

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИЙ ОПИС КОГЕРЕНТНИХ РАДИОЛОКАЦІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ПОНЯТЬ МІРИ МНОЖИНИ І СТОХАСТИЧНОГО ІНТЕГРАЛУ

Вступ

Радіолокаційні зображення (РЛЗ) місцевості, отримані бортовими радіотехнічними засобами дистанційного зондування Землі, дозволяють вирішувати значний клас задач народного господарства, таких як моніторинг сільськогосподарських угідь, забезпечення безпечного судноводіння в прибережних акваторіях, контроль екологічної обстановки, дослідження кліматичних змін та ін. Настільки широке застосування і високий попит на радіолокаційні вимірювання обумовлений їх високою точністю, незалежністю від пори року та часу доби і інформативністю розсіяних радіолокаційних сигналів. Постійно зростаючі вимоги до обсягу і якості радіолокаційної інформації потребують від фахівців розробки нових підходів до аналізу первинних даних, що підлягають подальшій обробці, вдосконалених методів виділення цільової інформації з отриманих зображень і достовірних математичних моделей РЛЗ, що враховують фізичні процеси просторово-часової обробки сигналів і полів.

Умовно РЛЗ можна розділити на когерентні і некогерентні. Некогерентні формують з використанням некогерентних радіолокаторів, що генерують сигнали з випадковими початковими фазами. Їх структура схожа на оптичні зображення, яка так само відображає результати реєстрації сумарної інтенсивності розсіяних полів. Відмітна особливість когерентних зображень – наявність інформації про фазу сигналів, відбитих від підстильних поверхонь. Такі РЛЗ зазвичай формують в радіолокаційних станціях з синтезованою апертурою антени [1].

Когерентні РЛЗ – це досить складний об'єкт з точки зору пояснення його структури і математичного опису. У більшості випадків під РЛЗ розуміють розподіл комплексного коефіцієнта розсіювання поверхні за просторовими координатами. При цьому розсіяне поле в точці прийому розраховується на основі рівнянь Максвелла, хвильових рівнянь, а також відповідних їм інтегральних рівнянь – скалярних або векторних формул Кірхгофа (Стреттона – Чу) [2, 3] при заданих граничних умовах. Однак для багатьох поверхонь, і, тим більше, рослинних покривів строго задати ці умови практично неможливо. Приймаючи до уваги складну внутрішню структуру коефіцієнта розсіювання, доцільніше виконати дослідження когерентних зображень в рамках феноменологічного підходу з використанням законів променевої оптики і принципу Гюйгенса – Френеля, представляючи поле в області прийому не тільки у вигляді інтегралів Рімана, але і інтегралів Лібега, Стілтєса, а також стохастичного інтеграла Іто.

1. Феноменологічний опис полів і математичної процедури відновлення когерентних РЛЗ

Розглянемо структуру поля в області прийому віддзеркалених сигналів і основні операції його обробки. Розглянемо геометрію дистанційного зондування на рис. 1, де поверхня D – це поверхня, на якій феноменологічно задані граничні умови у вигляді коефіцієнта розсіювання $\dot{F}(\vec{r})$. Область D' – це область реєстрації сигналів, що прийшли з поверхні D . В кожній точці області $\vec{r}' \in D'$ поле можна представити на основі феноменологічної моделі розсіяних полів

$$\dot{E}(\vec{r}') = \int_D \dot{F}(\vec{r}) R^{-2}(\vec{r}, \vec{r}') \exp[jk2R(\vec{r}, \vec{r}')] d\vec{r}, \quad (1)$$

де \vec{r} – координати точок поверхні D . Модель відображає принцип Гюйгенса – Френеля.

