}{\Delta D \pi r^2} = \frac{mgl}{\pi r^2 (k\lambda/\pi - D_0)}. \quad (7)$$

Hence:

$$k = \frac{gl}{E\lambda r^2} m + \frac{\pi D_0}{\lambda}. \quad (8)$$

Using the results of the fitting the straight-line $k = am + b$, (where a – its slope parameter) we get the expression for Young's modulus E of (7)

$$E = \frac{gl}{a\lambda r^2} \quad (9)$$

in which g – acceleration of the Earth.

Example 1. Measurement results of basalt fibre with the length of 93 mm and a diameter of $17.1 \mu\text{m}$. The value of Young's modulus $E = (27.3 \pm 2.1) \text{ GPa}$ was determined with an relative uncertainty of 8.6%.

A suitable air bearing was designed and built. It enables non-resistive movement of the diffraction gap blade. The elongation of the fiber measured with using of the light diffraction is the noncontact method. Measurements of thin single fibers have not been described in the literature at all. Therefore, there was nothing to compare the results obtained.

3. Dynamic Young's modulus measurements of thin fibers

The basic parameters characterizing the mechanical properties of fibers include the modules of elasticity, both static and dynamic. Young's dynamic module is measured by resonance methods with displacements and by means of wave propagation by ultrasonic instruments. The most commonly used method is DMA (*Dynamic Mechanical Analyzer*). All these methods are mainly used for metal and ceramic products. To a limited extent, textile fibers in the form of a bundle are also tested with them, but please remember that the holder in DMA is only suitable for fibers with a diameter of more than $500 \mu\text{m}$.

The needs of materials engineering used in industry also made it necessary to extend the method of characterizing the mechanical properties of fibers to include a dynamic modulus of longitudinal elasticity. This modulus is determined from the elastic deformation of the fibers in the process of longitudinal vibrations. Monitoring these vibrations provides information about the dynamic properties of materials. One way is to determine the frequency of oscillations that disappear in the time domain. It is also possible to measure the dynamic modulus of elasticity using laser techniques [4-12]. For this purpose, the IMS pulsed mechanical spectrometer was specially developed and built. It can be used to determine Young's modulus under dynamic conditions. The optical method is highly sensitive,

inertial, and non-contact.

The principle of measurement of the dynamic modulus of Young's modulus is shown in Figure 6, and the dynamic modulus of filament elasticity used in the IMS spectrometer is shown in Figure 7.

A description of the structure and operation of the IMS spectrometer is described in the paper [12]. It also allows the determination of the dynamic modulus of thin fibers. Vertical movement is achieved thanks to the use of an air bearing of its own design.

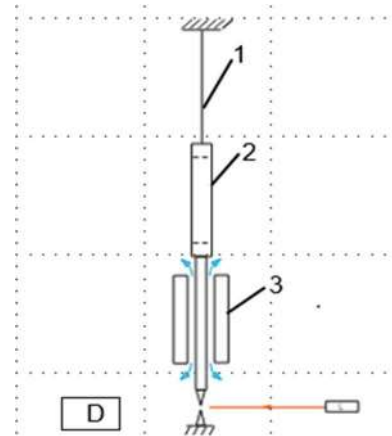


Fig.6. Measuring system for determining the dynamic Young's modulus

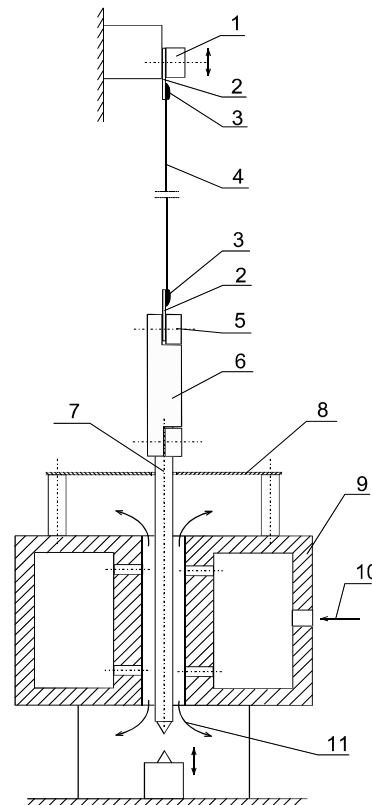


Fig.8. Diagram of the IMS mechanical pulse spectrometer: 1- upper terminal, 2- plate, 3 - glue, 4 - fiber, 5 - bottom clamp, 6 - connecting frame, 7 bearing moving rod, 8 - air cover, 9 - air bearing, 10 - compressed air inlet, 11 - air outlet.

In this IMS spectrometer, a specific sinusoidal stress is introduced, and the sinusoidal strain is measured. This is done by introducing the test sample with additional weight into the vibrations of the force pulse as a result of the impact of the steel ball (Fig. 8). The vibration of the movable bar 7 of the bearing changes the distance between the blades. When the laser beam passes through the slit, a diffraction image is created depending on changes in the size of the slit, including the light intensity in the zero band in which the detector is placed. It converts the optical signal into an electrical signal. This signal is amplified and sent to your computer's 12-bit AC converter, which processes it using special **custom software**.

The metal ball dropping system consists of an electromagnet and a glass tube. When current flows through the electromagnet, this ball is located on top of the tube, as it is attracted by the electromagnet. When the electric current is turned off, the ball falls in the direction specified by the tube so that it hits the connecting frame and does not cut the laser beam when reflected. The air bearing should not create resistance in the selected direction. This is possible because there is

an airbag between the moving surfaces. An initial fiber load not exceeding 0.5 cN/tex was applied. (unit used in textiles).

An analysis of the spectrum in time domain is performed with the following function:

$$g(t) = Ae^{-(\beta t)^n} \sin(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

where A – amplitude; V , β – attenuation coefficient, s^{-1} ; ω – resonant frequency, s^{-1} ; φ – phase, radian; n – parameter; t – time, s .

The initial values of the parameters were analyzed using the graphical method. For this purpose, several dozen periods of mechanical loss spectra and a matching function were plotted on one graph. You can then change the parameters (A , β , n , ω , φ), by superimposing two graphs. After entering the obtained initial values of the parameter into the program, an exact match was achieved. Its quality was graphically analyzed by comparing the spectra of mechanical losses on a single graph. The method of least squares was also used. The graphic graph is shown in Figures 8 and 9. If $n \neq 1$, then the amplitude loss is not an exponential function.

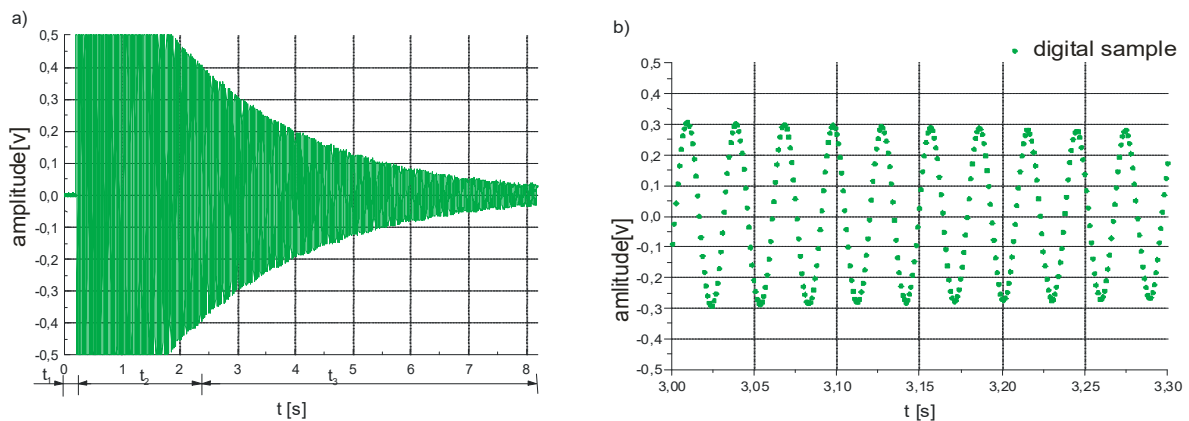


Fig. 8. Amplitude of vibrations as a function of time:
a) total spectrum, b) magnification of the selected part of it

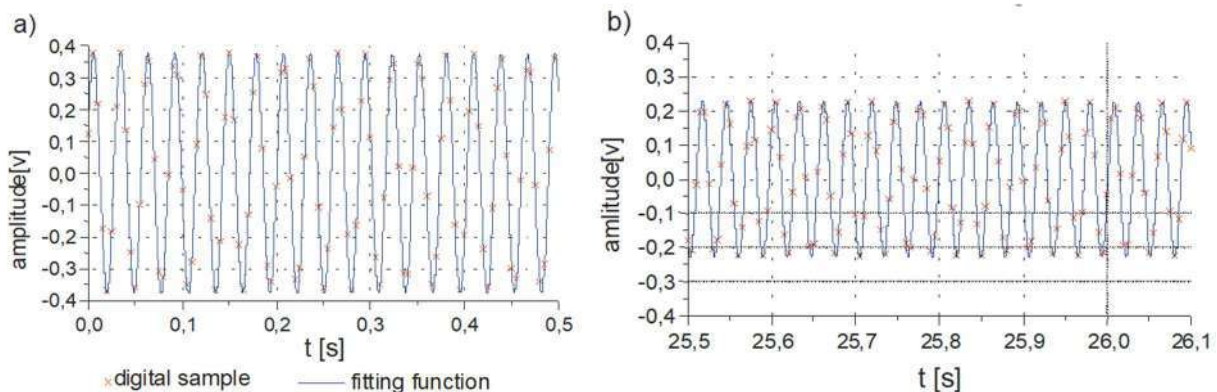


Fig. 9. Graphical chart: a) the beginning of the chart, b) the end of the chart

If the matched value of the parameter $n = 1$ and the amplitude fade is exponential [16,17], then the matching function is described by the formula (10).

The use of a function of the form (10) means that the Kelvin-Voigt mathematical model is used for the test object [16]. The obtained parameters β , ω allow the calculation of the Young's modulus E and the dimensionless logarithmic damping decrement. The calculation ignores the mass of the fibers as it is insignificantly small in relation to the weight of the weight.

The analysis shall consider the

$$\sigma = \frac{F}{S}, \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, k = \frac{F}{\Delta L}, \omega^2 = \frac{k}{m}, \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2. \quad (11a-e)$$

where: σ – stress, Pa; F – force, N; S – cross-sectional area of the fiber; $S = \pi D^2/4$, m^2 ,

ε – relative elongation, L – fiber length, m , k – elasticity coefficient, 1/m, m – load, kg.

Young's dynamic modulus and logarithmic damping decrement δ calculated from the following dependencies [16,17]:

$$E_{IMS} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{L}{S \Delta L} = k \frac{L}{S} = m \frac{4L}{\pi D^2} (\omega^2 + \beta^2). \quad (12)$$

Example 2. Measurements were made of a polyamide fiber with a length of 30 mm and a diameter of 119 μm . The value of Young's modulus E was determined with the relative uncertainty of 4.8% and the result is $E = (5.84 \pm 0.28)$ GPa.

References

1. Goodman J.W. Introduction to Fourier Optics. Third edition. Roberts and Company Publishers, 2005 – Science, 491 p.
2. Hecht E., Optics, Fifth edition. PWN, Warsaw, 2012, 722 p.
3. Sadd M.H., Elasticity: Theory, Applications and Numerics, Elsevier Science, 2009 – 552 p.
4. Pękala Ł., Podkościelny A., Wasilewski A., Więcek T., Investigation of filament using mechanical spectroscopy methods. Proceedings of SPIE, Volume 5484, 2004, pp. 354-358.
5. Więcek T. Laser measurement systems for determining the elastic properties of structural fibres. Lodz University of Technology Publishing House, 2011.
6. Ward J.M. Mechanical properties of polymers as construction plastics, PWN, Warsaw 1975.
7. Ferry J.D. Viscoelasticity of polymers. Second edition. Wiley, Warsaw, 1970 – 671 p.
8. Przygodzki W., Methods of Physical Polymer Research, PWN, Warsaw 1990.
9. Wasilewski A., Więcek T., Jonscher A.K. Testing of Mechanical Properties of Materials by Means of an Optical Method Based on Light Diffraction // Optica Applicata, Vol. XXIX, No.3, 1999.
10. Wasilewski A., Więcek T., Magalas L.B.: A New Impulse Mechanical Spectrometer to Study the Dynamic Mechanical Properties of Filaments // Solid State Phenomena, Vol.89, 2003, pp 343-348. DOI:10.4028/www.scientific.net/SSP.89.343.
11. Wolfenden A. et al., Dynamic Young's Modulus Measurements in Metallic Materials: Results of an Interlaboratory Testing Programm // Journal of Testing and evaluation, January 1989, pp. 2-13. DOI:10.1520/JTE11527J.
12. Roebben G., Bollen B., Brebels A., Van Humbeeck J., Van Biest O. Impulse Excitation Apparatus to Measure Resonant Frequencies, Elastic Moduli, and Internal Friction at Room and High Temperature // Review of Scientific Instruments, December 1968 (12), pp. 4511-4515. DOI:10.1063/1.1148422.
13. Malacara D., Thompson B.J. Handbook of Optical Engineering, CRC Press, 2001 – 550 p.
14. Kiciński W., Śwędrowski L., Metrology today and tomorrow, Publisher: Gdańsk University of Technology, 2009.
15. Jonscher A.K., Universal relaxation law, Chapter 5, Chelsea Dielectrics Press, London, 1992.
16. Rossing T.D., Fletcher N.H. Principles of vibration and sound, Springer-Verlag, New York, 2004 – 330 p.
17. Osiński Z., Vibration damping, PWN, Warsaw 1997.
18. Więcek T., Warsza Z.L. Non-contact measurements of selected mechanical properties of some materials using light diffraction. Conference materials LVII MKM Poznań, 22-24.09.2025 University of Technology Poznańska, pp. 383-412.
19. Więcek T., Warsza Z.L. Diffraction Measurement of the Poisson's Ratio. Part 1. Method of Measurement. Part 2. Auxetic Characteristics of Polyurethane Foams. Materials (pen drive) XXVI Int. Seminar of Metrology (MSM). 08-10.10.2025 TU Rzeszów- Polańczyk Pl. pp. 60-65.

Summary and conclusions

Diffraction measurements of the mechanical properties of materials described in this paper characterize their behavior in the elasticity range. Using the blade-to-blade or blade-mirror gap design, the mechanical properties of a solid can be measured. The pre-setting of the gap width allows you to adjust the sensitivity of the measuring system. Laser systems used to measure the width of the gap are precise.

The measurement is based on the electromagnetic wavelength of the laser light as the length standard. Then this measurement methods do not require calibration. Using basic physical formulas, it is possible to determine selected mechanical quantities characterizing the behavior of the material.

The paper presents the measurement methods of the Young's modulus of small samples, the measurement of the stiffness of a one-dimensional material, the measurement of the static Young's modulus of thin structural fibers, the measurement of the dynamic modulus of elasticity of polymer fiber damping. After modifying the diffractometer, it is possible to measure other mechanical parameters of the solid.

The presented prototype measurement systems were further improved [18,19]. Diffractometry enables remote, non-contact and inertia-free measurements. The measuring systems are simple and do not require complicated manufacturing technology.

Надійшла (Received) 11.01.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 30.03.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Венчек Томаш – Доктор наук, професор, кафедра прикладної оптики Жешувського політехнічного університету, Польща, e-mail: ftkwiece@prz.edu.pl, ORCID: 0000-0002-4776-9357

Więcek Tomasz – Habilitated doctor, University professor of the Department of Applied Optics, Rzeszow University of Technology, Rzeszow, Poland,, e-mail: ftkwiece@prz.edu.pl, ORCID: 0000-0002-4776-9357

Варша Зігмунд – PHD, Польське метрологічне товариство, Варшава, Польща, e-mail: zlw1936@gmail.com ORCID:0000-0002-3537-6134

Warsza Zygmunt – PHD, Polish Metrological Society, Warsaw, Poland, e-mail: zlw1936@gmail.com ORCID:0000-0002-3537-6134

Дифракційні вимірювання статичного та динамічного модуля Юнга тонких волокон

Томаш Венчек, Зігмунт Лех Варша

Анотація

У цій статті описано методи вимірювання модуля Юнга малих зразків, вимірювання жорсткості одновимірних матеріалів, вимірювання статичного модуля Юнга тонких структурних волокон та вимірювання динамічного модуля демпфування полімерних волокон. Модифікація дифрактометра дозволяє вимірювати інші механічні параметри твердих тіл. Представлено результати вимірювання статичного модуля Юнга базальтового волокна довжиною 93 мм та діаметром 17,1 мкм. Наведено приклад динамічних вимірювань модуля Юнга поліамідного волокна довжиною 30 мм та діаметром 119 мкм.

Ключові слова: дифрактометрія, статичний та динамічний модуль Юнга, тонкі волокна

АНАЛІЗ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ КРАЙОВОГО КУТА ЗМОЧУВАННЯ МЕТОДОМ ЛЕЖАЧОЇ КРАПЛІ

С.М. Барна, Л.А. Витвицька, О.Б. Барна

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, Україна

Анотація

Актуальність теми. Дослідження поверхневих властивостей матеріалів методом лежачої краплі є важливим у низці галузей, зокрема, для сучасного матеріалознавства, мікроелектроніки, біотехнологій тощо. Точність визначення крайового кута змочування та поверхневого натягу безпосередньо впливає на якість адгезійних процесів у 3D-друці, ефективність самоочисних покриттів та біосумісність медичних імплантатів. Попри широке застосування методу, проблема достовірності отриманих результатів залишається гострою через значну кількість впливових факторів: від чистоти поверхні та мікроклімату до похибок цифрової обробки зображень і чисельного моделювання за рівнянням Юнга-Лапласа. Аналіз джерел похибок, що виникають на кожному з етапів дослідження форми краплі, та їх метрологічний аналіз є актуальним науково-прикладним завданням, що є метою даної статті. Авторами досліджено апріорну інформацію та здійснено систематизацію джерел невизначеностей на кожному етапі проведення експериментів, поділено джерела невизначеностей на дві основні групи – ті, вплив яких можна мінімізувати (але їх неможливо метрологічно оцінити) та джерела, які підлягають метрологічному оцінюванню.

Ключові слова: метрологічний аналіз, джерела невизначеності, невизначеність, крайовий кут змочування, поверхневий натяг, змочуваність.

Вступ

Дослідження форми лежачої краплі (рис. 1) використовують у фізиці поверхонь та матеріалознавстві для кількісної оцінки взаємодії між рідиною та твердою поверхнею як в наукових дослідженнях, так і в промислових технологіях.

Деякі сфери застосування методу лежачої краплі:

- у багатьох сферах матеріалознавства та розроблення різноманітних покриттів виникає необхідність визначення гідрофобності (крайовий кут змочування θ більший 90°) або гідрофільності (крайовий кут змочування θ менший 90°) поверхонь (рис.1); це важливо при розробленні різного виду самоочисних, водонепроникних або антиобмерзаючих покриттів;

- при контролі якості поверхневої обробки оцінюють ефективність плазмової обробки, травлення або нанесення тонких плівок; зміна кута змочування вказує на зміну поверхневої енергії;

- у технологічних процесах та промисловості, наприклад при 3D-друку та струменевому друку цим методом здійснюють контроль поведінки чорнила/розплаву на підкладці; оптимальне змочування необхідне для отримання чітких ліній та шарів.

- при виробництві напівпровідників контролюють змочування при нанесенні фоторезистентних та інших рідких матеріалів на кремнієві пластини;

- при виготовленні біоматеріалів оцінюють біосумісності імплантатів; поверхневі властивості, зокрема змочування, впливають на прикріплення клітин, формування біоплівки та імунну відповідь організму.

Таким чином метод аналізу форми краплі для визначення поверхневого натягу рідини та

крайового кута змочування (ККЗ) є актуальним і розповсюдженим методом, особливо при підвищених температурах або в умовах, де інші методи менш точні.

Метою даної статті є метрологічний аналіз факторів, що впливають на точність отримання результатів вимірювання контактного кута, а також оцінювання впливу цих факторів на загальну невизначеність результату вимірювання.

Виклад основного матеріалу

Процедура методу лежачої краплі охоплює отримання якісного зображення краплі та опрацювання його доступними програмними засобами. На основі опрацьованих даних отримують шукані значення контактного кута або поверхневого натягу.

Аналіз форми краплі за допомогою рівняння Юнга-Лапласа (1) дозволяє точно визначити поверхневий натяг рідини та крайовий кут змочування, особливо при підвищених температурах або в умовах, де інші методи менш точні.



Рисунок 1 – Зображення лежачої краплі на твердій поверхні

Для лежачої краплі під дією сили земного тяжіння різниця тисків Δp змінюється в залежності від висоти z відносно опорного рівня (наприклад, плоскої поверхні рідини). Рівняння Юнга-Лапласа

поєднує в собі взаємодію сили Земного тяжіння та сили поверхневого натягу [1, 2]:

$$\Delta p(z) = \Delta p_0 + \rho g z, \quad (1)$$

де Δp_0 – різниця тисків при $z=0$, ρ – густина рідинного середовища, g – прискорення вільного падіння.

Рівняння Юнга-Лапласа є основоположним у визначенні рівноважної форми краплі, пов'язуючи поле тиску (на яке впливає гравітація) з геометрією поверхні розділу – кривизною, що визначається параметрами рідини: поверхневим натягом, густиною рідини тощо (рис. 2).

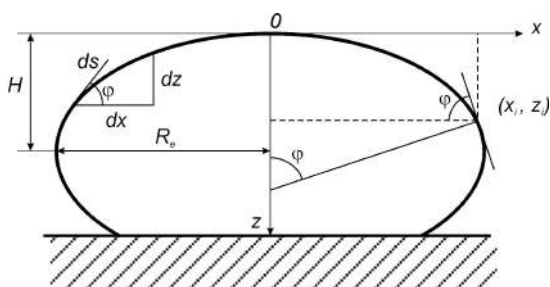


Рисунок 2 - Профіль лежачої краплі із основними параметрами, що її описують

Це рівняння можна переписати як систему звичайних диференціальних рівнянь першого порядку для $r(s)$, $z(s)$, $\phi(s)$ [1, 2]:

$$\frac{d\phi}{ds} = 2b + \frac{\Delta \rho g z}{\gamma} - \frac{\sin \phi}{x}; \quad \frac{dx}{ds} = \cos \phi; \quad \frac{dz}{ds} = \sin \phi, \quad (2)$$

де ϕ – кут між дотичною до профілю краплі та віссю x (у точці трифазного контакту він досягає значення ККЗ: $\phi=\theta$); s – кривизна профілю краплі; x , z – координати точок профілю; γ – поверхневий натяг рідини.

Основні етапи даного методу, опис дії при кожному етапі та призначення дано в табл. 1.

Враховуючи, що невизначеність вимірювання зумовлюється різними факторами [3-5], необхідно здійснити аналіз джерел невизначеності у методі лежачої краплі, що є важливим для забезпечення достовірності отриманих результатів. Ці джерела можна класифікувати за трьома основними етапами методу: експериментальна підготовка, зйомка і візуалізація та аналіз даних.

Джерела невизначеності, що пов'язані безпосередньо з фізичними умовами проведення експерименту та підготовкою зразків, умовно можна поділити на 2 групи.

1. Перша група – в залежності від якості поверхні та властивостей змочування.

Наявність навіть мікроскопічних забруднень або адсорбованих газів на твердій поверхні значно змінює її поверхневу енергію, що призводить до некоректного змочування та, відповідно, похибки при визначенні ККЗ θ .

Шорсткість поверхні теж має значний вплив на дослідження. Формула Юнга передбачає ідеально гладку поверхню. Реальна шорсткість поверхні спричиняє гістерезис кута змочування (різниця між кутом натікання та відтікання), що ускладнює вибір єдиного репрезентативного кута.

Ще одним джерелом невизначеності може бути хімічна неоднорідність – різні хімічні групи на поверхні (наприклад, окислення) створюють локальні зміни поверхневої енергії.

Таблиця 1 – Основні етапи та їх опис при дослідженні поверхневих властивостей методом лежачої краплі

Етап	Опис дії	Призначення
1. Підготовка поверхні та краплі	Очищення підкладки: ретельне очищення поверхні, на яку буде нанесена крапля (забезпечення хімічної чистоти). Дозування: нанесення краплі відомого об'єму (V) на підготовлену підкладку за допомогою мікроголки або дозатора.	Усунення забруднень, що можуть вплинути на змочування. Створення стабільного об'єму краплі для вимірювання.
2. Візуалізація краплі	Оптична система: використання камери з довгофокусним об'єктивом для отримання чіткого профілю (контуру) краплі на підкладці.	Отримання точного зображення, необхідного для подальшого аналізу форми.
3. Отримання цифрового зображення	Захоплення зображення: зйомка краплі в стані рівноваги.	Фіксація геометричного профілю краплі для комп'ютерної обробки.
4. Обробка зображення та виділення контуру	Цифрова обробка: виявлення границі розділу "рідина-газ" та "рідина-тверда поверхня" за допомогою алгоритмів (наприклад, визначення країв).	Точне визначення форми краплі, особливо лінії контакту (бази) та вершини.
5. Аналіз контуру (моделювання)	Чисельне моделювання: підбір теоретичного контуру, що описується рівнянням Юнга-Лапласа, до експериментально отриманого профілю. Це потребує чисельного інтегрування.	Визначення фізичних параметрів, які найкраще описують форму краплі.
6. Визначення параметрів	Розрахунок: обчислення крайового кута змочування (θ) як кута дотичної до профілю в точці контакту з поверхнею. Якщо обчислюється поверхневий натяг (γ), він також є результатом чисельного підбору.	Отримання ключових характеристик взаємодії рідина-тверде тіло та властивостей рідини.
7. Результати	Вихідні дані: значення θ (крайовий кут змочування) та γ (поверхневий натяг).	Кількісна оцінка гідрофобності/гідрофільності та фізичних властивостей рідини.

