ДО 100-РІЧЧЯ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ ЯКОВА СОЛОМОНОВИЧА ШИФРІНА

УДК 621.397.671

DOI:10.30837/rt.2020.2.201.01

Л.Г. КОРНИЕНКО, д-р техн. наук, проф.

СТАТИСТИКА ПОЛЯ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК С НЕОДНОРОДНЫМИ ОШИБКАМИ (Средние характеристики антенны)

Посвящаю моему учителю Якову Соломоновичу Шифрину

Введение

Случайные ошибки в геометрических и электрических параметрах излучающей системы, неизбежно возникающие как в процессе их производства, так и эксплуатации, являются серьезным препятствием в достижении высоких качественных показателей антенн.

Для оценки влияния случайных ошибок на поле излучения антенны используются методы статистической теории антенн (СТА). Основы СТА применительно к непрерывным излучающим системам развиты в работах Я.С. Шифрина [1 – 4]. Статистика поля антенных решеток наиболее полно представлена в работах [5 – 10].

К настоящему времени СТА хорошо развиты для пространственно стационарных ошибок, когда в рамках корреляционной теории их средние значения и дисперсии являются однородными в раскрыве антенны, а коэффициент корреляции зависит от разности координат.

Однако в связи с усложнением конструкции антенн и условий их эксплуатации нередко возникают ситуации, когда ошибки становятся статистически неоднородными. Приведем ряд примеров.

В крупногабаритных антеннах со сложными системами возбуждения и коммутации, таких, например, как фазированные антенные решетки (ФАР) [11], отдельные части антенны и устройства управления АФР могут функционировать в разных условиях (особенно температурных), что может привести к неравномерному разбросу ошибок по раскрыву антенны. Неоднородности в распределении ошибок возникают также при локальных неисправностях в системах возбуждения излучателей. В условиях неравномерно распределенных по обтекателю метеосадков фронт падающей на антенну волны, прошедшей обтекатель, также будет иметь неравномерные искажения. Из этих примеров следует, что ошибки в раскрывах современных антенн могут быть неоднородными и иметь произвольные значения дисперсии и радиуса корреляции. Это присуще как непрерывным системам, так и антенным решеткам. Однако в антенных решетках, особенно ФАР, свойство неоднородности ошибок может проявляться особенно ощутимо.

В связи с усиливающимися требованиями к характеристикам современных антенн возникает необходимость в получении более точных оценок влияния на них различных факторов. Это означает, что при статистическом анализе необходимо учитывать более тонкую структуру ошибок и, в первую очередь, их неоднородность.

Некоторые частные вопросы статистики поля антенн с неоднородными ошибками рассматривалась в ряде работ, например [1, 12]. Однако полученных результатов недостаточно для всесторонней оценки влияния этих ошибок на характеристики антенны.

Отмеченные обстоятельства требуют развития СТА применительно к антеннам с неоднородными ошибками.

Цель работы – изучение средних характеристик антенных решеток с неоднородными дисперсиями ошибок в АФР и размещении излучателей. Исследования проводятся в обоб-

щенных координатах, что позволяет использовать их результаты для решеток с поперечным, наклонным и осевым излучением, а также для антенн с непрерывным размещением излучателей.

1. Исходные соотношения

Рассмотрим антенную решетку (рис. 1) из N излучателей (элементов) с векторными диаграммами направленности (ДН) $\mathbf{g}_n(\mathbf{u})$ в местной системе координат и регулярным АФР

 $a_n = |a_n| \exp j\varphi_n$. На рис.1 радиус-вектор ρ_n определяет положение *n*-го излучателя в решетке, а углы θ , φ (или орт *u*) – направление на точку наблюдения.



Рис. 1. Размещение решетки в системе координат

При наличии случайных ошибок в АФР и размещении излучателей отдельную реализацию векторной комплексной ДН запишем в виде

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \sum_{n=1}^{n} \boldsymbol{\gamma}_{n}(\mathbf{u}) a_{n} \boldsymbol{\phi}_{n}, \qquad (1)$$

где $\gamma_n(\mathbf{u}) = \mathbf{g}_n(\mathbf{u}) \exp(jk\mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_n) - ДН$ излучателя в общей системе координат;

$$\boldsymbol{\phi}_{n} = (1 + \delta a_{n}) \exp j(\delta \varphi_{n} + k \mathbf{u} \delta \mathbf{r}_{n})$$
⁽²⁾

– случайная функция ошибок, в которой $\delta a_n = \Delta |a_n|/|a_n|$, $\delta \varphi_n$ – соответственно относительные амплитудные и фазовые ошибки; вектор δr_n определяет ошибку в положении фазового центра *n*-го излучателя: $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число свободного пространства.

Ошибки в размещении излучателей изменяют фазовые соотношения полей излучателей в точке наблюдения и зависят в общем случае от направления на точку наблюдения.

Принятая математическая модель случайных ошибок соответствует физическим представлениям об источниках их происхождения и поэтому используется в большинстве работ по статистике антенных решеток.

Выполняя статистическое усреднение по совокупности ансамблевых или временных реализаций ДН [1], получим выражения для средней векторной комплексной ДН (ДН по полю):

$$\overline{\mathbf{f}(\mathbf{u})} = \sum_{n=1}^{N} \gamma_n(\mathbf{u}) a_n \overline{\phi_n}$$
(3)

и ее дисперсии

$$\sigma_f^2(\mathbf{u}) = \left|\overline{\mathbf{f}(\mathbf{u})}\right|^2 - \left|\overline{\mathbf{f}(\mathbf{u})}\right|^2 = \left|\sum_{n=1}^N \gamma_n(\mathbf{u}) a_n(\phi_n - \overline{\phi_n})\right|^2, \qquad (4)$$

где

$$\left|\mathbf{f}(\mathbf{u})\right|^{2} = \sum_{n,m=1}^{N} \boldsymbol{\gamma}_{n}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\gamma}_{m}^{*}(\mathbf{u}) a_{n} a_{m}^{*} Q_{nm}$$
(5)

– средняя ДС по мощности, $Q_{nm} = \overline{\phi_n \phi_m^*}$ – второй начальный момент функции ошибок. Черта сверху определяет операцию статистического усреднения.

Статистика функции ошибок зависит от статистики ошибок в АФР и размещении излучателей. В рамках корреляционной теории можно, не задаваясь конкретным законом распределения, исследовать ряд общих свойств статистики поля антенных решеток.

2. Общие свойства средней ДН по мощности

Среднюю ДН целесообразно сравнивать с регулярной ДН (в отсутствии ошибок). Поэтому пронормируем ее к максимуму регулярной ДН $|\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_{_{\mathcal{M}}})|^2$. Воспользовавшись формулой (5), находим выражение для нормированной средней ДН по мощности:

$$\left|\overline{\mathbf{F}(\mathbf{u})}\right|^{2} = \left[\left|\sum_{n=1}^{N} a_{n} \overline{\phi_{n}} \boldsymbol{\gamma}_{n}(\mathbf{u})\right|^{2} + \sum_{n,m=1}^{N} a_{n} a_{m}^{*} K_{\phi}(n,m) \boldsymbol{\gamma}_{n}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\gamma}_{m}^{*}(\mathbf{u})\right] / \left|\mathbf{f}_{0}(\mathbf{u}_{M})\right|^{2},$$
(6)

где

$$K_{\phi}(n,m) = \overline{(\phi_n - \overline{\phi_n})(\phi_m - \overline{\phi_m})^*} = Q_{nm} - \overline{\phi_n} \overline{\phi_m^*}$$
(7)

– ковариация случайной функции ошибок, которая при n = m определяет дисперсию функции ошибок σ_{dn}^2 .

Нормированный квадрат модуля средней ДН по полю (первое слагаемое в (6)) равен нормированной ДН по мощности регулярной решетки с амплитудно-фазовым распределением $A_n = a_n \overline{\phi_n}$ (назовем его статистическим АФР). АФР формирует когерентную составляющую средней ДН $|\mathbf{F}_k(\mathbf{u})|^2$, которая отличается по форме от нормированной ДН в отсутствие ошибок $|\mathbf{F}_0(\mathbf{u})|^2$ из-за несовпадения регулярного и статистического АФР, возникающего вследствие неоднородности ошибок. Для однородных ошибок $(\overline{\phi_n} = \overline{\phi})$ когерентная составляющая $|\mathbf{F}_k(\mathbf{u})|^2 = |\overline{\phi}|^2 |\mathbf{F}_0(\mathbf{u})|^2$ по форме совпадает с нормированной регулярной ДН [4]. Таким образом, неоднородности в распределении ошибок в отличие от однородного случая вызывают искажение формы когерентной составляющей средней ДН по мощности.

Нормированная дисперсия ДН $F_f(\mathbf{u}) = \sigma_f^2(\mathbf{u}) / |\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_{_M})|^2$ (второе слагаемое в (6)), которая характеризует степень разброса отдельных реализаций ДН по полю относительно средней ДН по полю, определяет рассеянную мощность в результате действия случайных ошибок (в отсутствие ошибок эта составляющая равна нулю). Она является направленной и зависит, как и первое слагаемое, от АФР, размещения излучателей и статистики фазовых ошибок. Но в отличие от первого слагаемого учитывает корреляционные свойства ошибок.

Если ошибки в разных элементах решетки независимы, то корреляционная функция $K_{\phi}(n,m) = \sigma_{\phi n}^2$ при n = m и 0 при $n \neq m$. Выражение (6) для нормированной средней ДН по мощности принимает вид

$$\left|\overline{\mathbf{F}(\mathbf{u})}\right|^{2} = \left|\mathbf{F}_{k}(\mathbf{u})\right|^{2} + \left[\sum_{n=1}^{N} \left|a_{n}\sigma_{\phi n}\right|^{2} \left|\mathbf{g}_{n}(\mathbf{u})\right|^{2}\right] / \left|\sum_{n=-1}^{N} a_{n}\mathbf{g}_{n}(\mathbf{u}_{M})\exp(jk\mathbf{u}_{M}\boldsymbol{\rho}_{n})\right|^{2}.$$
 (8)

Из (8) видно, что рассеянная мощность $F_f(\mathbf{u})$ (второе слагаемое) зависит от произведения регулярного АФР и среднеквадратического значения функции ошибок и при слабонаправленных элементах решетки представляет почти постоянный фон излучения, который влияет как на интенсивность излучения в направлении главного максимума ДН, так и на уровень бокового излучения. Форма ДН определяется в основном когерентной составляющей $|\mathbf{F}_k(\mathbf{u})|^2$.

При заданном типе неоднородных ошибок можно найти такое регулярное АФР, при котором рассеянная мощность минимальна. Такое АФР наименее чувствительно к случайным ошибкам. Оно зависит от закона распределения дисперсии функции ошибок

Повышенной чувствительностью обладают быстропеременные АФР. Частая смена фазы на π не влияет на величину числителя $F_f(\mathbf{u})$, но уменьшает значение знаменателя, что может привести к существенному увеличению рассеянной мощности. Такое АФР присуще сверхна-правленным решеткам.

Понятие чувствительности играет важную роль в статистике антенных решеток. Оно позволяет определить, в какой мере ошибки в реализации выбранного АФР решетки влияют на ее характеристики, оценить, как бы статистическую целесообразность практического применения данного АФР.

Для однородных ошибок дисперсия функции ошибок не зависит от номера излучателя и для рассеянной мощности имеем

$$\mathbf{F}_{\mathbf{f}}\left(\mathbf{u}\right) = \sigma_{\phi}^{2} \left[\sum_{n=1}^{N} \left|a_{n} \mathbf{g}_{n}\left(\mathbf{u}\right)\right|^{2}\right] / \left|\sum_{n=-1}^{N} a_{n} \mathbf{g}_{n}\left(\mathbf{u}_{M}\right) \exp\left(jk \mathbf{u}_{M} \boldsymbol{\rho}_{n}\right)\right|^{2} \ge \sigma_{\phi}^{2} \left[\sum_{n=1}^{N} \left|a_{n} \mathbf{g}_{n}\left(\mathbf{u}\right)\right|^{2}\right] / N \sum_{n=-1}^{N} \left|a_{n} \mathbf{g}_{n}\left(\mathbf{u}_{M}\right)\right|^{2}$$
(9)

В (9) использовано неравенство Коши – Буняковского.