Область реєстрації D' може представляти як апертуру однієї, наприклад параболічної антени, так і бути заповненою елементами антеною решітки. Якщо D' – це апертура однієї антени, або антенної решітки, в якій з амплітудно-фазовим розподілом (АФР) $\dot{I}(\vec{r}', \vec{r}_1)$

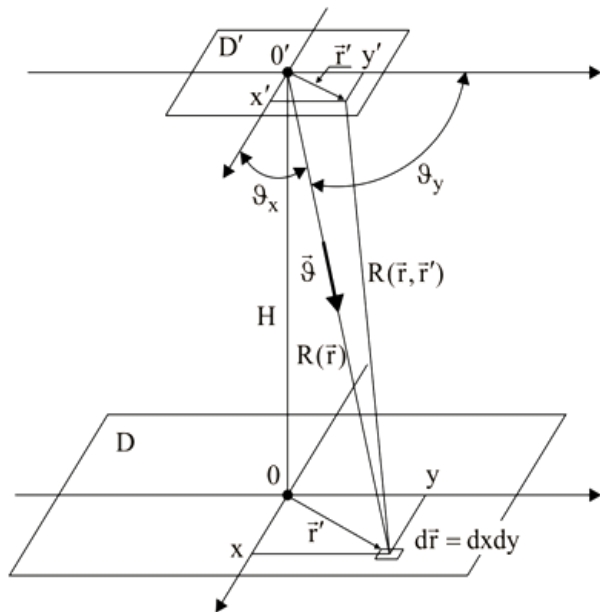


Рис. 1. Геометрія задачі дистанційного зондування

здійснюється фокусування антенної системи на точку $\vec{r}_1 \in D$, то вихідний сигнал має наступний вид:

$$\dot{E}_A(\vec{r}_1) = \int_{D'} \dot{I}(\vec{r}', \vec{r}_1) \int_D \dot{F}(\vec{r}) \frac{\exp[jk2R(\vec{r}, \vec{r}')] }{R^2(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r} d\vec{r}'. \quad (2)$$

Для формування когерентного зображення $\dot{F}(\vec{r}_1)$ необхідно здійснити фокусування на всі його елементи з координатами $\vec{r}_1 \in D$, що зазвичай досягається в антенних системах [4] методами послідовного (сканування) або паралельного (одночасним покриттям безліччю променів) огляду.

Як приклад розглянемо конкретні вирази формули (2) для ближньої зони Френеля, які залежать від розмірів областей D , D' і відстані

$$R(\vec{r}, \vec{r}') = R(x, x', y, y') = (H^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2)^{1/2}. \quad (3)$$

Якщо функцію $R(\vec{r}, \vec{r}')$ розкласти в ряд Тейлора, то для опису поля в ближній зоні Френеля необхідно врахувати лише квадратичні члени

$$R(x, x', y, y') = H + (x - x')^2 / 2H + (y - y')^2 / 2H. \quad (4)$$

При порівняно великій висоті H і невеликих розмірах області реєстрації D' в амплітудному множиннику можна знехтувати величинами x' і y' . Тоді

$$\begin{aligned} \dot{E}_A(x_1, y_1) = \exp(jk2H) \int_{-0,5X'}^{0,5X'} \int_{-0,5Y'}^{0,5Y'} \dot{I}(x', y', x_1, y_1) \times \\ \times \int_{-0,5X}^{0,5X} \int_{-0,5Y}^{0,5Y} \dot{F}(x, y) R^{-2}(x, y) \exp\{jk[(x - x')^2 + (y - y')^2] / H\} dx dy dx' dy', \end{aligned} \quad (5)$$

де $R(x, y) = (H^2 + x^2 + y^2)^{1/2} \approx H + x^2 / 2H + y^2 / 2H$.

Внутрішній інтеграл (5) – це перетворення Френеля функції $\dot{F}(x, y) R^{-2}(x, y)$.

У нескінченних межах це перетворення може бути обернено, тобто в ідеальному випадку функція повністю відновлюється. Однак фізично зону Френеля навіть для кінцевих областей D і D' великих розмірів забезпечити неможливо. Наближене обернення можна здійснити на кінцевій області, якщо в якості АФР вибрати функцію

$$\dot{I}(x', y', x_1, y_1) = \exp\{jk[(x_1 - x')^2 + (y_1 - y')^2] / H\}. \quad (6)$$