2. До другої групи відносяться власне властивості рідини та середовища. Наприклад, наявність поверхнево-активних речовин (ПАР) у рідині значно знижує поверхневий натяг і впливає на змочування.

Процес випаровування – якщо рідина випаровується під час експерименту, то об'єм краплі (V) та її профіль змінюються, особливо при вимірюванні динамічного змочування.

Поверхневий натяг рідин також значно залежить від мікрокліматичних умов. Нестабільність температури та вологості в експериментальному приміщенні може спричинити значні похибки у визначенні поверхневих властивостей.

Як видно з системи (2) точне визначення гравітаційного впливу, а саме прискорення вільного падіння для конкретної географічної широти, а також точне визначення різниці густин газоподібного середовища (повітря) та рідини можуть вплинути на невизначеність вимірювання поверхневого натягу чи крайового кута змочування.

Джерела невизначеності, пов'язані з процесами оптичного **отримання зображення, збереження та візуалізації** отриманого зображення виникають на етапі зйомки профілю краплі.

Джерела невизначеності, що залежать від технологічних характеристик засобу отримання зображення:

- недостатньо висока роздільна здатність зображення обмежує точність визначення контуру, особливо у точці контакту фаз;
- оптичні аберації (наприклад, дисторсія) можуть викривити профіль краплі, що призводить до систематичної помилки у визначенні геометричних розмірів краплі та ККЗ;
- фокусування та паралакс: неточне фокусування або зйомка краплі не по центру (ефект паралаксу) може спотворити її форму, оскільки аналіз часто передбачає, що крапля є тілом обертання.

Невизначеність, що виникає внаслідок калібрування масштабу: похибка у визначенні фізичного розміру одного пікселя на зображенні безпосередньо призводить до похибок у всіх абсолютних розмірах (висота та радіуси краплі).

Джерела невизначеності, що виникають в результаті обробки зображення та аналізу даних - невизначеності, пов'язані з математичною обробкою та чисельним моделюванням.

1. Визначення контуру краплі та лінії контакту

Алгоритми обробки зображень (визначення країв) можуть неточно визначати межу "рідина-газ" (особливо при низькому контрасті) та місце, де профіль зустрічається з твердою поверхнею (лінію контакту).

Якщо крайовий кут визначається шляхом ручного накладання дотичної, вводиться значна суб'єктивна похибка.

2. Чисельне моделювання (рівняння Юнга-Лапласа)

Неточність визначення вхідних параметрів: як зазначено у [6], кривизна при вершині R_0 та об'єм V є взаємозалежними, але їхня невизначеність прямо

впливає на точність чисельного інтегрування. Помилка у визначенні R_0 може призвести до невідповідності між теоретичним та експериментальним контурами.

Обмеження моделі: припущення, що крапля є аксіально-симетричною (тілом обертання), може бути невірним для дуже великих крапель або на нерівних поверхнях, що вносить похибку у розрахунки.

3. Статистична невизначеність: недостатня кількість повторних експериментів для одного типу рідина/тверде тіло не дозволяє провести коректний статистичний аналіз та оцінити випадкову похибку.

4. Невизначеність зумовлена відхиленням експериментального контуру від теоретичного.

Внаслідок аналізу всіх етапів проведення досліджень можна поділити джерела невизначеностей, що впливають на результати, на дві умовні групи.

До першої групи відносяться ті джерела невизначеностей, які неможливо чисельно розрахувати і при обчисленні сумарної невизначеності результату врахувати їх внесок. Тому при проведенні досліджень необхідно вжити заходів для зменшення таких джерел невизначеності:

- забрудненість поверхні, на яку розміщують краплю. Необхідно добре очистити поверхню, але так, щоб не залишилися залишки ПАР, оскільки це теж негативно впливає на результат;
- шорсткість та гладкість поверхні – для дослідження обирають необхідний матеріал поверхні, для якого власне й проводиться дослідження;
- вплив температури та вологості на вимірювання можна мінімізувати шляхом повторення кліматичних умов проведення експерименту (до прикладу, коли необхідно порівняти змочувальні властивості двох різних рідин – дублюють умови проведення експерименту);
- похибки фокусування, паралаксу, а також вирівнювання досліджуваної поверхні строго горизонтально можна зменшити шляхом ретельної підготовки до проведення експерименту.

Невизначеності джерел другої групи та їх внесок у сумарну невизначеність можна чисельно розрахувати. Розглянемо ці джерела невизначеності та проведемо їх метрологічний аналіз. Врахуємо, що у випадку, коли в технічній документації чи іншій апіорній інформації про вимірювану величину вказаний довірчий інтервал у вигляді $\pm a$ без зазначення довірчого рівня, то приймають згідно [3-5] прямокутний розподіл із стандартним відхиленням $a/\sqrt{3}$ – коли крайні значення настільки ж вірогідні, як і значення в центрі, або трикутний розподіл із стандартним відхиленням $a/\sqrt{6}$ – коли крайні значення маловірогідні.

Однією з передумов проведення експерименту є вимірювання об'єму краплі. В даному випадку об'єм краплі вимірюється мікропіпеткою. Згідно [7] у піпетці об'ємом 0,5 мл ціна поділки становить 0,01 мл. Таким чином абсолютна похибка вимірювання

об'єму $\Delta V = \pm 0,005$ мл. Невизначеність, що може виникнути внаслідок вимірювання об'єму, рівна:

$$u_B(V_\alpha) = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3}} = 2,9 \cdot 10^{-9} (\text{м}^3).$$

Відомо, що густина середовища змінюється в залежності від температури. Так, наприклад, для води найбільша густина становить при температурі 4°C ($\sim 1 \text{ г/см}^3$), а при температурі 20°C густина вже становить $0,998203 \text{ г/см}^3$ [8]. Тому для обчислення невизначеностей густин контактуючих фаз ρ_α (густина рідкої фази) та ρ_β (газоподібної) використаємо технічну документацію серійних густинимірів (денситометрів). Сучасні лабораторні денситометри мають стандартне відхилення результатів вимірювання густини середовища $\Delta\rho = \pm(0,1 \div 0,0005) \text{ кг/м}^3$ (в залежності від самого середовища – рідинне, чи газоподібне). Враховуючи, що всередині заданих меж значення густин підпорядковуються рівномірному закону розподілу, складовими невизначеності вимірювання різниці густин контактуючих фаз є невизначеності типу В [3-5] вимірювання густини кожної із фаз, тобто:

$$u_B(\rho_\alpha) = 0,1/\sqrt{3} = 0,0577 (\text{кг/м}^3),$$

$$u_B(\rho_\beta) = 0,0005/\sqrt{3} = 0,00029 (\text{кг/м}^3),$$

де $u_B(\rho_\alpha)$ – невизначеність вимірювання густини рідинного середовища, $u_B(\rho_\beta)$ – невизначеність вимірювання густини газового середовища.

Невизначеність вимірювання різниці густин $\Delta\rho = \rho_\alpha - \rho_\beta$ рівна:

$$u(\Delta\rho) = \sqrt{u(\rho_\alpha)^2 + u(\rho_\beta)^2}.$$

При заокругленні невизначеності, як правило, відкидається її друга значуща цифра. Менша за значенням стандартна невизначеність може бути відкинута в тому випадку, якщо при її врахуванні комбінована невизначеність не зміниться за значенням в першій значущій цифрі [9]. Таким чином, коли виконується умова: $u_2 \leq 0,3 \cdot u_1$, де u_1 та u_2 відповідно більша та менша невизначеності, меншою невизначеністю можна знехтувати.

Отже, невизначеність різниці густин можна прирівняти до невизначеності густини рідинного середовища.

В процесі визначення координат експериментального контуру краплі виникає невизначеність, пов'язана із обробкою зображення, виділенням контуру меніска, переведенням точок профілю у розмірний формат.

Для отримання зображення краплі у цифровому вигляді використовують ПЗЗ-матрицю цифрового мікроскопа і в результаті отримують зображення у вигляді матриці розміром $(n \times m)$ точок (пікселів). Кожний піксель відповідає деякій інтенсивності (яскравості) зображення. Точність отримання зображення у цифровому форматі складає $0,5$ пікселя зображення. Оскільки, контур краплі виділяється з

точністю до ± 1 піксель, то і невизначеність виділення контуру приймемо рівною 1 піксель.

Таким чином сумарна невизначеність отримання координат точок контуру (x, z) рівна:

$$u_{pix}(x, z) = \sqrt{0,5^2 + 1^2} = 1,12 (\text{піксель}).$$

Для порівняння експериментально отриманого контуру із змодельованим необхідно перевести координати точок контуру у розмірний формат. Для цього необхідно знайти коефіцієнт перетворення оптичної системи за допомогою калібрувальної сітки. Наприклад калібрувальна сітка, яка входить у комплект мікроскопів серії МБС, має нанесені лінії з точністю $(1 \pm 0,01) \text{ мм}$. Для визначення коефіцієнта перетворення K_{opt} калібрувальну сітку фотографували таким чином, щоб лінії сітки або поділки шкали калібру були строго вертикальні або горизонтальні і розміщені в центрі зображення. Коефіцієнт перетворення K_{opt} знаходять як відношення відстані між двома опорними лініями сітки у міліметрах n_{mm} до цієї ж відстані на цифровому зображенні в пікселях n_{pix} . Було розраховано, що кількості поділок калібрувальної сітки $n_{mm} = 10 \text{ мм}$ відповідало у даному випадку $n_{pix} = 1065$ пікселя. Тоді:

$$K_{opt} = \frac{n_{mm}}{n_{pix}} = \frac{10}{1065} = 9,4 \cdot 10^{-3} (\text{мм/піксель}).$$

Невизначеність розрахунку коефіцієнта перетворення оптичної системи приладу K_{opt} залежить від точності виготовлення сітки і точності здійснення відліку відстані між лініями сітки на її зображенні.

Абсолютна похибка відстаней між лініями сітки, яку було використано для калібрування оптичної системи приладу, становить $\Delta n_{mm} = \pm 0,01 \text{ мм}$, тоді невизначеність типу В для заданих границь при рівномірному закону розподілу рівна $u_B(n_{mm}) = \Delta n_{mm} / \sqrt{3} = 5,774 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$.

Абсолютна похибка, з якою здійснюють відлік відстані між лініями сітки на цифровому зображенні, становить $\Delta n_{pix} = \pm 1$ піксель.

Невизначеність типу В для заданих границь при рівномірному закону розподілу рівна $u_B(n_{pix}) = \Delta n_{pix} / \sqrt{3} = 0,577$ пікселя. Згідно [3-5] розраховують сумарну стандартну невизначеність при обчисленні коефіцієнта оптичного перетворення системи K_{opt} :

$$u(K_{opt}) = \sqrt{\left[\frac{\partial K_{opt}}{\partial n_{mm}} \cdot u_B(n_{mm}) \right]^2 + \left[\frac{\partial K_{opt}}{\partial n_{pix}} \cdot u_B(n_{pix}) \right]^2} = \sqrt{\left[\frac{u_B(n_{mm})}{n_{pix}} \right]^2 + \left[\frac{n_{mm} u_B(n_{pix})}{n_{pix}^2} \right]^2}.$$

Розраховане значення невизначеності коефіцієнта перетворення оптичної системи:

$$u(K_{opt}) = 7,43 \cdot 10^{-6} \text{ мм/піксель}.$$

Для отримання координат точок контуру у розмірному форматі (мм) значення координат в пікселях множать на коефіцієнт оптичного перетворення. Сумарну стандартну невизначеність виділення координат точок експериментального контуру розгорнутого меніска у розмірному форматі визначають таким чином:

$$u_{mm}(x, z) = \sqrt{\left[K_{opt} \cdot u_{pix}(x, z)\right]^2 + \left[\frac{n_{pix}}{10} \cdot u(K_{opt})\right]^2},$$

$$u_{mm}(x, z) = 0,0106 \approx 0,01 \text{ (мм)}.$$

Наступним етапом дослідження поверхневих властивостей є моделювання теоретичного контуру краплі найбільш подібного до експериментального. При цьому виникає невизначеність, яка містить в собі дві складові: невизначеність методики побудови теоретичного контуру краплі та відхилення точок змодельованого меніска від експериментального.

На невизначеність методики побудови теоретичного меніска мають значний вплив похибки заокруглення та обмеження, що виникають в процесі обчислень за допомогою будь-якого програмного засобу. В більшості програмних засобах для розрахунку використовують тип числа з фіксованою крапкою Real, розмір мантиси якого складає 16 цифр. Таким чином 16-та значуща цифра буде заокруглюватись під час обчислень. Абсолютна похибка ΔE заокруглення в такому випадку не буде перевищувати 10^{-14} .

Враховуючи рівномірний розподіл значення 17-ї цифри при заокругленні невизначеність заокруглення в результаті обчислень рівна:

$$u(rnd) = \frac{10^{-14}}{\sqrt{3}} = 5,77 \cdot 10^{-15},$$

що є у порівнянні з іншими невизначеностями незрівнянно малою, а тому вкладом даної невизначеності у сумарну невизначеність нехтуємо.

Чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь (2) здійснюється у програмному середовищі MatLAB вбудованою функцією інтегрування за методом Рунге-Кутта 4-5 порядків. Запрограмована точність інтегрування при цьому становить 10^{-6} (мм).

На точність визначення поверхневого натягу розчинів ПАР має значний вплив точність, з якою будуть обчислені параметри теоретичного контуру розгорнутого меніска, подібного до експериментального контуру. Відхилення кожної точки експериментального і теоретичного контурів розгорнутого меніска розраховували як середнє квадратичне відхилення точок реального зображення від змодельованого згідно [1]:

$$E_{x,z} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(x_{ei} - x_i)^2 + (z_{ei} - z_i)^2]}{n-1}}.$$

Процес підбору подібного змодельованого контуру краплі здійснюється таким чином, щоб середнє значення величини $E_{x,z}$ не перевищувало

значення $\bar{E}_{x,z} \leq 10^{-3}$ мм. Невизначеність підбору теоретичного контуру до експериментального рівна:

$$u(E_{x,z}) = \bar{E}_{x,z} / \sqrt{3} = 0,577 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

Для оцінення сумарної стандартної невизначеності методу лежачої краплі, на основі якої розраховують розширену невизначеність, необхідно розрахувати внески кожного з факторів невизначеності у власне невизначеність вимірювання ККЗ даним методом. Це неможливо здійснити прямим методом, оскільки відсутня пряма аналітична залежність між виміряними значеннями та вхідними величинами, тому оцінка внеску невизначеності $u_i(y)$ кожної вхідної величини буде прийматись рівною виміряній зміні вихідної величини Y , що викликана зміною заданої вхідної величини X_i на її невизначеність $u(x_i)$, при цьому значення інших вхідних величин підтримуватимуться сталими.

Також значний внесок у розширену невизначеність має невизначеність типу А, яку розраховують статистичним методом при опрацюванні результатів експериментів по вимірюванню ККЗ методом лежачої краплі.

Ці дві задачі будуть розв'язані авторами у подальших дослідженнях.

Висновки

У роботі здійснено метрологічний аналіз методу лежачої краплі як одного з найбільш універсальних інструментів для визначення фізико-хімічних властивостей поверхонь та рідин. Основну увагу приділено факторам, що впливають на невизначеність вимірювання крайового кута змочування методом лежачої краплі. Систематизовано джерела невизначеності, що виникають на всіх етапах експерименту. Виділено дві основні групи чинників: фактори, що підлягають мінімізації та фактори, що підлягають метрологічній оцінці.

У ході дослідження деталізовано етапи реалізації методу — від підготовки поверхні до підбору змодельованого контуру краплі та аналізу поверхневих властивостей змочування рідиною твердої поверхні. Здійснено метрологічний аналіз та оцінено невизначеність ключових факторів впливу на кожному з цих етапів проведення досліджень.

Авторами класифіковано джерела невизначеності за трьома групами: фізичні умови експерименту, параметри оптичної візуалізації та похибки цифрової обробки даних. Розраховані невизначеності вимірювання об'єму краплі та різниці густин фаз; калібрування оптичної системи та визначення координат точок контуру; невизначеності, що виникають при чисельному інтегруванні в середовищі MATLAB та підборі теоретичного профілю до експериментального.

Робота створює теоретичне підґрунтя для подальшого розрахунку розширеної невизначеності вимірювань методом лежачої краплі.

Список літератури

1. O. I. del Rio and A. W. Neumann, "Axisymmetric Drop Shape Analysis: Computational Method for the Measurement of Interfacial Properties from the Shape and Dimensions of Pendant and Sessile Drops," *Journal of Colloid and Interface Science*, 196, 1997 pp 136–147. DOI: <https://doi.org/10.1006/jcis.1997.5214>
2. Siqueland, L. M., & Skjæveland, S. M. (2021). Derivations of the Young-Laplace equation. *Capillarity*, 4(2), 23-30. DOI: 10.46690/capi.2021.02.01
3. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement : JCGM 100:2008 (GUM 1995 with minor corrections). — First edition. — JCGM, 2008. — 120 p.
4. Bell S. A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement. Measurement Good Practice Guide No. 11 (Issue 2) / Centre for Basic, Thermal and Length Metrology. — National Physical Laboratory, 2001. — 41 p.
5. Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration : EA-4/02 M:2013. — European co-operation for Accreditation (EA), 2013. — 74 p.
6. ДСТУ EN ISO 835:2018. Посуд лабораторний скляний. Піпетки мірні градуйовані (EN ISO 835:2007, IDT; ISO 835:2007, IDT). [Чинний від 2019-01-01]. Вид. офіц. Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2018. 14 с. (Національний стандарт України).
7. Барна О. Б., Барна С. М., Піндус Н. М. Дослідження залежності кривизни при вершині змодельованого меніска лежачої краплі від її об'єму // *Методи та прилади контролю якості*. 2025. № 1(54). С. 57–64. DOI: [https://doi.org/10.31471/1993-9981-2025-1\(54\)-57-64](https://doi.org/10.31471/1993-9981-2025-1(54)-57-64)
8. Water-Level Accuracy and Correcting for Errors due to Water Density : Technical Note / In-Situ Inc. URL: <https://in-situ.com/media/support/documents/Water-Level-Accuracy-and-Correcting-for-Errors-due-to-Water-Density-Tech-Note.pdf> (дата звернення: 12.03.2026).
9. Навчально-методичний посібник з дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань» для здобувачів освітнього ступеня «магістр» зі спеціальності 175 Інформаційно-вимірювальні технології усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [Упоряд.: Р.В. Трембовецька, В.Я. Гальченко, В.В. Тичков, Д.Г. Матвієнко]; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2024. – 254 с.

Надійшла (Received) 15.01.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 25.03.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Барна Сергій – Аспірант за спеціальністю 175 – Інформаційно-вимірювальні технології, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, E-mail: serhii.barna-a175-23@nung.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0007-7706-5573>

Barna Serhii – PhD Student in Specialty 175 – Information and Measurement Technologies, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, E-mail: serhii.barna-a175-23@nung.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0007-7706-5573>

Витвицька Лідія – Кандидат технічних наук, доцент кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій та енергетичного менеджменту Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, E-mail: lidiia.vytvytska@nung.edu.ua, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8491-1239>

Vytvytska Lidiia – PhD, Associate Professor, Department of Information and Measurement Technologies and Energy Management, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, E-mail: lidiia.vytvytska@nung.edu.ua, Number ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8491-1239>

Барна Ольга – Кандидат технічних наук, доцент кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій та енергетичного менеджменту Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, E-mail: olha.barna@nung.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0000-7609-3125>

Barna Olha – PhD, Associate Professor at the Department of Information and Measurement Technologies and Energy Management, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, E-mail: olha.barna@nung.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0000-7609-3125>

Uncertainty analysis of contact angle measurement using the lying drop method

Barna Serhii, Vytvytska Lidiia, Barna Olha

Abstract

Topic Relevance. Researching the surface properties of materials using the sessile drop method is critical across numerous fields, particularly in modern materials science, microelectronics, biotechnology, and others. The accuracy of determining the contact angle and surface tension directly impacts the quality of adhesion processes in 3D printing, the efficiency of self-cleaning coatings, and the biocompatibility of medical implants.

Despite the widespread use of this method, the problem of result reliability remains acute due to a significant number of influential factors: ranging from surface cleanliness and microclimate to errors in digital image processing and numerical modeling using the Young-Laplace equation. Analyzing the sources of errors that arise at each stage of droplet shape research, along with their metrological analysis, is a relevant scientific and applied task, which serves as the objective of this article.

The authors investigated a priori information and systematized the sources of uncertainty at each stage of experimentation. These sources of uncertainty were divided into two main groups: those whose influence can be minimized (but cannot be metrologically evaluated) and sources that are subject to metrological evaluation.

Keywords: metrological analysis, sources of uncertainty, uncertainty, contact angle, surface tension, wettability.

ATOMIC ABSORPTION DETERMINATION OF COPPER AND LEAD IN FOOD PRODUCTS USING ULTRASOUND

O.I. Yurchenko, T.V. Chernozhuk, I.R. Shevchenko, O.M. Baklanov

Kharkiv National University V.N. Karazin, Kharkiv, Ukraine

Abstract

Optimal conditions for the complete extraction of analytes from food samples have been established. The efficiency of ultrasonic sample preparation, which ensures the homogeneity and stability of the analyzed solutions, is demonstrated. The sensitivity of atomic absorption determination of copper and lead has been enhanced by optimizing dilution parameters, sample preparation procedures, and the use of aqueous Triton X-100 solutions ($\omega=4\%$). The accuracy of the analytical results was confirmed by the standard addition method; recovery values were 90-94% for copper and 91-107% for lead. Using atomic absorption spectrometry, the limits of detection of the analytes ($c_{\min}$) were determined: for copper, $c_{\min}$ ($\mu\text{g/mL}$) = 0.003 (literature $c_{\min}$ ($\mu\text{g/mL}$) = 0.004); for lead, $c_{\min}$ ($\mu\text{g/mL}$) = 0.003 ($c_{\min \text{ lit}}$ ($\mu\text{g/mL}$) = 0.005). It is shown that the accuracy and reproducibility of the results obtained by this method meet the requirements of analytical control of food samples.

Keywords: lead, copper, ultrasonic treatment, metrological characteristics, food products.

1. Introduction

Trace elements such as copper and lead affect human health safety and play an important role in food quality formation. Copper is an essential element involved in metabolism and enzymatic processes, whereas lead is a highly toxic cumulative metal, and even small amounts ingested with food pose a risk to the human body.

Therefore, monitoring copper and lead content in food products is an important task in modern analytical chemistry and food toxicology. The determination of trace elements in food is associated not only with the need to control their concentrations but also with the requirement to use selective, highly sensitive, and rapid analytical methods.

One of the most widely used instrumental methods is atomic absorption spectrometry (AAS), which provides high accuracy and enables determination of low metal concentrations in complex matrices. At the same time, proper sample preparation plays a crucial role, since extraction efficiency, solution homogeneity, and elimination of matrix interferences directly affect the reliability of analytical results.

Food products are the main source of trace element intake in the human body. Therefore, their monitoring ensures food safety, compliance with regulatory requirements, and prevention of toxic effects.

Modern analytical methods include: atomic absorption spectrometry [1–4], inductively coupled plasma atomic emission spectrometry [5–7], mass spectrometry [8–11], and other techniques [12–19].

Modern sample preparation methods include ultrasonic, autoclave, and microwave treatments [20–25].

High accuracy and precision in multicomponent samples can be achieved through ultrasonic treatment and the use of surfactant-based media.

The aim of this work is to develop, optimize, and evaluate a method for atomic absorption determination of copper and lead that meets the principles of green chemistry and provides improved metrological characteristics.

2. Experimental Part

An atomic absorption spectrometer I-CE3500 (flame type) was used. Hollow cathode lamps were applied.

Measurement conditions:

Copper: acetylene-air (lean flame), 1 L/min, wavelength 324.8 nm

Lead: acetylene-air (stoichiometric flame), 1.2 L/min, wavelength 285.2 nm

Electronic analytical balance OHAUS (65/0.001) was used.

Ultrasound treatment was carried out in an ultrasonic bath (Coduson PS-20 Jeken, 120 W, 40 kHz).

Calibration solutions were prepared using standard aqueous solutions of copper and lead ions (Bogatsky Physico-Chemical Institute A.V., Odesa). Initial metal ion concentration: 0.1 g/L, Triton X-100, $\text{C}_{14}\text{H}_{22}\text{O}$ ($\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$) $_n$ $n=9-10$, $M_r=631$ g/mol, $\text{CMC}=2.9 \cdot 10^{-4}$. The following food products were selected for the study:

- 1) Polished round-grain rice («Rozumnyi Vybir»);
- 2) Buckwheat groats («Rozumnyi Vybir»);
- 3) Lentils («Attual»);
- 4) Pea groats («Rozumnyi Vybir»);
- 5) Cocoa powder («Mriia»);
- 6) Ground turmeric («Svoia Liniia»);
- 7) Coffee beans («Lavassa» Qualita Rossa);
- 8) Dark chocolate («Millennium» Favorite Brut, cocoa content $\geq 74\%$);
- 9) Multivitamin juice with pulp («Sadochok»);
- 10) Tap water from a well.

Sample preparation of food product samples

Solid samples. Before sample preparation, all solid food products are ground using a coffee grinder to a fine powder. Chocolate is pre-frozen to obtain a firm consistency, which facilitates grinding and ensures the formation of a homogeneous fine-dispersed powder while preventing sample loss and uneven distribution of trace elements.

After grinding, a series of food sample portions weighing 10 g (± 0.0002 g) are taken using an analytical balance with accuracy to four decimal places and dissolved in 10 mL of concentrated nitric acid. The solution is

evaporated on a hot plate to the state of wet salts while continuously stirring and preventing burning onto the vessel walls. The sample is brought to the “wet salts” stage and removed from heating. After cooling, 10 mL of 1,5% nitric acid solution is added. The mixture is then subjected to ultrasonic treatment for 30 minutes to homogenize the sample and remove residual organic matrices and physical impurities. The resulting solution is filtered into 25 mL volumetric flasks. After filtration, 2 mL of Triton X-100 is added to each flask, the solution is diluted to the mark with 1,5% nitric acid, and thoroughly mixed.