В линейных и плоских ФАР обычно применяют идентичные одинаково ориентированные излучатели $\mathbf{g}_n(\mathbf{u}) = \mathbf{g}_0(\mathbf{u})$ и фазовые распределения, обеспечивающие синфазное суммирование полей излучателей в направлении главного максимума **u**_м регулярной ДН. Для таких антенн из неравенства в (9) следует, что для однородных ошибок минимальную чувствительность имеет равномерное амплитудное распределение. Указанное AΦP $a_n = \exp(-jk\mathbf{u}_n \boldsymbol{\rho}_n)$ часто называют нормальным [4]. При этом F_{f} **(u)** $\left(\left|\mathbf{g}_{0}(\mathbf{u})/\mathbf{g}_{0}(\mathbf{u}_{M})\right|^{2}\right)\sigma_{\phi}^{2}/N.$

Из этого примера видно, что рассеянная мощность уменьшается с увеличением числа излучателей. Следовательно, решетки с большим числом излучателей позволяют формировать ДН с меньшим уровнем боковых лепестков.

Отметим, что в проведенном анализе информация о законе распределения ошибок не использовалась.

Знание закона распределения необязательно и при малых ошибках. Так, к примеру, ограничиваясь фазовыми ошибками, при их малости функции $\overline{\phi_n}$, Q_{nm} и $K_{\phi}(n,m)$ имеют вид

$$\overline{\phi_n} \approx 1 + j\overline{\delta\varphi_n} - 0.5\overline{\delta\varphi_n^2} = 1 + j\overline{\delta\varphi_n} - 0.5\overline{\delta\varphi_n^2} - 0.5\sigma_{\varphi_n}^2, \quad K_{\phi}(n,m) \approx \sigma_{\varphi_n}\sigma_{\varphi_m}r_{\varphi}(n,m)$$

$$Q_{nm} \approx 1 + j(\overline{\delta\varphi_n} - \overline{\delta\varphi_m}) - 0.5(\overline{\delta\varphi_n} - \overline{\delta\varphi_m})^2 - 0.5(\sigma_{\varphi_n}^2 + \sigma_{\varphi_n}^2) + \sigma_{\varphi_n}\sigma_{\varphi_m}r_{\varphi}(n,m)$$
(10)

и определяются средними $\overline{\delta \varphi_n}$, среднеквадратическими $\sigma_{\varphi n}$ значениями и коэффициент *jv* корреляции $r_{\varphi}(n,m) = \overline{(\delta \varphi_n - \overline{\delta \varphi_n})} / \sigma_{\varphi n} \sigma_{\varphi m}$ фазовых ошибок, которые могут быть известными, например, из эксперимента.

Случай малых фазовых ошибок является распространенным в практических приложениях. Такие ошибки порождаются, в частности, неточностями изготовления структурных элементов антенны и устройств СВЧ. Обычно результаты статистического анализа характеристик антенных решеток при малых ошибках используются в проектировании различных типов ФАР [10].

Из приведенных соотношений (10) видно, что статистическое АФР может отличаться от регулярного не только по амплитуде, но и фазе (из-за комплексного значения $\overline{\phi_n}$), что может привести, в частности, к изменению направления максимального излучения средних ДН по полю и по мощности.

Продолжая рассматривать малые фазовые ошибки (при отсутствии амплитудных ошибок и ошибок в размещении излучателей), укажем, что в случае их полной корреляции, когда $r_{o}(n,m) = 1$ для всех *n* и *m*, средняя ДН по мощности (6) с учетом (10) будет

$$\overline{|\mathbf{F}(\mathbf{u})|^2} = \left[\sum_{n,m=1}^N a_n a_m^* \exp[j(\overline{\delta\varphi_n} - \overline{\delta\varphi_m}) - 0.5(\sigma_{\varphi n} - \sigma_{\varphi m})^2]\gamma_n(\mathbf{u})\gamma_m^*(\mathbf{u})\right] / \left|\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_{M})\right|^2$$
(11)

Для полностью коррелированных амплитудных ошибок $r_a(n,m) = 1$ при отсутствии других типов ошибок имеем

$$\overline{|\mathbf{F}(\mathbf{u})|^2} = \left[\sum_{n,m=1}^N a_n a_m^* (1 + \overline{\delta a_n} + \overline{\delta a_m} + \overline{\delta a_n} \overline{\delta a_m} + \sigma_{an} \sigma_{am}) \gamma_n(\mathbf{u}) \gamma_m^*(\mathbf{u})\right] / \left|\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_m)\right|^2, \quad (11a)$$

где $\overline{\delta a_n}$ и σ_{an} – соответственно средние и среднеквадратические значения амплитудных ошибок.

Свойство неоднородности ошибок привело, как видно из соотношений (11) и (11*a*), к тому, что при их полной корреляции средние ДН по мощности, в отличие от однородных ошибок, не совпадают по форме с ДН в отсутствие ошибок.

Различия обусловлены тем, что в условиях полной корреляции неоднородных ошибок, когда фазы (или амплитуды) в излучателях изменяются синхронно, отдельные реализации фазового или амплитудного распределения не совпадают с регулярным фазовым (или амплитудным) распределением. Из (11), (11*a*) также видно, что различия регулярной и средней ДН усиливаются с ростом степени неоднородности фазовых ошибок.

Из результатов анализа средней ДН по мощности для независимых (а значит, и некоррелированных) ошибок следует, что обобщение результатов СТА на случай неоднородных ошибок позволило расширить представления о характере влияния ошибок на направленные свойства решетки.

2.1. Числовые характеристики функции ошибок

В общем случае неоднородные ошибки в раскрыве решетки могут быть произвольными (например, при распространении волны через неоднородную среду). В этом случае для расчета статистики функции ошибок нужно знать их закон распределения. Поскольку ошибки обычно порождаются многими одновременно действующими независимыми факторами, то в соответствии с центральной предельной теоремой их можно считать распределенными по нормальному закону. При нормальном законе для определения статистики функции ошибок ϕ_n проще всего воспользоваться методом характеристических функций совокупности µ зависимых случайных величин $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_{\mu}$, связанных µ-мерным нормальным распределением со средними значениями $\overline{\zeta}_i$, дисперсиями σ_i^2 и коэффициентами корреляции r_{ik} [14]:

$$\theta_{\mu}(v_{1}, v_{2}, ..., v_{\mu}) = \exp[j\sum_{i=1}^{\mu} v_{i}\zeta_{i}] = \exp[j\sum_{i=1}^{\mu} v_{i}\overline{\zeta}_{i} - 0.5\sum_{i,k=1}^{\mu} v_{i}v_{k}\sigma_{i}\sigma_{k}r_{ik}] \qquad (12)$$

Примем, что фазовые ошибки имеют нулевое среднее значение $\delta \varphi_n = 0$, неоднородную дисперсию $\sigma_{\varphi n}^2$, их статистическую взаимосвязь определяет коэффициент корреляции $r_{\varphi}(n,m) = \overline{\delta \varphi_n \delta \varphi_m} / \sigma_{\varphi n} \sigma_{\varphi m}$. При определении числовых характеристик амплитудных ошибок нужно учитывать энергетические соотношения в решетке [1, 5]. Так, если предположить, что

ошибки не приводят в среднем к изменению мощности излучения, то $\frac{\sum_{n=1}^{N} |\overline{a_n \phi_n}|^2}{2} = \sum_{n=1}^{N} |a_n|^2$.

Равенство выполняется, если среднее значение амплитудных ошибок $\delta a_n = e_n$ и их дисперсия $\overline{\left(\delta a_n - e_n\right)^2} = \sigma_{an}^2$ связаны соотношением $e_n = \sqrt{1 - \sigma_{an}^2} - 1$.

В общем случае амплитудные и фазовые ошибки коррелированны как в каждом элементе, так и между ними.

Предположим, что ошибки в АФР и размещении излучателей взаимно независимы.

Будем считать, что декартовы координаты ($\delta x_n, \delta y_n, \delta z_n$) вектора $\delta \mathbf{r}_n = \mathbf{x}^0 \delta x_n + \mathbf{y}^0 \delta y_n + \mathbf{z}^0 \delta z_n$ распределены по нормальному закону с нулевыми средними значениями, дисперсиями $\sigma_{xn,yn,zn}^2$ и не коррелированы между собой.

Теперь воспользуемся соотношением (12) для определения среднего значения, дисперсии и корреляционной функции величины $\phi_{n.}$

Среднее значение функции ошибок в силу независимости ошибок в АФР и размещении излучателей равно произведению двух средних значений:

$$\overline{\phi_n} = \overline{(1 + \delta a_n) \exp j(\delta \varphi_n + k\mathbf{u} \delta \mathbf{r_n})} = \overline{(1 + \delta a_n) \exp j(\delta \varphi_n)} \exp j(k\mathbf{u} \delta \mathbf{r_n}).$$
(13)

Полагая в (12) $\mu = 2$ и $\zeta_1 = \delta a_n, \zeta_2 = \delta \varphi_n$, для первого сомножителя (13) имеем

$$\overline{(1+\delta a_n)\exp j(\delta \varphi_n)} = \theta_2(0,1) - j\frac{\partial \theta_2(0,1)}{\partial v_1} =$$
$$= \left[1 + e_n + j\sigma_{an}\sigma_{\varphi n}r_{a\varphi}(n,n)\right]\exp(-0.5\sigma_{\varphi n}^2), \qquad (13a)$$

где $r_{a\phi}(n,n)$ – коэффициент корреляции амплитудных и фазовых ошибок в *n*-м излучателе. Учитывалось, что $r_{a\phi}(n,n) = r_{\phi a}(n,n)$.

Учитывая, что $\mathbf{u} = \mathbf{x}^0 u_x + \mathbf{y}^0 u_y + \mathbf{z}^0 u_z$, $(u_x = \cos\theta \cos\varphi, u_y = \cos\theta \sin\varphi, u_z = \cos\theta)$, и полагая в (12) для $\mu = 3$ величины $\zeta_1 = k u_x \delta x_n$, $\zeta_2 = k u_y \delta y_n$, $\zeta_3 = k u_z \delta z_n$, для второго сомножителя в (13) получим

$$\exp j(k\mathbf{u}\delta\mathbf{r}_{\mathbf{n}}) = \exp jk(u_x\delta x_n + u_y\delta y_n + ku_z\delta z_n) = \theta_3(1,1,1) = \exp(-0,5\sigma_m^2)$$
(136)

где

$$\sigma_m^2 = k^2 (u_x^2 \sigma_{xn}^2 + u_y^2 \sigma_{yn}^2 + u_z^2 \sigma_{zn}^2)$$
(13*e*)

– дисперсия ошибок в размещении излучателей, определяемая через дисперсии флуктуаций координатных составляющих.

Подставляя (13*a*) и (13*б*) в (13), находим выражение для среднего значения функции ошибок:

$$\overline{\phi_n} == \left[1 + e_n + j\sigma_{an}\sigma_{\varphi_n}r_{a\varphi}(n,n)\right] \exp\left[-0,5(\sigma_{\varphi_n}^2 + \sigma_m^2)\right].$$
(14)

Ошибки в размещении излучателей, как и следовало ожидать, эквивалентны фазовым ошибкам. Однако они могут зависеть от направления на точку наблюдения. Такая зависимость пропадает, если дисперсии смещений фазового центра излучателей вдоль координатных осей одинаковы. Тогда

$$\sigma_{rn}^2 = k^2 \sigma_{xn}^2. \tag{14a}$$

Выразим второй начальный момент функции ошибок

$$Q_{nm} = \overline{\phi_n \phi_m^*} = \overline{(1 + \delta a_n + \delta a_m + \delta a_n \delta a_m)} \exp j(\delta \varphi_n - \delta \varphi_m) \exp jk \mathbf{u}(\delta \mathbf{r_n} - \delta \mathbf{r_m})$$
(15)

через числовые характеристики ошибок в АФР и размещении излучателей (в (15) учтена взаимная независимость этих ошибок).