Підставляючи (6) в (5), отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{E}_A(x_1, y_1) = \exp(jk2H) \int_{-0,5X}^{0,5X} \int_{-0,5Y}^{0,5Y} \dot{F}(x, y) R^{-2}(x, y) \times \\ \times \int_{-0,5X'}^{0,5X'} \int_{-0,5Y'}^{0,5Y'} X' Y' \exp\{jk[(x - x')^2 - (x_1 - x')^2 + (y - y')^2 - (y_1 - y')^2] / H\} dx' dy' dx dy = \\ = \int_{-0,5X}^{0,5X} \int_{-0,5Y}^{0,5Y} \dot{F}(x, y) R^{-2}(x, y) X Y \exp(jk2H) \exp\{jk(x^2 - x_1^2 + y^2 - y_1^2) / H\} \times \\ \times \text{sinc}(kX'(x - x_1) / H) \text{sinc}(kY'(y - y_1) / H) dx dy, \end{aligned}$$

або

$$\dot{E}_A(x_1, y_1) = \hat{F}(x, y) = \int_X \int_Y \dot{F}(x, y) \varphi[R(x, y)] \dot{\Psi}(x - x_1, y - y_1) dx dy, \quad (7)$$

де

$$\varphi[R(x, y)] = R^{-2}(x, y) \exp(jk2H) \exp\{jk(x^2 - x_1^2 + y^2 - y_1^2)/H\}, \quad (8)$$

$$\dot{\Psi}(x - x_1, y - y_1) = XY' \operatorname{sinc}(kX'(x - x_1)/H) \operatorname{sinc}(kY'(y - y_1)/H). \quad (9)$$

Тут $\dot{\Psi}(x - x_1, y - y_1)$ – аналог діаграми спрямованості антени (антенною системи) в зоні Френеля, який визначається як перетворення Френеля від АФР, що забезпечує її фокусування (послідовно або паралельно) на елементи поверхні з координатами (x_1, y_1) . Роздільна здатність системи визначається шириною цієї функції на нульовому рівні:

$$\Delta x = 0,5\lambda H / X', \quad \Delta y = 0,5\lambda H / Y'. \quad (10)$$

2. Фізична сутність комплексного коефіцієнта розсіювання

Перепишемо формулу (7) в наступному вигляді:

$$\hat{F}(\vec{r}_1) = \int_X \int_Y \dot{F}(\vec{r}) \varphi[R(\vec{r})] \dot{\Psi}(\vec{r} - \vec{r}_1) dx dy. \quad (11)$$

У ній функція

$$d\dot{Q}(\vec{r}) = \dot{F}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (12)$$

є комплексним коефіцієнтом розсіювання елемента поверхні $d\vec{r} = dx dy$. Очевидно, що поняття коефіцієнта розсіювання точкового елемента з нульовими просторовими розмірами (точки з координатами $\vec{r} = (x, y)$) позбавлене сенсу. Краще розглядати розсіювання хвиль елементом поверхні, який має нескінченно малу, але кінцеву площу $d\vec{r}$. Тоді за умови існування похідної функції $\dot{Q}(\vec{r})$ можна ввести поняття питомого коефіцієнта розсіювання

$$\dot{F}(\vec{r}) = d\dot{Q}(\vec{r}) / d\vec{r}. \quad (13)$$

Питомий комплексний коефіцієнт розсіювання можна розглядати як ідеальне (не зглажене функцією невизначеності) когерентне зображення поверхні, що має як дійсну, так і уявну частини. Коефіцієнти розсіювання коректно можна визначити тільки для поверхонь з порівняно гладкими нерівностями на основі відповідного опису граничних умов для електричних і магнітних складових падаючого і відбитого полів. Розрахунки коефіцієнтів розсіювання природних поверхонь (різних рослинних покривів, ріллі, схвильованої морської поверхні з піною та ін.) доволі складні, тому їх доцільно визначати в рамках феноменологічного підходу, тобто деякого узагальненого опису з позицій здорового глузду і найпростішого уявлення поля як в області простору, дуже близького до елементів розсіювання, так і в області спостереження полів антенними системами. В рамках феноменологічного підходу $\dot{F}(\vec{r})$ також можна визначити як відношення напруженостей реального розсіяного поля $d\dot{E}_p(\vec{r})$, приведенного до елемента підстильної поверхні, і падаючого $E_0(\vec{r})$

$$d\dot{Q}(\vec{r}) = \dot{F}(\vec{r}) d\vec{r} = d\dot{E}_p(\vec{r}) / E_0(\vec{r}). \quad (14)$$