Water. A 250 mL aliquot of well water is placed into a heat-resistant beaker and evaporated until the volume reaches 25 mL (tenfold concentration), with simultaneous acidification using a few drops of concentrated nitric acid. After evaporation, the solution is cooled and transferred to a 25 mL volumetric flask, diluted to the mark with distilled water if necessary, and thoroughly mixed.

Juice. The juice sample in a beaker is subjected to ultrasonic treatment for 30 minutes. After treatment, it is filtered, if necessary, to remove pulp and other physical impurities.

3. Results and Discussion

The sensitivity of atomic absorption measurements was enhanced by introducing surfactants (Triton X-100, $\omega = 4\%$) into both calibration and sample solutions. This reduces the surface tension and density of the analyzed solution while increasing its microdispersion, leading to more complete atomization and improved metrological characteristics. It should also be noted that the flame shifts to a reducing regime, which promotes achieving the maximum analytical signal. As a result, the sensitivity of atomic absorption determination was increased by a factor of 1,80 for copper and 1,40 for lead.

The concentrations of analytes in food samples were determined by atomic absorption spectrometry (Table 1); the maximum permissible concentrations are presented in Table 2.

A comparison of analyte contents in the samples with the maximum permissible concentration (MPC) standards shows that in some samples a slight exceedance of lead limits is observed (e.g., in lentil, buckwheat, and pea samples). This may be justified either by insufficient quality of sample preparation (for

Table 1 – Determination of copper and lead content in food products by atomic absorption spectrometry ($n=5$; $p=0,95$)

№	C(Cu), mg/kg or mg/L	S_r	C(Pb), mg/kg or mg/L	S_r
1	$1,21 \pm 0,04$ mg/kg	0,03	$0,21 \pm 0,03$ mg/kg	0,03
2	$2,76 \pm 0,04$ mg/kg	0,03	$0,73 \pm 0,01$ mg/kg	0,02
3	$5,51 \pm 0,04$ mg/kg	0,03	$0,69 \pm 0,03$ mg/kg	0,04
4	$2,63 \pm 0,05$ mg/kg	0,02	$0,75 \pm 0,04$ mg/kg	0,02
5	$17,02 \pm 0,03$ мг/кг	0,03	$1,00 \pm 0,10$ mg/kg	0,03
6	$1,38 \pm 0,05$ mg/kg	0,03	$0,72 \pm 0,16$ mg/kg	0,04
7	$6,04 \pm 0,03$ mg/kg	0,03	$0,57 \pm 0,16$ mg/kg	0,04
8	$6,91 \pm 0,31$ mg/kg	0,04	$0,62 \pm 0,06$ mg/kg	0,04
9	$0,08 \pm 0,06$ mg/L	0,06	$0,12 \pm 0,06$ mg/L	0,05
10	$0,03 \pm 0,05$ mg/L	0,06	$0,03 \pm 0,06$ mg/L	0,05

Table 2 - Maximum permissible concentrations of copper and lead in the studied food products

Food product name	MPC (Cu), mg/kg or mg/L	MPC (Pb), mg/kg or mg/L
Rice	10 mg/kg	0,20 mg/kg
Buckwheat	10 mg/kg	0,20 mg/kg
Lentils	10 mg/kg	0,20 mg/kg
Peas	10 mg/kg	0,20 mg/kg
Cocoa	50 mg/kg	1,0 mg/kg
Turmeric	30 mg/kg	2,0 mg/kg
Coffee	30 mg/kg	0,50 mg/kg
Chocolate (cocoa content >50%)	30 mg/kg	1,0 mg/kg
Juice	5 mg/L	0,20 mg/L
Water	1,0 mg/L	0,01 mg/L

example, excessive evaporation of the product at the initial stage of acid mineralization or incomplete destruction of the organic matrix) or, more generally, by specific growth conditions of cereal crops. All other samples comply with the established standards, and the obtained values fall within the maximum permissible concentrations according to Ukrainian regulations for raw material and food quality control.

The accuracy of atomic absorption determination of copper and lead was verified using the standard addition method (Tables 3 and 4).

The analyte spike-and-recovery test is an important analytical procedure that allows assessment of how accurately a method determines an analyte in a real sample. For this purpose, a known amount of analyte (spike) is added to the sample, and the extent to which it

Table 3 – Validation of the accuracy of atomic absorption determination of copper in food products using the standard addition method (Mean±SD; n=5; p=0,95)

№ Sample	Content Cu, mg/kg (mg/L)	Entered, mg/kg (mg/L)	Find, mg/kg (mg/L)	S _r	% Recovery
1	1,21 ± 0,11 mg/kg	1,25 mg/kg	2,39 ± 0,10 mg/kg	0,04	94,4%
6	1,38 ± 0,15 mg/kg	1,25 mg/kg	2,52 ± 0,18 mg/kg	0,04	91,2%
10	0,34 ± 0,00 mg/L	0,30 mg/L	0,61 ± 0,00 mg/L	0,00	90%

Table 4 – Validation of the accuracy of atomic absorption determination of lead in food products using the standard addition method (Mean±SD; n=5; p=0,95)

№ Sample	Content Pb, mg/kg (mg/L)	Entered, mg/kg (mg/L)	Find, mg/kg (mg/L)	S _r	% Recovery
2	0,73 ± 0,01 mg/kg	0,75 mg/kg	1,44 ± 0,07 mg/kg	0,05	94,7%
4	0,75 ± 0,25 mg/kg	0,75 mg/kg	1,43 ± 0,21 mg/kg	0,04	90,7%
7	0,57 ± 0,16 mg/kg	0,75 mg/kg	1,36 ± 0,12 mg/kg	0,04	105,3%
10	0,31 ± 0,00 mg/L	0,30 mg/L	0,63 ± 0,00 mg/L	0,00	106,6%

is “recovered” relative to the standard is determined. This approach enables identification of issues such as matrix effects influencing the sample:

$$\text{Recovery} = \frac{\text{Find} - \text{Content}}{\text{Entered}} \cdot 100. \quad (1)$$

This method enables method validation by ensuring consistent detection of analytes in complex matrices, thereby guaranteeing the reliability of analytical measurements and research outcomes.

The analysis of metrological parameters demonstrates that the systematic mistake is negligible, while the recovery rate for the method lies within 90-110% for all experiments performed using this approach. This indicates satisfactory accuracy of the method and the reliability of the obtained results. Minor deviations may be associated with matrix

effects of the analyzed food products; however, the selected method is the primary approach for the quantitative determination of copper and lead in these samples.

The detection limit of analytes was evaluated using the atomic absorption method (Tables 5 and 6).

To assess the detection limit, blank solutions without analytes were prepared: into a 25 mL volumetric flask, 10 mL of a 1.5% nitric acid solution was added, followed by 2 mL of a 4% solution of the surfactant Triton X-100. The mixture was carefully homogenized and diluted to the mark with distilled water.

The direct evaluation of the detection limit was carried out by measuring 20 blank solutions, each with 5 parallel measurements for each element. Subsequently, the standard deviation of the background signal was calculated:

Table 5 – Evaluation of the detection limit C_{min} (µg/mL) of copper in atomic absorption analysis

A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	$\bar{A}$	S ₀	C _{min} , µg/mL
0	1	1	0	1	0,6	0,293	0,003
0	2	1	0	1	0,8	C _{min} (µg/mL) _{lit} =0,004	
1	1	2	0	1	1		
1	2	1	0	1	1		
0	1	2	0	1	0,8		
1	2	1	0	1	1		
1	0	0	2	0	0,6		
1	2	0	2	1	1,2		
1	0	2	2	1	1,2		
0	0	1	0	0	0,2		
1	2	2	1	2	1,6		
1	2	1	2	0	1,2		
0	1	2	1	1	1		
0	1	0	2	1	0,8		
1	0	1	1	0	0,6		
1	0	1	2	1	1		
1	2	1	0	1	1		
1	2	1	0	0	0,8		
1	0	1	0	2	0,8		
0	1	0	2	1	0,8		

Table 6 – Evaluation of the detection limit C_{min} (мкг/мл) of lead in atomic absorption analysis

A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	$\bar{A}$	S ₀	C _{min} , µg/mL
2	3	4	1	3	2,6	0,672	0,003
1	2	3	1	3	2	C _{min} (µg/mL) _{lit} =0,005	
2	3	3	2	2	2,4		
1	1	2	0	1	1		
1	2	0	1	1	1		
0	1	3	1	0	1		
2	0	2	1	1	1,2		
1	2	3	3	4	2,6		
2	1	0	4	3	2		
0	2	1	0	2	1		
0	0	0	0	0	0		
0	1	0	1	2	0,8		
1	3	3	2	0	1,8		
1	2	3	1	2	1,8		
2	2	1	1	2	1,6		
1	2	2	1	3	1,8		
2	0	2	0	0	0,8		
1	2	1	2	2	1,6		
3	2	2	1	2	2		
2	1	3	0	2	1,6		

$$S_0 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2} . \quad (2)$$

Next, the detection limit was calculated as follows:

$$C_{\min} = 3S_0/S \quad (3)$$

where S is the sensitivity coefficient, which is equal to $\text{tg}\alpha$.

The detection limits of copper and lead were evaluated and found to be 0,003 and 0,003 $\mu\text{g}/\text{mL}$, respectively. Both values are lower than those reported in the literature, which is attributed to the improved sensitivity of analyte determination achieved in this study.

4. Conclusions

Complete extraction of analytes from the samples and homogeneity of the analyzed solutions were achieved through ultrasonic treatment. The use of aqueous surfactant solutions resulted in increased sensitivity of analyte determination in multicomponent samples. The developed method complies with the principles of “green chemistry” and is characterized by enhanced metrological characteristics, including accuracy, sensitivity, and precision.

References

1. Prabhas L., Agrawal M., Mishra K. N. Heavy Metal Detection Using AAS (Atomic Absorption Spectroscopy) in Leafy Vegetables: Part I. *International Journal of Food and Nutritional Sciences*, 2012, Vol. 11, Spec. Iss. 2, 1007–1015.
2. Feist, B., Mikula, B., Pytlakowska, K., Puzio, B. & Buhl, F. Determination of heavy metals by ICP-OES and F-AAS after preconcentration with 2,2'-bipyridyl and erythrosine. *Journal of Hazardous Materials*, 2008, 152(3), 1122–1129. <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2007.07.095>
3. Hasan S., Faroque M.O. Determination of Selected Heavy Metals in Food and Water Consumed by Households. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*, 2020, 53(2), 117–128.
4. Francisco, B. B. A.; Brum, D. M.; Cassella, R. J. Determination of Metals in Soft Drinks Packed in Different Materials by ETAAS. *Food Chem.* 2015, Vol. 185, 488–494. DOI: 10.1016/j.foodchem.2015.04.020.
5. Özdemir S., Kılınç E., Toksoy Oner E. Preconcentrations and determinations of copper, nickel and lead in baby food samples employing *Coprinus silvaticus* immobilized multi-walled carbon nanotube as solid phase sorbent. *Food Chemistry*, 2019, Vol. 276, 174–179. DOI: 10.1016/j.foodchem.2018.07.123.
6. Altıntaş E., Hişir M., Altundağ H. Determination of Cr, Cu, Fe, Ni, Pb and Zn by ICP-OES in Mushroom Samples from Sakarya, Turkey. *Sakarya University Journal of Science*, 2017, 21(3), 496–504. DOI: 10.16984/soaufenbilder.283292.
7. Senila, M. Recent Advances in the Determination of Major and Trace Elements in Plants Using Inductively Coupled Plasma Optical Emission Spectrometry. *Molecules*, 2024, 29(13), Article 3169. DOI: 10.3390/molecules29133169.
8. Rantaša M., Majer D., Godec L., Kolšek G. ICP-MS-based determination of heavy metals and associated health risks in vegetables, ice creams and wines in Slovenia. *International Journal of Environmental Analytical Chemistry*, 2025. DOI: 10.1080/03067319.2025.2534031.
9. Huang M., Li X. Quantitative Detection of Toxic Elements in Food Samples by Inductively Coupled Plasma Mass Spectrometry (ICP-MS). *Processes*, 2025, 13(10), Article 3361. – DOI: 10.3390/pr13103361.
10. Pothuraju N., Pogula H. K., Jagdale R., Vadla U. K., Gajbhiye R. L., Parihar V. K., Velayutham R., Peraman R. ICP-MS-based quantitative analysis of multi-elements in commonly edible products using different microwave-assisted acid extraction (MW-AAE) methods. *Research Square*, 2023. – DOI: 10.21203/rs.3.rs-3332241/v1.
11. Shimadzu Corporation. Application Note No. 13667. Sample Preparation and Measurement Conditions for Atomic Absorption Spectrometry; Shimadzu: Kyoto, Japan. Available online: https://www.shimadzu.com/an/sites/shimadzu.com/an/files/pim/pim_document_file/applications/application_note/13667/ipb420004.pdf (issued on 10.12.2025)
12. Matloob, M. H. Using Stripping Voltammetry to Determine Heavy Metals in Cooking Spices Used in Iraq. *Polish Journal of Environmental Studies*, 2016, 25(5), 2057–2070. DOI: 10.15244/pjoes/62401.
13. Kim Y. H., Kim G. Determination of Heavy Metals in Sea Salt Using Anodic Stripping Voltammetry. *Food Eng. Prog.*, 2017, 21(2), 180–186. DOI: 10.13050/foodengprog.2017.21.2.180.
14. Mousa S. A.-Q. S. Determination of Lead and Cadmium in Food by Anodic-Stripping Voltammetry. II. Oxidation of Galactose. Master's Thesis, *An-Najah National University, Nablus, Palestine*, 2004.
15. Byers H. L., McHenry L. J., Grundl T. J. XRF Techniques to Quantify Heavy Metals in Vegetables at Low Detection Limits. *Food Chem.* 2018, Vol. 1, Article 100001. DOI: 10.1016/j.fochx.2018.100001.
16. Johnson-Restrepo B., Blain E., Judd C., Tysoe A., Parsons P. J. New Developments in Monochromatic Energy-Dispersive X-Ray Fluorescence Instrumentation for Monitoring Toxic Elements in Food Matrices: Advantages and Limitations. *Radiation Phys. Chem.*, 2025, Vol. 234, Article 112749. DOI: 10.1016/j.radphyschem.2025.112749.
17. Bruno P., Casell M., de Gennaro G., Ielpo P., Ladisa T., Placentino C. Ion Chromatography Determination of Heavy Metals in Airborne Particulate with Preconcentration and Large Volume Direct Injection. *Chromatographia*, 2006, 64(9-10), 537–542. DOI: 10.1365/s10337-006-0068-7.
18. Han, Y.; Tian, Y.; Li, Q.; Yao, T.; Yao, J.; Zhang, Z.; Wu, L. Advances in Detection Technologies for Pesticide Residues and Heavy Metals in Rice: A Comprehensive Review of Spectroscopy, Chromatography, and Biosensors. *Foods*, 2025, 14(6), Article 1070. DOI: 10.3390/foods14061070.
19. Lata, S.; Ghazi Ansari, N. Analytical Techniques for Heavy Metal Analysis. *Heavy Metal Contamination in the Environment: Health Impacts and Potential Remediation Approaches*; Singh, V.; Kumar, A.; Mishra, A.; Rai, S. N., Eds.; Routledge/Taylor & Francis: London, 2024; DOI: 10.1201/9781032685793-12.
20. Yurchenko O., Baklanov A., Chernozhuk T. Chemical applications of ultrasound. On the use of ultrasound in the analyses and technology of brains and sodium chloride solutions. Lambert academic publishing. 2021, 185 p.

21. Kumar K., Srivastav S., Sharanagat V. S. Ultrasound assisted extraction (UAE) of bioactive compounds from fruit and vegetable processing by-products: A review. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2020, Vol. 70, Article 105325. DOI: 10.1016/j.ultsonch.2020.105325.
22. Hsu K.-C., Lee C.-F., Chao Y.-Y., Hung C.-C., Chen P.-C., Chiang C.-H., Huang Y.-L. Ultrasound-assisted hollow fiber/ionic liquid-based liquid phase microextraction using an ionic liquid solvent for preconcentration of cobalt and nickel ions in urine samples prior to FAAS determination. *Journal of Analytical Atomic Spectrometry*, 2016, Vol. 31, Issue 11, 2083–2090. DOI: 10.1039/C6JA00183A.
23. Taylor A. W., Jackson T. A., Chao P. D., Huang W., Leone L. Determination of Arsenic, Cadmium, Mercury and Lead in Foods by Pressure Digestion and Inductively Coupled Plasma-Mass Spectrometry: First Action 2013.06. *Journal of AOAC International*, 2014, Vol. 97, No. 4, 934–939. DOI: 10.5740/jaoacint.13-061.
24. Ortega G. S., Pécheyran C., Hudin G., Marosits E., Donard O. F. X. Different approaches of crude oil mineralisation for trace metal analysis by ICP-MS. *Microchemical Journal*, 2013, Vol. 106, P. 250–254. DOI: 10.1016/j.microc.2012.07.012.
25. Grebneva-Balyuk O. N., Kubrakova I. V., Tyutyunnik O. A., Lapshin S. Yu., Pryazhnikov D. V. Multielement analysis of oil by ICP-AES and ICP-MS with microwave-assisted sample preparation. *J. Anal. Chem.*, 2021, 76(3), 306–314. DOI: 10.1134/S1061934821030047.

Надійшла (Received) 11.12.2025

Прийнята до друку (accepted for publication) 15.04.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Юрченко Олег Іванович – проф. кафедри неорганічної та аналітичної хімії ХНУ імені В.Н. Каразіна, д.х.н., професор, e-mail: yurchenko@karazin.ua, ORCID: 0000-0002-7117-4556

Yurchenko Oleh Ivanovych – professor of Department of Inorganic and Analytical Chemistry of V. N. Karazin Kharkiv National University, DSc (chemistry), e-mail: yurchenko@karazin.ua, ORCID: 0000-0002-7117-4556

Черножук Тетяна Василівна – доц. кафедри неорганічної та аналітичної хімії ХНУ імені В.Н. Каразіна, к.х.н., доцент, e-mail: t.chernohyk@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-5580-7838

Chernozhuk Tetyana Vasylivna – associate professor of Department of Inorganic and Analytical Chemistry of V. N. Karazin Kharkiv National University, PhD, associate professor, e-mail: t.chernohyk@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-5580-7838

Шевченко Іван Романович – аспірант кафедри неорганічної та аналітичної хімії ХНУ імені В.Н. Каразіна, e-mail: i.shevchenko@karazin.ua, ORCID: 0009-0002-6944-4016

Shevchenko Ivan Romanovych – postgraduate student of Department of Inorganic and Analytical Chemistry of V. N. Karazin Kharkiv National University, e-mail: i.shevchenko@karazin.ua, ORCID: 0009-0002-6944-4016

Бакланов Олександр Миколайович – проф. кафедри неорганічної та аналітичної хімії ХНУ імені В.Н. Каразіна, д.х.н., професор, e-mail: o.baklanov@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-9396-5204

Baklanov Oleksandr Mykolayovych – prof. Department of Inorganic and Analytical Chemistry of V. N. Karazin Kharkiv National University, PhD, professor, e-mail: o.baklanov@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-9396-5204

Атомно-абсорбційне визначення міді та свинцю в продуктах харчування з використанням ультразвуку

О.І. Юрченко, Т.В. Черножук, І.Р. Шевченко, О.М. Бакланов

Анотація

Встановлено оптимальні умови для повного вилучення аналітів із зразків харчових продуктів. Показано ефективність ультразвукової пробопідготовки, яка забезпечує однорідність та стабільність аналізованих розчинів. Підвищено чутливість визначення міді та свинцю атомно-абсорбційним методом шляхом оптимізації параметрів пробопідготовки, розведення та використання водних розчинів Тритон X-100 ($\omega = 4\%$). Методом стандартних добавок підтверджено правильність результатів аналізу, показник відновлення становить для міді 90-94%, для свинцю – 91-107%. Атомно-абсорбційним методом визначено межі виявлення аналітів ($c_{\min}$): для міді $c_{\min}$ (мкг/мл)=0,003 ($c_{\min \text{ літ}}$ (мкг/мл)=0,004), для свинцю $c_{\min}$ (мкг/мл)=0,003 ($c_{\min \text{ літ}}$ (мкг/мл)=0,005). Показано, що правильність та відтворюваність отриманих результатів, за даною методикою, відповідає вимогам аналітичного контролю зразків харчових продуктів.

Ключові слова: свинець, мідь, ультразвукова обробка, метрологічні характеристики, продукти харчування.

PREREQUISITES FOR THE DECOMPOSITION OF NOISE AND RANDOM ERRORS IN PRESSURE MEASUREMENT ON COMPLEX TECHNICAL OBJECTS

O. V. Poliarus, Ya. S. Medvedovska

Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv, Ukraine

Abstract

The article analyzes the possibilities of noise and random errors decomposition in pressure measurement on complex technical objects, which is an important task for non-destructive testing of sensors, the dynamic characteristics of which are determined by the accumulation of hydrodynamic noise. Statistical approaches to separating measurement errors from noise are considered and their limitations are demonstrated. Mathematical modeling is carried out for different signal-to-noise ratios, and the influence of noise and error characteristics on measurement results is investigated. It is shown that at high signal-to-noise ratio values (above 20 dB), effective separation of noise and random errors becomes possible. High-quality separation is achieved using the maximum likelihood method when a priori information about the signal is available. For multichannel systems, the effectiveness of singular value decomposition (SVD) and improved empirical mode decomposition (IEMD) methods is studied. These methods allow for the decomposition of signal, noise, and measurement errors with varying efficiency depending on the conditions. It is established that the best separation results are obtained when IEMD is combined with preliminary signal processing. Neural networks also provide high-quality separation in extreme cases where either noise or errors dominate. The obtained results confirm the feasibility of separating noise and random errors in practical pressure measurement applications, although precise determination of their instantaneous values remains a challenging problem.

Key words: non-destructive testing, pressure measurement channel, separation of noise and random measurement errors

1. Introduction

In information and measurement technologies, uncertainty and measurement errors of signal parameters are among the most important indicators. Their accurate estimation is achieved at high signal-to-noise ratios (SNR). This leads to the requirement of minimizing noise during measurements, which often results in additional costs.

However, there are cases where noise carries information about the state of a technical object. In such situations, reducing the noise energy is not meaningful. For example, the time constant of a pressure measurement channel (PMC) in large technical systems can be determined by accumulating hydrodynamic noise from the measurement line, which is a water-filled pipe transmitting pressure from the installation to the sensors [1]. Along with noise, random measurement errors are also accumulated in such cases, since they are difficult to distinguish from noise. As a result, the accuracy of estimating the PMC time constant decreases, and the non-destructive testing method for the measurement channel may become ineffective. In addition to large technical systems, hydraulic measurement lines are also implemented in micro-measurement systems, where similar problems may arise [2], [3], [4]. Therefore, the problem of separating noise (or multiple noise components) from random measurement errors becomes highly relevant.

The aim of this paper is to analyze the conditions under which effective separation of random measurement errors and noise can be achieved for application in non-destructive testing of pressure measurement channel parameters.

2. Problem Statement

In the general case, distinguishing between noise and random measurement errors is impossible, since their statistical characteristics may be similar. However, in many situations they can differ. In addition, the absolute

values of measurement errors are typically proportional to the signal amplitude, unlike noise. Therefore, there exists a certain correlation between the signal and the absolute measurement errors, whereas noise is independent of the signal. This creates the possibility of distinguishing between noise and measurement errors.

3. Analysis of Recent Publications

The separation of measurement errors from the signal itself and from noise is also an important problem in imaging, geophysics, remote sensing, and spectroscopy. This problem often requires regularization of an ill-posed problem and the decoupling of deconvolution from denoising steps in order to improve noise suppression while preserving signal integrity [5]. In [6], robust projection filtering is introduced to suppress seismic noise outliers without degrading the informational content of the signal. The concept of multiresolution serves as a theoretical foundation for stepwise denoising methods that separate signal and noise at different scales [7], [8]. A similar two-stage procedure of denoising and deconvolution for magnetic resonance imaging is presented in [9]. A pragmatic conclusion regarding the necessity of accurate modeling for separating noise and measurement errors is drawn in [10]. The use of generative adversarial networks (GANs) enables the separation of signals and non-stationary noise [11]. The combination of GAN and WGAN-GP improves adaptation to nonlinear noise patterns in physiological signals [12]. Multi-scale and transform-domain approaches are capable of separating structured or non-stationary signal-dependent noise from the true signal content [13]. For non-Gaussian noise, outlier-aware denoising frameworks are more effective than simple Gaussian smoothing [14]. An analysis of recent publications shows that many studies focus on noise

suppression while ensuring minimal signal distortion. Random measurement errors are rarely considered in most works. Such limitations may become critical in non-destructive testing of PMC. This paper evaluates the possibilities of separating noise and random measurement errors in both single-channel and multi-channel PMCs.

4. Possibilities of Separating Noise and Random Measurement Errors in a Single-Channel Measurement System

The results were obtained based on mathematical modeling under the following conditions. At the output of the pressure measurement channel there is a random process $y(t)$, whose realization is represented as the sum of a deterministic signal $s(t)$, random measurement errors $\varepsilon(t)$ and noise $n(t)$. Three cases are considered. In the first case, the deterministic signal consists of the sum of a constant component A_0 and three harmonic components with different amplitudes A_i , frequencies f_i and phases φ_i ($i = \overline{1,3}$). The measurement error $\varepsilon(t)$ is assumed Gaussian with zero mean and a standard deviation proportional to the signal amplitude $|s(t)|$, while the noise $n(t)$ is uniformly distributed. This has been confirmed experimentally in [15].

The signal model is described by the following expression:

$$y(t) = s(t) + \varepsilon(t) + n(t), \quad (1)$$

where

$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^3 A_k \sin(2\pi f_k t + \varphi_k). \quad (2)$$

The modeling was carried out for the following values of amplitudes A_i , frequencies f_i and phases φ_i and phases ($i = \overline{1,3}$): $A_0 = 3$; $A_1 = 2.0$; $A_2 = 1.2$; $A_3 = 0.7$; $f_1 = 5$; $f_2 = 13$; $f_3 = 37$ Hz; $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/4$; $\varphi_3 = \pi/3$.

