

УДК 537.862

ПЕРЕТВОРЕННЯ ІМПУЛЬСУ ЕЙРІ ДІЕЛЕКТРИЧНИМ ШАРОМ, МЕЖІ ЯКОГО ЗБЛИЖУЮТЬСЯ

О. В. КУРИЖЕВА, О. Г. НЕПУХ

Розв'язана просторово-часова задача про взаємодію електромагнітного імпульсу Ейрі з діелектричним шаром, межі якого рівномірно рухаються так, що у певний момент часу діелектричний шар припиняє існувати. Розв'язок отриманий методом інтегральних рівнянь Вольтерра та резольвенти. Проведено аналіз еволюції первинного імпульсу Ейрі. Із аналізу отриманих результатів випливає, що зустрічний рух меж за деяких значень параметрів може призводити як до зміни форми первинного імпульсу Ейрі, так і до його підсилення.

Ключові слова: імпульс Ейрі, інтегральне рівняння Вольтерра, резольвента, діелектричний шар, рівномірний рух.

ВСТУП

Дослідження процесу взаємодії електромагнітних хвиль з шаруватими структурами здійснюється уже впродовж достатньо тривалого проміжку часу. Цей інтерес обумовлюється тим, що шаруваті структури мають широке розповсюдження у природі у вигляді атмосфери або океану, у штучних конструкціях у вигляді хімічних сполук та тканин тощо. Клас задач, які належать до описання взаємодії електромагнітних хвиль із шаруватими структурами, широкий [1] та їхнє розв'язання описано багатьма статтями та монографіями, таких як [2, 3]. Так, у книзі [6] детально описано дослідження взаємодії плоскої монохроматичної хвилі з шаруватими структурами. Зокрема, у книзі міститься аналіз процесу взаємодії монохроматичної хвилі з діелектричним шаром з постійними межами і шаром, межі якого рівномірно рухаються. Оскільки форма плоскої хвилі не змінюється під час руху у часі, більший практичний інтерес становлять електромагнітні хвилі з несиметричною формою. Тому, як первинне поле у задачі про взаємодію електромагнітної хвилі з діелектричним шаром з межами, що рухаються, розглядається електромагнітний імпульс Ейрі з несиметричною формою. Цей імпульс має досить незвичайні властивості, такі як недифрагуюче розповсюдження, самолікування та самоприскорення [7, 8]. Активне дослідження пучків Ейрі продовжується з кінця 70-х років минулого сторіччя. Уже досліджені симетричні імпульси Ейрі [9], запропонований метод заглушення побічних пелюстків, що базується на використанні кільцевої амплітудної маски, у роботі [10] описано спеціальне фокусування цих імпульсів. У роботах [11, 12] описано результати взаємодії імпульсу Ейрі з плоскою межею розділення середовищ та

з плоским шаром діелектрика з нерухомими межами. У даній роботі розглядається взаємодія імпульсу Ейрі з діелектричним шаром, межі якого рівномірно рухаються у часі. Задачу розв'язано методом інтегральних рівнянь Вольтерра та резольвенти [3, 4].

Стаття організована наступним чином. В п.1 формулюється початково-крайова задача про перетворення імпульсу Ейрі плоским шаром діелектрика з межами, що рухаються. У п.2 описана структура поля у шарі, а п.3 присвячений аналізу просторово-часової структури імпульсу Ейрі у шарі, який супроводжується графічними зображеннями внутрішнього поля у різних точках шару та за різних параметрів.

1. МЕТОД РЕЗОЛЬВЕНТИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Розглянемо початково-просторову задачу про взаємодію електромагнітного асиметричного імпульсу Ейрі з діелектричним плоским шаром товщиною a , межі якого рівномірно зустрічно рухаються зі сталою швидкістю u . В момент часу $t = a/2u$ діелектричний шар припиняє своє існування. Первинний імпульс описується такою функцією Єйрі:

$$E_0(t, x) = Ai(-t/T + x/vT + s), \quad (1)$$

де $v = c/\sqrt{\epsilon}$ – швидкість імпульсу в середовищі з діелектричною проникністю ϵ , T – часовий масштаб, $s = (x_0/v - t_0)/T$ – стартовий параметр, який формується початковим моментом дії та точкою розміщення джерела імпульсу. При від'ємних значеннях параметра $s < 0$ передній фронт імпульсу проникає в діелектричний шар до початку руху меж, а у протилежному

випадку, при $s > 0$, передній фронт імпульсу шару не досягає.