У рельєфометричних системах топографічного картографування висотного профілю поверхні цей коефіцієнт (14) доцільно приводити до порівняно гладкої поверхні, яка описує великомасштабні нерівності, висоти $h(\vec{r})$ яких в свою чергу слід розглядати як функцію координат плоскою або сферичної підстильної поверхні. Так як в більшості випадків великомасштабний рельєф $h(\vec{r})$ покритий дрібноструктурними нерівностями, висоти яких зазвичай перевищують довжину хвилі (рослинність, рілля, кам'янистий ґрунт), то статистична структура коефіцієнта розсіювання

$$d\dot{Q}[h(\vec{r})] = \dot{F}[h(\vec{r})] d\vec{r} \quad (15)$$

визначається саме цими дрібноструктурними нерівностями. Електродинамічний опис і моделювання таких складних видів поверхонь з використанням скалярних або векторних формул

Кірхгофа практично неможливо. У зв'язку зі складною внутрішньою структурою коефіцієнта розсіювання його дослідження доцільно проводити в рамках феноменологічного підходу з використанням традиційних законів Гюйгенса – Френеля, представляючи поле в області прийому у вигляді формули (7), (11) і розглядаючи їх не тільки у вигляді інтегралів Рімана, але і інтегралів Лібега, Стілтєса, а також стохастичних інтегралів Іто.

3. Опис поля в області прийому у вигляді комплексного інтеграла Стілтєса

Отриману формулу (11) запишемо наступним чином

$$\dot{E}(\vec{r}_1) = \int_D \dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}, \vec{r}_1) d\dot{Q}(\vec{r}), \quad \vec{r} \in D, \quad (16)$$

де

$$\dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}, \vec{r}_1) = \dot{\Psi}(\vec{r} - \vec{r}_1)\varphi[R(\vec{r})]. \quad (17)$$

Розіб'ємо область інтегрування D на кінцеве число малих елементарних областей $\Delta\vec{r}_i$ і позначимо найбільшу з них символом $\Delta\vec{r}$. Розмірність простору $D \in R_n$ не має значення. В даному випадку $n = 2$ і $\Delta\vec{r} = \Delta x \Delta y$. Складемо суму

$$S_N = \sum_{i=1}^N \dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}_i, \vec{r}_1) [\dot{Q}(\vec{r}_i) - \dot{Q}(\vec{r}_{i-1})]. \quad (18)$$

Цю суму називають інтегральною сумою Стілтєса. Якщо незалежно від способу розбиття області D на елементарні області $\Delta\vec{r}_i$ існує межа

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta\vec{r} \rightarrow 0}} S_N = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta\vec{r} \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^N \dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}_i, \vec{r}_1) \Delta\dot{Q}(\vec{r}_i), \quad \Delta\dot{Q}(\vec{r}_i) = \dot{Q}(\vec{r}_i) - \dot{Q}(\vec{r}_{i-1}), \quad (19)$$

то її називають інтегралом Стілтєса функції $\dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}_i, \vec{r}_1)$ по функції $\dot{Q}(\vec{r}_i)$ на інтервалі D . Позначають цей інтеграл виразом (16). Якщо такий інтеграл існує, то функцію $\dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}, \vec{r}_1)$ можна інтегрувати по функції $\dot{Q}(\vec{r}_i)$. Ці функції можуть бути як дійсними так і комплексними, але їх дійсні і уявні частини повинні бути обмеженими, тобто множина їх значень повинна бути обмеженою. Сингулярне значення $R(\vec{r}) = 0$ має бути виключено.