In the second case, the logarithm of the realization is used instead of the realization of the random process, while all other conditions remain the same as in the first case. Logarithmic transformation is applied to break the multiplicative relationship between the absolute values of measurement errors and the signal amplitude. The signal model is described by the following expression:

$$z(t) = \log(y + c), \quad (3)$$

where c is a dynamic offset that ensures positivity – the logarithmic transformation compresses the amplitude range, reduces right skewness, and shifts the probability density function toward symmetry.

The third case is identical to the first one, except that the noise follows a Gaussian distribution, similar to the distribution of measurement errors.

The three modes are controlled by two parameters e_c (error scale the proportional error coefficient) and the noise amplitude σ_n . During the modeling, specific values of these parameters e_c and σ_n were selected, as presented in Table 1.

Table 1 – Characteristics of regimes by variance level

Regimes	e_c	σ_n	Dominant effect
A	0.40	0.05	Error variance $\gg$ noise variance
B	0.02	1.80	Noise variance $\gg$ error variance
C	0.18	0.55	Both variances are comparable

The three regimes differ in the criterion of variance dominance and the presence of logarithmic transformation and Gaussian noise.

Examples of time-domain realizations of the random process for the three cases and three regimes are presented in Fig. 1. The deterministic signal is superimposed as a reference. The probability density functions with superimposed Gaussian reference distributions are shown in Fig. 2. The summary bar charts of the mean value, standard deviation, skewness magnitude, and kurtosis are presented in Fig. 3.

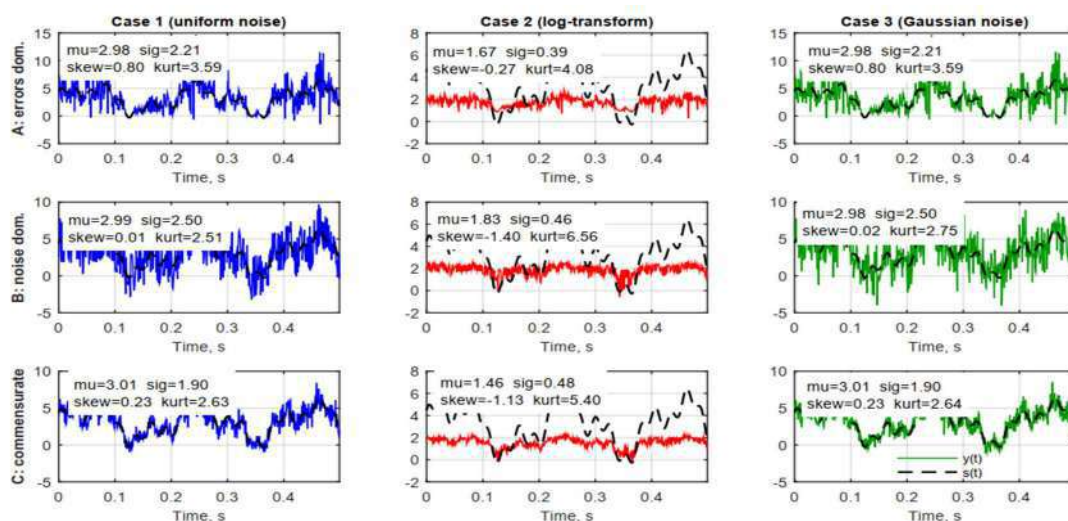


Fig. 1. Examples of time-domain realizations of the random process over the interval up to 0.5 s for three cases and three simulated regimes

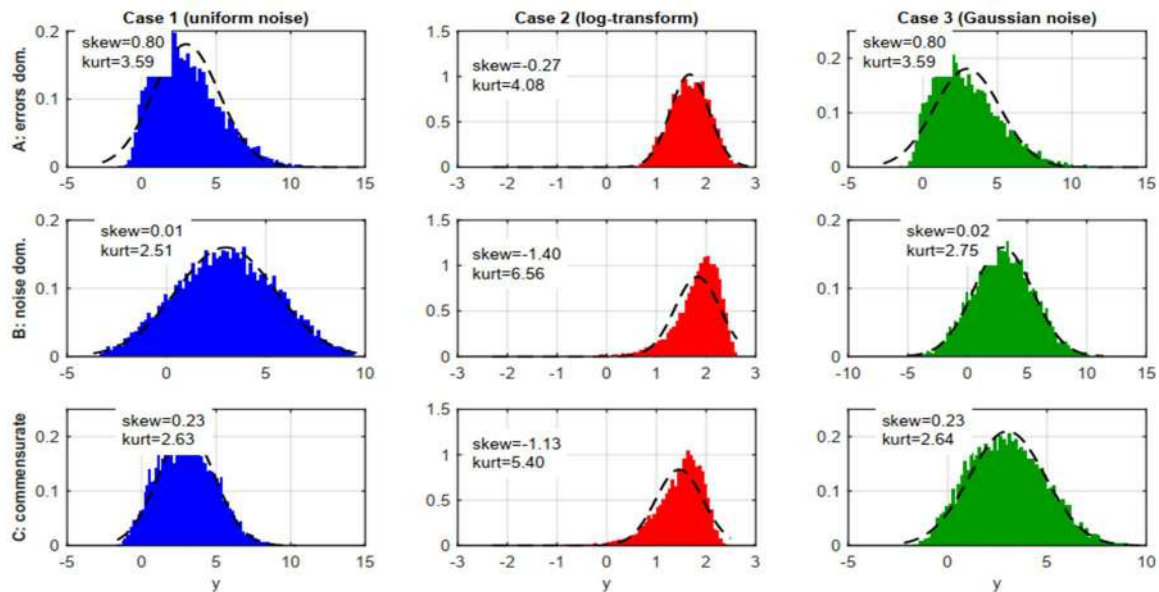


Fig. 2. Probability density functions with superimposed Gaussian curves and annotations of skewness and kurtosis

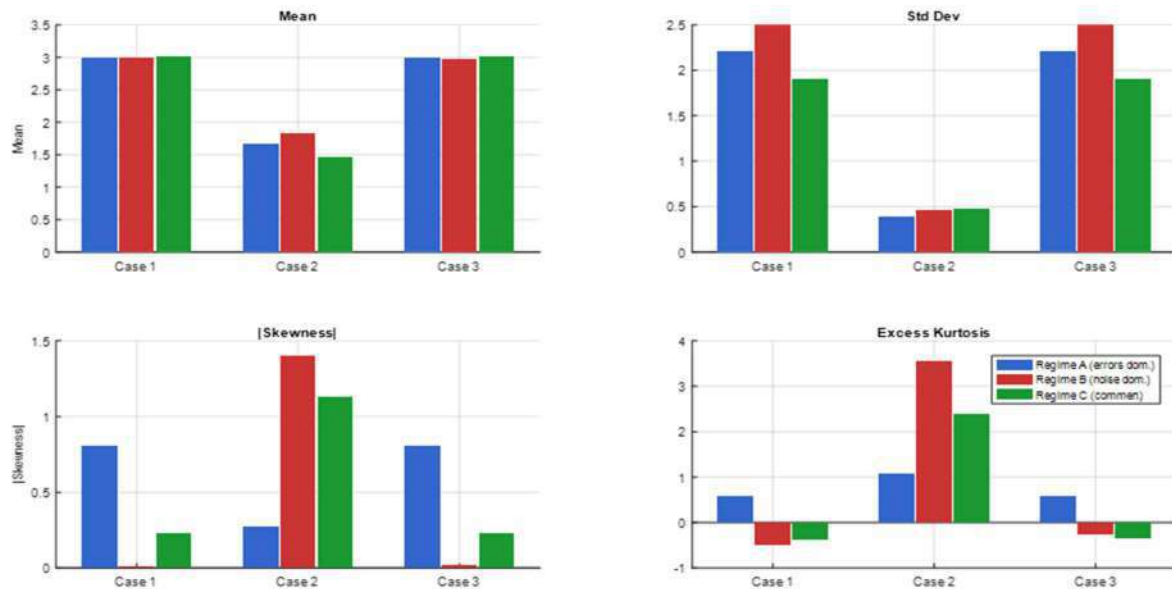


Fig. 3. Summary bar charts of the mean value, standard deviation, |skewness|, and kurtosis

From the analysis of Figs. 1–3, as well as other simulation results, the following conclusions can be drawn:

1. When measurement errors dominate over noise, the kurtosis deviates from 3 (non-Gaussian residuals are visible in the tails of the probability density function (PDF)), the lower bound of the power spectral density (PSD) increases at all frequencies, and the autocorrelation function (ACF) exhibits a persistent similarity to the signal structure $s(t)$.

2. When noise dominates over measurement errors, the PDF broadens toward the noise distribution (nearly uniform in Cases 1–2 and Gaussian in Case 3), the ACF rapidly decorrelates, and harmonic peaks in the PSD are masked.

3. When measurement errors and noise are comparable, mixed statistics are observed; the kurtosis

takes intermediate values between the two extremes. Case 3 produces a PDF that is noticeably more Gaussian than in Cases 1–2.

4. The skewness of the probability density distribution differs significantly for the logarithmic signal representation compared to Cases 1 and 3 (Fig. 3), which may serve as an indicator for distinguishing between the three cases.

5. Changing the noise distribution and making it identical to the distribution of measurement errors does not lead to significant changes in the statistical characteristics of the signals.

The generalized statistical characteristics of the random process are presented in Table 2.

General conclusion: no reliable statistical indicators for separating random measurement errors and noise have been identified.

Table 2 – The results of statistical analysis of the random process in different regimes

Case A: Measurement errors dominate				
Process characteristics	Mean	Variance	Symmetry	Kurtosis
Uniform noise distribution	2.9820	4.8805	0.8043	3.5875
Logarithm of the signal	1.6700	0.1526	-0.2733	4.0763
Gaussian noise	2.9830	4.8810	0.8044	3.5910
Case B: Noise dominates				
Process characteristics	Mean	Variance	Symmetry	Kurtosis
Uniform noise distribution	2.9913	6.2275	0.0076	2.5079
Logarithm of the signal	1.8267	0.2073	-1.4043	6.5600
Gaussian noise	2.9789	6.2287	0.0192	2.7466
Case C: Measurement errors and noise are comparable				
Process characteristics	Mean	Variance	Symmetry	Kurtosis
Uniform noise distribution	3.0067	3.6121	0.2289	2.6256
Logarithm of the signal	1.4615	0.2271	-1.1294	5.4004
Gaussian noise	3.0109	3.6200	0.2316	2.6396

To simplify the problem, let us assume that the signal shape $s(t)$ is known, for example, from reference measurements. To distinguish between noise and measurement errors, it is reasonable to use well-known methods such as maximum likelihood estimation (MLE)

and statistical hypothesis testing (hypothesis H_1 : measurement errors exceed a threshold; H_0 : errors do not exceed the threshold). The maximum likelihood estimate of the pointwise standard deviation of measurement errors as a function of the signal-to-noise ratio is shown in Fig. 4.

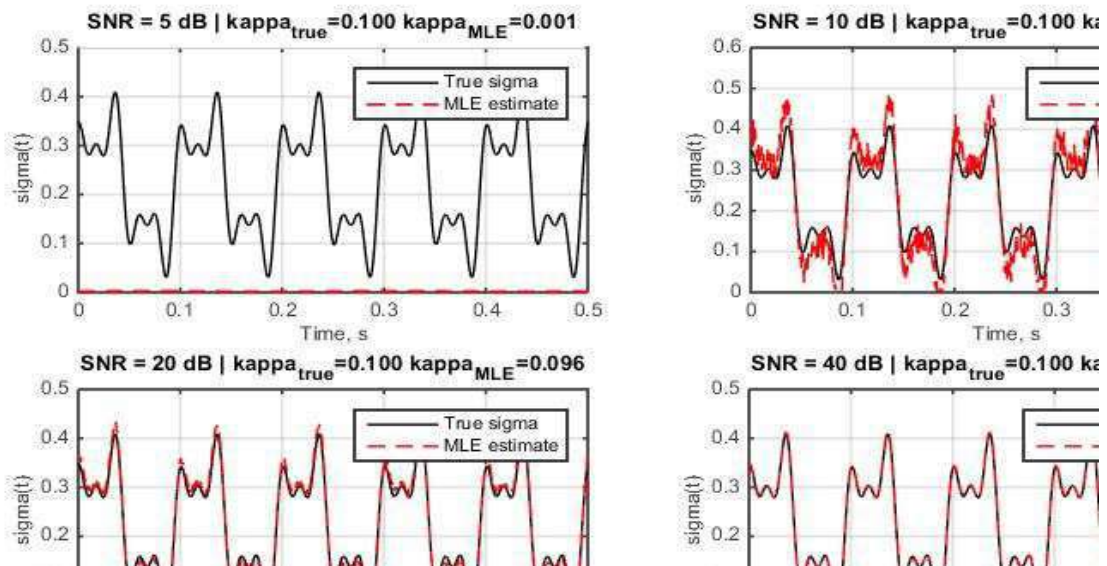


Fig. 4. Maximum likelihood estimation of the pointwise standard deviation of measurement errors as a function of the signal-to-noise ratio (SNR)

From Fig. 4 it follows that for SNR values exceeding 20 dB, the application of MLE makes it possible to accurately estimate measurement errors under the given conditions. The root mean square error (RMSE) estimates with a confidence probability of 95%, obtained using the MLE method, are shown in Fig. 5. For SNR values above 25 dB, these estimates are close to the true value determined during modeling.

Histograms of the distribution of random measurement errors at different signal-to-noise ratios are presented in Fig. 6. For different hypotheses H_1 and H_0 they are well separated when the SNR exceeds 10 dB.

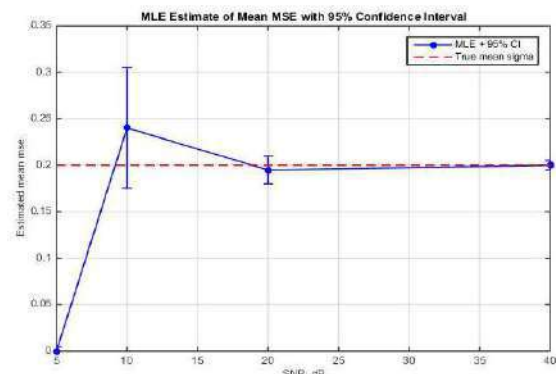


Fig. 5. Variation of measurement uncertainty with increasing SNR.

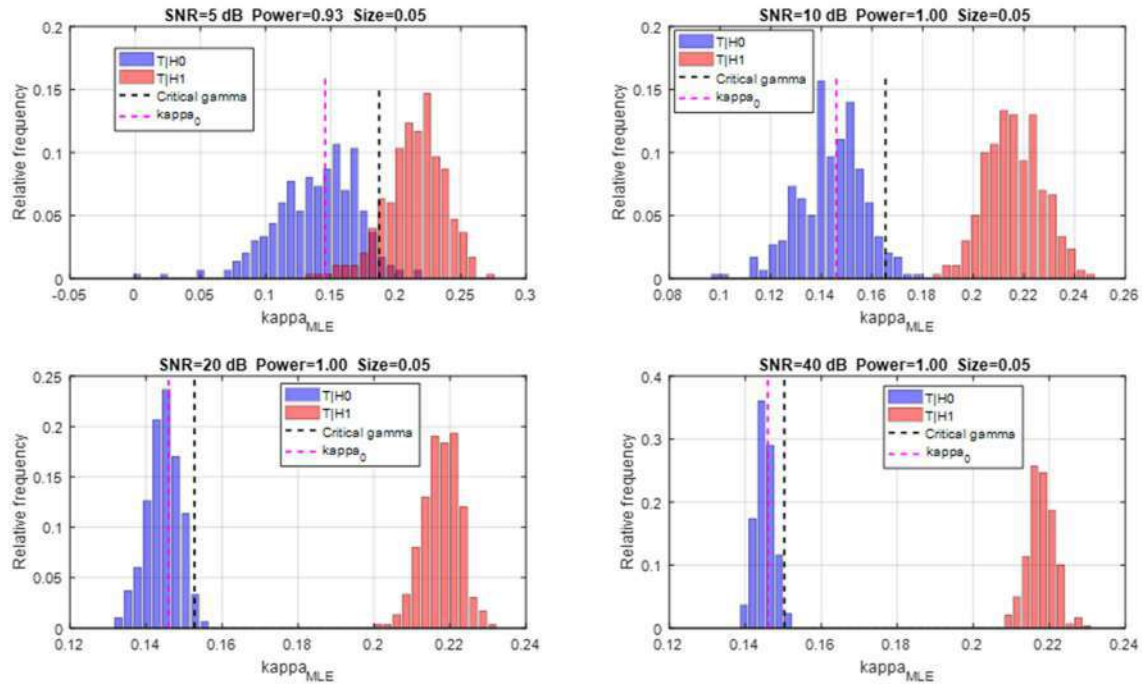


Fig. 6. Histograms of the distribution of random measurement errors under the conditions where they exceed the threshold (H_1) and are below the threshold (H_0) for different SNR values

Fig. 7 shows the dependence of statistical power ($1 - \beta$) on the SNR. This represents the probability of correctly rejecting a false null hypothesis and is typically set at 80% or higher to avoid false negatives (Type II errors).

The obtained results show that the statistical power approaches 100% at signal-to-noise ratios exceeding 10 dB.

Conclusion: High performance in separating noise and measurement errors is achieved due to the availability of prior information about the signal form. At SNR values above 20 dB, and in some cases even above 10 dB, MLE and statistical hypothesis testing methods are able to separate noise and random measurement errors.

In the absence of prior information about the signal form, neural networks can be used to separate noise and measurement errors. The correlation between the absolute measurement error and the signal amplitude serves as the basis for training the neural network. Since the bandwidth of the noise spectrum is much wider than the sum of the signal and its measurement errors, this is used to train it. The trained neural network classified previously unseen noise and measurement errors according to the following criterion: if the noise amplitude exceeded the amplitude of the absolute measurement errors, the output was 1, indicating noise dominance; otherwise, the output was 0, indicating that measurement errors dominate over noise. The entire dataset of generated random signal realizations was divided into training (70%), validation (15%), and test (15%) sets. For classification of noise and random measurement errors, a neural network with one hidden

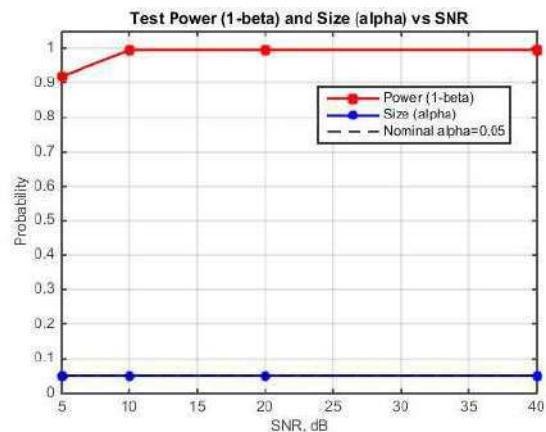


Fig. 7. Dependence of statistical power on the signal-to-noise ratio

layer containing 20 neurons and a sigmoid activation function was used. The simulation was performed in batch regime with forward and backward propagation, using 1000 realizations per batch. The learning rate was set to 0.01, and the number of epochs was 100.

Examples of simulation results for the case of dominant measurement errors are presented in Fig. 8.

For the case where noise dominates over measurement errors, similar plots can be obtained. Thus, even a simple neural network makes it possible to separate noise and measurement errors based on the dominance criterion, which is of great importance for utilizing noise in non-destructive testing of PMC.

Unfortunately, it is not possible to estimate the level of comparable noise and measurement errors in this way.

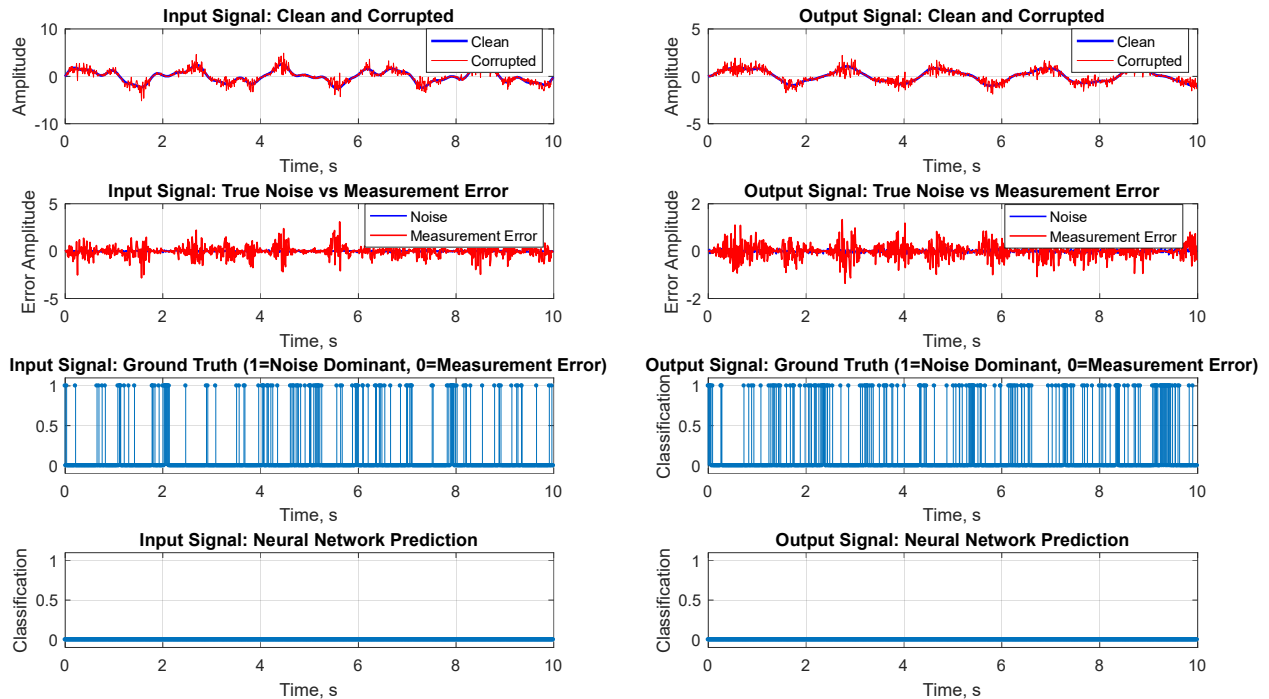


Fig. 8. Examples of sensor input and output signals with noise and measurement errors and their prediction by a neural network in the case when measurement errors dominate over noise

5. Possibilities of Separating Noise and Random Measurement Errors in a Multichannel Measurement Information System

Let's consider a situation that is typical for measuring pressure at man-made hazardous facilities. Through the measuring line (water pipe), the same pressure is transmitted to several linear inertial pressure sensors at once, ensuring the reliability of obtaining pressure information. Thus, a single-channel measurement system is transformed into a multichannel one. Four identical pressure sensors were selected for modeling, the inputs of which receive the same random process, which is the sum of the deterministic signal, random measurement errors, and noise (see expression (1)). The mean value of the sensors' time constant is 0.2 s, while a small variation in the time constants follows a Gaussian distribution. As before, the absolute values of random measurement errors are proportional to the amplitude of the deterministic signal. The distribution of measurement errors differs from that of the noise. The main objective is to separate noise and measurement errors based on the output signals of the sensors. The possibility of separating noise and signal in a multichannel system using singular value decomposition (SVD) was evaluated in [16]. In this paper, the problem is more complex, as it requires separating random noise and measurement errors that are correlated with the signal amplitude. To solve this problem, it is advisable to use SVD and supplement it with improved empirical mode decomposition (IEMD) [17].

SVD enables the separation of signal components (low-rank matrices) from noise components (higher-rank matrices) in multichannel datasets. IEMD improves the standard empirical mode decomposition (EMD) by overcoming its limitations, such as mode mixing and sensitivity to noise. Key improvements include the use of enhanced interpolation methods and mitigation of mode mixing.

The outputs of the four pressure sensors form an observation matrix $\mathbf{Y} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$, where the unitary matrices $\mathbf{U}$ and $\mathbf{V}$ contain the left and right orthonormal singular vectors, respectively, and Σ is the matrix of singular values. After computing these matrices, the singular values are separated based on cumulative energy: components that account for $\geq 99\%$ of the total energy are considered as the correlated subspace (signal + proportional error), while the remaining components are treated as the incoherent noise subspace. The noise estimate is obtained as the mean value of the low-energy reconstruction. Within the correlated subspace, sensors whose bandwidth matches the signal spectrum extract the signal, while the residual is treated as an estimate of the measurement error.

First, the signals from the four channels are averaged to suppress independent noise by approximately 6 dB (coherent gain). The averaged signal is decomposed into intrinsic mode functions (IMFs) using a dedicated function implementing the standard sifting algorithm with cubic spline envelopes. IMFs represent simple oscillatory modes from high to low frequencies, providing localized instantaneous frequency

analysis, which generally outperforms the Fourier transform for non-stationary data. The mean frequency of each IMF is estimated based on its zero-crossing rate. The IMFs are then classified according to the following criteria: frequencies above 80 Hz correspond to noise; frequencies from 30 Hz to 80 Hz correspond to proportional measurement error; and frequencies below 30 Hz correspond to the deterministic signal.

Examples of the decomposition of the signal realization $y(t)$ into IMFs are shown in Fig. 9.

Frequency-based classification made it possible to isolate noise in the first mode and signal components in the remaining five modes. However, it was not possible to isolate the measurement errors.

The results of decomposing the signal realization $y(t)$ into the signal $s(t)$, noise $n(t)$ and measurement error $\varepsilon(t)$ components using IEMD are presented in Fig. 10. The nature of the components obtained using SVD is similar.