Для определения первого сомножителя Q_{nm} положим в (12) $\mu = 4$, $\zeta_1 = \delta a_n$, $\zeta_2 = \delta a_m$, $\zeta_3 = \delta \varphi_n$, $\zeta_4 = \delta \varphi_m$. Тогда, учитывая, что $r_a(n, m) = r_a(m, n)$, $r_{a\varphi}(n, n) = r_{\varphi a}(n, n)$, $r_{a\varphi}(n, m) = r_{\varphi a}(m, n)$, получим

$$\overline{(1+\delta a_{n}+\delta a_{m}+\delta a_{n}\delta a_{m})\exp j(\delta \varphi_{n}-\delta \varphi_{m})} = \theta_{4}(0,0,1,-1) - j\frac{\partial}{\partial v_{1}}\theta_{4}(0,0,1,-1) - j\frac{\partial}{\partial v_{2}}\theta_{4}(0,0,1,-1) - \frac{\partial^{2}}{\partial v_{1}v_{2}}\theta_{4}(0,0,1,-1) =$$

$$=\{1+e_{n}+e_{m}+j[\sigma_{an}\sigma_{\varphi n}r_{a\varphi}(n,n)-\sigma_{an}\sigma_{\varphi m}r_{a\varphi}(n,m)] - -j[\sigma_{am}\sigma_{\varphi m}r_{a\varphi}(m,m)-\sigma_{am}\sigma_{\varphi n}r_{\varphi a}(n,m)] + \sigma_{an}\sigma_{am}r_{a}(n,m) + + [je_{n}+\sigma_{an}\sigma_{\varphi m}r_{a\varphi}(n,m)-\sigma_{an}\sigma_{\varphi n}r_{a\varphi}(n,n)] \times \times [-je_{m}+\sigma_{am}\sigma_{\varphi n}r_{a\varphi}(m,n)-\sigma_{am}\sigma_{\varphi m}r_{a\varphi}(n,m)]\} \times$$

$$\times \exp\left[-0,5(\sigma_{\varphi n}^{2}+\sigma_{\varphi m}^{2}-2\sigma_{\varphi n}\sigma_{\varphi m}r_{\varphi}(n,m))\right] \qquad (15a)$$

Для второго сомножителя Q_{nm} с учетом принятых ранее допущений относительно ошибок в размещении излучателей, используя (136), имеем

$$\overline{\exp jk\mathbf{u}(\delta \mathbf{r}_{\mathbf{n}} - \delta \mathbf{r}_{m})} = (1 \operatorname{прu} n = m; \exp(-0, 5(\sigma_{m}^{2} + \sigma_{m}^{2}) \operatorname{пpu} n \neq m) =$$
$$= \exp\left[-0, 5(\sigma_{m}^{2} + \sigma_{m}^{2})(1 - \delta_{nm})\right], \quad (156)$$

где $\delta_{nm} = 1$ при n = m, 0 при $n \neq m$ – символ Кронекера.

ISSN 0485-8972 Радіотехніка. 2020. Вип. 201

Выражение (15б) определяет второй начальный момент функции ошибок при наличии только ошибок в размещении излучателей.

При наличии в антенне только амплитудных ошибок

$$Q_{nm} = 1 + e_n + e_m + e_n e_m + \sigma_{an} \sigma_{am} r_a (n, m).$$
(15e)

При наличии только фазовых ошибок

$$Q_{nm} = \exp[-0.5(\sigma_{\varphi n}^2 + \sigma_{\varphi m}^2 - 2\sigma_{\varphi n}\sigma_{\varphi m}r_{\varphi}(n,m))] \qquad (152)$$

Для полностью некоррелированных фазовых ошибок (r_{φ} (n, m) = δ_{nm}) выражение для второго начального момента приобретает вид, аналогичный (15 δ)

Используя (14), (15*a*), (15*б*), можно записать выражение дл корреляционной функции ошибок (7). При n = m она равна дисперсии функции ошибок:

$$\sigma_{\phi n}^{2} = K_{\phi}(n,n) = \left|\overline{\phi_{n} - \overline{\phi_{n}}}\right|^{2} = Q_{nn} - \left|\overline{\phi_{n}}\right|^{2} = \left[\left(1 + e_{n}\right)^{2} + \sigma_{an}^{2}\right] - \left[\left(1 + e_{n}\right)^{2} + \sigma_{an}^{2}\sigma_{\phi n}^{2}r_{a\phi}^{2}(n,n)\right]\exp\left[-\left(\sigma_{\phi n}^{2} + \sigma_{m}^{2}\right)\right].$$
(16)

При условии однородности ошибок в АФР и размещении излучателей полученные выражения для статистики функции ошибок совпадают с выражениями, приведенными в [5].

Для иллюстрации влияния на статистику поля решётки неоднородных ошибок на первом этапе достаточно рассмотреть один наиболее характерный тип ошибок, которым являются фазовые ошибки. Дополнительными аргументами в пользу выбора этого типа ошибок являются следующие: ошибки в размещении излучателей эквивалентны некоррелированным фазовым ошибкам; корреляция между амплитудными и фазовыми ошибками слабо влияет на направленные свойства антенны [5]; при небольших ошибках амплитудные (с нулевыми средними значениями) и фазовые ошибки примерно одинаково искажают среднюю ДН. Кроме того, для фазовых ошибок, в отличие от амплитудных, не нужно анализировать энергетические соотношения в решетке для адекватного определения их статистических параметров (что требует рассмотрения конкретных конструкций антенны).

2.2. Средняя диаграмма направленности линейной решетки

Средняя ДН как функция обобщенной переменной. Разместим *N* излучателей вдоль оси z (рис.1) с шагом d. Выберем регулярное фазовое распределение в виде

$$\varphi_n = -n\xi$$
.

Оно используется в ФАР для сканирования луча и обеспечивает при сдвиге фаз между соседними излучателями $\xi = kd\cos\theta_{\rm M}$ синфазное суммирование полей излучателей в направлении угла $\theta_{\rm M}$, который отсчитывается от оси z.

Будем считать излучатели изотропными (их направленное действие можно учесть на любом этапе исследования). При выборе начала координат в центре решетки и нечетном числе излучателей *N* нормированная средняя ДН (6) принимает вид

$$\overline{\left|F(\psi)\right|^{2}} = \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}a_{m}\right| Q_{nm}e^{j\frac{2\Psi}{N}(n-m)} \left|\sum_{n=0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}\right|e^{j\frac{2\Psi_{M}}{N}n}\right|^{2}, \quad (17)$$

где $\Psi = 0.5N \psi = \frac{\pi L}{\lambda} (\cos \theta - \eta), \psi = kd (\cos \theta - \eta), L = Nd - длина решетки, \eta = \xi/kd.$

В решетках поперечного и наклонного излучения $\eta = \cos\theta_{M}$ и направлению главного максимума $\theta = \theta_{M}$ соответствует $\Psi_{M} = 0$. В антеннах осевого излучения, помимо значения

 $η = cos θ_{M} = 1$, для увеличения КНД используется режим фазового возбуждения η > 1, и в этом случае $\Psi_{M} \neq 0$. Параметр η иногда удобно трактовать как отношение фазового набега волны, распространяющейся вдоль решетки с фазовой скоростью v_{ϕ} , к такому же фазовому набегу при движении волны со скоростью света *c* [14]. При $v_{\phi} \le c$ параметр $\eta \ge 1$.

Функция (17) периодическая, описывает среднюю ДН в пределах области видимости – $(\pi L/\lambda) (1 + \eta) \le \Psi \le (\pi L/\lambda) (1 - \eta)$, в которой при выполнении условия $d \le \lambda (1 - 1/N)/(1 + |\sin \theta_{\rm M}|)$ расположен один главный лепесток под углом $\theta_{\rm M}$.

Использование обобщенной угловой координаты Ψ имеет ряд преимуществ. Исследование ДН как функции Ψ позволяет исключить из рассмотрения электрическую длину антенны L/λ , шаг решетки, параметры линейного фазового распределения, определяющие ориентацию главного максимума. Влияние этих величин на направленные свойства антенны можно изучить при пересчете ДН в функцию реального угла θ . Кроме того, появляется возможность сравнить результаты анализа решеток и непрерывных систем, поскольку при статистическом анализе последних также используется обобщенная координата Ψ .

Известно [15], что в отсутствии ошибок ДС антенной решетки как функция угла Ψ в области главного и первых боковых лепестков мало зависит от числа излучателей и практически совпадает с ДН непрерывной системы уже при N ≥ 20. Это положение, как увидим далее, при определенных условиях сохраняется и при статистическом исследовании поля антенн.

Условие эквивалентности неоднородных ошибок. Статистическое амплитудное распределение. Для интерпретации результатов анализа средней ДН по мощности удобно представить ее выражение по аналогии с (6), в виде разложения на когерентную и рассеянную составляющие:

$$\overline{|F(\psi)|^{2}} = \left\{ \left| \sum_{n=-0.5(N-1)}^{0,5(N-1)} |a_{n}| e^{(-0.5\sigma_{\varphi n}^{2})} e^{j2n\frac{\Psi}{N}} \right|^{2} + \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} |a_{n}a_{m}| e^{-0.5(\sigma_{\varphi n}^{2} + \sigma_{\varphi m}^{2})} [e^{\sigma_{\varphi n}\sigma_{\varphi m}r_{\varphi}(n,m)} - 1] e^{j\frac{2\Psi}{N}(n-m)} \right\} / \left| \sum_{n} |a_{n}| e^{jn\frac{2\Psi_{M}}{N}} \right|^{2}$$
(17*a*)

Амплитудное распределение (АР) примем в виде [14]

$$|a_{n}| = (1 + \Delta \cos \frac{2\pi n}{(N-1)}) / (1 + \Delta), \quad n \in -0, \\ 5(N-1) : 0.5(N-1) . \tag{176}$$

Оно охватывает случаи от равномерного до спадающего к краям до нуля AP и обеспечивает формирование ДН с коэффициентом расширения луча

$$K_p = 1 + 0,636\Delta^2$$

и уровнем боковых лепестков (дБ) при 0≤∆≤0,83

$$F_{6\pi} = -(13 + 15\Delta + 22\Delta^2),$$

причем F_{бл} определяется величиной наибольшего бокового лепестка по отношению к амплитуде главного максимума ДН.

Для описания закона распределения дисперсии фазовых ошибок вдоль решетки воспользуемся функциями

$$\sigma_{\varphi n}^{2} = \alpha_{1} + \beta_{1} (n/0, 5(N-1))^{2}, \qquad (18a)$$

$$\sigma_{\varphi n}^{2} = \alpha_{2} + \beta_{2} (1 - (n/0, 5(N-1))^{2}), \qquad (186)$$

$$\sigma_{\varphi n}^{2} = \alpha_{3 \text{ при}} - 0.5(N-1) \le n \le q, \ \beta_{3 \text{ при } q+1} \le n \le 0.5(N-1), \quad (186)$$

где *q* – номер излучателя из интервала для *n*.

ISSN 0485-8972 Радіотехніка. 2020. Вип. 201

Выражения (18*a*), (18*б*) описывают симметричные неоднородные фазовые ошибки с дисперсиями, которые соответственно возрастают от α_1 до $\alpha_1+\beta_1$ (ошибки 1-го типа) или убывают от $\alpha_2+\beta_2$ до α_2 (ошибки 2-го типа) к краям антенны по квадратичному закону. Выражение (18*в*) имеет двухступенчатую структуру со скачком дисперсии на излучателе *q*+1 от значения α_3 до значения β_3 (ошибки 3-го типа).

Будем далее считать неоднородные ошибки эквивалентными по «интенсивности» воздействия на излучаемые поля при условии равенства сумм дисперсий фаз в излучателях:

$$\sum_{i=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \sigma_{\varphi i}^{2} = N \sigma_{\varphi}^{2}, \qquad (19)$$

где σ_{φ}^2 – заданная дисперсия однородных фазовых ошибок.

Это условие позволяет сравнивать как влияют законы распределения дисперсий ошибок на характеристики антенны, что равносильно условию равенства средних дисперсий.

Из условия «равноинтенсивности» фазовых ошибок (19) находим следующие значения для параметров β:

$$\beta_1 = 3(\sigma_{\varphi}^2 - \alpha_1)(N-1)/(N+1), \qquad (20a)$$

$$\beta_2 = 3(\sigma_{\phi}^2 - \alpha_2)(N - 1)/2(N - 2), \qquad (206)$$

$$\beta_3 = [N\sigma_{\varphi}^2 - (N - M)\alpha_3]/M \tag{20e}$$

где М – число излучателей, имеющих дисперсию β₃.

Приведем пример. Пусть минимальные значения дисперсий трех типов ошибок одинаковы $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$. Для $\alpha = 0,09 \text{ pag}^2$, N = 21, M = 7, $\sigma_{\phi}^2 = 0,25 \text{ pag}^2$ на рис. 2 приведены графики «равноинтенсивных» дисперсий для ошибок первого (штрих), второго (пунктир) и третьего (сплошная кривая) типов, для которых $\beta_1 = 0,436$, $\beta_2 = 0,253$, $\beta_3 = 0,57$. Наибольший перепад в значениях дисперсий имеют ошибки 3-го типа. В отличие от первых двух, ошибки 3-го типа несимметричны. Приведенные в примере данные будут использованы далее при расчетах характеристик антенн.

Распределение ошибок вдоль решетки, начиная с N>20, слабо зависит от числа излучателей, что видно из рис. 3. На нем приведены зависимости параметров β_1 (штрих), β_2 (пунктир), β_3 от N. От степени зависимости этих параметров от N зависит сохранность закона распределения дисперсий ошибок в решетках с разным числом излучателей. При соблюдении для ошибок 3-го типа соотношения между значениями N и M (например, N/M = 3) параметр β_3 , как видно из (20*в*), вовсе не зависит от N.