Диференціал функції $d\dot{Q}(\vec{r})$ в інтегралі Стілтєса слід сприймати як міру множини $d\vec{r}$. В окремому випадку, коли функція $\dot{Q}(\vec{r})$ має похідну (12), і може бути інтегрованою за Ріманом, інтеграл Стілтєса (15) збігається з інтегралом Рімана і приймає вигляду аналогічний (11). Однак реальна структура функцій $\dot{Q}(\vec{r})$ і $\dot{F}(\vec{r})$ досить складна. На множині $d\vec{r} \approx \Delta\vec{r} = \Delta x \Delta y$ вона може мати розриви, приймати нульові значення і не мати похідних. Функція $\dot{F}(\vec{r})$ в точках розриву може приймати нескінченні значення, а при описі її випадковим дельта-корельованим процесом ця функція ніде не має похідних і має нескінченну дисперсію. У зв'язку з цим (11) неможна розглядати як класичний інтеграл Рімана, і структура міри $d\dot{Q}(\vec{r})$ множини $d\vec{r}$ може бути більш складною, ніж міра, що задана обмеженою функцією $\dot{Q}(\vec{r})$ в інтегралі Стілтєса (16). У зв'язку з цим доцільно розглянути цю міру у вигляді міри Лібега.

4. Опис когерентних зображень з використанням інтегралів Лібега

При інтегруванні по Лібегу доцільно задавати інтегральні суми, розбиваючи на підмножини не область інтегрування $\vec{r} \in D$, а область множини значень функції $\dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}, \vec{r}_1)$ і при цьому визначати міру Лібега за отриманою множиною варіації аргументу \vec{r} , тобто міру того $\Delta\vec{r}_k$, що відповідає інтервалу варіацій $\Delta_k \dot{\Psi}_\varphi = \dot{\Psi}_{(k+1)\varphi} - \dot{\Psi}_{k\varphi}$.

Складемо суми

$$S_* = \sum_{k=0}^{N-1} \dot{\Psi}_{k\varphi} \mu\Delta\vec{r}_k, \quad S^* = \sum_{k=0}^{N-1} \dot{\Psi}_{(k+1)\varphi} \mu\Delta\vec{r}_k, \quad (20)$$

де $\mu\Delta\vec{r}_k$ – міра Лібега множини $\Delta\vec{r}_k$. Першу назвемо нижньою, а другу – верхньою інтегра-

льними сумами Лібега. Загальну межу цих сум називають інтегралом Лібега

$$\dot{E}(\bar{r}_1) = \int_D \dot{\Psi}_\varphi(\bar{r}, \bar{r}_1) d\mu(\bar{r}), \quad \bar{r} \in D. \quad (21)$$

За зовнішнім виглядом інтеграли Лібега і Стілтєсса подібні. Для обмежених функцій і функцій, що мають диференціал, ці інтеграли збігаються. Однак вони відрізняються за принципом побудови та структурою мір. Інтеграл Лібега є більш загальним визначенням інтеграла. У ряді випадків його також називають інтегралом Лібега – Стілтєсса. Мають місце також такі позначення інтеграла Лебега

$$\dot{E}(\bar{r}_1) = \int_D \dot{\Psi}_\varphi(\bar{r}, \bar{r}_1) \mu(d\bar{r}), \quad (22)$$

або

$$\dot{E}(\bar{r}_1) = \int_D \dot{\Psi}_\varphi(\bar{r}, \bar{r}_1) 1_{\bar{r}}(\bar{r}) \mu(d\bar{r}). \quad (23)$$

В інтегралі (23) $\mu(d\bar{r}) = d\dot{Q}(\bar{r})$ – більш проста міра, яка використовується в інтегралі Стілтєсса. Функція $1_{\bar{r}}(\bar{r})$ – індикатор вимірної множини. Ця функція, приймає значення 1 або 0 на тих частинах множини $\bar{r} \in D$ або $\bar{r} \in d\bar{r} \approx \Delta\bar{r}$, міра яких повинна бути врахована в тій чи іншій конкретній задачі. Міра неврахованих областей приймається рівною нулю. В цілому міра Лібега буде мати такий вигляд

$$d\mu(\bar{r}) = 1_{\bar{r}}(\bar{r}) \mu(d\bar{r}). \quad (24)$$

5. Опис когерентних зображень випадково-неоднорідних середовищ у вигляді стохастичних інтегралів Іто