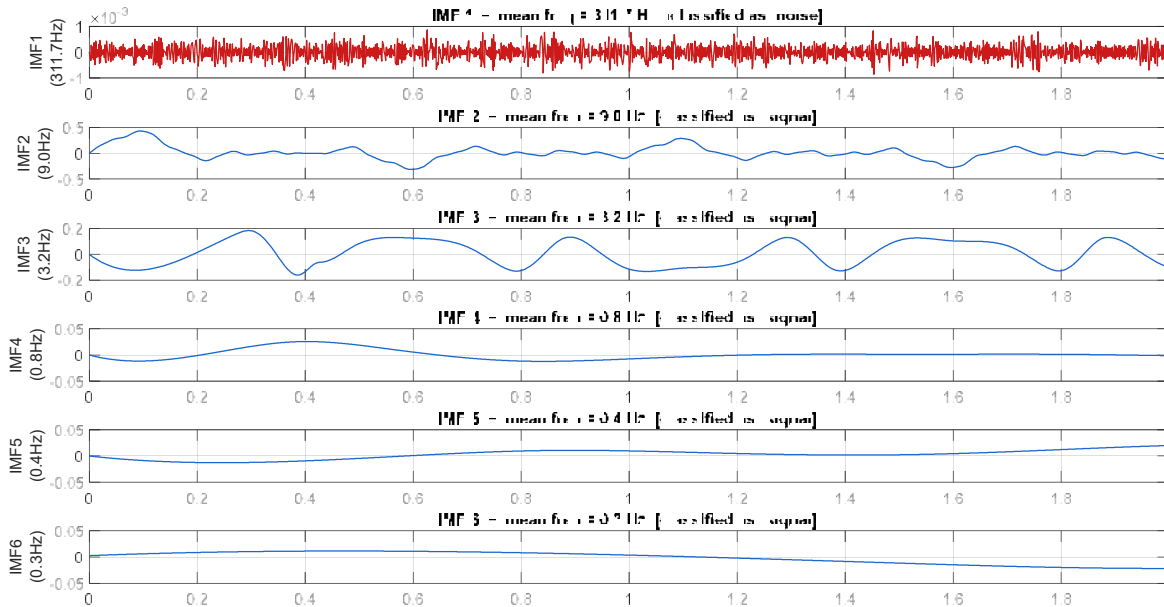


Fig. 9. IEMD components with frequency-based classification signal and noise at SNR = 15 dB

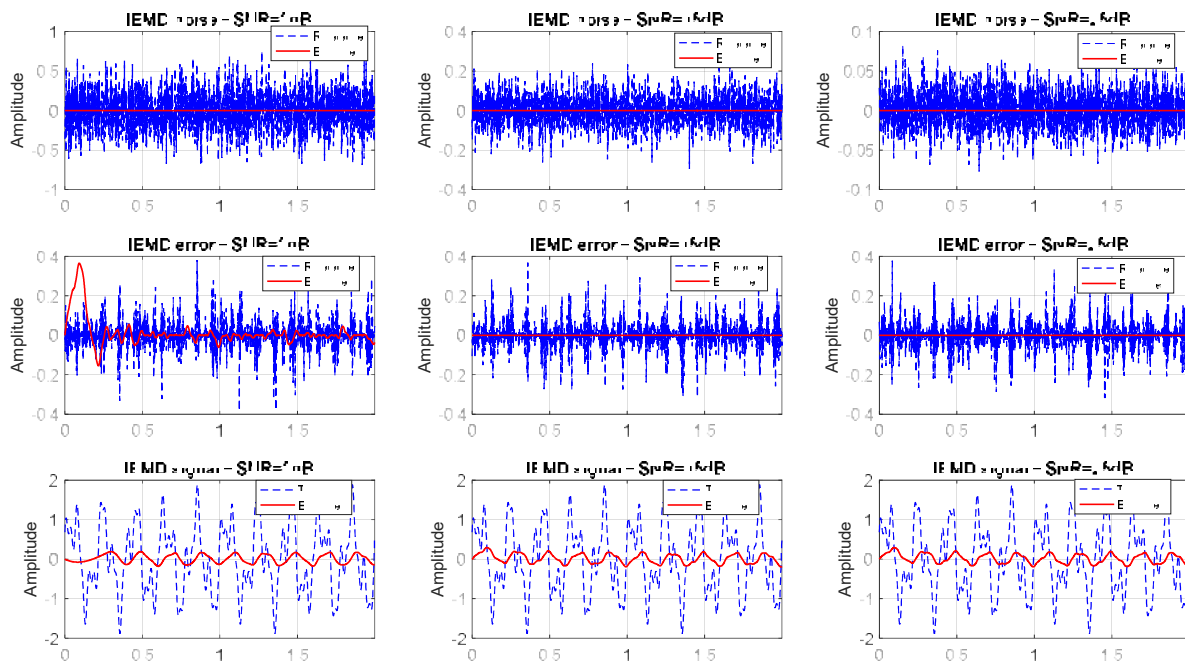


Fig. 10. Results of decomposition a random process realization into signal, measurement errors, and noise based on IEMD for three SNR levels

From Fig. 10, it follows that the SVD and IEMD methods effectively extract the mean values of measurement errors and noise, as well as the signal dynamics. The instantaneous signal values are determined unsatisfactory.

The quality of separation between noise and measurement errors is illustrated in Fig. 11, which shows the increase in SNR achieved by removing either noise or measurement errors. Indeed, the greater the amount of noise removed from the random process, the higher the resulting SNR; conversely, when

measurement errors are removed while the noise level remains unchanged, the SNR decreases.

Fig. 11 shows that IEMD is more effective than SVD in extracting both noise and measurement errors at SNR values below 15 dB. When the SNR exceeds 20 dB, SVD demonstrates better performance. On the other hand, the maximum SNR improvement is relatively small, amounting to about 2.5 dB.

The empirical probability density functions of noise and measurement errors obtained using SVD and IEMD are shown in Fig. 12.

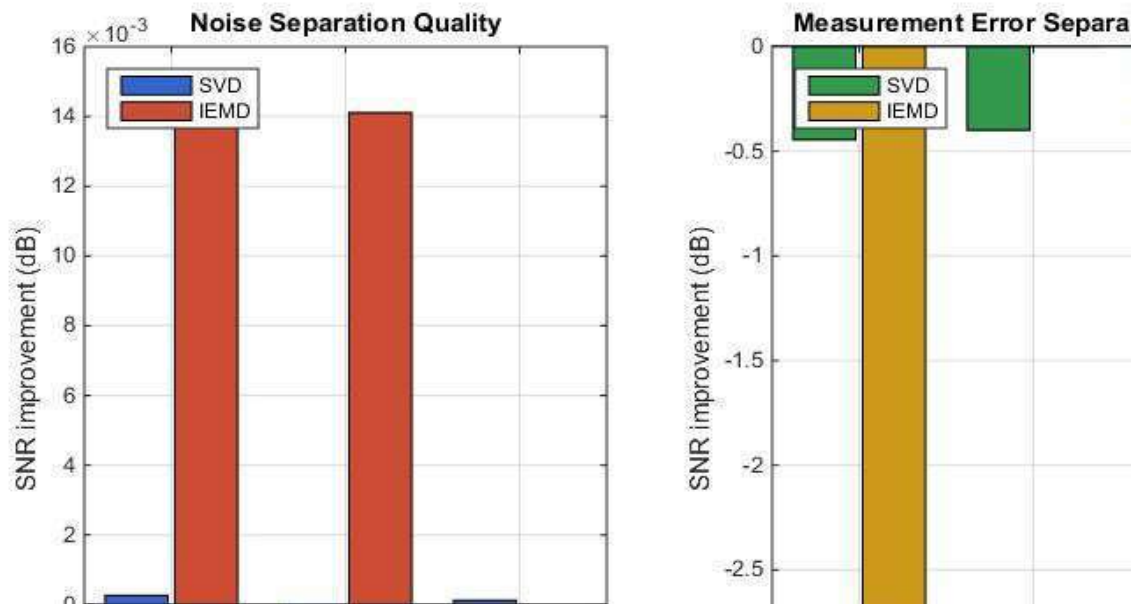


Fig. 11. Diagrams of SNR improvement for the SVD and IEMD methods

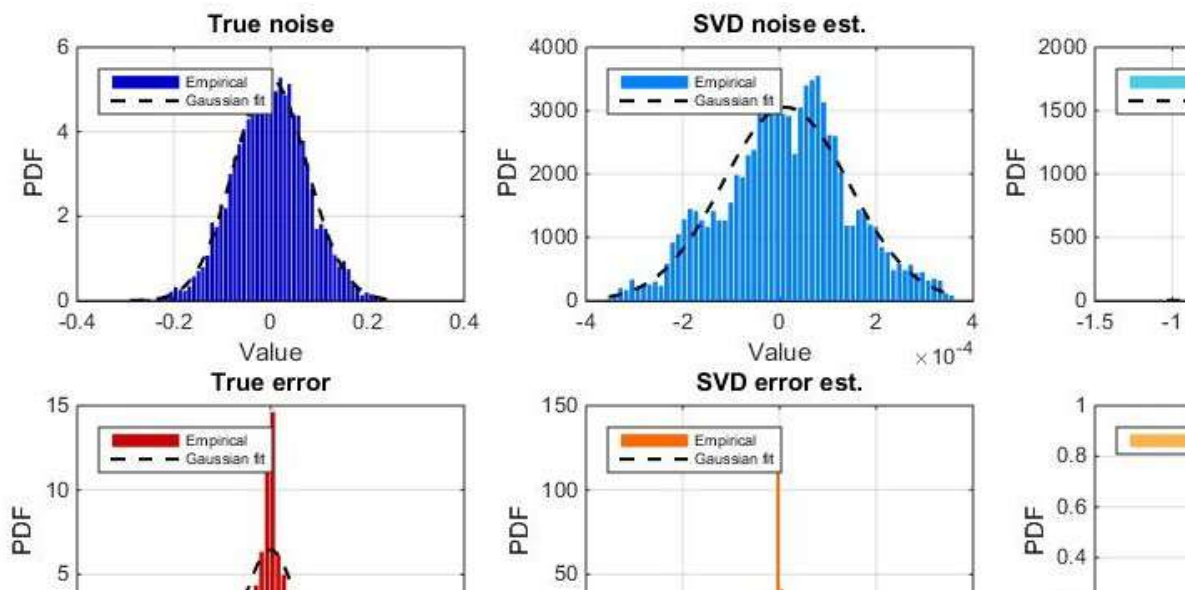


Fig. 12. Empirical probability density functions of noise and measurement errors with superimposed Gaussian approximation

From Fig. 12, it follows that the IEMD method provides more accurate estimates of noise and measurement errors than the SVD method.

In the presented simulation results, the mean time constant of the sensors was 0.2 s, meaning that the sensors had a limited bandwidth, which led to distortion of both

noise and signal. Reducing the time constant to 0.01 s improves the quality of separation between noise and measurement errors under certain conditions; however, it does not significantly change the overall picture.

6. Conclusions

The problem of separating noise and measurement errors is relevant in tasks involving the determination of dynamic characteristics of information and measurement systems that utilize hydrodynamic noise. To prevent the accumulation of measurement errors similar to fluctuations, noise must be separated from measurement errors. In the general case, this problem cannot be solved without prior knowledge of the differences between these components. In this paper, the possibilities of distinguishing noise and measurement errors were investigated under the assumption that they have different probability density distributions and that the standard deviation of random measurement errors is proportional to the signal amplitude. It is shown that separation of noise and measurement errors can be achieved in many

cases when the signal-to-noise ratio exceeds 20 dB. To obtain pure noise, it is necessary to qualitatively separate it from the signal based on the use of their uncorrelation. High-quality separation can be achieved using the maximum likelihood estimation method when prior information about the signal is available, for example, from reference measurements. Separation of noise and measurement errors is possible in both single-channel and multichannel systems. Better results in multichannel systems are achieved using improved empirical mode decomposition. However, determining the instantaneous values of noise and measurement errors remains problematic and does not provide acceptable accuracy. Overall, the study shows that extreme cases – where noise is much greater than measurement errors or vice versa – can be reliably identified. The use of a simple neural network effectively solves this classification problem. The application of specialized neural networks for a narrow class of problems, such as the one considered in this study, appears to be a promising direction for further research.

References

1. H. M. Hashemian. Development and application of instrumentation and control (I&C) components in nuclear power plants (NPPs). In: *Understanding and Mitigating Ageing in Nuclear Power Plants* // Woodhead Publishing Series in Energy, 2010, p. 544-580 ISBN: 978-1-84569-511-8.
2. Nour, M. and Hussain, M. (2020). A Review of the Real-Time Monitoring of Fluid-Properties in Tubular Architectures for Industrial Applications // *Sensors*, 20(14), 3907. <https://doi.org/10.3390/s20143907>.
3. Maraj, J., Haughn, K., Inman, D., & Sarles, S. (2023). Sensory Adaptation in Biomolecular Memristors Improves Reservoir Computing Performance // *Advanced Intelligent Systems*, 5(8). <https://doi.org/10.1002/aisy.202300049>.
4. Elgack, M. and Abdelgawad, M. (2024). Characterization of the Dynamic Flow Response in Microfluidic Devices. *Small Methods*, 9(7). <https://doi.org/10.1002/smt.202401773>.
5. Pham, T., Vliet, L., & Schutte, K. (2008). Robust super-resolution by minimizing a Gaussian-weighted L2 error norm // *Journal of Physics Conference Series*, 124, 012037. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/124/1/012037>.
6. Chen, K. and Sacchi, M. (2016). Robust f-x projection filtering for simultaneous random and erratic seismic noise attenuation // *Geophysical Prospecting*, 65(3), 650-668. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12429>.
7. Wang, Y. (2007). Noise-induced systematic errors in ratio imaging: serious artefacts and correction with multi-resolution denoising // *Journal of Microscopy*, 228(2), 123-131. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2818.2007.01834.x>.
8. Lin, H., Xu, J., Xing, L., Li, Q., & Liu, H. (2023). Random noise attenuation of ocean bottom seismometers based on a substep deep denoising autoencoder // *Geophysical Prospecting*, 72(4), 1428-1441. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.13302>.
9. Froeling, M., Prompers, J., Klomp, D., & Velden, T. (2021). PCA denoising and Wiener deconvolution of 31P 3D CSI data to enhance effective SNR and improve point spread function // *Magnetic Resonance in Medicine*, 85(6), 2992-3009. <https://doi.org/10.1002/mrm.28654>.
10. Roels, J., Aelterman, J., Luong, H., Lippens, S., Pižurica, A., Saeys, Y., ... & Philips, W. (2018). An overview of state-of-the-art image restoration in electron microscopy // *Journal of Microscopy*, 271(3), 239-254. <https://doi.org/10.1111/jmi.12716>.
11. Kong, Q., Xu, Y., Jackson, P., Wang, W., & Plumbley, M. Single-Channel Signal Separation and Deconvolution with Generative Adversarial Networks // *Proceedings of the Twenty-Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Main track. Pages 2747-2753., 2019. pp. 2747-2753. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2019/381>.
12. Tibermacine, I., Russo, S., Citeroni, F., Mancini, G., Rabehi, A., Alharbi, A., ... & Napoli, C. (2025). Adversarial denoising of EEG signals: a comparative analysis of standard GAN and WGAN-GP approaches // *Frontiers in Human Neuroscience*, 06 May 2025. Sec. Brain-Computer Interfaces, Volume 19, 2025. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2025.1583342>.
13. Kim, K. and Kim, J. (2024). Performance Evaluation of L1-Norm-Based Blind Deconvolution after Noise Reduction with Non-Subsampled Contourlet Transform in Light Microscopy Images // *Applied Sciences*, 14(5), 1913. <https://doi.org/10.3390/app14051913>.
14. Wang, W., Yang, J., Huang, J., Li, Z., & Sun, M. (2023). Outlier Denoising Using a Novel Statistics-Based Mask Strategy for Compressive Sensing. *Remote Sensing*, 15(2), 447. <https://doi.org/10.3390/rs15020447>.
15. Barzegar M., Alegria F. A. C., Serra A. C. Experimental validation of the precision of sinusoidal amplitude estimation in the presence of additive noise // *Scientific Reports*, 2025. Vol. 15. Art. 12789. DOI: 10.1038/s41598-025-95861-7.
16. Poliarus O. V., Koval O. A., Medvedovska Ja. S., Koval A. O. A method for noise estimation in a multichannel measurement information systems using singular value decomposition of the data matrix // *Metrology & Instruments*, 2025, №2, p. 26-38. DOI: 10.30837/2663-9564.2025.2.03.

17. Yi-ze Kang et al. Improved complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise and composite multiscale permutation entropy for denoising blast vibration signal // Heliyon, Vol. 10, Issue 18, 2024, pp. 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e37339>.

Надійшла (Received) 27.01.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 11.04.2026

Передумови для декомпозиції шуму та випадкових похибок при вимірюванні тиску на складних технічних об'єктах

Полярус О.В., Медведовська Я.С.

Анотація

У статті проаналізовані можливості декомпозиції шумів та випадкових похибок вимірювання тиску на складних технічних об'єктах, що є важливим завданням для бездемонтажного контролю датчиків, динамічні характеристики яких визначаються шляхом накопичення гідродинамічних шумів. Розглянуто статистичні підходи до відокремлення похибок вимірювань від шуму та продемонстровано їхні обмеження. Проведено математичне моделювання для різних співвідношень сигнал/шум і досліджено вплив характеристик шуму та похибок на результати вимірювання. Показано, що при високих значеннях відношення сигнал/шум (понад 20 дБ) можливе ефективне розділення шумів і випадкових похибок. Високоякісне розділення досягається за допомогою методу максимальної правдоподібності при відомій апріорній інформації про сигнал. Для багатоканальних систем досліджується ефективність методів розкладання сингулярних значень (SVD) та покращеного емпіричного розкладання мод (IEMD). Ці методи дозволяють проводити декомпозицію сигналу, шуму та похибок вимірювання з різною ефективністю залежно від умов. Встановлено, що найкращі результати розділення отримують, коли IEMD поєднується з попередньою обробкою сигналу. Нейронні мережі також забезпечують високоякісне розділення в екстремальних випадках, коли домінують або шум, або похибки. Отримані результати підтверджують можливість розділення шуму та випадкових похибок у практичних застосуваннях вимірювання тиску, хоча точне визначення їх миттєвих значень залишається складною проблемою.

Ключові слова: бездемонтажний контроль, вимірювальний канал тиску, розрізнення шумів та випадкових похибок вимірювання.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUT THE AUTHORS

Полярус Олександр – Доктор технічних наук, професор, професор кафедри Метрології та безпеки життєдіяльності Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, E-mail: poliarus.kharkiv@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8023-5189>

Poliarus Oleksandr – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Metrology and Life Safety, Kharkiv National Automobile & Highway University, E-mail: poliarus.kharkiv@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8023-5189>

Медведовська Яна - Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри Метрології та безпеки життєдіяльності Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, E-mail: yana.brovko@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9212-6166>

Medvedovska Yana – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Metrology and Life Safety, Kharkiv National Automobile & Highway University, E-mail: yana.brovko@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9212-6166>

КОНТРОЛЬ ТЕРМОПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ОПОРУ В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

І.Д. Питель¹, Р.М. Івах²

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра інформаційно-вимірювальних технологій, м. Львів, Україна,

Анотація

Енергетика є фундаментом господарської діяльності, яка визначає темпи економічного зростання, собівартість продукції та технологічний рівень суспільства. У контексті глобального зростання енергоспоживання особливої актуальності набуває розвиток атомної енергетики; як одного з найбільш надійних джерел генерації. На сьогодні у світі експлуатується 439 ядерних реакторів, які забезпечують 13,8% світового виробництва електроенергії.

Найпоширенішою конструкцією атомної електростанції (АЕС) є водо-водяний реактор під тиском PWR (Pressurized Water Reactor), де вода виконує функції теплоносія першого контуру та сповільнювача нейтронів. Оскільки робота АЕС базується на генерації та передачі великої кількості теплової енергії, прецизійне вимірювання температури є критично важливим для забезпечення як безпеки, так і ефективності технологічного процесу.

На сучасних АЕС контроль умов експлуатації ядерного палива та ключових параметрів реакторної установки здійснюється системою внутрішньореакторного контролю. Ця система об'єднує численні перетворювачі та контролери, що працюють у режимі реального часу. Однією з пріоритетних задач галузі є забезпечення достовірності вимірювання температури теплоносія першого контуру, від вирішення якої залежить надійність, ресурс та економічні показники реактора [1].

У статті проаналізовано методи контролю статичних характеристик резистивних термоперетворювачів (RTD) безпосередньо в умовах експлуатації. Особливу увагу приділено аналізу адіабатичної ділянки перехідної характеристики нагріву чутливого елемента, що дозволяє діагностувати стан перетворювача та верифікацію його класу точності без демонтажу обладнання.

Ключові слова: атомна енергетика, термоперетворювач опору, RTD, адіабатичний нагрів, клас точності.

Вступ

Економіка країни значною мірою залежить від електричної енергії. Ефективність економіки та промислове зростання залежать від використання енергії в сучасному виробництві. Джерела чистої енергії, такі як вітер, сонце та ядерна енергія, найбільш відомі своїми екологічними перевагами – забезпеченням електроенергією, збереженням чистого повітря та зменшенням викидів. У сукупності ці переваги створюють позитивний вплив на використання ядерної енергії.

Атомні електростанції спроектовані таким чином, щоб вони були безпечними під час експлуатації та безпечними у разі будь-якої несправності чи аварії, але помилково вважати будь-яку промислову діяльність гарантовано надійною. Інциденти та аварії можуть траплятися, але отримані знання та досвід призведуть до поступового підвищення безпеки. Ці покращення стосуються як нових конструкцій, так і модернізації існуючих станцій. Довгострокова експлуатація існуючих станцій досягається завдяки значним інвестиціям у їх модернізацію. Безпечна та ефективна експлуатація станції вимагає постійного моніторингу критичних параметрів, таких як температура. Її відхилення може призвести до зниження продуктивності або, навіть, становити загрозу безпеці. Досвід аварій та інцидентів на АЕС

показує, що майже усі аварії могли бути виявлені операторам при своєчасному розпізнаванні сигналів контрольно-вимірювальних приладів [2]. З погляду класифікації аварій на атомних електростанціях, аварії в активній зоні відносяться до малоймовірних подій. Проте через тяжкість їх наслідків, умовам експлуатації активної зони та контролю її безпеки приділяється значна увага.

Кількість контрольованих точок перетворювачами, що припадають на реакторну установку, може становити кілька сотень, і навіть тисяч. Більшість критичних температурних процесів на АЕС вимірюються за допомогою RTD (перетворювачів опору температури) та термоелектричних перетворювачів (термопар). На установці PWR температура першого контуру теплоносія та температура технологічної води вимірюються за допомогою RTD, а температура води, що виходить з активної зони реактора, вимірюється за допомогою термопар. Ці термопари в основному використовуються для контролю температури і тому зазвичай не підлягають дуже високим вимогам до точності та часу відгуку. На противагу цьому, RTD першого контуру теплоносія зазвичай видають сигнали для системи керування та безпеки станції і тому повинні бути точними та мати хороші динамічні характеристики. Основні переваги RTD порівняно з іншими типами перетворювачів температури – це висока точність, широкий діапазон робочих

температур, малі розміри, стійкість до вібрацій, лінійність номінальної статичної характеристики та відносно високе значення коефіцієнта температурного опору. Методи, які використовують для перевірки стану перетворювача у ядерних реакторах використовують занурювальні випробування. Вони є незручними, оскільки перетворювач необхідно виймати з трубопроводу теплоносія реактора та доставляти до лабораторії для випробувань. Умови експлуатації ядерного реактора 150 бар та 300°C важко відтворити в лабораторії. Тому усі лабораторні випробування проводяться за набагато "м'якших" умов, а результати екстраполюються на умови експлуатації. Це призводить до значних похибок при вимірюванні температури.

В статті представлені дослідження методики перевірки RTD без вилучення його з умов експлуатації та використання методу LCSR (Loop Current Step Response) на основі нагріву чутливого елемента електричним струмом.

Особливості експлуатації термоперетворювачів опору в ядерних реакторах

Розвиток систем внутрішньореакторного контролю нерозривно пов'язаний із посиленням вимог до надійності моніторингу розподілу енерговиділення в активній зоні. Експлуатація вимірювальних перетворювачів у ядерних енергетичних установках характеризується низькою специфічних чинників:

- **Обмежений простір та важкодоступність:** конструкційні особливості реакторної зони зумовлюють високу щільність розміщення обладнання та складність монтажу первинних перетворювачів;

- **Інтенсивне випромінювання:** постійний вплив нейтронних та гамма-потоків на матеріали перетворювачів;

- **Механічні навантаження:** високий рівень вібраційних та ударних впливів під час роботи циркуляційних насосів;

- **Складність метрологічного контролю:** неможливість демонтажу перетворювачів для періодичної повірки або калібрування в процесі експлуатації;

- **Неремонтопридатність:** відсутність можливості ремонту та складності в експертній оцінці залишкового ресурсу через радіоактивність компонентів.

Крім того, працездатність перетворювачів має зберігатися в аварійних режимах, коли обладнання піддається впливу свіжої пари високого тиску, а згодом – агресивних дезактиваційних розчинів.

Вимірювання температури у першому контурі ядерного реактора висуває жорсткі технічні вимоги до RTD:

- **Висока динамічність:** постійна часу теплової інерції ($\tau = 0,63$) зазвичай не повинна перевищувати 2,2 секунди;

- **Прецизійна точність:** забезпечення мінімальної похибки вимірювання в робочому діапазоні;

- **Технологічність обслуговування:** можливість заміни RTD без розгерметизації та зливу теплоносія першого контуру;

- **Стійкість до параметрів середовища:** вимірювальна система має функціонувати при температурах до 400 °C, тиску до 170 бар та швидкості потоку теплоносія до 15 м/с;

- **Радіаційна стійкість:** здатність витримувати екстремальні дози випромінювання без суттєвого дрейфу характеристик.