Отмеченное свойство позволяет исследовать зависимость направленных свойств решеток с ошибками определенного типа от числа излучателей.

На рис. 4 приведены графики статистических амплитудных распределений A_n для равномерного регулярного амплитудного | распределения $\underline{a}_n = 1$. Поскольку рассматриваемые ошибки невелики, то значения A_n можно оценить, используя приближение малых ошибок $A_n \approx |a_n| (1-0.5 \sigma_{qn}^2)$.



Неоднородные свойства фазовых ошибок привели к неравномерности статистических амплитудных распределений A_n . Там, где ошибки больше, значения A_n меньше. Эти распределения разнотипны по функциональному признаку. Распределения A_n при $|a_n| = 1$ симметричны для ошибок 1-го и 2-го типов соответственно с подъемом и спаданием к краям решетки и несимметричны для ошибок 3-го типа с разным уровнем равномерности вдоль решетки. Асимметрия, как и разнотипность в статистических АР для ошибок 1-го и 2-го типов, ослабевает для спадающих регулярных АР, что следует из рис. 5, на котором помимо статистических АР для трех типов ошибок (соответственно штрих, пунктир, штрих-пунктир) приведено регулярное АР с $\Delta = 0,4$ (сплошная кривая).

Эти распределения, как и распределения ошибок, малочувствительны к изменению числа излучателей в решетке при N>20.

Различия между регулярным и статистическим амплитудными распределениями (AP) максимальны для $|a_n| = 1$. С увеличением скорости убывания регулярного AP (увеличением Δ) различия между регулярным и статистическим амплитудными распределениями уменьшаются. Это видно, в частности, из рис. 6, на котором приведены графики разности регулярного с равномерным $\Delta = 0$ (штрих), косинусоидального с $\Delta = 0.4$ (пунктир) и 0,8 (штрих-пунктир) AP и соответствующих статистических амплитудных распределений для ошибок 1-го типа.

Анализ когерентной и рассеянной составляющих средней ДН по мощности. Отличие законов распределений A_n и $|a_n|$ приводит к различиям в направленных свойствах между когерентной составляющей средней ДН $|F_k(\Psi)|^2$ и ДН решетки в отсутствие ошибок $|F_0(\Psi)|^2$.

Проиллюстрируем это положение на решетках с $\Psi_{\rm M} = 0$ ($0 \le \eta \le 1$). Этот случай охватывает антенны с поперечным, наклонным и осевым излучением при условии синфазного (в отсутствие ошибок) сложения полей излучателей в направлении главного максимума. Случай $\Psi_{\rm M} \ne 0$ далее оговаривается особо.

На рис. 7 для N = 21 приведены нормированные к своему максимальному значению когерентные составляющие средней ДН по мощности для трех типов ошибок в решетке с регулярным АР $\Delta = 0.4$, которому соответствует регулярная ДН, показанная на рисунке сплошной кривой. С ней совпадает когерентная составляющая СДН для однородных ошибок.

Неоднородные ошибки привели к изменениям в ширине главного лепестка, уровне боковых лепестков и ориентации их максимумов. Для ошибок 1-го типа (штрих) произошло расширение главного лепестка и уменьшение уровня боковых лепестков (УБЛ), в то же время для ошибок 2-го типа (пунктир) главный лепесток сузился, а УБЛ вырос в сравнении с регулярной ДН, что соответствует характеру изменения статистических AP, показанных на рис. 5.



Для ошибок 3-го типа (штрих-пунктир) распределение A_n несимметрично, что привело к «заплыванию» нулей составляющей $|F_k(\Psi)|^2$ при сохранении ее симметрии. Уровень первого бокового лепестка заметно снизился, второго – увеличился в сравнении с регулярной ДН и превысил УБЛ для 2-го и 1-го типов ошибок.

Таким образом, неоднородные ошибки привели, в отличие от однородных, к изменению параметров и формы когерентной составляющей средней ДН

Для анализа рассеянной мощности нужно иметь сведения о коэффициенте корреляции.

Следуя [4], выберем коэффициент корреляции фазовых ошибок в экспоненциальной форме

$$r_{\varphi}(n,m) = \exp(-\left|n-m\right|/c_{\varphi}), \qquad (21)$$

где $c_{\varphi} = \rho_{\varphi} / d$, $\rho_{\varphi} -$ радиус корреляции фазовых флуктуаций.

Принятому ранее условию полностью некоррелированных фазовых ошибок в соседних излучателях ($r_{\varphi}(n,m) = \delta_{nm}$) соответствует $C_{\varphi} \rightarrow 0$. Этот случай удобен для теоретических исследований. Можно считать, что ошибки становятся некоррелированными при $C_{\varphi} = 1$. Для полностью коррелированных ошибок $C_{\varphi} \rightarrow \infty$.

Для сохранения преемственности с непрерывными системами при анализе влияния корреляционных свойств ошибок на статистические характеристики поля антенны используем в качестве переменной относительный радиус корреляции в виде $C = 2 \rho_{\phi} / L = 2c_{\phi} / N$. При фиксированном *C* изменение числа излучателей *N* означает пропорциональное изменение радиуса корреляции ρ_{ϕ} , но при этом количество значений ρ_{ϕ} на длине решетки остается неизменным. Случай С \rightarrow 0 будем также относить к полностью некоррелированным ошибкам, хотя этот случай может возникать также для фиксированного ρ_{ϕ} при $N \rightarrow \infty$.

На рис. 8 приведены зависимости уровней рассеянной мощности (дБ) для полностью некоррелированных ошибок (она изотропна, не зависит от Ψ) от вида амплитудного распределения (176), т.е. значения подставки Δ , для первого (штрих), второго (пунктир), третьего (штрих-пунктир) типов ошибок. Сплошной кривой показана зависимость уровня рассеянной мощности для однородных ошибок. При 2-м типе ошибок рассеянная мощность $F_{\rm f}$

наибольшая. Несколько меньшие значения F_f имеют однородные ошибки (4-й тип). Для этих двух типов ошибок наименьшей чувствительностью обладает равномерное амплитудное распределение ($\Delta = 0$). С увеличением Δ рассеянная мощность увеличивается, амплитудные распределения с более высокой скоростью убывания к краям решетки более чувствительны ко 2-му и 4-му типам ошибкам.

Иные закономерности присущи 1-му и 3-му типам ошибок: они генерируют меньшие значения рассеянной мощности, наиболее чувствительны к равномерному амплитудному распределению, рассеянная мощность уменьшается для спадающих к краям решетки амплитудных распределений и для $\Delta > 0.4$ изменяется незначительно. Такое уменьшение связано с тем, что спадающие к краям антенны АР ослабляют влияние на рассеянную мощность 1-го и 3-го типов ошибок с возрастающей к краям дисперсией.



составляющие для 2-го типа ошибок (N = 21)



Для равномерного AP уровни рассеянной мощности для всех типов ошибок составляют примерно –20 дБ, что является следствием принятого условия эквивалентности ошибок.

Приведенные результаты иллюстрируют важность проверки выбранного АР на чувствительность к типам ошибок для проверки его возможностей по формированию требуемой ДН. Они нарушают сложившийся стереотип в СТА о наименьшей чувствительности к ошибкам равномерного амплитудного распределения.

Определение типа ошибок, менее чувствительного к выбранному АР, имеет еще одно практическое значение. При построении антенны можно сортировать устройства управления фазовым распределением по величинам погрешностей установки фазы и затем определить порядок расстановки этих устройств в решетке так, чтобы распределение ошибок фазирования в раскрыве соответствовало типу ошибок, к которому АР менее чувствительно.

При наличии корреляции флуктуаций фазы усиливаются интерференционные явления при формировании поля излучения, рассеянная мощность становится направленной, она с увеличением относительного радиуса корреляции ошибок постепенно концентрируется к направлению главного максимума средней ДН.

Это видно из рис. 9, 10, на которых для АР $\Delta = 0,4$ приведены соответственно для 2-го и 3-го типов ошибок зависимости (дБ) от обобщенной угла Ч когерентной (жирная сплошная кривая) составляющей, не зависящей от корреляционных свойств ошибок, и рассеянной мощности для $C \rightarrow 0$ (сплошная кривая с постоянным уровнем), C = 0.22 (штрих), C = 2(штрих-пунктир) и $C \rightarrow \infty$ (пунктир). С увеличением C уровень рассеянной мощности растет в направлении главного максимума $\Psi = 0$ когерентной составляющей, происходят заметные изменения ее значений и в области боковых лепестков. Видно, что характер этих изменений зависит от типа ошибок.

Рассмотрим более подробно изменения рассеянной мощности в направлениях $\Psi_{\rm M} = 0$ и $\Psi_{61} = 5,08$, соответствующие главному максимуму и максимуму первого бокового лепестка регулярной ДН с ростом радиуса корреляции ошибок при фиксированном числе излучателей (N = 21). На рис. 11 для ошибок 1-го (штрих), 2-го (пунктир), 3-го (штрих-пунктир), 4-го (сплошные кривые) типов приведены уровни рассеянной мощности в направлении главного максимума (верхние кривые), которые монотонно растут, переходя при C>1 в режим насыщения, а в направлении первого бокового лепестка (нижние кривые) графики имеют резонансный характер. При этом максимум уровня рассеянной мощности достигается при $C \approx 0,22$ для всех типов ошибок. Значения максимумов различны, зависят от типа ошибок, наибольшие для 2-го и наименьшие для 1-го типов ошибок.



рассеянной мощности от С

Рис. 12. Влияние числа излучателей на рассеянную мощность

Рассеянная мощность для однородных ошибок (4-й тип) приближается к рассеянной мощности наиболее опасного 2-го типа ошибок с убывающей к краям антенны дисперсией. Ошибки 1-го типа по своему воздействию на уровень рассеянной мощности приближаются к ошибкам 3-го типа.

Как показывают расчеты, графики зависимостей рассеянной мощности от *C* в направлениях $\Psi_{0.5p}$ и Ψ_{62} , соответствующих полуширине регулярной ДН по уровню половинной мощности и максимуму второго бокового лепестка, аналогичны графикам для направлений соответственно $\Psi_{\rm M}$ и Ψ_{61} . В сравнении с графиками рис. 11 в направлении $\Psi_{0.5p}$ их абсолютный уровень снижается на 1,5 – 2дБ для ошибок с относительным радиусом корреляции *C* = 1, а в направлении Ψ_{62} максимум рассеянной мощности достигается для ошибок с *C* \approx 0,12, их уровень уменьшается примерно на ту же величину.

Эффект влияния корреляции ошибок на уровень рассеянной мощностям в максимумах боковых лепестков отмечался в [1] для непрерывных систем при наличии однородных фазовых ошибок с коэффициентом корреляции в гауссовой форме. Это, с одной стороны, подтверждает возможность взаимного обмена данными между непрерывными и дискретными структурами, и, с другой – демонстрирует некритичность качественных результатов к форме коэффициента корреляции.

В области *С*>>1 поведение рассеянной мощности при малых ошибках описывается выражением

$$\left|F_{f}(\Psi)\right|^{2} = \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}a_{m}\right| \sigma_{\varphi n} \sigma_{\varphi m} (1-2|n-m|/NC) \exp\left[j\frac{2\Psi}{N}(n-m)\right] / \left|\sum_{n} \left|a_{n}\right|\right|^{2}, \quad (22)$$

в котором коэффициент корреляции представлен в виде $r_{\varphi}(n,m) \approx 1 - |n-m|/c_{\varphi}$. Из выражения следует, что по мере увеличения *C* рассеянная мощность в фиксированных направлениях стремится к некоторому предельному значению, зависящему от типа ошибок, что видно из рис. 11. Для однородных ошибок она приближается к значениям когерентной составляющей, умноженной на дисперсию ошибок.

Представляет интерес зависимость рассеянной мощности от числа излучателей. На рис. 12 показаны графики рассеянной мощности $|F_f(\Psi)|^2$ от относительного радиуса корреляции ошибок *C* для решеток из *N* = 11 (штрих), 21 (пунктир), 31 (штрих-пунктир) изотропных излучателей с фазовыми ошибками 2-го типа и амплитудным распределением $\Delta = 0,4$ в направлениях $\Psi_{\rm M} = 0$ и $\Psi_{61} = 5,08$. Для полностью некоррелированных ошибок уровень рассеянной мощности обратно пропорционален числу излучателей и одинаков для всех Ψ . В указанных направлениях он составляет –16, –18,9, –20,5дБ. Кривые для *N* = 21 и 31 уже при *C* > 0,1 ($\rho_{\varphi} > d$) практически совпадают, что свидетельствует о слабой зависимости рассеянной от числа излучателей, если оно превышает 21.