Внутрішня структура міри $\mu(d\bar{r})$ множини $d\bar{r}$ буде ще складнішою при відображенні сигналів від рослинних покривів (трави, лісу, ріллі), коли відстані уздовж ліній поширення радіохвиль між окремими елементами розсіювання, наприклад листям дерев, трави і ін., перевищують довжину хвилі хоча б в кілька разів, а радіуси кореляції нерівностей менше не тільки ефективною ширини функції невизначеності але і передбачуваних розмірів площі диференціала $d\bar{r} \approx \Delta\bar{r} = \Delta x \Delta y$, яка покладається значно меншою загальних розмірів зображення, що формується. Тоді, очевидно, що ширина просторового спектра (просторового образу Фур'є) питомого коефіцієнта розсіювання $\dot{F}(\bar{r})$ в виразі (11) значно ширше ширини функцій невизначеності $\dot{\Psi}(\bar{r} - \bar{r}_1)$. Більш того, можна вважати, що ширина спектра цього коефіцієнта значно ширше і індикаторної функції $1_{\Delta\bar{r}}(\bar{r})$ елемента $\Delta\bar{r}$.

Для більшості реальних земних покривів функцію $\dot{F}(\bar{r})$ слід вважати просторовим випадковим процесом, радіус кореляції якого значно менше не тільки ширини функції невизначеності $\dot{\Psi}(\bar{r} - \bar{r}_1)$ але і розмірів елемента $\Delta\bar{r}$. Просторовий спектр інтеграла (11), що є інтегралами типу згортки, дорівнює добутку спектрів. Тоді, якщо спектральна щільність потужності (СЩП) функції $\dot{F}(\bar{r})$ істотно перевищує по ширині спектри інших функцій, що входять в (11), то в їх межах СЩП функції $\dot{F}(\bar{r})$ можна вважати постійною, а саму функцію $\dot{F}(\bar{r})$ моделювати комплексним дельта-корельованим процесом з некорреліованими його реальною і уявною частинами в вигляді білих просторових шумів. В цьому випадку інтеграли Стілтєсса – Лібега як інтеграли, що мають випадкову міру $d\mu(\bar{r}) = \dot{F}(\bar{r}) d\bar{r}$ слід розглядати як стохастичні інтеграли Іто.

З точки зору класичного математичного аналізу і вирішення стохастичних диференціальних рівнянь поняття питомого коефіцієнта розсіювання $\dot{F}(\bar{r}) = d\mu(\bar{r}) / d\bar{r}$ не є коректним, тому що дисперсія дельта-корельованого процесу $\dot{F}(\bar{r})$ є нескінченною, а сама функція на множині $\bar{r} \in D$ може приймати безліч як кінцевих так і нескінченних значень. У найпростішому випадку, коли білий шум є гаусовим, міра як інтеграл від білого шуму є просторовим комплексним вінерівським процесом – процесом з незалежними комплексними приростами.

Його можна записати в такому вигляді

$$\dot{Q}(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho}. \quad (25)$$

Самі природи

$$\Delta \dot{Q}(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} - \int_0^{\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \approx d\dot{Q}(\vec{r}). \quad (26)$$

При $\Delta\vec{r} \rightarrow d\vec{r}$

$$d\dot{Q}(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{d\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho}. \quad (27)$$

Математичне сподівання такого вінерівського процесу дорівнює нулю, а дисперсія

$$\left\langle \left[\int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \right]^2 \right\rangle = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \langle \dot{F}(\vec{\rho}_1) \dot{F}^*(\vec{\rho}_2) \rangle d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \langle \text{Re } \dot{F}(\vec{\rho}_1) \text{Re } \dot{F}^*(\vec{\rho}_2) \rangle + \\ + \langle \text{Im } \dot{F}(\vec{\rho}_1) \text{Im } \dot{F}^*(\vec{\rho}_2) \rangle d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \int_{\vec{r}}^{\vec{r}+\Delta\vec{r}} \sigma^0(\vec{\rho}_1) \delta(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 = \sigma^0(\vec{r}) \Delta\vec{r} \approx \sigma^0(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (28)$$

де $\langle \dot{F}(\vec{\rho}_1) \dot{F}^*(\vec{\rho}_2) \rangle = \sigma^0(\vec{\rho}) \delta(\Delta\vec{\rho})$ – кореляційна функція ідеалізованої моделі когерентного зображення поверхні $\dot{F}(\vec{r})$ типу білого шуму, $\delta(\Delta\vec{\rho}) = \delta(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)$ – дельта-функція.

