

Параметричні матричні моделі лінійних параметричних кіл і їх елементів у
частотній області

Зміст

I. Вступ	3
II. Теоретична частина	5
1. Приклад ССЛАР параметричного кола без індуктивностей.....	5
2. Приклад ССЛАР параметричного кола, що містить індуктивності.....	9
3. Формування ССЛАР кола у матрично-матричному вигляді	12
IV. Експериментальна частина	19
V. Висновки	21
VI. Список літератури.....	22
VII.Анотація.....	23

I. ВСТУП

У ряді статей [2, 3, 5] описано розроблений нами частотний символний метод (ЧС-метод) аналізу усталеного режиму лінійних параметричних кіл у частотній області. Тут прийнято, що параметри параметричних елементів у колі змінюються у часі періодично і можуть бути представлені усіченим рядом Фур'є. ЧС-метод, як витікає з назви, є символним, оскільки передбачає наявність у колі комплексної змінної s , часу t та ряду параметрів його елементів у вигляді символів. За ЧС-методом визначаються апроксимації необхідних передавальних функцій $W(s, t)$ параметричного кола у вигляді поліному Фур'є, які можуть бути багаторазово обчислені для різних числових значень s, t та символних параметрів елементів кола. Така необхідність [1] виникає, наприклад, у багатоваріантних задачах оптимізації, статистичного аналізу кіл тощо.

ЧС-метод оснований на застосуванні до символної системи лінійних диференціальних рівнянь (ССЛДР), що описує параметричне коло, наприклад, за методом вузлових напруг у просторі часу t відносно невідомих вузлових напруг $u_i(t)$ та джерела струму $i(t)$, перетворення Л.А.Заде [2] у матричній формі [3]. Таке перетворення переводить цю систему у простір двох незалежних змінних – комплексної змінної s та того ж часу t відносно передавальних функцій $W_i(s, t) = U_i(s, t)/I(s)$, де $U_i(s, t), I(s)$ – зображення напруги $u_i(t)$ та струму $i(t)$ у комплексній площині, відповідно. Тому, якщо у часовій системі невідомими виступають часові залежності вузлових напруг заданого параметричного кола, то у символній системі лінійних алгебраїчних рівнянь (ССЛАР), отриманій за ЧС-методом у просторі комплексної змінної s , невідомими є коефіцієнти $W_0(s), W_{c1}(s), W_{s1}, \dots, W_{ck}(s), W_{sk}(s)$ поліномів Фур'є, якими апроксимується кожна передавальна функція $W_i(s, t)$, k - кількість гармонічних складових у апроксимаціях.

Однак, за умови ускладнення параметричного кола, тобто за умови збільшення у ньому кількості вузлів, елементів з постійними та змінними параметрами, а також

кількості гармонічних складових у шуканих передавальних функціях, порядок формованих за ЧС-методом ССЛАР збільшується. Збільшується й заповнення її матриці ненульовими елементами. Тому формування таких ССЛАР стає все більш громіздкою задачею, що вимагає значних витрат часу та пам'яті комп'ютера. У зв'язку з цим у пропонованій роботі пропонується спосіб зменшення таких витрат і приведенні їх, практично, до таких значень, якими характеризуються кола, параметри елементів яких є виключно постійні. Це досягається введенням поняття матричної параметричної моделі кожного елемента параметричного кола у вигляді відповідної матриці. А матриця шуканої ССЛАР формується на основі таких матричних моделей її елементів. Як це зроблено та що це дає і розглядається у подальшому матеріалі статті.

II. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1. Приклад ССЛАР параметричного кола без індуктивностей.

На рис.1 наведено параметричне коло з двома параметричними елементами $C_1(t)$ та $Y_2(t)$. Для простішого розуміння наступних виразів насамперед наведемо ССЛАР кола у частотній області, вважаючи параметри цих елементів постійними [4]:

$$\begin{bmatrix} (y_1 + sc_1) & -(y_1 + sc_1) \\ -(y_1 + sc_1) & (y_1 + sc_1) + (y_2 + sc_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

і перепишемо його у вигляді:

$$\begin{bmatrix} (y_1 + sc_1) & -(y_1 + sc_1) \\ -(y_1 + sc_1) & (y_1 + sc_1) + (y_2 + sc_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $W_1 = U_1/I_1$, $W_2 = U_2/I_1$.