Отметим, что увеличение *N* при фиксированном значении *C* эквивалентно увеличению радиуса корреляции ошибок.

Зависимость рассеянной мощности от N при C < 0,1 свидетельствует, что для указанной области значений С при фиксированном радиусе корреляции $\rho_{\phi/d} = \text{const}$ увеличение числа излучателей приводит к уменьшению рассеянной мощности, а значит и уровня бокового излучения.

Таким образом, рассеянная мощность (при C > 0,1), как и когерентная составляющая, малочувствительны к увеличению числа излучателей, начиная с N ≈ 20 .

При $N \approx 20$ получаются результаты, которые можно использовать для анализа статистики поля непрерывных систем, направленные свойства которых изучаются в терминах обобщенного угла Ψ и относительного радиуса корреляции *C*.

Свойства когерентной и рассеянной составляющих используются при анализе средней ДН по мощности.

Средние ДН по мощности. Рассмотрим влияние на среднюю ДН (17) полностью некоррелированных ошибок. Как и прежде, предполагается, что неоднородные ошибки эквивалентны по своей «интенсивности» однородным ошибкам с дисперсией $\sigma_{\varphi 0}^2 = 0,25$ рад². Число излучателей N = 21.

На рис. 13, 14 представлены результаты расчетов нормированной (к максимуму регулярной ДН) средней ДН (дБ) как функции угловой переменной Ψ , антенной решетки с равномерным $\Delta = 0$ (рис. 13) и спадающем $\Delta = 0,4$ (рис. 14) амплитудными распределениями (AP) для фазовых ошибок 1-го (штрих), 2-го (пунктир), 3-го (штрих-пунктир) типов. Сплошной кривой показана регулярная ДН.



Фазовые ошибки приводят к сглаживанию средней ДН по мощности, уменьшению интенсивности излучения в направлении главного максимума, расширению главного лепестка, «заплыванию нулей». Степень проявления этих эффектов зависит от законов распределения дисперсии ошибок и регулярного амплитудного распределения, поскольку они по-разному влияют на когерентную и рассеянную составляющие средней ДН. При равномерном AP уровень рассеянной мощности для всех типов ошибок примерно одинаковый и заметно меньший УБЛ когерентной составляющей. Поэтому УБЛ средней ДН близок к УБЛ когерентной составляющей, и различия в кривых на рис. 13 в основном связаны с различиями когерентных составляющих.

Применение спадающих АР приводит к увеличению рассеянной мощности. Она превышает УБЛ когерентной составляющей, в особенности для ошибок 2-го и 4-го (кривые 2, 4 на рис. 14) типов. Поэтому УБЛ средней ДН приближается к уровню рассеянной мощности, слабее проявляются интерференционные явления. Для ошибок 1-го и 3-го типов вследствие меньшего значения рассеянной мощности УБЛ средней ДН меньший, чем для ошибок 2-го и 4-го типов.

Ошибки 1-го и 3-го типов имеют максимальную дисперсию на краях решетки, где элементы возбуждаются меньшей амплитудой, чем в центре, и поэтому влияние этих ошибок на поле излучения ослабевает. Итак, из рассмотренных типов ошибок наиболее высокую рассеянную мощность создают ошибки со спадающей дисперсией к краям решетки и однородные ошибки, поэтому они приводят к большим искажениям средней ДН.

Перейдем теперь к изучению средней ДН при наличии корреляции неоднородных ошибок в излучателях решетки.

На рис. 15, 16 представлены результаты нормированной (к максимуму регулярной ДН) средней ДН по мощности (дБ) антенной решетки из 21 излучателя с амплитудным распределением $\Delta = 0,4$ и с ошибками соответственно 2-го и 3-го типов для полностью некоррелированных (сплошная кривая), C = 0,25 (пунктир), C = 2 (штрих), полностью коррелированных (штрих-пунктир) ошибок.



Рис. 15. Средние ДН по мощности для 2-го типа ошибок при разных значениях *С* и $\Delta = 0.4$



Рис. 16. Средние ДН по мощности для 3-го типа ошибок при разных значениях C и $\Delta = 0,4$

При C = 0,25 уровень бокового излучения наиболее высокий и так же, как и для некоррелированных ошибок является слабо осциллирующим, что свидетельствует о превалирующей роли рассеянного излучения. При увеличении радиуса корреляции до C = 0,22 средний уровень боковых лепестков (определяемый по большему лепестку) растет, а затем начинает уменьшаться и от слабо убывающего переходит к осциллирующему из-за возрастания роли когерентной составляющей. При $C \rightarrow \infty$ средние ДН приближаются к регулярным ДН, однако не совпадают с ними. Особенно это ощутимо для ошибок 3-го типа, поскольку уровень рассеянной мощности для них в области боковых лепестков при больших C превосходит уровни для других типов ошибок. Так, например, в направлении первого бокового лепестка при C = 0 (рис. 13) 20 уровень рассеянной мощности составляет – 22 дБ для ошибок 3-го типа, а для 2-го типа он равен -30дБ.

Проведенный анализ показывает, что при оценке степени влияния типа ошибок на среднюю ДН нужно исходить из того, что каждый тип ошибок, с одной стороны, имеет разный уровень рассеянной мощности, зависящий от радиуса корреляции, с другой стороны, по-разному влияет на искажения когерентной составляющей средней ДН, не зависящей от радиуса корреляции. От соотношения этих факторов, на которое влияет амплитудное распределение, зависят искажения средней ДН по мощности.

Приведем некоторые результаты исследований средней ДН от числа излучателей. Как отмечалось, при N>21 когерентная составляющая средней ДН, как функция обобщенного угла Ψ , практически не изменяется при увеличении числа излучателей. Это справедливо и для рассеянной составляющей при наличии корреляции ошибок (C = 0,1), если их свойства описываются относительным радиусом корреляции С. Подобное характерно и для средних ДН по мощности, что видно из графиков на рис. 17 для решетки с ошибками 2-го типа с АР $\Delta = 0,4$ и числом излучателей N = 21 (кривые 1 (пунктир) и 2 (сплошная)) и N = 31 (кривые 3 (штрих-пунктир) и 4 (штрих)). Кривые 2, 4 построены для полностью некоррелированных ошибок, а кривые 1, 3 – для ошибок с относительным радиусом корреляции C = 0,25. Для коррелированных ошибок средние ДН решетки с разным числом излучателей практически совпадают (кривые 1, 3), чего нет для полностью некоррелированных ошибок (кривые 2, 4).

Отметим, что при переходе от обобщенной угловой переменной Ψ и отнесенного к половине размера антенны радиуса корреляции *C* к пространственному углу θ и радиусу корреляции, отнесенного к шагу решетки c_{φ} , параметры средней ДН становятся зависимыми от числа излучателей, параметра возбуждения η . На рис. 18 показаны те же средние ДН решетки, что и на рис 17, но в зависимости от угла θ и $c_{\varphi} = 0,5NC$ для полностью некоррелированных ошибок (для N = 21 – сплошная кривая 2, N = 31 – штрих 4) и для ошибок с отно-

сительным радиусом корреляции C = 0,25, что соответствует значениям $c_{\phi} = 2,63$ для N = 21 – пунктир 1 и $c_{\phi} = 3,88$ для N = 31 – штрих-пунктир 3. Решетка в отсутствие ошибок – синфазная $\eta = 0$. Ширина средней ДН и уровень бокового излучения стали зависящими от числа излучателей, в том числе и для кривых 1, 3 (которые были совмещенными на рис. 17). Общие тенденции, определяющие влияние ошибок на направленные свойства антенны, сохранились.



Рис. 17. Зависимость средней ДН по мощности от числа излучателей

Рис. 18. Средние ДН по мощности в реальных координатах

Таким образом, применение для анализа характеристик антенн обобщенных переменных и параметров позволяет получить универсальные кривые, пригодные для анализа решеток с поперечным, наклонным или осевым излучением, с различным шагом и числом элементов, а также использовать эти кривые для статистического анализа непрерывных систем.

Предельный средний уровень боковых лепестков. Поставим задачу по определению возможностей снижения среднего бокового излучения путем постепенного уменьшения его в регулярной ДН.

По мере снижения регулярного УБЛ, когда уровень рассеянной мощности становится соизмеримым с УБЛ когерентной составляющей, процесс снижения среднего УБЛ замедляется. Затем он достигает минимального (предельного) значения, а затем при увеличении рассеянной мощности начинает повышаться, несмотря на продолжающееся снижение регулярного УБЛ.

Обычно предельный средний УБЛ *F*_{с.пр} мало отличается от уровня рассеянной мощности. Его величина зависит от типа неоднородных ошибок и их величины.

При изучении предельного среднего УБЛ будем использовать нормированные к своему максимальному значению средние ДН по мощности.

Рассмотрим вначале полностью некоррелированные неоднородные ошибки, которые по интенсивности, как было принято, эквивалентны однородным ошибкам с дисперсией 0,25 рад².

На рис. 19 и 20 показаны нормированные средние ДН (дБ) для решеток с 21 излучателем и с ошибками соответственно 2-го и 3-го типов.



Рис.19. Предельный УБД для ошибок 2-го типа

Рис. 20. Предельный УБД для ошибок 3-го типа

Пунктиром показаны кривые с $\Delta = 0,2$ (рис. 19) и $\Delta = 0,8$ (рис. 20), штрих с $\Delta = 0,4$, штрих-пунктир $\Delta = 0,6$, сплошные кривые с $\Delta = 0,7$. Регулярные УБЛ F₆₀ в порядке увеличения Δ соответственно составляют –17, –22,4, –29,8, –34,3, –38,9 дБ.

Как следует из рисунков, по мере уменьшения Δ осцилляции бокового излучения уменьшаются почти до постоянного уровня, свойственного рассеянной составляющей. Это происходит вследствие изменения соотношения между когеррентной и рассеянной составляющими средней ДН. По мере уменьшения регулярного УБЛ роль рассеянной составляющей в формировании бокового излучения возрастает, что и приводит к отмеченному эффекту.

Решетка с ошибками 2-го типа имеет более ограниченные возможности по формированию низких уровней бокового излучения.

Предельные значения УБЛ для ошибок 2-го и 3-го типов составляет $F_{c.пp} \approx -16,6$ и – 19,6 дБ соответственно и достигаются для регулярных AP с параметрами $\Delta = 0,6$ и $\Delta = 0,8$. Эти AP в отсутствие ошибок формируют ДH с УБЛ $F_{60} = -29,8$ и -38,9дБ и имеют КРЛ равные 1,23, 1,41. УБЛ, равные предельным, в отсутствие ошибок имеют ДH с AP $\Delta = 0,19$ и $\Delta = 0,31$ с КРЛ = 1,02 и 1,06 соответственно. Видно, что ошибки приводят к заметным потерям в достижении низких УБЛ, а также в значениях КРЛ. Попытки получить более низкий УБЛ для ошибок 2-го типа привели лишь к некоторому сглаживанию бокового излучения и его увеличению (сплошная кривая на рис. 19 для $\Delta = 0,7$), что свидетельствует о превалирующей роли в его формировании рассеянной мощности, которая с увеличением Δ заметно растет для этого типа ошибок (рис. 8)

Аналогичные расчеты для ошибок 1-го и 4-го типов показали промежуточные результаты. Предельные средние УБЛ достигаются в таких решетках для ошибок 1-го типа при AP с $\Delta = 0.8$, для ошибок 4-го типа при $\Delta = 0.6$ и составляют -20,3 и -17,6 дБ соответственно.

Для АР с $\Delta = 0,6$ регулярный УБЛ составляет –30 дБ. Для этого АР на рис. 21 показаны средние ДН для ошибок 2-го (пунктир), 4-го (штрих-пунктир), 1-го (сплошная) и 3-го (штрих) типов.

Для ошибок 2-го и 4-го типов средний УБЛ достигает предельного значения. Средний УБЛ для ошибок 1-го и 3-го типов для данного АР еще не является предельным, но заметно ниже, чем для ошибок 2-го и 4-го типов, хотя на 10 дБ превышает регулярный УБЛ. При этом КРЛ для всех ошибок практически одинаковы. Этот пример показывает важность учета

при решении вопроса об УБЛ не только факта наличия ошибок, но и характера их неоднородности.

Характерно, что по мере приближения среднего УБЛ к своему предельному значению уровень его снижения замедления заметно меньше уровня снижения регулярного УБЛ, т.е. при небольшом уменьшении среднего УБЛ ширина средней ДН может заметно расширяться (см. рис. 21, 22).