Функцію $\sigma^0(\vec{r})$ визначають як відповідне обраної моделі $\dot{F}(\vec{r})$ ефективний переріз розсіяння [5], яке є функцією просторових координат і являє собою усереднене енергетичне зображення поверхні.

Операція диференціювання інтеграла (25) не є коректною, тому що процес $\dot{F}(\vec{r})$ є комплексним білим шумом, тобто в класичному сенсі вінерівський процес не має похідних. Однак формально можна записати

$$\frac{d\dot{Q}(\vec{r})}{d\vec{r}} = \frac{d}{d\vec{r}} \int_0^{\vec{r}} \dot{F}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} = \dot{F}(\vec{r}). \quad (29)$$

В цьому випадку формально не зовсім коректним стає і вираз

$$d\dot{Q}(\vec{r}) = \dot{F}(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (30)$$

так як білий гауссівський шум $\dot{F}(\vec{r})$ як дельта-корельований випадковий процес з нескінченної дисперсією на множині кінцевої міри $d\vec{r}$ має нескінченне число нескінченних своїх додатних і від'ємних значень.

Проте, цими виразами ми будемо користуватися, приймаючи ідеалізовану модель коефіцієнта розсіювання у вигляді просторового білого шуму, розуміючи їх суперечливу внутрішню сутність і розглядаючи інтеграл (16) для поля $\dot{E}(\vec{r}_1)$ зі стохастичними мірами $d\dot{Q}(\vec{r})$ як інтеграли Іто. Коректними ці вирази будуть тоді, коли коефіцієнт $\dot{F}(\vec{r})$ буде звичайною функцією, що має диференціал.

Виконаємо статистичне усереднення квадрата модуля поля $|\dot{E}(\vec{r}_1)|^2$, отримавши при цьому статистичну оцінку енергетичного зображення

$$I(\vec{r}_1) = \langle |\dot{E}(\vec{r}_1)|^2 \rangle = \int_D \int_D \dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \dot{\Psi}_\varphi(\vec{r}_3, \vec{r}_1) \langle \dot{F}(\vec{r}_2) \dot{F}^*(\vec{r}_3) \rangle d\vec{r}. \quad (31)$$

Застосовуючи фільтруючу властивість дельта-функції, отримуємо

$$I(\vec{r}_1) = \int_D |\dot{\Psi}(\vec{r} - \vec{r}_1)|^2 \sigma^0(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (32)$$

При вирішенні задач моделювання когерентних зображень доцільно питомий коефіцієнт розсіювання представити в такому вигляді

$$\dot{F}(\vec{r}) = [0, 5\sigma^0(\vec{r})]^{1/2} \dot{\xi}(\vec{r}) = [0, 5\sigma^0(\vec{r})]^{1/2} [\text{Re } \dot{\xi}(\vec{r}) + j \text{Im } \dot{\xi}(\vec{r})], \quad (33)$$

де $\text{Re } \dot{\xi}(\vec{r})$ і $\text{Im } \dot{\xi}(\vec{r})$ просторові дельта-корельовані процеси з одиничною СЦМ.