Система диференціальних рівнянь, що описує параметричне коло з змінними параметрами з рис.1 наступне:

$$\begin{aligned} (y_1 + c_1')u_1 + c_1u_1' - (y_1 + c_1')u_2 - c_1u_2' &= i_1, & (3) \\ -(y_1 + c_1')u_1 - c_1u_1' + (y_1 + y_2 + c_1')u_2 + (c_1 + c_2)u_2' &= 0. \end{aligned}$$

Застосування до (3) матричного перетворення [2] Л.А.Заде та ЧС-методу [2] за апроксимації передавальних функцій

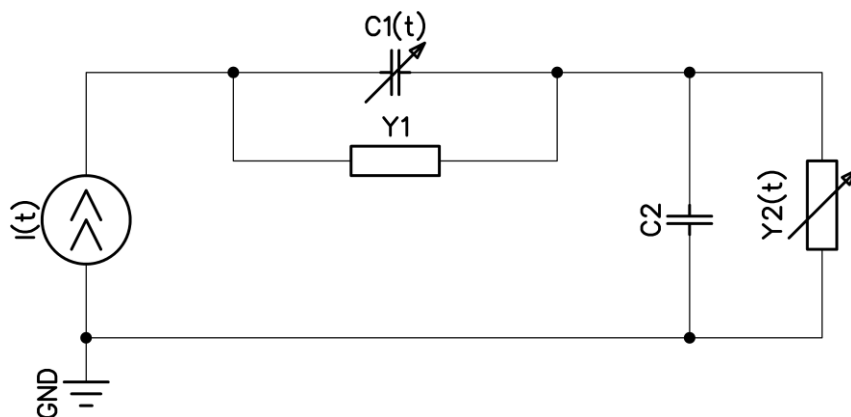


Рис.1. Приклад параметричного кола, $c_1(t) = c_0(1 + m_1 \cdot \cos(\Omega t))$, $y_2(t) = y_0(1 + m_2 \cdot \cos(\Omega t))$, $y_1 = const$, $c_2 = const$, $\Omega = 2\pi/T$, T - період зміни параметричного елемента

$W_1(s, t)$ та $W_2(s, t)$ однією гармонічною складовою:

$$W_1(s, t) = W_{10}(s) + W_{1c}(s) \cdot \cos(\Omega t) + W_{1s}(s) \cdot \sin(\Omega t), \quad (4)$$

$$W_2(s, t) = W_{20}(s) + W_{2c}(s) \cdot \cos(\Omega t) + W_{2s}(s) \cdot \sin(\Omega t)$$

дає ССЛАР 6 – порядку виду:

$$\begin{bmatrix}
 Y1 + C0 * s & \frac{C0 * m1 * s}{2} & \frac{C0 * m1 * w}{2} \\
 C0 * m1 * s & Y1 + C0 * s & C0 * w \\
 0 & -C0 * w & Y1 + C0 * s \\
 -Y1 - C0 * s & -\frac{C0 * m1 * s}{2} & -\frac{C0 * m1 * w}{2} \\
 -C0 * m1 * s & -Y1 - C0 * s & -C0 * w \\
 0 & C0 * w & -Y1 - C0 * s
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 -Y1 - C0 * s & -\frac{C0 * m1 * s}{2} & -\frac{C0 * m1 * w}{2} \\
 -C0 * m1 * s & -Y1 - C0 * s & -C0 * w \\
 0 & C0 * w & -Y1 - C0 * s \\
 Y0 + Y1 + C0 * s + C2 * s & \frac{(Y0 * m2)}{2} + \frac{C0 * m1 * s}{2} & \frac{C0 * m1 * w}{2} \\
 Y0 * m2 + C0 * m1 * s & Y0 + Y1 + C0 * s + C2 * s & C0 * w + C2 * w \\
 0 & -C0 * w - C2 * w & Y0 + Y1 + C0 * s + C2 * s
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 W_{10} \\
 W_{1c} \\
 W_{1s} \\
 W_{20} \\
 W_{2c} \\
 W_{2s}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \cdot (5)$$