Поэтому целесообразно остановиться на таком значении среднего УБЛ, при котором оно незначительно отличается от предельного значения, а расширение ДН является допустимым.

Был рассмотрен случай полностью некоррелированных ошибок. На практике ошибки, как правило, имеют ту или иную степень корреляции. Рассмотрим особенности проявления эффектов минимального УБИ для коррелированных ошибок. Как отмечалось, при наличии корреляции ошибок рассеянная мощность приобретает направленные свойства, структура бокового излучения изменяется. При корреляции структура предельного среднего бокового излучения меняется от почти постоянного до убывающего с осцилляциями, имеющими максимумы в направлениях, близких к максимумам боковых лепестков регулярной ДН. Это, в частности, видно из графиков рис. 22 для средних ДН, нормированных к своему максимальному значению, с предельными УБЛ для ошибок 2-го типа с относительными радиусами корреляции $C \rightarrow 0$ (сплошная кривая), C = 0,22 (пунктир), C = 1 (штрих), C = 2 (штрихличктир), $C \rightarrow \infty$ (жирная сплошная). Жирной штриховой кривой показана регулярная ДН.

Предельный УБЛ определялся для фиксированного значения параметра $\Delta = 0,6$ в направлении максимума первого бокового лепестка регулярной ДН при контроле его значений в направлениях максимумов последующих боковых лепестков.

Наиболее высокий предельный УБЛ соответствует ошибкам с C = 0,22 (см. рис. 11), при увеличении C уменьшается и при $C \rightarrow \infty$ практически не отличается от регулярного УБЛ. Наиболее четко эффект предельного среднего УБЛ проявляется для полностью некоррелированных ошибок.

Средняя интенсивность излучения в направлении главного максимума определяется величиной

$$\overline{\left|F(0)\right|^{2}} = \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left| Q_{nm} \right/ \left| \sum_{n=-0,5(N-1)}^{(0,5(N-1))} \left| a_{n} \right| \right|^{2},$$
(23)

равной отношению средней ДН по мощности решетки в направлении $\Psi = 0$ к максимуму ДН по мощности в отсутствии ошибок.

Амплитудное распределение a_n и второй начальный момент функции ошибок Q_{nm} в формуле (23) определяются соотношениями (176), (152).

Интерес к этому параметру средней ДН обусловлен, прежде всего, связью его с КНД решетки.

Изучим вначале зависимость средней интенсивности от типа ошибок и вида AP. Примем, как и ранее, N = 21. Фазовые ошибки эквивалентны однородным ошибкам с дисперсией 0,25 рад². На рис. 23 представлены графики зависимости $\overline{|F(0)|^2}$ (дБ) от вида амплитудного распределения (параметра Δ) для полностью некоррелированных ошибок 1-, 2-, 3- и 4-го типов. Рядом с этими кривыми, обозначенными на рисунке соответствующими типам ошибок цифрами, приведены пунктирные графики интенсивностей когерентных составляющих $|F_k(0)|^2$, что позволяет определить их вклад в уменьшение средней интенсивности поля.



Рис. 23. Влияние АР на интенсивность поля в максимуме средней ДН



Характер изменения средней интенсивности при изменении вида AP зависит от типа ошибок. Так, для ошибок 1-го и 3-го типов при изменении AP от равномерного ($\Delta = 0$) до спадающего к краям по косинусоидальному закону до уровня 0,2 ($\Delta = 0,8$) интенсивность растет, а для ошибок 2-го типа – уменьшается. Обусловлено это тем, что действие возрастающей к краям антенны расфазировки, характерное для 1-го типа ошибок, ослабевает при использовании более спадающих к краям AP. В то же время в этой ситуации для ошибок 2-го типа подчеркивается роль в излучении поля более расфазированной центральной части раскрыва антенны, что приводит к обратному эффекту – уменьшению интенсивности.

Для ошибок 3-го типа уменьшается действие увеличенной расфазировки на одном краю антенны.

Для однородных ошибок (4-й тип) значение средней интенсивности практически не зависит от вида АР.

Основной вклад в изменения средних интенсивностей вносит когерентная составляющая, особенно для ошибок 1-го и 3-го типов. На рис. 24 представлены зависимости средних интенсивностей (дБ) от величины относительного радиуса корреляции C. АР соответствует значению $\Delta = 0.4$.

Уровень излучения в максимуме главного лепестка средней ДН с увеличением C вначале быстро увеличивается, особенно для ошибок 2-го (пунктир) и 4-го (сплошная кривая) типов, вплоть до C = 2 (радиус корреляции $\rho_{\phi} = L$), а затем медленно устремляется к предельному значению, равному при $C \rightarrow \infty$ величине -0.073 дБ для ошибок 1-го типа (штрих), -0,028 дБ для ошибок 2-го типа, -0,174 дБ – для ошибок 3-го типа (штрих-пунктир). Для однородных полностью коррелированных фазовых ошибок средняя интенсивность равна интенсивности в отсутствие ошибок.

Предельные значения средней интенсивности можно рассчитать по формуле

$$\overline{\left|F(0)\right|^{2}} = \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}a_{m}\right| \exp\left[-0.5(\sigma_{\varphi n} - \sigma_{\varphi m})^{2}\right] \left/ \left|\sum_{n=-0,5(N-1)}^{(0,5(N-1))} a_{n}\right|^{2},$$
(24)

из которой видно, что результаты расчета зависят от распределений амплитуд и дисперсий фазовых ошибок в решетке. Для однородных ошибок при любом амплитудном распределении $\overline{|F(0)|^2} = 1$.

2.3. Средний КНД линейной решетки

Исходные соотношения. Определим средний КНД, как это принято в СТА, по средней ДН по мощности $\overline{\left| \mathbf{f}(\mathbf{u}) \right|^2}$

$$\overline{D} = \frac{4\pi \overline{\left| f(\mathbf{u}) \right|^2}}{\int\limits_{4\pi} \overline{\left| f(\mathbf{u}) \right|^2} d\Omega}.$$
(25)

Будем рассматривать средний КНД в направлении главного максимума $\mathbf{u}_{_{M}}$.

Выражение (25) перепишем в виде

$$\overline{D} = D_0 V_{\Pi}, \qquad V_{\Pi} = \frac{\left| \mathbf{F}(\mathbf{u}_{\mathcal{M}}) \right|^2}{P_s / P_0}, \qquad (26)$$

где D_0 – КНД антенны в отсутствие ошибок; $\overline{|F(u)|^2}$ – нормированная (к максимуму ДН в отсутствии ошибок) средняя ДН по мощности.

Отношение

$$\mathbf{P}_{\mathrm{s}}/\mathbf{P}_{0} = \int_{4\pi} \left| \overline{f(\mathbf{u})} \right|^{2} d\Omega / \int_{4\pi} \left| f_{0}(\mathbf{u}) \right|^{2} d\Omega$$

характеризует изменение средней мощности излучения P_s относительно мощности излучения в отсутствие ошибок P_0 .

Величина v_n определяет уменьшение КНД из-за влияния случайных ошибок как на среднюю интенсивность излучаемого поля в направлении главного максимума, так и на среднюю мощность излучения антенны. По величине v_n можно судить о чувствительности антенны с тем или иным возбуждением и геометрией к случайным ошибкам.

Используя выражение для средней ДН линейной решетки

$$\overline{\left|f(\psi)\right|^{2}} = \sum_{n,m=-0.5(N-1)}^{0.5(N-1)} |a_{n}a_{m}| Q_{nm} \exp[j\psi(n-m)], \ \psi = kd(\cos\theta - \eta),$$
(27)

получим для отношения мощностей выражение

$$P_{s}/P_{0} = \frac{\sum_{n,m} |a_{n}a_{m}| Q_{nm} \sin c(kd(n-m)) \exp[-jkd(n-m)\eta]}{\sum_{n,m} |a_{n}a_{m}| \sin c(kd(n-m)) \exp[-jkd(n-m)\eta]},$$
(28)

где функция sin c(kd(n-m)) = sin(kd(n-m))/(kd(n-m)) характеризует взаимную связь между изотропными излучателями [19]. Она отсутствует при шаге, кратном 0,5 λ . В этом случае, учитывая, что $Q_{nn} = 1$, отношение $P_s/P_0 = 1$ и уменьшение КНД (26) определяется уменьшением средней интенсивности $\overline{|F(\psi_M)|^2}$ в направлении максимального излучения.

Уменьшение средней интенсивности проанализировано выше для решеток с $\psi_{\rm M} = 0$. Это условие выполняется для решеток с поперечным и наклонным излучением. Полученные там результаты и графики можно использовать для оценки величины уменьшения КНД.

Средний КНД решеток с поперечным излучением. Для них $\psi_{M} = 0$, $\eta = 0$.

Исследуем уменьшение КНД для решеток с произвольным шагом и неоднородными ошибками.

На рис. 25 показаны графики уменьшения КНД для решетки из N = 21 элемента с АР $\Delta = 0,4$ в зависимости от шага (в длинах волн) для четырех типов полностью некоррелированных ошибок, эквивалентных по «интенсивности» однородным ошибкам с дисперсией 0,25 рад².



С увеличением шага решетки потери в КНД в области единственности главного лепестка растут, что связано с изменениями в соотношении средней и регулярной мощностей излучения из-за эффектов взаимной связи. С появлением в области видимости пары дифракционных лепестков потери в КНД стремительно уменьшаются вследствие перераспределения мощности излучения на большее число лепестков. Наиболее «опасными», с точки зрения увеличения потерь в КНД, являются ошибки 2-го типа (пунктир), меньшее влияние оказывают ошибки 1-го (штрих) и 3-го (штрих-пунктир) типов, что коррелируется с влиянием этих ошибок на среднюю ДН. Однородные фазовые ошибки (сплошная кривая) по воздействию на средний КНД приближаются к ошибкам 2-го типа.

При изменении вида AP в решетке с фиксированным шагом (на рис. 26 $d/\lambda = 0,7$) потери в КНД уменьшаются для спадающих AP в решетках с ошибками 1-го и 3-го типов и растут для ошибок 2-го типа, сохраняясь примерно одинаковыми для ошибок 4-го типа^{*}. Эти графики подобны приведенным на рис. 23 графикам для уменьшения интенсивности поля в главном максимуме средней ДН. Они отличаются масштабным множителем, определяющим изменения излучаемой мощности для каждого типа ошибок.

^{*} Для однородных ошибок потери в КНД при d/ $\lambda \approx 0,5$ можно оценить по формуле $v_{\pi} = \exp(-\sigma_{\phi 0}^{2})$, puc.25) Сплошные кривые А построены для решетки с ошибками 3 типа и N = 39 (M = 13).

Для равномерного AP ($\Delta = 0$) уменьшение КНД для всех типов ошибок отличается незначительно, что находится в согласии с данными рис. 8 для уровней рассеянной мощности при полностью некоррелированных ошибках.

Данные рис. 26 можно использовать и для анализа непрерывных систем, поскольку с увеличением N графики (так же, как на рис. 25) практически не изменяются (см. на рис. 25, 26 две почти совпадающие кривые v_{n} для решетки с ошибками 2-го типа и N = 21 и 31 излучателями).

На величину потерь КНД существенное влияние оказывает степень корреляции ошибок. Это видно, в частности, из рис. 27, где представлены зависимости v_{n} от волнового шага решетки (N = 21, $\Delta = 0,4$) с 1-м типом ошибок в зависимости для различных значений относительного радиуса корреляции C ($C \rightarrow 0$ – штрих, C = 0,22 – пунктир (рядом кривая построена для N = 39), C = 1 – штрих-пунктир, C = 2 – сплошная кривая, $C \rightarrow \infty$ – пунктир, верхняя кривая). Можно выделить две области значений d. В области $d < 0,4\lambda$ с увеличением степени корреляции ошибок потери в КНД v_{n} постепенно уменьшаются, в том числе и на участке перехода от однолучевого до трехлучевого излучения, и при C > 1 становятся (как и в первой области) слабо зависящими от шага решетки. Более четко зависимости потерь КНД от величины C прослеживаются на графиках рис. 28, 29 для решетки соответственно с шагом $d = 0,2\lambda$ и $d = 0,7\lambda$ с ошибками 1-го (штрих), 2-го (пунктир), 3-го (штрих-пунктир), 4-го (сплошная кривая) типов. Сплошные кривые A построены для решетки с ошибками 3-го типа и N = 39 (M = 13).