На сьогодні характеристики індустриальних RTD регламентуються міжнародними стандартами, серед яких найпоширенішими є «європейський» IEC 60751 (DIN/EN 60751) та «північноамериканський» ASTM E1137. Зокрема, стандарт IEC 60751 визначає параметри платинових термометрів опору (PRT) з номінальним опором $R_0 = 100 \text{ Ом}$ (Pt100) та температурним коефіцієнтом $\alpha = 0,003851^\circ\text{C}^{-1}$.

Температурний коефіцієнт термометра опору характеризує зміну опору від температури:

$$\alpha = (R_{100} - R_0) / (R_{100} \cdot 100^\circ\text{C}), \quad (1)$$

де R_{100} , R_0 – значення опору PRT з номінальної статичної характеристики (HCX) при 100°C і 0°C відповідно.

Для RTD існують класи точності, які визначені такими стандартами, як DIN EN 60751 та IEC 60751. Ці класи, зазвичай AA, A, B та C, визначають допустимий діапазон допусків для значень опору та температури перетворювача. Клас AA є найточнішим, тоді як клас C має найширший допуск. Промислові PRT наприклад, Pt100 мають точність від $0,15^\circ\text{C} \div 0,6^\circ\text{C}$ [3].

Проведення випробувань RTD на місці монтажу мають перевагу, оскільки умови технологічного процесу значно впливають на характеристики перетворювачів температури. Традиційне калібрування, що передбачає демонтаж перетворювачів та їх транспортування до лабораторії, дедалі частіше визнається неефективним через високі метрологічні ризики: механічне пошкодження перетворювачів під час монтажу/демонтажу, зміну характеристик при охолодженні та тривалі зупинки виробництва.

Відомі публікації [4, 5] про використання хімічно чистих елементів (або евтектичних сплавів) як опорних температурних фіксаторів усередині конструкції термоперетворювача. В основі методу лежить використання фундаментальних фізичних констант – температуру фазових переходів хімічно чистих елементів та евтектичних сплавів. Використання процесів плавлення, кристалізації або поліформних переходів (зміна кристалічної решітки в твердому стані) дозволяє створювати реперні точки з надзвичайно високою стабільністю. Під час плавлення або замерзання енергія витрачається на зміну агрегатного стану, що формує на температурний

кривій «термічне плато» (стаціонарну ділянку), де похідна температури за часом dT/dt прямує до нуля. Саме ця ділянка слугує репером для верифікації перетворювача. Фізична природа цих процесів гарантує, що при досягненні фазового переходу температура матеріалу залишається незмінною, створюючи ідеальний еталонний сигнал усередині конструкції термоперетворювача. Це гарантує достовірність даних без переривання виробничого циклу та дозволяє вчасно виявляти деградацію термоперетворювача. Для забезпечення мінімальної невизначеності калібрування та вибір робочого матеріалу фіксатора є першочерговим завданням. Ключовою вимогою є чіткість визначення температури фазового переходу та її відтворюваність.

Інтеграція метрологічного еталона безпосередньо в корпус RTD створює виклик щодо балансу між метрологічною потужністю та динамічними характеристиками термоперетворювача, що обмежує застосування цього методу.

Верифікація вбудованих систем калібрування є об'єктом прискіпливої уваги таких інституцій, як NIST (США), PTB (Німеччина) та VNIIM. Їхні дослідження зосереджені на оцінці сумарної стандартної невизначеності в реальних промислових умовах.

Такий підхід до визначення статичної характеристики RTD може забезпечити високу точність, але він має низку недоліків: значне ускладнення конструкції RTD, збільшує постійну часу RTD. Крім того, температура фазових переходів внесених елементів має безліч спільних з статичною характеристикою чутливого елемента дестабілізуючих факторів (наприклад, дифузійні процеси).

Спосіб тестового збурення в умовах експлуатації для RTD

У сучасній промисловості перехід від регламентного обслуговування до стратегій обслуговування за фактичним станом є критичним фактором підвищення експлуатаційної готовності об'єктів. Розробка методу LCSR у середині 1970-х років стала фундаментальним технологічним проривом, дозволивши здійснювати дистанційну діагностику термометрів опору (RTD) та термоелектричних перетворювачів безпосередньо в робочих умовах.

Розуміння фізичної природи цього дистанційного аналізу вимагає детального розгляду механізмів теплового збудження, що виникають усередині самого перетворювача [6, 7, 8]. Метод LCSR базується на використанні електричного кола перетворювача як активного елемента збудження, що дозволяє досліджувати внутрішню теплову архітектуру термоперетворювача. У чутливому елементі (дроті RTD або з'юсті термоелектричного перетворювача) виникає джоулеве нагрівання, яке створює локальний надлишок теплової енергії. На

відміну від зовнішнього нагріву, тут джерело тепла знаходиться всередині конструкції. Оскільки тепло поширюється від чутливого елемента до зовнішньої захисної оболонки через усі внутрішні шари ізоляції та заповнювача, реакція враховує усі термічні опори та ємності конструкції. Найважливіше, що випробування LCSR відображають реальну динаміку системи «перетворювач-середовище», яке недоступно для лабораторних тестів. Центральною проблемою LCSR є кореляція між активним самонагріванням перетворювача та його пасивною реакцією на зміни температури робочого середовища.

Загальне рівняння теплового балансу, що описує динаміку нагріву чутливого елемента (ЧЕ) термоперетворювача, базується на законі збереження енергії та має вигляд:

$$E(t) = Q_{\text{ЧЕ}}(t) - Q(t), \quad (2)$$

де $E(t)$ – електрична енергія, що генерується в провіднику при проходженні струму, яка підведена до ЧЕ: $E(t) = P \cdot t$ (якщо $P = \text{const}$); $Q_{\text{ЧЕ}}(t)$ – частка енергії, яка витрачена на підвищення внутрішньої енергії перетворювача (йде на його нагрів): $Q_{\text{ЧЕ}}(t) = C \cdot T(t)$; $Q(t)$ – тепло, що відводиться у навколишнє середовище (через теплопровідність, конвекцію тощо). C – теплоємність ЧЕ протягом нагріву ($C = \text{const}$).

Ці компоненти перебувають у стані динамічної рівноваги, проте в момент подачі стрибкоподібної потужності розподіл енергії має яскраво виражений нестационарний характер. Фізичний механізм відведення тепла у навколишнє середовище характеризується часовою затримкою, зумовленою кінцевою швидкістю розповсюдження теплової хвилі через конструктивні шари перетворювача. Аналітично це означає, що в перші десятки секунд градієнт температури на межі перетворювач – середовище ще не встигає сформуватися повністю, тому втрати тепла $Q(t)$ є нехтовно малими порівняно з інтенсивністю енергії, що підводиться. У зазначений період виконується умова адіабатичного нагріву: практично весь підведений тепловий імпульс трансформується в енергію нагріву самого ЧЕ ($E(t) \approx Q_{\text{ЧЕ}}(t)$). Це створює часовий інтервал прямого визначення параметрів, в якому фізичні властивості перетворювача проявляються без спотворень з боку навколишнього середовища. Оскільки початкова фаза нівелює змінну $Q(t)$, диференціальне рівняння теплового балансу спрощується, що є математичною передумовою для прямої екстракції матеріальних констант пристрою. Використання адіабатичної ділянки дозволяє проводити метрологічну атестацію RTD незалежно від зовнішнього впливу, що є суттєвою перевагою при контролі параметрів перетворювача в умовах експлуатації. Межі адіабатичного режиму визначаються наступними чинниками:

- конструктивними параметрами та матеріаломісткістю конструкції ЧЕ;

• власною теплоємністю матеріалів перетворювача;

- теплопровідністю середовища.

Наведені параметри визначають постійну часу термоперетворювача. Це час, необхідний перетворювачу, щоб змінити свої покази на 63,2% від стрибка температури навколишнього середовища [9]:

$$\tau = \frac{mC}{\alpha S} \quad (3)$$

де m , S – маса та площа датчика, C – теплоємність, α – теплопровідність середовища.

Тривалість збурення має бути обмежена часом $(0,2-0,3)\tau$, щоб гарантувати мінімальне значення $Q(t)$ та забезпечити роботу RTD в адіабатичному режимі. В цьому режимі визначають деградацію RTD, тобто зміни α за рахунок забруднення, рекристалізації та механічного забруднення і зміни теплових властивостей матеріалів та погіршення контакту.

Конструктивні елементи чутливого елемента та його властивості

З позицій теплофізичного моделювання, конструкція ЧЕ розглядається як багатопарова система з розподіленими параметрами. Ефективність передачі теплової енергії від платинової спіралі до середовища (і навпаки) лімітується термічним опором контактів та теплопровідністю ізоляційних матеріалів. В атомній енергетиці широке застосування набули терморезистивні перетворювачі ТСП-1390 та ТСП-1790. Взаємне розміщення компонентів у ТСП-1390/1790 спроектовано таким чином, щоб забезпечити мінімальне значення критерію Біо, що є передумовою для високої швидкодії. Нижче наведено основні геометричні та конструктивні параметри, що визначають граничні умови теплової задачі (табл. 1, рис. 1) [10].

Таблиця 1 – Геометричні та конструктивні параметри ЧЕ ТСП-1390

Параметр	Значення
Довжина чутливого елемента	40 мм
Зовнішній діаметр керамічного каркасу	2,8 мм
Діаметр платинового дроту спіралі	0,03 мм
Тип ізоляційного наповнювача каналів	Порошок оксиду алюмінію (Al_2O_3)
Конструктивне рішення	Керамічна трубка з 2 поздовжніми каналами
Постійна часу ТСП-1390 з діаметром занурення 4,9 мм, τ	5 с

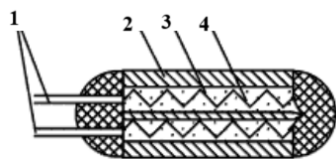


Рисунок 1. Конструкція ЧЕ ТСП-1390:
1 – виводи, 2 – керамічний каркас, 3 – порошок,
4 – платинова спіраль.

Використання керамічної трубки в поєднанні з дрібнодисперсним порошком Al_2O_3 дозволяє досягти високої електричної міцності ізоляції між витками спіралі при одночасному підвищенні ефективного коефіцієнта теплопровідності внутрішньої структури. Така конфігурація мінімізує повітряні зазори, знижуючи тепловий опір контакту «дріт-наповнювач», що є ключовим для стабілізації постійної часу РТД в умовах швидкоплинних процесів. Геометричні параметри системи безпосередньо формують умови для протікання нестационарних теплових процесів при подачі електричного навантаження.

Діагностика статичних характеристик RTD

Фізика LCSR процесу на початковій ділянці визначається перехідною тепловою характеристикою, що виникає внаслідок джоулевого нагріву спіралі вимірювальним струмом. У момент подачі струму тонка платинова нитка (0,03 мм) практично миттєво генерує тепловий імпульс. Точність вимірювання у цей інтервал залежить від швидкості розподілу енергії між спіраллю та наповнювачем. Враховуючи малий діаметр дроту, його власна теплоємність є мізерною, що спричиняє стрімке зростання температури провідника відносно температури середовища.

Розглянемо динаміку нагріву на початковій ділянці за умови підведення постійної потужності.

Припущення для аналізу початкової ділянки [11]:

- Потужність нагріву ЧЕ підтримується сталою: $P = I^2 R = 1 \text{ Вт} = \text{const}$.

- Теплоємність C чутливого елемента (Дж/К) вважається постійною в обраному діапазоні.

- Процес нагріву на старті є адіабатичним (тепловіддача в середовище практично відсутня).

Початкова динаміка нагріву наступна.

Рівняння енергетичного балансу для моменту $t \rightarrow 0$ (до початку інтенсивного теплообміну) має вигляд:

$$P = C \cdot dT/dt \quad (4)$$

де P – потужність нагріву, C – теплоємність чутливого елемента, T – температура елемента.

Звідси швидкість зміни температури та її часова залежність:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P}{C},$$

$$T(t) = T_0 + \frac{P \cdot t}{C}. \quad (5)$$

Отже, поки переважає внутрішнє нагрівання, температура зростає лінійно. Враховуючи лінійну залежність опору платини від температури:

$$R(T) = R_0(1 + \alpha T), \quad (6)$$

динаміка зміни опору визначається як:

$$R(T) = R_0 \left[1 + \alpha \left(T_0 + \frac{P}{C} t \right) \right] = R_0 \left(1 + \alpha T_0 + \alpha \frac{P}{C} t \right). \quad (7)$$

Таким чином, на адіабатичній ділянці опір змінюється за лінійним законом:

$$R(t) = A + B \cdot t, \quad B = \alpha \frac{P}{C} R_0. \quad (8)$$

За коефіцієнтом нахилу B можна оцінити метрологічні характеристики перетворювача. Якщо потужність нагріву P відома, тоді температурний коефіцієнт опору (або зміна теплоємності) визначається як:

$$\alpha = \frac{B \cdot C}{P \cdot R_0}. \quad (9)$$

Звідси виходить, що можна діагностувати зміну статичних характеристик на протязі початкової ділянки перехідного процесу PTD. Щоб визначити межу адіабатичної ділянки (тобто проміжок часу, де теплообмін з навколишнім середовищем майже відсутній), потрібно аналізувати, коли втрати тепла $Q(t)$ починають становити суттєву частину підведеної енергії $E(t)$.

Теоретичні розрахунки та експериментальні дані для перетворювачів типів ТСП-1390 та ТСП-1790 (клас точності В) підтверджують, що при потужності 1 Вт тривалість адіабатичного нагріву становить приблизно 100 мс.

Будь-яка деградація матеріалу ЧЕ (зміна хімічного складу сплаву, поява механічних дефектів або забруднення поверхні) безпосередньо впливає на температурний коефіцієнт опору α . Це призводить до трансформації функції $R(T)$ і, як наслідок, до зміни нахилу $B = dR/dt$ перехідної характеристики на адіабатичній ділянці.

Порівнюючи експериментально вимірний нахил B із номінальним значенням, можна оперативно оцінити відповідність PTD заданому класу точності безпосередньо в умовах експлуатації (рис. 2). Якщо виміряна крива (або її кутовий коефіцієнт) знаходиться в межах допуску для класу точності, термоперетворювач вважається придатним до подальшої роботи.

Для коректної реалізації методу та забезпечення достовірності результатів мають виконуватися такі умови:

- **Стабільність α :** температурний коефіцієнт має залишатися незмінним у всьому досліджуваному діапазоні температур.
- **Постійність теплоємності C :** зміна теплоємності чутливого елемента під впливом температури повинна бути нехтовно малою.
- **Стабільність потужності P :** джерело живлення має забезпечувати незмінність потужності нагріву (стабільний струм збудження) протягом усього інтервалу вимірювання.

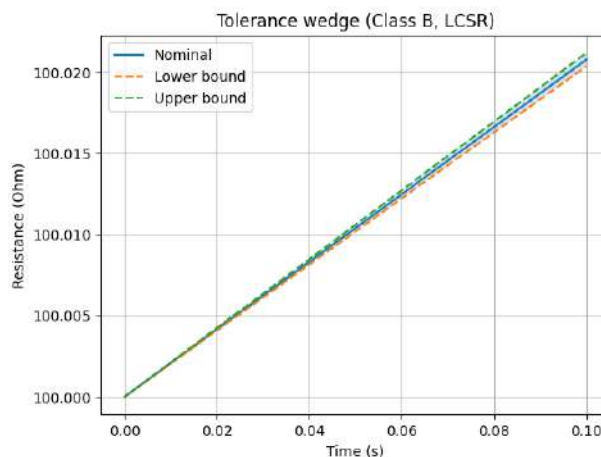


Рисунок 2. Верифікація класу точності PTD шляхом порівняння експериментального нахилу B із номінальним діапазоном допуску

Висновок

Аналіз методів ідентифікації характеристик термоперетворювачів опору (RTD) дозволив встановити, що інтегровані калібратори мають суттєві метрологічні та експлуатаційні недоліки. Зокрема, вони спричиняють деградацію чутливого елемента через дифузійні процеси, збільшують теплову інерційність перетворювача та значно ускладнюють його конструкцію.

Альтернативним високоефективним рішенням є метод LCSR, реалізований у контрольованому адіабатичному режимі. Використання ефекту короткочасного саморозігріву чутливого елемента дозволяє ініціювати внутрішній тепловий відгук без залучення зовнішніх джерел енергії. Саме забезпечення адіабатичних умов під час вимірювання дозволяє визначити реальну статичну характеристику PTD безпосередньо в каналі експлуатації.

Експериментально встановлено, що компаративний аналіз розрахованого коефіцієнта нахилу B з його номінальним значенням є об'єктивним діагностичним критерієм. Дотримання встановлених меж відхилень ($\pm 1\%$ для класу А та $\pm 2\%$ для класу В) підтверджує метрологічну справність перетворювача. Вихід за ці межі свідчить про незворотні зміни структури матеріалу або виникнення несправностей.

На відміну від статичної перевірки:

- не потрібна стабілізація температури;
- не потрібен доступ до процесу.

Запропонований підхід на базі сучасних алгоритмів обробки сигналів створює надійну методичну основу для оперативного визначення класу точності термоперетворювачів без їхнього демонтажу.

Список літератури

1. Modern problems of the scientific supply of energy, in Mat. 20th Int. sc. and pract. conf. of youn scientists (dedicated to the 125th anniversary of Igor Sikorsky KPI), Kyiv, Ukraine, April 25-28, 2023, https://iate.kpi.ua/uploads/p_21_72711255.pdf.
2. Ma, J. and Jiang, J. «Applications of fault detection and diagnosis methods in nuclear power plants: a review», Progress in Nuclear Energy, 2011, April Vol. 53, No. 3, pp.255–266. DOI 10.1016/j.pnucene.2010.12.001;
3. Mangum B. W., Furukawa G. T. Guidelines for Realizing the International Temperature Scale of 1990 (ITS-90). NIST Technical Note 1265.
4. Frank Bernhard, Dirk Boguhn, Silke Augustin, Helge Mammen, and Andrej Donin Proceedings. Application of the self-calibration thermocouples with miniature fixed-point cells in a temperature range from 500 °C to 650 °C in steam generators // Proceedings, XVII IMEKO World Congress, June 22 – 27, 2003, Dubrovnik, Croatia. Pp. 1604-1608. DOI: 10.1063/1.1627133.
5. US Patent US4746256A – Thermocouple with in-situ calibration means.
6. Ivan Pytel, Roman Borukh, Maksym Vasylyk. Enhancement of temperature measurement in nuclear power plants // Вимірювальна техніка та метрологія Volume 85, no.3, 2024 DOI: 10.23939/istcm2024.03.030.
7. Orest Kochan, Ivan Pytel, Roman Borukh. Enhancement of temperature measurement in nuclear power plants», Measurement 2025 15 International Conference on Measurement June 2-4 2025 Smolenice Castle, Slovakia. DOI:10.23919/MEASUREMENT66999.2025.11078733.
8. Kollie T.W. Analytical methods for interpreting In-Situ measurements of response times in thermocouples and resistance thermometers. Oak Ridge National laboratory, Report number ORNL/TM-4912, Oak Ridge, Tennessee, march 1976.
9. AMS Fact Sheet: RTD Response Time Testing Using the LCSR Technique, 2016, Analysis and measurement services corporation AMS Technology Center, 9119 Cross Park Drive Knoxville, TN 37923 USA, www.ams-corp.com.
10. Каталог «Прилади для вимірювання та контролю температури», Науково-виробниче об'єднання «Термоприлад», Львів, www.thermo.lviv.ua.
11. Іван Питель, Дмитро Ковальчук «Діагностика термоперетворювачів опору в умовах експлуатації», ISTCMTM. 2025, Випуск 86(3), Номер 3, с 16-20. DOI: 10.23939/istcm2025.03.016.

Надійшла (Received) 28.03.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 03.05.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Питель Іван Данилович - Кандидат технічних наук, доцент кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій Національного університету “Львівська політехніка”, E-mail: ivan.d.pytel@lpnu.ua, ORCID: 0009-0009-9781-8602
Pytel Ivan - PhD, Associate Professor, IMT Department, Lviv Polytechnic National University, E-mail: ivan.d.pytel@lpnu.ua, ORCID: 0009-0009-9781-8602

Івах Роман Михайлович - Кандидат технічних наук, доцент кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій Національного університету “Львівська політехніка”, E-mail: ivakh.r@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2367-0352
Ivakh Roman - PhD, Associate Professor, IMT Department, Lviv Polytechnic National University, E-mail: ivakh.r@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2367-0352

Control of resistance thermothermal converters in operating conditions

I.D. Pytel, R.M. Ivakh

Abstract

Energy is the foundation of economic activity, which determines the pace of economic growth, the cost of production and the technological level of society. In the context of global growth in energy consumption, the development of nuclear energy is of particular relevance as one of the most reliable sources of generation. Today, 439 nuclear reactors are operated in the world, providing 13.8% of global electricity production.

The most common design of a nuclear power plant (NPP) is a pressurized water reactor (PWR), where water acts as the primary coolant and a neutron moderator. Since the operation of an NPP is based on the generation and transfer of a large amount of thermal energy, precise temperature measurement is critically important for ensuring both the safety and efficiency of the technological process.

At modern NPPs, the operating conditions of nuclear fuel and key parameters of the reactor plant are controlled by an in-reactor control system. This system combines numerous converters and controllers operating in real time. One of the priority tasks of the industry is to ensure the reliability of the measurement of the temperature of the primary coolant, the solution of which determines the reliability, resource and economic performance of the reactor [1].

The article analyzes methods for controlling the static characteristics of resistance temperature transducers (RTD) directly under operating conditions. Special attention is paid to the analysis of the adiabatic section of the transient characteristic of the heating of the sensitive element, which allows diagnosing the condition of the transducer and verifying its accuracy class without dismantling the equipment.

Key words: nuclear power, resistance temperature transducer, RTD, adiabatic heating, accuracy class.

КВАЛІМЕТРІЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ / QUALIMETRY AND QUALITY ASSURANCE

УДК 621.316

DOI: 10.30837/2663-9564.2026.1.10

ЕКСПРЕС-КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ НА ЗАСАДАХ КВАЛІМЕТРІЇ

О.Є. Середюк, Б.Р. Рибчин, О.С. Криницький

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна

Анотація

Розглянутий концептуальний підхід до реалізації експрес-контролю якості електричної енергії на засадах кваліметричних методів оцінювання. Проаналізовано нормативні показники якості електричної енергії, їх часові інтервали вимірювання та проблеми, пов'язані з різними тривалостями їх вимірювання. Запропоновано використання комплексного показника якості, який формується на основі таких семи одиничних показників: напруга електропостачання, частота напруги, показник флікера, провали напруги, перенапруги мережі, коефіцієнт гармонічних спотворень, коефіцієнт потужності. Викладені алгоритми розрахунку коефіцієнтів вагомості кожного із перелічених показників. Розроблений підхід базується на вимірювально-розрахунковому методі порівняння фактичних параметрів одиничних показників із нормативними значеннями та може бути використаний для побудови автоматизованих систем моніторингу якості електричної енергії.

Ключові слова: електрична енергія; показники якості; вагові коефіцієнти; узагальнений показник якості; кваліметрія; нормативні документи з якості енергії.

1. Вступ

Якість електричної енергії є одним із ключових чинників надійності, ефективності та безпеки функціонування електроенергетичних систем. В умовах зростання кількості нелінійних навантажень, використання відновлюваних джерел енергії та складних схем електропостачання питання оцінювання та забезпечення якості електричної енергії набуває особливої актуальності.

Показники якості електричної енергії (ЯЕЕ) регламентуються міжнародними та національними стандартами (зокрема, ДСТУ EN 50160 [1], IEC 61000 [2]) і включають такі параметри, як відхилення напруги, частоти, коефіцієнт гармонічних спотворень, несиметрію, флікери тощо. Вимірювання кожного з цих показників здійснюється спеціалізованими приладами — аналізаторами гармонік, реєстраторами флікерів, вольтметрами, частотомірами тощо. Однак на сьогодні не існує універсального вимірювального пристрою, здатного одночасно визначати всі показники ЯЕЕ та надавати узагальнену оцінку якості електричної енергії. Це створює труднощі у проведенні комплексного моніторингу та уніфікованого порівняння якості енергії в різних енергосистемах та за різних моментів часу.

Крім того, значну проблему становить несинхронність вимірювань окремих показників. Більшість приладів здійснює фіксацію параметрів у різні часові інтервали, що ускладнює формування достовірної картини загальної якості електроенергії. Наприклад, коефіцієнт гармонічних спотворень може вимірюватися з інтервалом у декілька секунд, тоді як зміни напруги чи флікери — протягом хвилин

або годин. Такі різні часові вікна реєстрації не дозволяють отримати повністю узгоджені дані для комплексного аналізу.

У цьому контексті доцільним є застосування методів кваліметрії, що дозволяють здійснювати кількісну оцінку якості складних технічних об'єктів, у тому числі електричної енергії.

2. Аналіз відомих публікацій

У статті авторами [3] запропоновано комбінований підхід до оцінювання ЯЕЕ, який враховує одночасну дію гармонічних спотворень та асиметрії напруги. Введено інтегральний показник якості, що дозволяє кількісно оцінювати узагальнений вплив різних видів спотворень на електричну систему. Показано, що цей показник може служити основою для нормування та контролю ЯЕЕ, а також для розрахунку невизначеності вимірювань згідно з міжнародними стандартами.

У роботі [4] авторами розроблено методику оцінки якості електроенергії на основі матричного підходу, що забезпечує комплексний моніторинг параметрів напруги в електричних мережах. Метод дозволяє одночасно враховувати як повільні, так і швидкоплинні процеси погіршення якості, формувати узагальнену картину стану мережі та ідентифікувати джерела відхилень. Запропонована система може слугувати ефективним інструментом діагностики й управління ЯЕЕ у промислових та побутових енергосистемах.

У статті [5] проаналізовано точність вимірювання реактивної енергії в електричних мережах із несинусоїдальними сигналами. Автори показують, що сучасні нормативні документи не

регламентують конкретного алгоритму розрахунку реактивної потужності в лічильниках, а отже, існує методологічна невизначеність у фінансових розрахунках між постачальниками та споживачами електроенергії. Різні теоретичні визначення (Budeanu, Fryze, Iliovici тощо) дають різні результати при наявності гармонік, тому необхідно оновити стандарти і чітко визначити єдиний алгоритм для промислових і побутових вимірювань.