Вираз (5) запишемо у вигляді, який називатимемо матрично-матричним:

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + sC_1) & -(Y_1 + sC_1) \\ -(Y_1 + sC_1) & (Y_1 + sC_1) + (Y_2 + sC_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

Де:

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_{10} \\ W_{1c} \\ W_{1s} \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} W_{20} \\ W_{2c} \\ W_{2s} \end{bmatrix}, \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

,а також:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 & 0 \\ 0 & 0 & y_1 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} c_0 & \frac{1}{2}c_0m_1 & \frac{1}{2}c_0m_1\frac{\Omega}{s} \\ c_0m_1 & c_0 & c_0\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -c_0\frac{\Omega}{s} & c_0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} y_0 & \frac{1}{2}y_0 \cdot m_2 & 0 \\ y_0 \cdot m_2 & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & y_0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & c_2\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -c_2\frac{\Omega}{s} & c_2 \end{bmatrix}.$$

Вирази (2) та (6) по формі однакові. Однак перший з них описує коло з постійними параметрами і містить символічні параметри та змінні. Другий – описує це ж коло, у якому параметри відповідних елементів вже змінні, і містить матриці символічних параметрів цих елементів та вектори змінних.

Вважаємо, що вираз (5) можемо побудувати за простішими правилами, не застосовуючи безпосередньо перетворення Л.А.Заде та ЧС-метод до кола. Так, для побудови виразу (5) заданого параметричного кола можемо: а) сформуванати вираз (2) за звичними правилами формування рівнянь кола методом вузлових напруг [3], вважаючи параметри елементів кола постійними; б) у такому сформованому виразі (2) елементи W_1 , W_2 , $\mathbf{1}$, $\mathbf{0}$ визначити як вектори W_1 , W_2 , $\mathbf{1}$, $\mathbf{0}$ з (7), а також параметри кола визначити як матриці параметрів Y_1 , C_1 , Y_2 , C_2 з (8). Таким чином формування системи (5) можемо виконати у матрично-матричному вигляді (6), оминаючи застосування до кола матричного перетворення Л.А.Заде. Однак при

цьому необхідно попередньо сформувані матриці Y_1 , C_1 , Y_2 , C_2 елементів y_1 , c_1 , y_2 , c_2 , відповідно. Формування таких матриць розглянемо нижче.

2. Приклад ССЛАР параметричного кола, що містить індуктивності.

На рис.2 наведено параметричне коло з двома параметричними елементами $L_1(t)$ та $c_2(t)$.

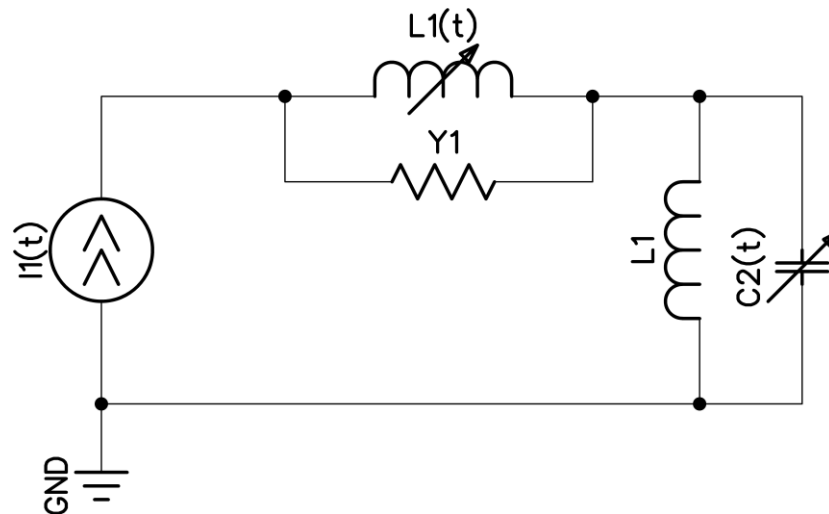


Рис.2. Приклад параметричного кола, $L_1(t) = L_0(1 + m_1 \cdot \cos(\Omega t))$, $c_2(t) = c_0(1 + m_2 \cdot \cos(\Omega t))$, $y_1 = const$, $L_2 = const$