Наибольшие потери в КНД возникают для слабо коррелированных ошибок. Для $d = 0,2\lambda$ и N = 21 область наибольших потерь располагается возле значения $C \approx 0,2$, что соответствует радиусу корреляции $\rho_{\phi} = 0,5C N d \approx 0,1L = 0,42\lambda$. Отсюда следует, что при увеличении N эта область смещается в сторону меньших С, что видно в частности из рис. 28 (кривая A).

Максимальные потери в КНД возросли и достигаются при $C \approx 0,14$ В области $d > 0,4\lambda$ наибольшие потери возникают для полностью некоррелированных ошибок (рис. 29). При C>2 различия в потерях для всех типов ошибок становятся незначительными. Графики в этой области слабо чувствительны к увеличению числа излучателей (так, на рис. 29 кривая для N = 21 и кривая А для N = 39 для 3-го типа ошибок практически сливаются).



Рис. 27. Потери в КНД решетки с ошибками 1-го типа в зависимости от шага при разных С

Рис. 28. Потери в КНД в зависимости от С для четырех типов ошибок и $d = 0,2\lambda$



Рис. 29. Потери в КНД в зависимости от C для четырех типов ошибок и $d = 0,7\lambda$

Рис. 30. Зависимости относительного КСД от НГМ

Таким образом, для решеток с $d < 0,4\lambda$ в графиках зависимости величины уменьшения КНД $v_{\rm n}$ от относительного радиуса корреляции *C* есть область минимума, положение и значение которого зависит от числа излучателей. В то же время для решеток с $d > 0,4\lambda$ графики плавно возрастают и практически не зависят от числа излучателей.

Наличие области с максимальными потерями в среднем КНД отмечалось также и для непрерывных систем [1] для малых фазовых ошибок с радиусами корреляции, соизмеримыми с длиной волны.

Зависимость среднего КНД от направления главного максимума регулярной ДН. Известно [17], что при отклонении луча от нормали к оси антенны регулярный КНД при выполнении условия единственности главного лепестка сохраняется таким же, как при поперечном излучении, и для равномерного AP ($\Delta = 0$) составляет D₀₉ = 2 L / λ (эталонная решетка) вплоть до значений $\eta = \cos\theta_{\rm M} = 1 - \lambda / L$. При дальнейшем увеличении $\theta_{\rm M}$ с постепенным переходом пространственной ДН от воронкообразной формы при наклонном до игольчатой формы при осевом излучении КНД при $\eta = 1$ увеличивается почти вдвое.

Выясним, каким образом неоднородные фазовые ошибки изменяют указанные результаты и возможности получения выигрыша в КНД за счет изменения параметра η .

На рис. 30 показаны зависимости среднего КНД, отнесенного к эталонному значению

$$v_{\Im} = \overline{D} / (D_{0_{\Im}}), \ \overline{D} = \left| f(0) \right|^2 / \sum_{n,m} \left| a_n a_m \right| Q_{nm} \sin c (kd(n-m)) \exp[-jkd(n-m)\eta]$$
(29)

от параметра возбуждения $0 \le \eta \le 1$, определяющего направления главного максимума (НГМ) θ_{M} , для решетки с N = 21, $d = 0, 4\lambda$, $\Delta = 0$. При выбранном шаге обеспечивается условие единственности главного лепестка в режимах наклонного и осевого излучения. На рисунке помимо регулярного случая (сплошная кривая) приведены графики для полностью некоррелированных ошибок 2-го (пунктир) и 3-го (штрих-пунктир) типов. Видно, что ошибки не повлияли на характер зависимости относительного КНД от НГМ, величина v_{\Im} уменьшается примерно до значения 0,83 для решеток с наклонным излучением. Выигрыш в КНД, хотя и меньший, чем отсутствие ошибок, получается для решетки с осевым излучением ($\eta = 1$) в 1,37 и 1,4 раза соответственно для ошибок 2-го и 3-го типов.

Отметим, что если при изменении η нарушается условие единственности главного лепестка (как, например, при $\eta = 0.42$ для $d = 0.7\lambda$), то величина v_{\Im} резко падает, уменьшаясь почти вдвое. Рассмотрим аналогичные графики для среднего КНД, отнесенного к своему значению в отсутствие ошибок. Эту величину мы ранее обозначали как v_{n} . В ней, в отличие от v_{\Im} , знаменатель зависит от тех же регулярных параметров, что и числитель. Поэтому она определяет «чистые» потери в КНД из-за действия ошибок. На рис. 31 помимо полностью некоррелированных $C \rightarrow 0$ рассмотрены и коррелированные C = 1 и C = 5 фазовые ошибки 2-го (кривые 2, 2^* , 2^{**}) и 3-го (кривые 3, 3^* , 3^{**}) типов.

Уменьшение КНД вплоть до $\eta \approx 0.8$ практически не зависит от направления главного максимума. Наибольшие потери в КНД возникают в режиме осевого излучения $\eta = 1$ для полностью некоррелированных ошибок 2-го типа. Антенна обладает повышенной чувствительностью к этим ошибкам. С увеличением относительного радиуса корреляции потери в КНД $v_{\rm n}$ уменьшаются, они становятся менее чувствительными к типу ошибок. Коррелированные ошибки 3-го типа приводят к большему уменьшению КНД, чем ошибки 2-го типа.

Характер зависимости v_{π} от *C* зависит от шага решетки (см. рис. 32). Для $d = 0,4\lambda$ и $\Delta = 0$ при осевом излучении с увеличением *C* потери для ошибок 2-го и 4-го типов (кривые 1, 2) постепенно уменьшаются, при этом с более низких значений, чем для ошибок 3-го типа (кривая 3).



Для $d = 0,1\lambda$ (кривые 4, 5 (ошибки 2-го и 4-го типов), кривая 6 (ошибки 3-го типа)) потери в КНД для слабо коррелированных ошибок заметно меньше, чем для $d = 0,4\lambda$. При $C \approx 0,2$ кривые имеют минимум, т.е. КНД имеет наибольшие потери. Таким образом, уменьшение шага решетки привело к уменьшению потерь КНД при фиксированных числе излучателей и статистике ошибок.

Средний КНД решеток с осевым излучением. Оптимальные соотношения. Перейдем к рассмотрению КНД решеток с осевым излучением $\theta_{\rm M} = 0$, для которых параметр фазового возбуждения η (который в антеннах бегущей волны определяет ее коэффициент замедления)[†] больше единицы, а обобщенный угол Ψ в направлении главного максимума $\Psi_{\rm M} = 0,5N\psi_{\rm M} = (\pi L/\lambda) (1 - \eta) < 0$. В этом случае средний КНД линейной решетки в направлении главного максимума рассчитывается по формуле

$$\overline{D} = \frac{\sum_{n,m=-0.5(N-1)}^{0,5(N-1)} |a_n a_m| Q_{nm} \exp[jkd(n-m)(1-\eta)]}{\sum_{n,m} |a_n a_m| Q_{nm} \sin c(kd(n-m)) \exp[-jkd(n-m)\eta]}.$$
(30)

[†] Поэтому η называют также замедлением фазового возбуждения.

При $Q_{nm} = 1$ получим выражение для КНД регулярной антенны [18]. Решетка в данном режиме излучения обладает чертами сверхнаправленности [5]. При увеличении η происходит смещение начальной границы $\Psi_{\rm M}$ области видимости от величины $\Psi_{\rm M} = 0$ (максимум средней ДН) в сторону ее отрицательных значений. При этом происходит, с одной стороны, уменьшение амплитуды поля в направлении $\theta_{\rm M} = 0$, а с другой – сужение главного лепестка при увеличения η эффект сужения главного лепестка является превалирующим и средний КНД растет, а затем начинает уменьшаться.

В регулярном случае КНД для равномерного амплитудного распределения имеет наибольшее значение при

$$\Psi_{\rm M} = (\pi L/\lambda) (1-\eta) \approx -0.5\pi, \text{ т.е. при } \eta_{\rm ont} \approx 1+0.5\lambda/L \tag{31}$$

и составляет по данным [14] $D_0 \approx 7,28 L/\lambda$, т.е. превышает КНД эталонной регулярной решетки более чем в 3,6 раза. Эти соотношения справедливы и для непрерывных систем [15].

Оптимальное замедление $\eta_{\text{опт}}$ зависит от электрического размера решетки. Очевидно, что величина $\eta_{\text{опт}}$ зависит также от амплитудного распределения, поскольку его изменение приводит к изменению ширины главного лепестка и уровня боковых лепестков. Поэтому максимум КНД будет достигаться при ином значении $\Psi_{\text{м}}$. Это видно из рис. 33 с графиками зависимости отношения регулярного КНД при осевом излучении и КНД D_{03} эталонной решетки. Кривые 1, 2 построены для решетки соответственно с шагом $d = 0,4\lambda$ и $d = 0,2\lambda$ при равномерном АР ($\Delta = 0$), N = 21. Максимумы КНД достигаются для замедления $\eta_{\text{опт}} \approx 1,06$ и 1,12, что примерно соответствует начальной границе области видимости $\Psi_{\text{м}} \approx -0,5\pi$.

Изменение длины решетки практически не повлияло на величину обобщенного угла $\Psi_{\rm M}$. Кривые 3, 4 на рис. 33 определены для спадающего АР ($\Delta = 0,4$). Оптимальные замедления изменились и составляют $\eta_{\rm опт} \approx 1,09$ и 1,18, что при тех же размерах решетки, что и в предыдущем случае, соответствует $\Psi_{\rm M} \approx -2,4$. Начальная граница области видимости сместилась в сторону отрицательных углов Ψ , поскольку расширилась ДН и уменьшился УБЛ. Выравнивание размеров антенны при $d = 0,2\lambda$ путем увеличения числа излучателей до 43 (кривая 5) перевело кривую 4 для решетки с размером $L = 4,2 \lambda$ в положение кривой 3 для решетки с $L = 8,4\lambda$, что соответствует формуле для оптимального замедления

$$\eta_{\text{OITT}} \approx 1 + 0.76 \lambda/L,$$
(32)

полученной из условия $\Psi_{\rm M} \approx -2, 4$.



Таким образом, AP заметно влияет на оптимальные соотношения в антеннах с осевым излучением при возбуждении излучателей замедленной волной. Спадающие к краям решетки AP повышают возможности антенн с осевым излучением по достижению более высоких значений КНД. Однако при этом из-за усилившейся несинфазности при сложении полей излучателей в направлении $\theta_{\rm M} = 0$ заметно уменьшается амплитуда поля в направлении главного максимума ДН, антенна теряет излучательную способность, что характерно для сверхнаправленных антенн.

Для примера на рис. 34 приведены ДН (дБ) регулярной решетки осевого излучения с параметрами N = 21, $d = 0,4\lambda$, при: а) АР $\Delta = 0$ и замедлении $\eta = 1$ (сплошна кривая), б) АР $\Delta = 0,4$ и замедлении $\eta = 1,09$ (пунктир), что соответствует кривой 3 на рис. 33. ДН нормированы к максимуму ДН решетки с фазированием, обеспечивающим синфазное сложение полей в направлении $\theta_{\rm M} = 0$ (т.е. при $\eta = 1$).

Из рисунка следует, что стремление построить решетку осевого излучения без изменения ее размеров с КНД в 4,5 раза большем КНД эталонной решетки с поперечным излучением (рис. 33), путем изменения амплитудно-фазового распределения исходной решетки с ДН, соответствующей сплошной кривой на рис. 34, привело к сужению главного лепестка примерно в два раза, уменьшению УБЛ примерно на 2 дБ, но при этом интенсивность поля в направлении оси антенны уменьшилась на 6,9 дБ.

Случайные ошибки в возбуждении антенны изменяют как главный, так и боковые лепестки средней ДН, что влияет на результаты оптимизации антенн с осевым излучением. При этом, как и ранее, оптимизация осуществляется путем вариаций начальной границы области видимости по средней ДН, как функции обобщенного угла Ψ. Переменой является замедление η.

На рис. 35 приведены графики относительного среднего КНД решетки с полностью некоррелированными ошибками 2-го типа (с уменьшающейся к краям решетки дисперсией) аналогичные графикам на рис. 33 для регулярной решетки. Как и ранее, принято, что неоднородные фазовые ошибки по своей суммарной «интенсивности» эквивалентны однородным фазовым ошибкам с дисперсией $\sigma^2_{00} = 0.25$ рад².

Сравнение соответствующих кривых на рис. 33 и 35 показывает, что учет ошибок в реализации регулярного АФР приводит не только к заметному уменьшению выигрышей в максимальных КНД, но и к изменениям условий достижения их наибольших значений.