Тоді

$$d\dot{Q}(\vec{r}) = [0,5\sigma^0(\vec{r})]^{1/2} d[\operatorname{Re}\dot{Q}_\xi(\vec{r}) + j\operatorname{Im}\dot{Q}_\xi(\vec{r})]. \quad (34)$$

У разі, якщо випадкові функції $\operatorname{Re}\dot{Q}_\xi(\vec{r})$ і $\operatorname{Im}\dot{Q}_\xi(\vec{r})$ з одиничною СЦМ гаусові, то функції $\operatorname{Re}\dot{Q}_\xi(\vec{r})$ і $\operatorname{Im}\dot{Q}_\xi(\vec{r})$ є стандартними вінерівськими процесами з незалежними приростами, що мають нульові математичні очікування і дисперсії

$$\langle [\operatorname{Re}\dot{Q}(\vec{r})]^2 \rangle = \langle [\operatorname{Im}\dot{Q}(\vec{r})]^2 \rangle = d\vec{r}. \quad (35)$$

Тоді

$$\langle |d\dot{Q}(\vec{r})|^2 \rangle = 0,5\sigma^0(\vec{r})\{\langle [\operatorname{Re}\dot{Q}(\vec{r})]^2 \rangle + \langle [\operatorname{Im}\dot{Q}(\vec{r})]^2 \rangle\} = \sigma^0(\vec{r})d\vec{r}. \quad (36)$$

Ці формули можуть бути використані в задачах синтезу оптимальних алгоритмів відновлення когерентних і некогерентних зображень [6, 7], а також їх цифрового моделювання.

Висновки

При вирішенні задач відновлення когерентних РЛЗ поверхонь виникає необхідність детермінованого опису комплексного коефіцієнта розсіювання електромагнітних хвиль елементарними площинами об'єктів дослідження. Використання класичних методів вирішення електродинамічних задач на основі скалярних формул Кирхгофа навіть для найпростіших видів поверхонь зводиться до розрахунків досить складні рівнянь, а їх результати громіздкі і не завжди однозначні. Практично неможливо виконати суворі електродинамічні розрахунки для реальних земних покривів. У зв'язку з цим запропоновано феноменологічний опис коефіцієнта розсіювання, що ґрунтується на принципі Гюйгенса – Френеля.

Внутрішня суперечність і складність опису коефіцієнта розсіювання потребує залучення поняття міри множини і звернення, не тільки до інтегралів Рімана, але і до інтегралів Стільтєса, Лібега і стохастичних інтегралів Іто. В результаті обґрунтовано необхідність опису первинного когерентного зображення або у вигляді комплексного вінерівського процесу, або його похідною у вигляді нестационарного просторового комплексного білого шуму, СЦМ якого змінюється за законом зміни ефективного перерізу розсіювання (для поверхонь – питомої ефективною площі розсіювання). Цю залежність як функцію просторових координат можна розглядати як статистично усереднене енергетичне зображення середовища, тобто у вигляді загальноприйнятого визначення зображення в радіолокації, як залежності інтенсивності відбитих радіолокаційних сигналів від просторових координат. Виконані дослідження дозволять коректно поставити і вирішити задачу оптимальної обробки сигналів в системах формування когерентних і некогерентних зображень природних середовищ, а також виконати відповідне моделювання процесів формування зображень.

Список літератури:

1. Volosyuk V. K. and Zhyla S. S. Optimal radar cross section estimation in synthetic aperture radar // 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). Kiev, 2017, pp. 189-193. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100471.
2. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен. – Москва : Мир, 1970. – 364 с.
3. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – Москва : Наука, 1973. – 720 с.
4. Siden S. V. Out-of-band characteristics of the panel antenna // 2016 II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), Kharkiv, 2016, pp. 65-68., doi: 10.1109/YSF.2016.7753802.
5. Фалькович С. Е. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / С. Е. Фалькович, В. И. Пономарев, Ю. В. Шкварко. – Москва : Радио и связь, 1989.
6. Volosyuk V. K., Zhyla S. S., Antonov M. O. and Khaleev O. A. Optimal acquisition mode and signal processing algorithm in synthetic aperture radar // 2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Kiev, 2017, pp. 511-516.
7. Pavlikov V., Volosyuk V., Zhyla S., Van H. N., Van K. N. A new method of multi-frequency active aperture synthesis for imaging of SAR blind zone under aerospace vehicle // 2017 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM), Lviv, 2017, pp. 118-120. doi: 10.1109/CADSM.2017.7916099.