Спочатку сформуємо його ССЛАР у частотній області, вважаючи параметри цих параметричних елементів постійними: $L_1 = const$, $c_2 = const$. Однак, з-за наявності у колі індуктивностей формування почнемо з диференціальних рівнянь кола, складених за методом вузлових напруг відносно змінних $u_1(t)$ та $u_2(t)$. Очевидно, що у таких рівняннях кола будуть присутні інтеграли від цих змінних. Таких інтегралів потрібно позбутись, оскільки перетворення Л.А.Заде [2] застосовується виключно до диференціальних рівнянь.

Зробимо це, однак, не шляхом диференціювання, яке може збільшити громіздкість рівнянь, а заміною змінних [3, 6]:

$$v_1(t) = \int u_1(t) dt, \quad v_2(t) = \int u_2(t) dt. \quad (9)$$

Звідки за нульових початкових умов

$$v_1'(t) = u_1(t), \quad v_2'(t) = u_2(t), \quad v_2''(t) = u_1'(t). \quad (10)$$

Після таких дій та при позначенні $\Gamma_1 = 1/L_1, \Gamma_2 = 1/L_2$ диференціальні рівняння кола приймають вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 \cdot v_1 + y_1 \cdot v_1' - \Gamma_1 \cdot v_2 - y_1 \cdot v_2' &= i_1(t), \\ -\Gamma_1 \cdot v_1 - y_1 \cdot v_1' + (\Gamma_1 + \Gamma_2) \cdot v_2 + \\ y_1 \cdot v_2' + c_2 \cdot v_2'' &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

З (11) формуємо ССЛАР у частотній області:

$$\begin{bmatrix} (\Gamma_1 + sy_1) & -(\Gamma_1 + sy_1) \\ -(\Gamma_1 + sy_1) & (\Gamma_1 + \Gamma_2) + (sy_1 + s^2c_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

або

$$\begin{bmatrix} (\Gamma_1 + sy_1) & -(\Gamma_1 + sy_1) \\ -(\Gamma_1 + sy_1) & (\Gamma_1 + \Gamma_2) + (sy_1 + s^2c_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Тепер вважаємо елементи L_1, c_2 у схемі з рис.2 знову змінними: $L_1(t), c_2(t)$. Диференціальні рівняння кола з рис.2 при цьому приймають вигляд:

$$\begin{aligned} \Gamma_1(t) \cdot v_1 + y_1 \cdot v_1' - \Gamma_1(t) \cdot v_2 - y_1 \cdot v_2' &= i_1(t), \\ -\Gamma_1(t) \cdot v_1 - y_1 \cdot v_1' + (\Gamma_1(t) + \Gamma_2) \cdot v_2 + \\ (y_1 + c_2'(t)) \cdot v_2' + c_2 \cdot v_2'' &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Застосування до (14) матричного перетворення [3] Л.А.Заде та ЧС-методу [2] за апроксимації передавальних функцій кола виразами (4) дає ССЛАР 6 – порядку виду:

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{ccc}
G0 + Y1 * s & -\frac{(G0 * m1)}{2} & 0 \\
G0 * m1 & G0 + Y1 * s & Y1 * w \\
0 & -Y1 * w & G0 + Y1 * s \\
-G0 - Y1 * s & -\frac{(G0 * m1)}{2} & 0 \\
-G0 * m1 & -G0 - Y1 * s & -Y1 * w \\
0 & Y1 * w & -G0 - Y1 * s \\
-G0 - Y1 * s & -\frac{(G0 * m1)}{2} & 0 \\
-G0 * m1 & -G0 - Y1 * s & -Y1 * w \\
0 & Y1 * w & -G0 - Y1 * s \\
\frac{m2 * (C0 * s^2 - C0 * w^2)}{2} + \frac{(G0 * m1)}{2} & & C0 * m2 * s * w \\
C0 * s^2 + Y1 * s - C0 * w^2 + G0 + G2 & & Y1 * w + 2 * C0 * s * w \\
-Y1 * w - 2 * C0 * s * w & & C0 * s^2 + Y1 * s - C0 * w^2 + G0 + G2
\end{array} \right] \cdot \\
& \begin{array}{ccc}
C0 * s^2 + Y1 * s + G0 + G2 & & \\
C0 * m2 * s^2 + G0 * m1 & & \\
0 & &
\end{array} \\
& \begin{bmatrix} W_{10} \\ W_{1c} \\ W_{1s} \\ W_{20} \\ W_{2c} \\ W_{2s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \quad (15)
\end{aligned}$$

Вираз (15) за аналогією з виразами (5), (6) теж можемо записати у матрично-матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} (\Gamma_1 + sY_1) & -(\Gamma_1 + sY_1) \\ -(\Gamma_1 + sY_1) & (\Gamma_1 + \Gamma_2) + (sY_1 + s^2C_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

де $W_1, W_2, \mathbf{1}, \mathbf{0}$ такі ж, як і у виразах (7) та

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} g_0 & \frac{1}{2}g_0m_1 & 0 \\ g_0m_1 & g_0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 \end{bmatrix}, \Gamma_2 = \begin{bmatrix} g_2 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_2 \end{bmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 & y_1 \frac{\Omega}{s} \\ 0 & -y_1 \frac{\Omega}{s} & y_1 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} c_0 & \frac{1}{2}c_0m_2(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) & c_0m_2 \frac{\Omega}{s} \\ c_0m_2 & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) & 2c_0 \frac{\Omega}{s} \\ 0 & -2c_0 \frac{\Omega}{s} & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Як бачимо, і у випадку кіл з параметричними індуктивностями формування системи (16) теж можемо виконати на основі (13) у матрично-матричному вигляді за аналогією з (6) без застосування до кола матричного перетворення Л.А.Заде. І теж необхідно попередньо сформувати матриці G_1, Y_1, G_2, C_2 елементів L_1, y_1, L_2, c_2 , відповідно.

3. Формування ССЛАР кола у матрично-матричному вигляді

З наведених двох прикладів формування ССЛАР параметричного кола можемо зробити наступні два висновки.

Висновок 1. ССЛАР лінійного параметричного кола можемо формувати без застосування перетворення Л.А.Заде та ЧС-методу до кола в цілому. Для цього слід виконати такі дії.

1. Сформувати символічну систему лінійних диференціальних рівнянь (ССЛДР) кола, вважаючи всі параметричні елементи кола постійними.
2. За сформованою ССЛДР сформувати ССЛАР кола з постійними параметрами у частотній області.
3. Сформувати ССЛАР заданого параметричного кола шляхом заміни символічних параметрів елементів кола та змінних у ССЛАР постійних параметрів відповідними матрицями та векторами.

Висновок 2. Для формування ССЛАР параметричного кола доцільно ввести і користуватись поняттям параметричної моделі (будемо називати їх параметричними матричними моделями) кожного елементу, що присутній у параметричному колі.

Так, згідно прикладу з рис.1 для параметричних кіл без індуктивностей маємо чотири параметричні матричні моделі елементів кола:

- параметрична матрична модель \mathbf{Y} постійної провідності у

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{Y}^t змінної у часі провідності $y(t) = y_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$:

$$\mathbf{Y}^t = \begin{bmatrix} y_0 & \frac{1}{2}y_0 \cdot m & 0 \\ y_0 \cdot m & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & y_0 \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{C} постійної ємності с

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & c \frac{\Omega}{s} \\ 0 & -c \frac{\Omega}{s} & c \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{C}^t змінної у часі ємності $c(t) = c_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$

$$\mathbf{C}^t = \begin{bmatrix} c_0 & \frac{1}{2}c_0m & \frac{1}{2}c_0m\frac{\Omega}{s} \\ c_0m & c_0 & c_0\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -c_0\frac{\Omega}{s} & c_0 \end{bmatrix}.$$