Рис. 35. Относительный средний КНД решетки осевого излучения с N = 21 ошибками 2-го типа

Рис. 36. Влияние на результаты оптимизации D/D_{0_3} относительного радиуса корреляции ошибок 2-го типа

Максимум КНД (отнесенного к $D_{0_3} = 2L/\lambda$) решетки с равномерным АР (кривые 1, 2) уменьшается для $d = 0,4\lambda$ (кривая 1) с $D_0 = 3,32 D_{0_3}$ (при $\eta_{0\Pi T} = 1,056$, рис. 33) до $\overline{D} = 1,6 D_{0_3}$ (при $\eta_{0\Pi T} = 1,028$, рис. 35) и для $d = 0,2\lambda$ (кривая 2) с $D_0 = 3,59 D_{0_3}$ (при $\eta_{0\Pi T} = 1,12$) до $\overline{D} = 2,14 D_{0_3}$ (при $\eta_{0\Pi T} = 1,07$), что соответствует изменению начальной границы области видимости средней ДН с $\Psi_{\rm M} = -1,57$ до $\Psi_{\rm M} \approx -0,85$. При наличии ошибок начальная граница области видимости видимости, при которой достигается наибольшее значение среднего КНД, передвинулась в сторону положительных углов Ψ . Максимальный средний КНД уменьшается в 1,7 – 2 раза при сравнительно небольших ошибках, при этом уменьшение более значительно для решетки с большим шагом.

Для решетки со спадающим AP (кривые 3, 4 на рис. 35) получаем: максимальные КНД уменьшаются для $d = 0,4\lambda$ с $D_0 = 4,55 D_{09}$ (при $\eta_{onr} = 1,089$) до $\overline{D} = 1,5 D_{09}$ (при $\eta_{onr} = 1,035$) и для $d = 0,2\lambda$ с $D_0 = 5,14 D_{09}$ (при $\eta_{onr} = 1,19$) до $\overline{D} = 2,02 D_{09}$ (при $\eta_{onr} = 1,095$), что соответствует изменению начальной границы области видимости средней ДН с $\Psi_{\rm M} = -2,4$ до $\Psi_{\rm M} = -1,1$. Применение спадающего AP привело к более значительному уменьшению КНД: в 2,5 раза для $d = 0,2\lambda$ и 3 раза для $d = 0,4\lambda$.

Выигрыши в максимальных КНД и условия оптимальности при наличии ошибок менее критичны к изменениям амплитудного распределения (кривые 1, 3 и 2, 4 на рис. 33 и 35).

Отметим, что если в решетках с ошибками использовать условие оптимальности (31) для регулярного случая, то это приведет к заметным потерям в среднем КНД.

Наличие корреляции ошибок в излучателях способствует уменьшению потерь КНД, что следует из рис. 36 с графиками зависимости среднего КНД от параметра возбуждения η для различных значений относительного радиуса корреляции ошибок 2 типа ($C \rightarrow 0$, C = 0,2, 2 и $C \rightarrow \infty$ соответственно кривые 1, 2, 3, 4) в решетке с шагом $d = 0,4\lambda$ и равномерным АР. С увеличением C оптимальное значение параметра η постепенно стремится к своему значению в отсутствие ошибок, однако при полностью коррелированных ошибках не достигает его, что характерно для неоднородных ошибок.

Рассмотрим влияние на оптимальные соотношения в решетке с осевым излучением типа ошибок. На рис. 37 приведены зависимости от параметра η среднего КНД, отнесенного к КНД эталонной решетки $D_{03} = 2L/\lambda$ для полностью некоррелированных ошибок (штриховая, пунктирная, штрих-пунктирная и сплошная кривые для ошибок 1 – 4-го типов соответственно). Шаг решетки $d = 0,4\lambda$ (рис. 37, *a*) и $d = 0,2\lambda$ (рис. 37, *б*), АР с $\Delta = 0,4$.



Рис. 37. Относительный КНД решетки для полностью некоррелированных ошибок 1 – 4-го типов

Из рисунков следует, что максимум относительного КНД и оптимальные значения η заметно зависят от типа неоднородных ошибок и шага решетки с фиксированным числом

излучателей N = 21. Для решетки размером $L = 8,4\lambda$ имеем: максимум $\overline{D} / D_{0_3} = 1,84$ при $\eta = 1,047$ для ошибок 1-го типа; максимум $\overline{D} / D_{0_3} = 1,48$ при $\eta_{\text{опт}} = 1,034$ для ошибок 2-го типа; максимум $\overline{D} / D_{0_3} = 1,8$ при $\eta_{\text{опт}} = 1,044$ для ошибок 3-го типа; максимум $\overline{D} / D_{0_3} = 1,58$ при $\eta_{\text{опт}} = 1,038$ для ошибок 4-го типа. Ошибки 2-го типа наиболее «тормозят» проявление эффекта сверхнаправленности. Ошибки 1-го и 3-го типов позволяют в сравнении с другими получить более заметный выигрыш в величине среднего КНД. Однако для них параметр η больше, что свидетельствует об уменьшении амплитуды поля в максимуме средней ДН.

При уменьшении шага решетки (на рис. 37, б в два раза) выигрыши в КНД для всех типов ошибок увеличиваются, их максимальные значения достигаются при больших оптимальных значениях параметра η. Эффект увеличения КНД при уменьшении размера излучающей системы характерен для сверхнаправленных антенн. Выигрыш в КНД в этом случае, как отмечалось, сопровождается уменьшением амплитуды поля в максимуме средней ДН.

Рассматривались ошибки, эквивалентные по суммарной «интенсивности» однородным ошибкам с дисперсией $\sigma^2_{\phi 0} = 0,25$. Уменьшение фазовых ошибок приводит к очевидному результату: увеличению выигрыша в КНД и приближению оптимальных значений η к их значениям в отсутствии ошибок.

Из графиков на рис. 35 - 37 видно, что максимальный средний КНД в довольно широкой области изменения параметра η возле своего оптимального значения меняется незначительно. Это позволяет выбрать такое целесообразное значение $\eta_{\rm u} < \eta_{\rm onr}$, при котором при небольшом уменьшении максимального среднего КНД потери в амплитуде поля в максимуме излучения заметно уменьшаются. Так, например, если взять для ошибок 3-го типа (рис. 37, *a*) в качестве целесообразного значение параметра $\eta_{\rm u}$, при котором величина \overline{D}/D_{09} уменьшается на 10 %, то это приведет к увеличению относительной интенсивности

$$\overline{\left|I(0)\right|^{2}} = \sum_{n,m=-0.5(N-1)}^{0.5(N-1)} a_{n} a_{m} \left|Q_{nm} \exp[jkd(n-m)(1-\eta)] \right| \left|\sum_{n} |a_{n}||^{2}$$
(33)

почти на 50 %. Целесообразное значение *η* зависит как от типа и статистики ошибок, так и от размеров антенны и амплитудного распределения.

Результаты оптимизации среднего КНД решетки с осевым излучением показали, что фазированием элементов решетки так, что сдвиг по фазе между соседними излучателями превышает значение kd, можно увеличить его максимальное значение. Степень увеличения среднего КНД зависит не только от размера антенны, амплитудного распределения и значения $\eta = \xi/kd$, но и от закона распределения и величины дисперсии фазовых ошибок и их радиуса корреляции.

Выводы

Приведена методика исследования средних характеристик антенной решетки с неоднородными (по дисперсии) ошибками в АФР и размещении излучателей. На основе понятия функции ошибок и представления средней ДН в виде суммы когерентной составляющей и рассеянной мощности изучены общие свойства средней ДН. Для двух предельных случаев независимых и полностью коррелированных ошибок установлены отличительные особенности средних ДН и чувствительности антенны для неоднородных и однородных ошибок.

В предположении нормального закона распределения ошибок определена статистика функции ошибок. Для линейных антенных решеток выбраны модели фазовых неоднородных ошибок и условия их эквивалентности по степени фазового воздействия на излучаемые поля.

Средние ДН проанализированы по мощности в терминах обобщенных угловых переменных и относительных радиусах корреляции ошибок, что позволило распространить результаты на решетки с произвольным шагом, числом излучателей (большим 20), направлением максимального излучения, а также на непрерывные излучающие системы. Установлены закономерности по влиянию различных типов неоднородных ошибок на среднюю ДН в зависимости от вида амплитудного распределения и относительного радиуса корреляции ошибок. Изучен эффект предельного среднего уровня бокового излучения.

Исследовано уменьшение КНД за счет влияния различных типов неоднородных ошибок для решеток с поперечным излучением. Показано, что степень влияния ошибок на КНД существенно зависит от их корреляционных свойств, амплитудного распределения и шага решетки. Определены граничные значения шага решетки в области однолучевого режима, в пределах которых зависимости потерь в КНД от относительного радиуса корреляции ошибок имеют резонансный или монотонно изменяющийся характер. В первом случае при определенном радиусе корреляции потери в КНД наибольшие, а при дальнейшем увеличении радиуса корреляции они уменьшаются. Изменяется при этом и характер воздействия на КНД того или иного типа ошибок: от меньшего в сравнении с другими типами до большего или наоборот. При бесконечном радиусе корреляции потери в КНД не равны нулю, как для однородных ошибок, а имеют некоторое предельное значение, зависящее от типа ошибок. При изменении направления главного максимума потери в КНД для каждого типа ошибок в области единственности главного лепестка практически не изменяются. Качественные изменения возникают при ориентации направления главного максимума вдоль оси решетки. Средний КНД существенно увеличивается, чувствительность антенны к ошибкам заметно возрастает. Путем постепенного увеличения параметра замедления от единицы определено его оптимальное значение, при котором средний КСД достигает максимального значения. Показано, что оптимальный параметр замедления, как и величина максимума среднего КНД, зависит от типа неоднородных ошибок и их корреляционных свойств, амплитудного распределения и размера решетки. Увеличение среднего КНД достигается за счет уменьшение амплитуды поля вдоль оси антенны. Учет в задаче максимизации среднего КНД фазовых ошибок позволяет найти компромисс между увеличением КНД и уменьшением излучательной способности антенны и оценить целесообразность поиска оптимального решения.

Список литературы:

1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. Москва : Сов. радио, 1970. 384 с.

2. Шифрин Я.С. Современное состояние статистического теории антенн // Радиотехника и электроника. Москва : Наука, 1990. Т.35, вып.7. С.1345 – 1365.

3. Шифрин Я.С. Статистическая теория антенн // Справочник по антенной технике. Гл.9; пер. с англ.; под ред. Л.Д. Базраха, Е.Г. Зелкина. ИПРЖР, 1997. С.148 – 206.

4. Y.S. Shifrin. Pioneer Award: Statistical antenna theory: formation and extension // IEEE. Aerospace and Electronic Systems Magazine. August 2016. V.31. P.24 – 36.

5. Шифрин Я.С., Корниенко Л.Г. Статистика поля антенных решеток // Антенны. 2000. №1(44). С.3-26.

6. Корниенко Л.Г, Шифрин Я.С. Статистический синтез антенн. Гл. 13 // Проблемы антенной техники ; под ред. Бахраха Л.Д. и Воскресенского Д.И. МОСКВА : Радио и связь, 1989. 368с.

7. Корниенко Л.Г. Статистика поля антенных решеток с флуктуирующей поляризацией // Антенны. 2010. №3(154). С.11 – 21.

8. L. G. Kornienko. Influence of Random Phase Errors on Polarization Characteristics of Antenna Array // Radioelectronics and Communications Systems. 2010. No. 4. Vol. 53. P. 185 – 194.

9. Маслов О.Н. Случайные антенны (теория и практика) : монография. Самара : Изд-во ПГУТИ, 2013. 480 с.

10. Инденбом М.В. Антенные решетки подвижных обзорных РЛС. Теория, расчет, конструкции. Москва : Радиотехника, 2015. 416 с.

11. Активные фазированные антенные решетки ; под ред. Д.И. Воскресенского и А.И. Канащенкова. Москва : Радиотехника, 2004. 488 с.

12. Корнієнко Л.Г. Статистичний аналіз поля антенних решіток з неоднорідними фазовими похибками // Зб. наук. праць. Системи обробки інформації. Харків : ХНУПС, 2017. Вип.4(150). С.11-14.

13. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. Москва : Сов. радио, 1966. 728с.

14. Сканирующие антенные системы СВЧ ; пер. с англ. под ред. Г.Т Маркова и А.Ф Чаплина. Т.1. Москва : Сов. радио, 1966. 636с.

15. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ : учеб. для радиотехн. спец. вузов. Москва : Высш. шк., 1988. 432с.

16. Шифрин Я.С. Антенны. Харьков : ВИРТА, 1976.

Харьковский национальный университет Воздушных Сил имени И. Кожедуба

Поступила в редколлегию 03.03.2020