Польські стандарти (PN-EN IEC 62053 та інші) передбачають, що лічильники реактивної енергії мають бути перевірені лише для синусоїдальних сигналів із частотою основної гармоніки. Це означає, що офіційні вимоги не враховують спотворення форми хвилі, характерні для сучасних мереж.

У статті [5] наведено огляд основних теорій: трикутник потужності (класичний метод для синусоїдальних сигналів); теорія Фрізе (Fryze) – поділ струму на активну та реактивну складові; теорія Будеану (Budeanu) – розрахунок потужності за гармоніками; підхід Ільйовіча (Iliovici) – інтегральне визначення реактивної потужності на основі площі петлі $i-u$ або $q-\psi$; еквівалентна реактивна потужність (Q_{eq}) – середня геометрична між двома інтегральними визначеннями.

Автори виконали числові симуляції в LabVIEW [5], використовуючи різні форми сигналів із великим вмістом гармонік. Результати показали, що при несинусоїдальних формах струму та напруги значення реактивної потужності, отримані різними методами, можуть відрізнятися на десятки відсотків.

Усі методи дають однаковий результат лише для синусоїдальних сигналів. Для спотворених сигналів результати суттєво різняться, що робить деякі методи (наприклад, із простим зсувом на 90°) непридатними для точного розрахунку. Виробники лічильників не мають чітких вказівок щодо вибору алгоритму, тому різні прилади можуть давати різні результати.

Таким чином на даний час відсутня методика визначення комплексного показника якості (КПЯ), який би враховував результати найбільш вагомих одиничних (диференціальних) показників ЯЕЕ.

Метою статті є розроблення методологічних аспектів реалізації експрес-контролю якості електричної енергії на засадах кваліметрії.

3. Виклад основного матеріалу

Оскільки відомі методи і прилади не забезпечують можливості достатньо швидкого контролю якості електричної енергії на базі вимірювання чи визначенням окремих показників якості, то актуальною задачею є розроблення методології швидкого оцінювання комплексного показника якості електричної енергії.

Також ці показники доповнено показником коефіцієнта потужності P_ϕ , який визначається через $\cos \phi$, так як в реальних умовах експлуатації електричних мереж часто використовуються спеціальні пристрої для недопущення його зменшення

нижче певного рівня, який реально визначається часткою реактивної потужності мережі.

Для реалізації експрес-контролю нами вибрані такі показники якості електричної енергії із нормативного документа [1], які стосуються характеристик низької напруги електрообладнання: заявлена напруга електропостачання (номінальна напруга розподільчої мережі) U_N , номінальна частота f_N , показник короточасного флікера P_{st} , сумарний коефіцієнт гармонічних спотворень K_{THD} , провали напруги (за залишковою напругою та тривалістю) U_3 , перенапруги мережі (за максимальною перенапругою та тривалістю) U_{II} .

Однією із складних задач формування КПЯ електричної енергії є те, що різні конкретні характеристики напруги електропостачання (диференційні показники якості) вимірюються чи оцінюються впродовж різних часових інтервалів із різною періодичністю. Наприклад, показник короточасного флікера P_{st} вимірюють впродовж 10 хвилин, а довгочасний флікер P_{li} обчислюють за відомим алгоритмом за даними 12 значень P_{st} , що послідовно виміряні на проміжку 2 годин [1]. В той же час оцінювання провалів напруги і проявів перенапруги може здійснюватися за різних інтервалів тривалості в межах від $(10 \dots 200)$ мс до $(5 \cdot 10^3 \dots 6 \cdot 10^4)$ мс [1]. Для визначення коефіцієнта гармонічних спотворень необхідно послідовно здійснювати усереднення сумарного коефіцієнта гармонічних спотворень напруги кожної гармоніки, усереднених на 10 хвилинних проміжках впродовж тижневого періоду [1]. Крім цього є відомим, що на результат визначення окремих показників впливає вибір тривалості спостереження за характеристиками напруги електропостачання, наприклад час T_{RMS} (час визначення середнього квадратичного значення напруги), який у серійних вимірювальних приладах становить 1с, 3с, 10хв, 2год використовується в приладах моделі Power Master MI 2892 [6].

Враховуючи, що метою роботи є реалізація експрес-контролю якості електричної енергії, яка не обов'язково повинна реалізовуватися серійним приладом, то виберемо однохвилинну тривалість оцінювання якості електричної енергії. Це можна розглядати як найбільш коректним підходом з нашої точки зору щодо запропонованої методики експрес-контролю оцінювання якості електричної енергії.

КПЯ електричної енергії згідно засад кваліметрії можна визначати за формулою середньозваженого арифметичного [7], вибраного за результатами дослідження авторів як найбільш поширеної на практиці середньозваженої оцінки показників технічних систем:

$$K = \sum_{j=1}^n q_j \gamma_j, \quad (1)$$

де q_j – нормований безрозмірний показник якості j -го показника, γ_j – коефіцієнт вагомості j -го показника якості.

Для обчислення КПЯ будемо розглядати у сукупності алгоритм визначення кожного окремого диференційного показника якості разом із запропонованою нами методологією визначення його вагомості.

Стабільність напруги безпосередньо впливає на активну та повну потужність. Зниження напруги приводить до падіння активної потужності, а її перевищення до збільшення струму в мережі. Нормований показник якості номінальної напруги розподільчої мережі розраховуємо за формулою:

$$q_{U_H} = 1 - \frac{|U_\phi - U_H|}{U_H}, \quad (2)$$

де U_ϕ – фазне (вимірне) значення напруги в мережі, U_H – нормоване (номінальне) значення напруги в мережі.

Для оцінювання коефіцієнтів вагомості якості номінальної напруги γ_{U_H} використаємо методологічний підхід, згідно якого коефіцієнт вагомості буде визначатися на підставі нормативно допустимого змінення напруги $\pm 10\%$ від величини номінальної напруги 230В [1], що дозволяє його записати як:

$$\gamma_{U_H} = \frac{10\%}{100\%} = 0,1. \quad (3)$$

Стабільність частоти напруги електропостачання впливає на функціонування (оберти) двигунів і на її споживання у синхронних системах.

Нормований показник частоти напруги розподільчої мережі розраховуємо за формулою:

$$q_f = 1 - \frac{|f_\phi - f_H|}{f_H}, \quad (4)$$

де f_ϕ , f_H – фактична і номінальна частота напруги в мережі.

Згідно [1] номінальна частота напруги в мережі має бути 50 Гц. Для систем, які синхронно під'єднані до об'єднаної енергосистеми, середнє значення частоти, яку виміряли на проміжку 10с, має бути в межах (+4%...-6%) від 50Гц [1]. Тому коефіцієнт вагомості від зміни частоти напруги запишемо з врахуванням її найбільшої можливої зміни, тобто

$$\gamma_f = \frac{6\%}{100\%} = 0,06. \quad (5)$$

Флікер (мерехтіння) знижує споживання електричної енергії через коливання напруги і відчувається нестійкістю зорового сприйняття світлового потоку від ламп, який при перевищенні певного порогу стає подразнювальним або дратівливим для людей.

Незважаючи на те, що згідно стандарту [1] показник короткочасного флікера вимірюють на періоді 10 хв, для проведення експрес-контролю якості електричної енергії можна використати алгоритм однохвилинного визначення флікера [8]:

$$P_{st}(1\text{хв}) = \sqrt[3]{\frac{r}{60} \cdot 2,3 \cdot \left(\frac{\Delta U}{U_H}\right)^3}, \quad (6)$$

де r – середня кількість флуктуацій (миготіння) за хвилину, яка вимірюється кількістю змін у рівні освітлення, або напруги за одну хвилину; ΔU – амплітуда зміни напруги у порівнянні з номінальною; U_H – номінальна напруга мережі.

Фізіологічна інтерпретація значення P_{st} характеризує:

- при $P_{st} < 0,5$ мерехтіння є непомітне;
- при $P_{st} = 1,0$ є порогові значення помітності мерехтіння для 50 % людей;
- при $P_{st} > 1,0$ є помітне мерехтіння, що може дратувати;
- при $P_{st} \geq 2,0$ є досить суттєве флікерне спотворення.

Таким чином $P_{st} = 1,0$ характеризує умовну межу комфорту, тобто граничне значення флікера, при якому відчувається мерехтіння. Із врахуванням цього можна запропонувати підхід для визначення коефіцієнта вагомості впливу флікера γ_{st} який базується на врахуванні взаємозв'язку амплітуди коливань напруги (u %) і частоти цих коливань (кількість за хвилину) при напрузі 230 В, що подається таблицею в [9].

Враховуючи, що для $P_{st} = 1,0$ поява мерехтіння відчувається при 1,95 % коливання напруги U_H , яка відповідає частоті коливань $r = 3$ [9], розраховане значення P_{st} за формулою (6) буде становити 0,948. Відповідно ΔP_{st} буде рівне 0,052, а коефіцієнт вагомості γ_{st} на підставі цього можна записати:

$$\gamma_{st} = \frac{\Delta P_{st}}{P_{st}} = \frac{0,052}{1,0} = 0,052. \quad (7)$$

Сумарний коефіцієнт гармонічних спотворень K_{THD} (анг. Total Harmonic Distortion, THD) обчислюють за формулою [1]:

$$K_{THD} = \sqrt{\sum_{h=2}^{40} (U_h)^2}, \quad (8)$$

де U_h – відносна амплітуда напруги окремої гармоніки, яка віднесена до напруги основної (першої) гармоніки U_1 ; h – порядок гармоніки.

Вищі гармоніки знижують ефективність електропостачання шляхом впливу на активну потужність, а також викликають втрати, в тому числі на реактивних навантаженнях.

Оскільки коефіцієнт K_{THD} розраховується як відношення до першої гармоніки, то він фактично є нормованим показником коефіцієнта гармонічного спотворення q_{THD} .

Визначення коефіцієнта вагомості коефіцієнта K_{THD} здійснимо на підставі пункту 4.2.5 стандарту [1], який показує, що сумарний коефіцієнт гармонічних спотворень напруги електропостачання (враховуючи всі гармоніки до 40-ої включно) має бути менше чи рівним 8%. Тому можна прийняти, що коефіцієнт вагомості γ_{THD} коефіцієнта K_{THD} становить 0,08.

Провали напруги є також впливовим фактором якості електропостачання, бо викликають зниження споживання або навіть зупинки обладнання. Згідно стандарту [1] вони класифікуються за залишковою напругою (u % від номінальної) і за тривалістю (в мс). Їх обчислюють кількістю фактичних провалів за період оцінювання коефіцієнта K_{THD} .

Для числового оцінювання нормованого показника провалів (зниження) напруги q_{U3} використаємо метод узагальнення багаторазових подій з врахуванням їх інтенсивностей. Це дозволяє записати таку формулу:

$$q_{U3} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta U_{3i} \cdot \tau_i}{T_3}, \quad (9)$$

де ΔU_{3i} – локальне i -те зниження напруги (u відносних одиницях) тривалістю τ_i , T_3 – час оцінювання показника провалу напруги.

Визначення коефіцієнта вагомості показника q_{U3} здійснимо на підставі нормативного документа [1], який показує, що провали напруги фіксуються при залишковій напрузі 90% і менше, тобто при спаді напруги більше 10% від номінальної. Тому коефіцієнт вагомості буде становити $\gamma_{U3}=0,1$.

Перенапруги в мережі можуть викликати зміни в функціонуванні електрообладнання і приводити навіть до його пошкодження та поломок. Згідно стандарту [1] вони класифікуються за максимальною напругою перевищення (u % від номінальної) та тривалістю (в мс).

Для числового оцінювання нормованого показника перенапруги $q_{UП}$ використаємо метод узагальнення багаторазових подій з врахуванням їх інтенсивності. Це дозволяє записати такий вираз:

$$q_{UП} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta U_{Пi} \cdot \tau_i}{T_{П}}, \quad (10)$$

де $\Delta U_{Пi}$ – локальне i -те перевищення напруги (u відносних одиницях) тривалістю τ_i , $T_{П}$ – час оцінювання показника перенапруги.

Визначення коефіцієнта вагомості $\gamma_{UП}$ показника $q_{UП}$ здійснимо на підставі нормативного документа [1], який показує, що перевищення напруги фіксується при її підвищенні понад 10% від номінальної. Тому отримуємо $\gamma_{UП}=0,1$.

Коефіцієнт потужності P_{ϕ} , який чисельно оцінюється через $\cos \phi$, і характеризує якість напруги, але не встановлює жорстких меж для $\cos \phi$ [1]. Водночас стандарт вимагає, щоб споживачі не встановлювали надмірних реактивних навантажень. Коефіцієнт потужності визначається як відношення активної споживаної потужності мережі до повної потужності. Тому нормований показник $q_{P_{\phi}}$ коефіцієнта потужності буде визначатися через $\cos \phi$, оскільки він знаходиться в межах $0 \dots 1$, і найкращою умовою є $\cos \phi = 1$.

Правила роздрібного ринку електричної енергії [10] регламентують, що допустиме значення $\cos \phi$ повинно становити не менше 0,9. Тому коефіцієнт

вагомості $\gamma_{P_{\phi}}$ коефіцієнта потужності можна записати з врахуванням реальної допустимої зміни значення показника $\cos \phi$ не більше 0,1. Це характеризує, що коефіцієнт вагомості $\gamma_{P_{\phi}}$ буде становити 0,1.

Таким чином, сума коефіцієнтів вагомості всіх оцінюваних показників якості електричної енергії буде рівною:

$$\sum \gamma_j = \gamma_{Uн} + \gamma_f + \gamma_{st} + \gamma_{THD} + \gamma_{U3} + \gamma_{UП} + \gamma_{P_{\phi}} = 0,1 + 0,06 + 0,052 + 0,08 + 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,592 \quad (11)$$

Оскільки згідно принципу кваліметрії [6] сума коефіцієнтів вагомості всіх одиничних показників повинна бути рівною одиниці, проведемо зведення цієї суми до одиниці шляхом множення кожного показника на коефіцієнт $1/\sum \gamma_j$, тобто на $1/0,592$. Тому розраховані уточнені значення коефіцієнтів вагомості (позначені з верхнім індексом “штрих”) будуть становити:

$$\gamma'_{Uн} = 0,17, \gamma'_f = 0,10, \gamma'_{st} = 0,087, \gamma'_{THD} = 0,135, \gamma'_{U3} = 0,169, \gamma'_{UП} = 0,169, \gamma'_{P_{\phi}} = 0,169. \quad (12)$$

Таким чином експрес-контроль якості електричної енергії може бути реалізований за алгоритмом (1), в якому фактичні показники якості вимірюються приладами або розраховуються на базі експериментального вимірювання параметрів характеристик напруги електропостачання за формулами (2), (4), (6), (8), (9), (10), а розраховані коефіцієнти вагомості кожного з цих одиничних показників якості наведені в (12).

Розроблений алгоритм експрес-контролю забезпечує визначення КПЯ впродовж одної хвилини, що обмежується тривалістю визначення флікера. Інші диференційні показники якості визначаються як середні значення вимірюваних параметрів впродовж цього часу.

4. Висновки

Розроблений алгоритм визначення комплексного показника якості електричної енергії на засадах кваліметрії з використанням підходу оцінювання середньозваженого арифметичного показника.

Викладені моделі визначення нормованих одиничних показників якості електричної енергії і їх коефіцієнтів вагомості, які оцінюють напругу і частоту розподільчої мережі, показник флікера, коефіцієнт гармонічних спотворень, провали напруги, перенапругу, а також коефіцієнт потужності.

Показано необхідність розроблення для реалізації експрес-контролю якості електричної енергії спеціалізованих мікропроцесорних приладів, насамперед, для визначення показника флікера, провалів напруги і перенапруги мережі.

Подальші дослідження будуть спрямовані на вивчення можливості застосування інших середньозважених оцінок при контролі якості електричної енергії, а також на розроблення мікропроцесорних пристроїв для реалізації експрес контролю і метрологічного оцінювання розробленої методики експрес контролю якості електричної енергії.

Список літератури

1. ДСТУ EN 50160:2023 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 50160:2022, IDT).
2. ДСТУ EN IEC 61000-4-11:2022 Електромагнітна сумісність. Частина 4-11. Методики випробування та вимірювання. Випробування на несприйнятливості до провалів напруги, короткочасних переривань та змінень напруги для обладнання з силою входного струму до 16 А на фазу.
3. Кузнецов В.Г., Шполянський О.Г., Яремчук Н.А. Узагальнений показник якості енергії в електричних мережах і системах // Технічна електродинаміка. 2011. № 3. С.46-52.
4. Ванько В.М. Методика оцінки якості електроенергії в мережах // Вісник "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". 2009. №638. С.85-95.
5. Kosobudzki G., Dusza D. Rozdział w monografii. Liczniki energii biernej w sieciach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia. W: Metrologia / red. Mariusz R. Rząsa. Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej. 2023. s. 209-219. ISBN: 978-83-66903-43-2.
6. Master Q4 MI 2893 / MI 2892 / MI 2885 (HW: 9.0) Instruction manual URL: <https://shorturl.at/10Pfe>.
7. Середюк О. Є., Витвицька Л. А., Лютак З. П. Основи кваліметрії та сертифікації в нафтогазовій галузі: навч. посіб. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2014. 294 с.
8. ДСТУ EN 61000-4-15:2018 Електромагнітна сумісність. Частина 4-15. Методики випробування та вимірювання. Фліккерметр. Технічні вимоги до функціонування та конструкції (EN 61000-4-15:2011, IDT).
9. ДСТУ IEC/TR 61000-3-7:2012 Електромагнітна сумісність. Частина 3-7. Оцінення норм емісії для підключення флукуаційних установок до електропостачальних систем середньої, високої та надвисокої напруги (IEC/TR 61000-3-7:2008, IDT).
10. Про затвердження "Правил роздрібного ринку електричної енергії". Постанова Національної комісії, що здійснює державне регулювання у сферах енергетики та комунальних послуг від 14.03.2018 № 312. Редакція від 01.07.2025 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0312874-18>.

Надійшла (Received) 12.01.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 28.03.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Середюк Орест Євгенович - доктор технічних наук, професор, професор кафедри інформаційно-вимірювальних технологій та енергетичного менеджменту, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, e-mail: mivt@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0002-8539-2693;

Orest Serediuk – DSc, professor, Professor of the Department of Information and Measurement Technologies and Energy Management, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas; e-mail: mivt@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0002-8539-2693.

Рибчин Богдан Романович – аспірант кафедри інформаційно-вимірювальних технологій та енергетичного менеджменту, Івано-Франківський національний університет нафти і газу, e-mail: rybchyn.b@i.ua, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6616-2670>;

Bohdan Rybchyn – postgraduate student of the Department of Information and Measurement Technologies and Energy Management, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, e-mail: rybchyn.b@i.ua, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6616-2670>.

Криницький Олександр Степанович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій та енергетичного менеджменту, Івано-Франківський національний університет нафти і газу, e-mail: oleksandr.krynytskyi@nung.edu.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2338-8661>

Oleksandr Krynytskyi – PhD, docent Associate Professor of the Department of Information and Measurement Technologies and Energy Management, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, e-mail: oleksandr.krynytskyi@nung.edu.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2338-8661>

Express control of electricity quality on the basis of qualimetricity

O.Ye. Serediuk, B.R. Rybchyn, O. S. Krynytskyi

Abstract

The conceptual approach to the implementation of express control of electrical energy quality based on qualimetric assessment methods is considered. The normative indicators of electrical energy quality, their measurement time intervals, and problems associated with different measurement durations are analyzed. The use of a comprehensive quality indicator is proposed, which is formed on the basis of the following seven individual indicators: power supply voltage, voltage frequency, flicker index, voltage dips, network overvoltages, harmonic distortion factor, and power factor. The algorithms for calculating the weighting coefficients of each of the listed indicators are presented. The developed approach is based on the measurement and calculation method of comparing the actual parameters of unit indicators with standard values and can be used to build automated systems for monitoring the quality of electrical energy.

Key words: electricity; quality indicators; weighting factors; generalized quality indicator; qualimetry; regulatory documents on energy quality.

ПІДВИЩЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО ПОКАЗНИКА ЯКОСТІ НАСОСІВ ТА КОМПРЕСОРІВ ШЛЯХОМ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Г.І. Канюк, О.В. Купріянов, А.Ю. Мезеря, В.В. Сабадаш, Т.Ю. Василюк

Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна, м. Харків, Україна

Анотація

Актуальність роботи обумовлена необхідністю підвищення енергоефективності, надійності та експлуатаційної стійкості насосних і компресорних установок, що є важливим завданням сучасної енергетики та промисловості, оскільки саме системи автоматичного керування значною мірою визначають динамічні властивості агрегатів, рівень енергоспоживання, стабільність режимів і ресурс роботи. Метою статті є встановлення взаємозв'язків між якістю системи керування та комплексним показником якості насосів і компресорів, а також оцінка можливостей підвищення цього показника шляхом оптимізації параметрів регуляторів. Методи дослідження базуються на використанні математичних моделей насосів і компресорів другого порядку з урахуванням характеристик приводу, гідравлічних нелінійностей і насичення виконавчих механізмів. Якість керування оцінювалась за інтегральними критеріями ISE, IAE, ITAE та комплексним показником KPI, що поєднує енергетичні, динамічні та ресурсні властивості агрегату. Проведено моделювання характеристик реального насоса, апроксимацію його енергетичних і потужнісних залежностей та аналіз перехідних процесів за різних налаштувань ПІД-регулятора. За результатами досліджень встановлено, що неоптимальні алгоритми керування спричиняють перерегулювання, коливання, підвищене теплове й механічне навантаження на привід, а також зростання енерговитрат. Оптимізація параметрів регулятора забезпечує швидший аперіодичний перехідний процес, зменшення інтегральної похибки, підвищення ККД і зниження споживаної потужності. Зроблено висновки, що удосконалення систем автоматичного керування є ефективним і економічно доцільним способом підвищення комплексного показника якості насосного та компресорного обладнання без зміни його конструктивної частини.

Ключові слова: показники якості, насос, компресор, система керування, оптимізація.

1. Вступ

Підвищення ефективності насосних і компресорних установок є одним із ключових завдань сучасної енергетики та промисловості. В умовах зростання вимог до енергоефективності, надійності та інтелектуалізації виробничих процесів особливої актуальності набуває покращення систем автоматичного керування (САК). Саме САК визначає динамічні властивості технологічного обладнання, стабільність параметрів режиму, реагування на збурення та рівень енергоспоживання.

Насоси та компресори мають складний нелінійний характер функціонування, а їхні робочі характеристики значною мірою залежать від стану привідних механізмів, гідравлічних або газодинамічних процесів, режимів навантаження та алгоритмів регулювання. Тому оптимальність системи керування стає критичним фактором, що визначає комплексний показник якості роботи агрегатів.

У сучасних роботах велика увага приділяється впливу законів керування на енергоефективність агрегатів. В роботі [1] доведено, що оптимізація ПІД-регулятору дає зниження витрат енергії на 10-17%. В роботі [2] автор аналізує компресори газотранспортних систем і показує, що якісне керування зменшує втрати тиску та покращує квазістаціонарну стабільність. У роботах [3, 4] наведено моделі насосних агрегатів із врахуванням нелінійностей та ефектів зношування, а також доведено доцільність застосування самоналаштовуваних регуляторів. Значний внесок у розвиток моделювання насосів зробили дослідження [5-7], у яких наведено структурні та енергетичні

моделі промислових насосів, а також рекомендації щодо їх оптимальної експлуатації під керуванням частотних перетворювачів.

Методи адаптивного та енергооптимального керування (в тому числі фазі-регулятор) розглянуті у публікаціях [8], де наведено сучасні стратегії компенсації збурень та забезпечення мінімуму інтегральних критеріїв якості. Праці [9] зазначають важливість правильного вибору вимірювальних каналів і структури САК для підвищення надійності технологічних об'єктів. Вітчизняні дослідження [10-15] також підкреслюють високе значення енергетичного моніторингу та підвищення показників якості насосів і компресорів в тому числі шляхом оптимізації систем керування.

Таким чином, оптимізація регуляторів, застосування адаптивних алгоритмів та коректний вибір структури САК дозволяють істотно підвищити якість роботи нагнітальних установок, зменшити енергоспоживання та збільшити надійність технологічних процесів.

Мета статті – встановлення взаємозв'язків між якістю системи керування та комплексним показником якості насосів і компресорів.

2. Виклад основного матеріалу

2.1. Теоретична частина

Попередній аналіз показав, що неефективне керування викликає часті перехідні режими, пульсації тиску та витрати в нагнітачах, збільшене навантаження на приводи (електричні або газотурбінні), зростання споживання електроенергії на 15-30%. Регулятори низької якості сприяють

кавітації в насосах, флаттеру та помпажу в компресорах, підвищенню зношування підшипників і робочих коліс. В той час як оптимальні регулятори дозволяють зменшити перерегулювання з 40-60% до 5-10%, скоротити час виходу на режим у 2-3 рази, знизити енергоспоживання на 8-20%. Вони забезпечують зменшення аварійності, стабілізацію потоку та рівномірний розподіл навантаження між агрегатами, що покращує надійнісні показники якості нагнітачів та систем, в яких вони працюють.

Оптимальності систем керування визначається такими критеріями:

1. Інтеграл квадрата похибки (*ISE*):

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt. \quad (1)$$

2. Інтеграл абсолютної похибки (*IAE*):

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt. \quad (2)$$

3. Інтеграл абсолютної похибки, зважений за часом (*ITAE*):

$$ITAE = \int_0^T t |e(t)| dt. \quad (3)$$

де $e(t)$ – відносна статична похибка; t – час перехідного процесу, с.