За аналогією на основі прикладу кола з рис.2 можемо ввести параметричні матричні моделі кіл, що містять і індуктивності. Так, для кіл, що містять індуктивності, маємо шість параметричних матричних моделей елементів кола:

- параметрична матрична модель $\mathbf{\Gamma}$ постійної індуктивності $g = 1/L$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель $\mathbf{\Gamma}^t$ параметричної індуктивності $g(t) = 1/L(t) = g_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$

$$\mathbf{\Gamma}^t = \begin{bmatrix} g_0 & \frac{1}{2}g_0m & 0 \\ g_0m & g_0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{Y} постійної провідності y

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y & 0 & 0 \\ 0 & y & y\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -y\frac{\Omega}{s} & y \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{Y}^t змінної у часі провідності $y(t) = y_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$:

$$\mathbf{Y}^t = \begin{bmatrix} y_0 & (y_0m)/2 & (y_0m\frac{\Omega}{s})/2 \\ y_0m & y_0 & y_0\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -y_0\frac{\Omega}{s} & y_0 \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{C} постійної ємності c

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_0 & 0 & 0 \\ 0 & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) & 2c_0\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -2c_0\frac{\Omega}{s} & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) \end{bmatrix},$$

- параметрична матрична модель \mathbf{C}^t змінної у часі ємності $c(t) = c_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$

$$\mathbf{C}^t = \begin{bmatrix} c_0 & \frac{1}{2}c_0m(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) & c_0m\frac{\Omega}{s} \\ c_0m & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) & 2c_0\frac{\Omega}{s} \\ 0 & -2c_0\frac{\Omega}{s} & c_0(1 - (\frac{\Omega}{s})^2) \end{bmatrix}.$$

Як бачимо, усі наведені вище параметричні матричні моделі є матрицями третього прядку. І це тільки тому, що у (4) передавальні функції кола апроксимовані тільки постійною і однією (першою) гармонічною складовою. Якщо у передавальних функціях враховано k гармонічних складових, то матричні моделі елементів параметричних кіл будуть $(2k + 1)$ -го порядку.

Крім того, вміст матричних моделей залежить і від кількості гармонічних складових у апроксимаціях часової залежності самих параметричних елементів.

Таким чином окремий елемент параметричного кола у різних задачах моделювання може мати декілька параметричних матричних моделей. Тому є зміст не зберігати їх всі у пам'яті комп'ютера, а мати спеціальну програму, яка виконується перед моделюванням чи аналізом заданого параметричного кола. Така програма на основі диференціального рівняння окремого елемента кола, заданої часової залежності його параметра та заданої кількості k гармонічних складових у передавальних функціях формує параметричні матричні моделі $(2k + 1)$ -го порядку всіх елементів кола, чим і визначає вирази, подібні до (8) чи (17), для заданого параметричного кола в цілому. Зрозуміло, що ця програма застосовує матричне перетворення Л.А.Заде та ЧС-метод до кожного елемента заданого кола окремо. Однак, ця дія суттєво простіша, ніж таке застосування до кола в цілому.

Так, наприклад, для параметричної ємності $c(t) = c_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$ у колі з індуктивностями, що описується рівнянням $i_c(t) = c'(t) \cdot u_c(t) + c(t) \cdot u'_c(t)$ та при заміні змінних рівнянням $i_c(t) = c'(t) \cdot v'_c(t) + c(t) \cdot v''_c(t)$ для $k = 1$ така програма дає модель у вигляді четвертого виразу з (17), а при $k = 3$ параметричну матричну модель виду 9 – порядку виду:

$$\mathbf{C}^t = \begin{bmatrix}
 C0 * s^2 & \frac{C0 * m * s^2}{2} - \frac{C0 * m * w^2}{2} & C0 * m * s * w \\
 C0 * m * s^2 & C0 * s^2 - C0 * w^2 & 2 * C0 * s * w \\
 0 & -2 * C0 * s * w & C0 * s^2 - C0 * w^2 \\
 0 & \frac{C0 * m * s^2}{2} - \frac{C0 * m * w^2}{2} & C0 * m * s * w \\
 0 & -C0 * m * s * w & \frac{C0 * m * s^2}{2} - \frac{C0 * m * w^2}{2} \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - 2 * C0 * m * w^2 & 2 * C0 * m * s * w & \\
 -2 * C0 * m * s * w & \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - 2 * C0 * m * w^2 & \\
 C0 * s^2 - 4 * C0 * w^2 & 4 * C0 * s * w & \\
 -4 * C0 * s * w & C0 * s^2 - 4 * C0 * w^2 & \\
 \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - 2 * C0 * m * w^2 & 2 * C0 * m * s * w & \\
 -2 * C0 * m * s * w & \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - 2 * C0 * m * w^2 & \\
 0 & 0 & \\
 0 & 0 & \\
 0 & 0 & \\
 \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - \frac{(9 * C0 * m * w^2)}{2} & 3 * C0 * m * s * w & \\
 -3 * C0 * m * s * w & \frac{(C0 * m * s^2)}{2} - \frac{(9 * C0 * m * w^2)}{2} & \\
 C0 * s^2 - 9 * C0 * w^2 & 6 * C0 * s * w & \\
 -6 * C0 * s * w & C0 * s^2 - 9 * C0 * w^2 &
 \end{bmatrix}$$

На основі наведених двох прикладів легко бачити, що наявність матричних моделей усіх елементів параметричного кола дає просту можливість побудови параметричної моделі параметричного кола у вигляді СЛАР типу (6) чи (16) в цілому. Для цього за відомими правилами методу вузлових напруг будується ССЛАР кола спочатку, як кола з постійними параметрами. За тим у цій ССЛАР символи, що тимчасово позначають параметри параметричних елементів, як постійних, замінюються наперед сформованими матричними параметричними моделями елементів, а змінні вузлові напруги та джерела сигналу – відповідними векторами. Такий підхід до побудови ССЛАР параметричного кола забезпечує простоту програми формування СЛАР та високу швидкодію цієї програми.

IV. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

Для кожної схеми з рис.1 і рис.2, вважаючи їх однією ланкою, нарощувати кількість k таких ланок послідовним їх з'єднанням до максимально можливої кількості. Для кожного значення k , як для окремої схеми, визначити середній час формування ССЛАР, потім час формування визначника Δ матриці провідності цієї схеми за допомогою функції \det . В наступних таблицях:

ММ – Матрично матричний метод

МРЗ – ЧС метод через матричне рівняння Заде для кола

Таблиця 1

Метод	k	Час формування ССЛАР (для рисунку 1), сек	Час формування ССЛАР (для рисунку 2), сек
ММ	1	14.8035	11.6861
МРЗ	1	26.9	24.036
ММ	2	17.3069	15.3541
МРЗ	2	55.7	81.257
ММ	4	27.2704	22.8766
МРЗ	4	452.53	219.908
ММ	8	47.7814	40.997
МРЗ	8	1253	1294

З табл.1 витікає наступне. 1. Час формування ССЛАР за методом МРЗ суттєво зростає з ростом k .

2. Час формування ССЛАР за методом ММ зростає незначно.

Таблиця 2

k	Час розрахунку визначника Δ за допомогою функції det MATLAB (для рисунку 1) , сек	Час розрахунку визначника Δ за допомогою функції det MATLAB(для рисунку 2), сек
1	0.236608	0.2972
2	2.293765	2.1388
4	>1800	>1800
8	>1800	>1800

З табл.2 витікає, що час формування символного виразу для визначника Δ суттєво зростає при зростанні складності кола. Тому для швидкого розв'язування ССЛАР складних параметричних кіл слід застосовувати спеціальні символні методи, наприклад метод підсхем [3]. Такі роботи нами проведені – на аналіз складних параметричних кіл поширено так званий метод d-дерев, що був розроблений до символного аналізу кіл з постійними параметрами [3].