Для насосів та компресорів характерні такі показники якості їх роботи:

1. Гідравлічні показники. Визначаються відповідністю витрати та напору (або тиску) в нагнітачі, бажаним значенням, необхідним для забезпечення технологічного процесу:

$$I_Q = \frac{Q}{Q_{ном}}; I_H = \frac{H(Q, n)}{H_{ном}}, \quad (4)$$

де Q – витрата робочого тіла; H – напір; $Q_{ном}$, $H_{ном}$ – значення у номінальному (паспортному) режимі.

В умовах експлуатації бажано $I_Q \approx 1$, $I_H \approx 1$.

2. Кавітаційний запас (для насосів).

Кавітація різко знижує якість роботи й ресурс насосів, тому для насосів треба визначати показник кавітаційної стійкості:

$$I_{NSPH} = \min \left(1, \frac{NSPH_a}{NSPH_{ref}(Q)} \right), \quad (5)$$

де $NSPH_a$ – реальний запас напору на вході насоса; $NSPH_{ref}(Q)$ – мінімальний запас напору, який потрібен конкретному насосові для роботи без кавітації.

Кавітаційний запас є якщо $I_{NSPH} = 1$.

3. Енергетичні показники.

- відносний показник ККД:

$$I_\eta = \frac{\eta(Q, n)}{\eta_{max}}, \quad (6)$$

де η_{max} – максимум ККД нагнітача (паспортний або експериментально визначений). I_η показує,

наскільки близько нагнітач працює до ідеального для нього режиму.

- відносний показник енерговитрат:

$$I_E = \frac{E_{ref}}{E(Q)}, \quad (7)$$

де E_{ref} – бажане або референсне значення питомих енерговитрат (для кращих нагнітачів цього класу); $E(Q)$ – поточне значення питомих енерговитрат для забезпечення потрібної витрати Q . Якщо нагнітач працює економно – $E(Q)$ мале, а I_E ближче до 1.

4. Надійнісні показники оцінюються відносними показниками ресурсу та готовності:

$$I_{рес} = \frac{T_{рес}}{T_{рес, ref}}; I_{гот} = K_{гот}, \quad (8)$$

де $T_{рес}$ – ресурс діючого обладнання, год; $T_{рес, ref}$ – бажаний ресурс (наприклад, ресурс еталонного нагнітача або проектне значення), год;

$$K_{гот} = \frac{T_{роб}}{T_{роб} + T_{простоїв}} \quad (9)$$

– коефіцієнт готовності; $T_{роб}$ – сумарний час роботи, год; $T_{простоїв}$ – сумарний час ремонтів і відключень, год.

Комплексний показник якості роботи насосів та компресорів (*KPI*), в загальному вигляді можна представити рівнянням:

$$KPI = \sum_{i=1}^N w_i \cdot I_i. \quad (10)$$

Розглядаючи тільки технічні показники, та положивши припущення, що гідравлічні показники виконуються безумовно (вимоги технологічного процесу), отримаємо:

$$KPI = w_1 I_\eta + w_2 I_E + w_3 I_{IAE} + w_4 I_{ITAE}, \quad (11)$$

де w_i – вагові коефіцієнти, $\sum w_i = 1$.

Вагові коефіцієнти в роботі прийнято на основі підходів до побудови комплексних індикаторів, викладених у праці [16], де рекомендовано обґрунтовувати ваги або експертним шляхом, або на основі аналітичних процедур, а також перевіряти чутливість підсумкового показника до їх зміни. У цій роботі використано збалансований варіант ваг $w_1=0.4$, $w_2=0.3$, $w_3=0.2$, $w_4=0.1$ з пріоритетом енергетичних показників, після чого проведено аналіз чутливості *KPI* до зміни вагових коефіцієнтів. Якщо акцент на енергоефективності, збільшуються w_1 та w_2 , якщо треба точність – збільшується w_3 , якщо ключове – швидкість виходу на режим, збільшується w_4 . Для визначення впливу надійності, екологічності, вартості, безпеки та інше на комплексний показник – в модель (11) додаються відповідні показники та перераховуються відповідні вагові коефіцієнти.

Таким чином, математична модель показників якості – це набір нормованих індексів $I_i(Q, H, \eta, P_{ел}, \dots)$ та функція згортки (лінійна чи нелінійна), що дає узагальнений індекс *KPI*.

2.2 Експериментальна частина

Для експериментального визначення впливу систем керування на показники якості нагнітачів, проведемо дослідження характеристик реального насоса та впливу на них параметрів настройки регуляторів та алгоритмів систем керування з наступним визначенням показників якості. В дослідженнях використовувався насос ANDRITZ з максимальною витратою до 7000 м³/год та максимальним напором 110 м. Характеристика насоса в околицях робочої точки наведені в табл. 1.

Гідравлічна характеристика насоса, апроксимована рівнянням, показана на рис. 1.

Оптимальність режиму роботи моделювалась за умов:

- неоптимальний алгоритм керування: $\eta_{\max} \approx 0,78$, максимум при $Q \approx 0,9Q_{\text{ном}}$, ширина кривої $\Delta Q = 0,25Q_{\text{ном}}$, закон зміни витрати $f(Q) = 1,05 - 0,05Q$. На практиці цей режим може бути при керуванні дросельною засувкою, де частина енергії йде на втрати в дроселі.

- оптимальний алгоритм керування: $\eta_{\max} \approx 0,85$, максимум при $Q \approx Q_{\text{ном}}$, робоча точка зміщена у зону найвищого ККД.

Таблиця 1 – Характеристики насоса в околицях робочої точки (номіальні робочі параметри)

Параметр	Позначення	Значення
Номіальна витрата	$Q_{\text{ном}}$	6000 м ³ /год
Номіальний напір	$H_{\text{ном}}$	85 м
Номіальна потужність приводу	$P_{\text{ном}}$	250 кВт
Номіальна швидкість обертання	$n_{\text{ном}}$	1480 об/хв
Робоче середовище	–	Вода / технологічна рідина

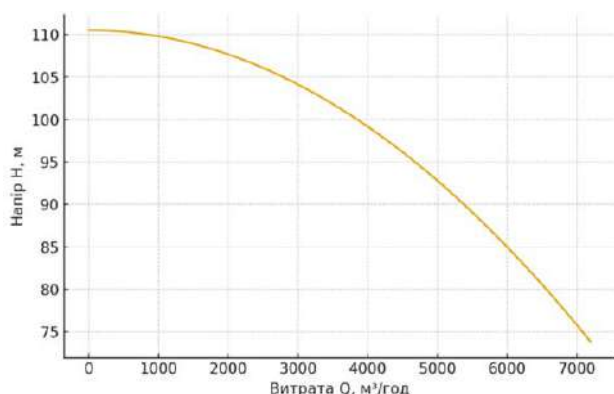


Рис.1. Гідравлічна характеристика насоса

Енергетична характеристика за двома алгоритмами наведена на рис. 2.

Узагальнена залежність ККД:

$$\eta(Q) = \eta_{\max} \exp \left[- \left(\frac{Q - Q_{\text{opt}}}{\Delta Q} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

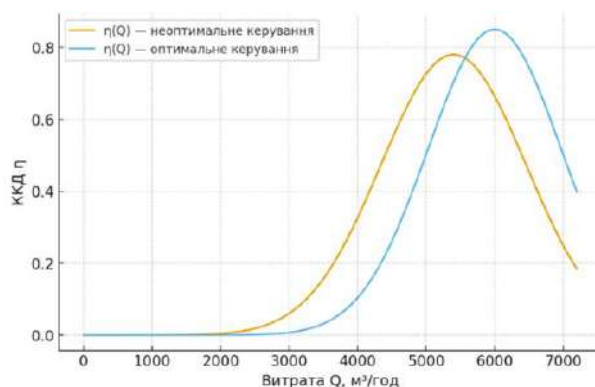


Рис.2. Енергетична характеристика насоса

Рівняння апроксимації енергетичної характеристики у нормованому вигляді (через $x = Q/Q_{\text{ном}}$):

$$\eta_{\text{нон}}(x) = 0,78 \exp \left[- \left(\frac{x - 0,9}{0,25} \right)^2 \right]; \quad (13)$$

$$\eta_{\text{опт}}(x) = 0,85 \exp \left[- \left(\frac{x - 1}{0,23} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

З рисунку 2 видно, що система керування з оптимальним алгоритмом утримує насос ближче до точки максимального ККД.

Аналогічно будемо характеризувати потужності (рис. 3). Рівняння апроксимації у нормованому вигляді:

$$P_{\text{нон}}(x) = P_{\text{ном}} x^2 (1,05 - 0,05x); \quad (15)$$

$$P_{\text{опт}}(x) = P_{\text{ном}} x^2 (0,95 + 0,02x). \quad (16)$$

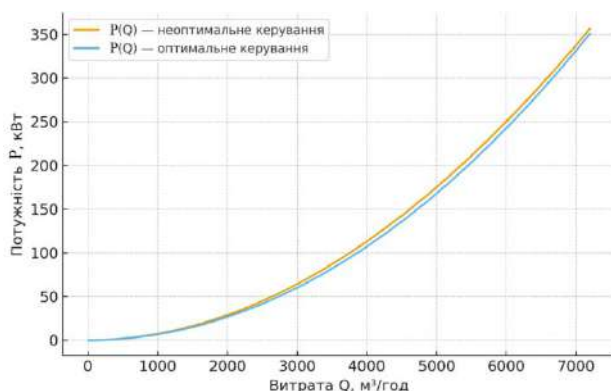


Рис.3. Характеристика потужності насоса

На графіку видно, що споживана потужність при оптимальному керуванні на тих самих витратах на 5-10% нижча, тобто досягається енергозбереження.

Для моделювання впливу настройки регулятора на показники якості, прийняті такі умови:

- контур регулювання: витрати насосу Q регулюються частотним перетворювачем:

- вхід: задання витрати Q_{ref} ;
- керування: сигнал від ПІД-регулятора;
- об'єкт: насос + привід, апроксимований передатною функцією 2-го порядку;
- вихід: виміряна витрата $Q(t)$.

В нормованих одиницях:

$$y(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\text{ном}}}; r(t) = \frac{Q_{\text{ref}}(t)}{Q_{\text{ном}}}; u(t) \in [0; 1]. \quad (17)$$

Передатна функція насоса:

$$G_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K_p}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (18)$$

де для нашого насоса: $K_p=1,0$ (нормований коефіцієнт підсилення), $T_1=0,8$ с; $T_2=0,3$ с.

Тоді диференціальне рівняння:

$$T_1 T_2 \ddot{y}(t) + (T_1 + T_2) \dot{y}(t) + y(t) = K_p u(t). \quad (19)$$

Передатна функція ПІД-регулятора у операторній формі:

$$W_{\text{ПІД}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{І}}}{s} + \frac{K_{\text{Д}}}{T_f s + 1}, \quad (20)$$

у часовій області:

$$u(t) = K_{\text{П}} e(t) + K_{\text{І}} \int_0^t e(t) dt + K_{\text{Д}} \frac{de(t)}{dt}. \quad (21)$$

Похибка ПІД-регулятору:

$$e(t) = r(t) - y(t). \quad (22)$$

Обмеження сигналу:

$$u(t) = \text{sat}(u_{\text{тав}}(t), 0, 1). \quad (23)$$

Модель динаміки для неоптимальної системи – модель другого порядку з коливаннями:

$$y_{\text{нон}}(t) = 1 - \exp(-0,3t) [\cos(2t) + 0,2 \sin(2t)]. \quad (24)$$

Модель динаміки для неоптимальної системи – аперіодична модель:

$$y_{\text{опт}}(t) = 1 - \exp(-1,2t). \quad (25)$$

Оптимальні настройки відповідають $K_{\text{П}}=2,5$; $K_{\text{І}}=1,8$; $K_{\text{Д}}=0,1$.

Характеристики перехідних процесів за різними настройками регулятора наведені на рис. 4.

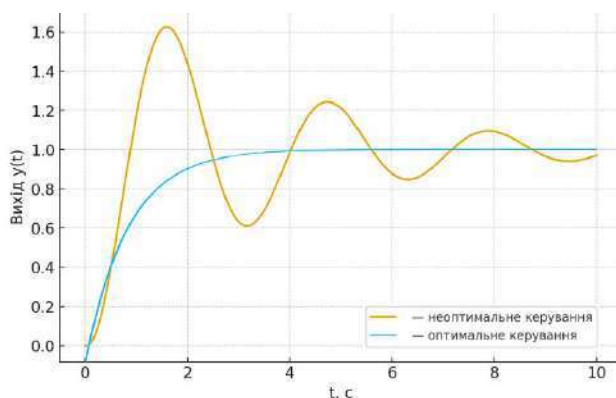


Рис.4. Характеристики перехідних процесів за різними настройками регулятора

2.3. Розрахунок показників якості

З розрахунків при $Q=Q_{\text{ном}}=6000$ м³/год отримаємо вихідні дані для двох варіантів, а саме:

Енергетичні критерії:

- ККД: неоптимальне: $\eta_{\text{нон}} \approx 0,665$;

оптимальне: $\eta_{\text{опт}} = 0,85$;

- потужність (з $P-Q$ кривих):

$E_{\text{нон}} = 250$ кВт;

$E_{\text{опт}} = 242,5$ кВт.

Динамічні критерії:

- IAE: $IAE_{\text{нон}} \approx 2,10$; $IAE_{\text{опт}} \approx 0,83$;

- ITAE: $ITAE_{\text{нон}} \approx 5,81$; $ITAE_{\text{опт}} \approx 0,69$.

Як референтні величини беремо оптимальний варіант.

Ваги (збалансоване співвідношення, згідно існуючих рекомендацій): $w_1=0,4$ – ККД; $w_2=0,3$ – енергоспоживання; $w_3=0,2$ – IAE; $w_4=0,1$ – ITAE.

Тоді комплексний показник якості неоптимальної системи буде нормованим по відношенню до оптимальної:

$$KPI_{\text{нон}} = 0,4 \frac{0,665}{0,85} + 0,3 \frac{250}{250} + 0,2 \frac{0,83}{2,1} + 0,1 \frac{0,69}{5,81} = 0,704 \quad (26)$$

Отримані результати підтверджують суттєвий вплив законів керування на роботу насосів і компресорів. Навіть без зміни конструкції агрегату, лише оптимізація програмного забезпечення, методів керування та налаштування регуляторів дозволяє значно підвищити інтегральні техніко-економічні показники якості насосного та компресорного обладнання.

Особливу увагу треба приділяти адаптивним алгоритмам, які здатні враховувати старіння обладнання, зміну характеристик при зношуванні, зовнішні збурення (тиск на вході, коливання навантаження) та зміни в реологічних властивостях робочого середовища.

3. Висновки

1. Оптимальність систем автоматичного керування є визначальним фактором ефективності насосних та компресорних установок.

2. Удосконалення систем керування без зміни апаратної частини є одним із найбільш економічно ефективних шляхів модернізації насосно-компресорного обладнання.

3. Оптимізація ПІД-регуляторів за критеріями ISE/IAE/ITAE забезпечує стабілізацію режимів, зменшення енергоспоживання та підвищення ККД.

4. Впровадження адаптивних та енергетично оптимальних алгоритмів керування може значно підвищити комплексний показник якості (майже на 30%).

5. Методи визначення впливу систем керування на показники якості нагнітачів можуть бути використані при модернізації існуючих та створенні нових ефективних систем.

Список літератури

1. Zhang W.G., Yang W.D., Dou F.X., Wang L.J. Combinative Control Method of Centrifugal Pump Based on Variable Frequency Drive and Auto Back Flow Control Valve. *Petrochemical Equipment*. 2016. Vol. 45. № 6. P. 73-76. DOI: <https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-7466.2016.06.016>.
2. Канюк Г.І., Князева В.М., Мезеря А.Ю., Чеботарьов А.М. Канюк Г.І. Удосконалення нормативної бази забезпечення енергоефективних режимів роботи насосних установок електричних та нафтоперекачувальних станцій. Харків: Друкарня Мадрид, 2020. 126 с. :48 іл., 22 табл. ISBN 978-617-7875-55-2
3. Білик О. В. Оптимізація систем керування насосними агрегатами: монографія. Київ: НУХТ, 2017. 214 с. ISSN: 0453-79980234-5110.
4. Крамаренко Ю.О., Дрозд В.А. Підвищення якості систем керування насосними агрегатами шляхом використання частотно-керованого електроприводу. *Машинобудування*. Харків, УПА. №33, 2024, с. 61-69. DOI: <https://doi.org/10.32820/2079-1747-2024-33-38-50>.
5. Gülich J. F. *Centrifugal Pumps*. 4th ed. Berlin: Springer, 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-14788-4.
6. Канюк Г.І., Андреев О.В., Чернюк А.М., Князева В.М. Аналіз засобів регулювання параметрів насосних агрегатів магістральних нафтопроводів України. *Вісник НТУ "ХП"*: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. №10(1182). 2016. С.85-91. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-774X.2016.10.13>.
7. Ke L., Liu Y.C. Modeling and Simulation of Variable Frequency Pump Control Fatigue Test Machine. *International Journal of Engineering, Transactions A: Basics*. 2016. Vol. 29. № 1. P. 92–102. DOI: <https://doi.org/10.5829/idosi.ije.2016.29.01a.13>.
8. Åström K. J., Murray R. M. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton : Princeton University Press, 2017. 408 p. (електронне видання). DOI: <https://doi.org/10.1515/9781400835324>.
9. Karre A. V. Chapter 1. Understanding the Basics of Piping and Instrumentation Diagrams (P&IDs). *Piping and Instrumentation Diagram: A Stepwise Approach*. Berlin; Boston: De Gruyter, 2023. P. 1–21. DOI: 10.1515/9781501519864-001.
10. Василюк О. Б., Тітлов О. С., Сагала Т. А. Моделювання режимів транспортування природного газу магістральними газопроводами в умовах недовантаження. *Нафтогазова енергетика*. 2019. № 2(32). С. 35–42. DOI: 10.31471/1993-9868-2019-2(32)-35-42.
11. Князева В. М., Насиров С. В., Малюта В. С., Курільченко М. О., Колесник В. Б. Підвищення енергетичної ефективності транспортування газу шляхом оптимізації режимів роботи електроприводів. *Машинобудування*. 2023. № 32. С. 64–71. DOI: 10.32820/2079-1747-2023-32-64-71.
12. Грудз В. Я., Стасюк Р. Б., Крупяк Я. Т., Ткачівський С. В., Хай Р. В. Порівняльний аналіз розрахунку ефективного коефіцієнта корисної дії газоперекачувальних агрегатів. *Нафтогазова енергетика*. 2024. № 2(42). С. 30–36. DOI: 10.31471/1993-9868-2024-2(42)-30-36.
13. Прокопенко О. О., Антоненко Н. С., Гулей О. Б. Аналіз проблем організації контролю технічного стану газотранспортного обладнання й напрямки їх вирішення. *Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2022. Т. 33(72), № 1. С. 182–188. DOI: 10.32838/2663-5941/2022.1/27.
14. Крижанівський Є. І., Грудз В. Я., Грудз В. Я. (мол.), Терещенко Р. В., Говдяк Р. М. Оптимізація режимів компресорних станцій за умови їх неповного завантаження. *Нафтогазова енергетика*. 2019. № 1(31). С. 36–42. DOI: 10.31471/1993-9868-2019-1(31)-36-42.
15. Грудз В. Я., Садлівський В. І. Дослідження енергоефективності газотранспортних систем в комплексі з підземними газосховищами. *Нафтогазова енергетика*. 2025. № 2(44). С. 127–135. DOI: 10.31471/1993-9868-2025-2(44)-127-135.
16. Nardo M., Saisana M., Saltelli A., Tarantola S., Hoffman A., Giovannini E. *Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*. Paris: OECD Publishing, 2008. 158 p. DOI: 10.1787/9789264043466-en.

Надійшла (Received) 12.01.2026

Прийнята до друку (accepted for publication) 28.03.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Геннадій Канюк – д.т.н., професор, зав. кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій ХНУ ім. В.Н. Каразіна, м. Харків; e-mail: kanjuk77@gmail.com; ORCID: 0000-0003-1399-9039.

Gennadii Kanjuk – DSc, professor, Head of the Department of Automation, Metrology, and Energy-Efficient Technologies of V.N. Karazin Kharkiv National University; e-mail: kanjuk77@gmail.com; ORCID: 0000-0003-1399-9039.

Олександр Купріянов – д.т.н., професор, професор кафедри інформаційних комп'ютерних технологій і математики ХНУ ім. В.Н. Каразіна; м. Харків; e-mail: oleksandr.kupriyanov@karazin.ua; ORCID: 0000-0003-0017-5751.

Oleksandr Kupriyanov – DSc, professor, professor of the Department of Information Computer Technologies and Mathematics V.N. Karazin Kharkiv National University; e-mail: oleksandr.kupriyanov@karazin.ua; ORCID: 0000-0003-0017-5751.

Андрій Мезеря – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій ХНУ ім. В.Н. Каразіна, м. Харків; e-mail: mezzar@ukr.net; ORCID: 0000-0003-2946-9593.

Andrii Mezerya – PhD, Associate Professor of the Department of Automation, Metrology and Energy-Efficient Technologies, V.N. Karazin Kharkiv National University; e-mail: mezzar@ukr.net; ORCID: 0000-0003-2946-9593.

Володимир Сабадаш – кандидат технічних наук, доцент, головний судовий експерт лабораторії інженерно-технічних досліджень ННЦ «Інститут судових експертиз ім. засл. проф. М.С. Бокаріуса», Харків; e-mail: sabadash.v60@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9815-9009.

Volodymyr Sabadash – PhD, docent, chief forensic expert of the laboratory engineering and technical research of the NSC “Hon. Prof. M.S. Bokarius Forensic Science Institute”; e-mail: sabadash.v60@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9815-9009.

Тетяна Василюк – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій ХНУ ім. В.Н. Каразіна, м. Харків; e-mail: vasyleczyty@uipa.edu.ua; ORCID: 0000-0002-2148-8645.

Tetiana Vasilets – PhD, Associate Professor of the Department of Automation, Metrology and Energy-Efficient Technologies, V.N. Karazin Kharkiv National University; e-mail: vasyleczyty@uipa.edu.ua; ORCID: 0000-0002-2148-8645.

Enhancing the Integrated Quality Index of Pumps and Compressors Through Control System Optimization

G. Kanjuk, O. Kupriyanov, A. Mezerya, V. Sabadash, T. Vasilets

Abstract

The relevance of the study is due to the need to improve the energy efficiency, reliability, and operational stability of pumping and compressor units, which is an important task in modern energy and industry, since automatic control systems largely determine the dynamic characteristics of the units, the level of energy consumption, operating stability, and service life. The aim of the article is to establish the relationship between the quality of the control system and the integrated quality index of pumps and compressors, as well as to assess the possibilities of improving this index by optimizing controller parameters. The research methods are based on the use of second-order mathematical models of pumps and compressors, taking into account drive characteristics, hydraulic nonlinearities, and actuator saturation. Control quality was evaluated using the integral criteria ISE, IAE, ITAE, and the integrated KPI index combining the energetic, dynamic, and durability-related properties of the unit. The study included simulation of the characteristics of a real pump, approximation of its energy and power dependencies, and analysis of transient processes under different PID controller settings. The results showed that non-optimal control algorithms cause overshoot, oscillations, increased thermal and mechanical loading of the drive, as well as higher energy consumption. Optimization of controller parameters provides a faster aperiodic transient response, reduces the integral error, increases efficiency, and decreases power consumption. It was concluded that improving automatic control systems is an effective and economically feasible way to enhance the integrated quality index of pumping and compressor equipment without changing its structural design.

Keywords: quality indicators, pump, compressor, control system, optimization.

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

Бакланов О.М. (Baklanov O.M.)	42	Кубишин П. (Kubiszyn P.)	17
Барна О.Б. (Barna O.B.)	36	Медведовська Я.С. (Medvedovska Ya.S.)	47
Барна С.М. (Barna S.M.)	36	Мезеря А.Ю. (Mezerya A.)	68
Боднар О. (Bodnar O.)	5	Мощенко І.О. (Moshchenko I.O.)	11
Варша З.Л. (Warsza Z.L.)	30	Новосьолов О.А. (Novoselov O.A.)	23
Василець Т.Ю. (Vasilets T.)	68	Питель І.Д. (Pitel I.D.)	57
Венчек Т. (Więcek T.)	30	Полярус О.В. (Poliarus O.V.)	47
Витвицька Л.А. (Vytvytska L.A.)	36	Поссоло А. (Possolo A.)	5
Дорожовець М. (Dorozhovets M.)	17	Рибчин Б.Р. (Rybchyn B.R.)	63
Запорожець О.В. (Zaporozhets O.V.)	11	Сабадаж В.В. (Sabadash V.)	68
Івах Р.М. (Ivakh R.M.)	57	Середюк О.Є. (Serediuk O.Ye.)	63
Канюк Г.І. (Kanjuk G.)	68	Унгер В.М. (Unger V.M.)	23
Козлов Ю.В. (Kozlov Yu.V.)	23	Черножук Т.В. (Chernozhuk T.V.)	42
Криницький О.С. (Krynytskyi O.S.)	63	Шевченко І.Р. (Shevchenko I.R.)	42
Купріянов О.В. (Kupriyanov O.)	68	Юрченко О.І. (Yurchenko O.I.)	42

**Метрологія
та прилади**

**Metrology
and Instruments**

Науково-практичний журнал
2026, № 1

ISSN 2307-2180 (print)
ISSN 2663-9564 (online)

Відповідальний за випуск *О. В. Дегтярьов*
Комп'ютерна верстка *К. І. Кохно*

*Ідентифікатор медіа R30-04584 згідно з рішенням Національної ради України
з питань телебачення і радіомовлення від 23.05.2024 № 1772*

Підписано до друку 20.06.2026 Формат 60х84/8. Ум.-друк. арк. 8,38. Тираж 100 прим. Зам. 2906-26

Адреса редакції: Харківський Національний університет радіоелектроніки
Кафедра ІВТ, пр. Науки, 14, 61166, м. Харків, Україна, тел. + 38 (057) 702-13-31

Віддруковано з готових оригінал-макетів в ФО-П Єфименко С.А.