V. ВИСНОВКИ

Загальні висновки по роботі:

- моделювання матрично-матричним методом є швидшим для усіх варіантів з таблиці 1. Для восьми ланок цей метод впорався в 26 раз швидше, ніж за звичайним методом;
- дана методика розрахунку є більш дружньою до невідготовленого користувача;
- методика дозволяє тримати в базі даних програми елементарні матриці всіх елементів, для подальшого їх використання за необхідністю;
- за допомогою матрично-матричного методу, можна будувати схеми будь-якої структури і складності;
- матрично-матричний метод імплементований у систему функцій UDF MAOPCs [5], що суттєво підняло її ефективність аналізу лінійних параметричних кіл підвищеної складності з багатьма параметричними елементами, наприклад, довгих ліній з змінними у часі погонними індуктивностями.

VI. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Vanassche P., Gielen G. and Sansen W. Systematic Modeling and Analysis of Telecom Frontends and their Building Blocks. Springer; 2005, 230 p.
- [2] Shapovalov Yu. The peculiarities of analysis of linear parametric circuit performed by frequency-symbolic method / Yu. Shapovalov, B. Mandziy, S. Mankovsky // Przegląd Elektrotechniczny. – 2010. – Vol. 86, № 1. – P. 158–160..
- [3] Shapovalov Yu. Symbolic analysis of linear electrical circuits in the frequency domain. Fixed and variable parameters. Lviv, Lviv Polytechnic National University publication, 2014 – 324 p.
- [4] Anna Piwowar and Dariusz Grabowski, Modelling of the First-Order Time-Varying Filters with Periodically Variable Coefficients, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2017, Article ID 9621651, 7 pages, 2017.
- [5] Yu. Shapovalov, B. Mandziy and D.Bachyk “The system functions MAOPCs for analysis and optimization of linear periodically time-variable circuits based on the frequency symbolic method”, Przegląd Elektrotechniczny, vol.91, no 7, pp. 39-42, 2015.
- [6] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Издательство: Физматлит. 2010. — 558 с., ISBN: 978-5-9221-0524-8

VII. АНОТАЦІЯ

У зв'язку з поширенням програм символічного аналізу цікавість до методів символічного розрахунку зросла, але основна проблема полягає у громіздкості обрахунків такими методами, тому важливо використовувати ефективні, швидкодіючі, а, значить, і оптимальні методики формування рівнянь та обчислення характеристик та зовнішніх параметрів схеми.

Наша мета – 1) знайти оптимальну методику формування рівнянь лінійних параметричних кіл;

2) Дослідити матрично-матричний метод формування рівнянь лінійних параметричних кіл і порівняти час виконання цим методом і звичайним методом через застосування рівняння Заде до параметричного кола в цілому.

Дослідження проводились в програмах моделювання схем та системі MAOPCs.

Частотний символічний метод (ЧС-метод) аналізу усталеного режиму лінійних параметричних кіл призначений для формування їх передавальних функцій у частотній області. Передавальні функції апроксимуються поліномами Фур'є та містять комплексну змінну, змінну час та параметри елементів кола у вигляді символів. Коефіцієнти таких поліномів Фур'є за ЧС-методом виступають невідомими у символічних системах лінійних алгебраїчних рівнянь (ССЛАР), і визначаються як їх розв'язки у символічному вигляді. З зростанням складності параметричного кола порядок формованої за ЧС-методом ССЛАР зростає, що вимагає додаткових витрат часу та пам'яті комп'ютера для її формування.

У роботі запропоновано спосіб зменшення таких витрат і приведенні їх до значень, якими характеризуються кола з постійними параметрами елементів. При цьому введено поняття матричної параметричної моделі елемента кола у вигляді матриці. На основі таких моделей формується матриця ССЛАР параметричного кола за звичайними правилами, наприклад, як за правилами методу вузлових напруг.

Проведені комп'ютерні експерименти показали, що матрично-матричний метод є швидший за класичний, до прикладу, для восьми ланок з рисунку 1, більш ніж у 26 раз. З цього випливає, що така методика дозволяє аналізувати складні схеми з меншими часовими затратами.