Аналіз взаємодії імпульсу Ейрі з діелектричним шаром з постійними межами проведено в [11]. Вплив руху меж шару в даній роботі проводиться за таким же алгоритмом, як і у випадку шару з нерухомими межами [9]. Алгоритм базується на методі інтегральних рівнянь Вольтерра [5], згідно з яким поле у шарі описується рівнянням:

$$E(t, x) = E_0(t, x) - \frac{v^2 - v_1^2}{2v_1^2 v} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \times \int_0^\infty dt' \int_0^a dx' \theta \left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v} \right) f(t', x') E(t', x'), \quad (2)$$

де $v_1 = c/\sqrt{\epsilon_1}$ – швидкість хвиль у середовищі з діелектричною проникністю ϵ_1 , $\theta(t)$ – одинична функція Хевісайда, функція $f(t, x)$ описує особливості явища і у даному випадку визначається як

$$f(t, x) = \theta(a - ut - x)\theta(x - ut), \quad (3)$$

де u швидкість меж шару, яка задовольняє нерівності $0 < u < v_2$. Умова $u > 0$ є необхідною для того, щоб шар припиняв своє існування та щоб вхідний у шар імпульс Ейрі «встиг» відчувати вплив меж шару, коли $u < v_2$. У протилежному випадку при від’ємному значенні $u < 0$, межі шару віддаляються одна від одної. Коли швидкість меж шару більша за швидкість імпульсу, то вся область, що утворена межами шару, повністю вкладається у вільну від впливу меж просторово-часову зону з номером 00. У цьому випадку імпульс Ейрі «не відчуває» впливу меж діелектричного шару.

Для розв’язання інтегрального рівняння (1) будуються резольвента [4]. Як і у випадку задачі з шаром з нерухомими межами, область, що описується характеристичною функцією (3), розбивається на просторово-часові зони, що показано на рис. 1. Просторово-часова картина взаємодії електромагнітного імпульсу Ейрі показана на рис. 1 занумерованими стрілками. Стрілкою 1 показано падіння первинного імпульсу Ейрі на шар у момент початку руху меж, тобто передній фронт імпульсу знаходиться за межами шару у момент, коли межі почнуть зближуватися. Стрілкою 2 показано положення переднього фронту імпульсу у момент, коли відбувся стрибок діелектричної проникності. Стрілки 3 та 4 ілюструють ситуацію, коли межі починають рухатись раніше, ніж імпульс починає взаємодію з шаром.

Відстань між утвореними просторово-часовими зонами змінюється за законом:

$$t_n - t_{n-1} = p^{1-n} a / (v_1 + u), \quad (4)$$

де $p = (v_1 + u) / (v_1 - u)$.

Резольвента інтегрального рівняння (2) складається з двох частин $\hat{R} = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ [5]. Якщо точка спостереження (t, x) знаходиться у зоні з номером 00, то перша частина резольвенти має такий же вигляд, як і у випадку необмеженого простору:

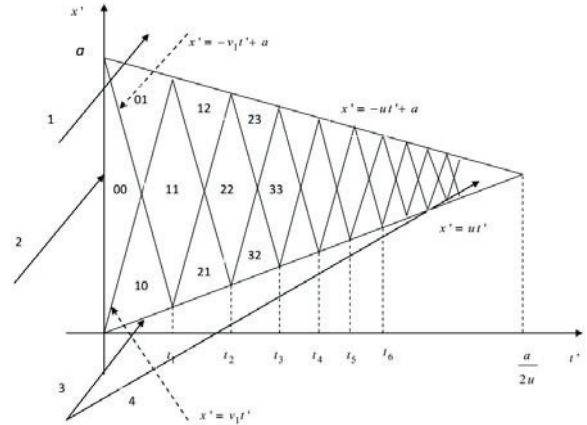


Рис. 1. Просторово-часова картина початково-крайової задачі про взаємодію імпульсу Ейрі з діелектричним шаром

$$\hat{R}_1 = \frac{v_2^2 - v^2}{2v^2 v_2} \theta(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta \left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v_2} \right) \theta(x'). \quad (5)$$

Друга частина резольвенти для точки спостереження, що знаходиться в зоні з номером mm , має вигляд:

$$\hat{R}_{mm} = -\zeta \frac{v_1}{v} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \sum_{k=1}^m R_u^k \chi_1(t', x') + \sum_{k=1}^m R_u^k \chi_2(t', x') \right\}, \quad (6)$$

де

$$\chi_1(t', x') = \theta \left(-v_1 t' + (-1)^k x' + p^{i_k} \left(1 + \frac{u}{v_2} q^2 \frac{1 - p^{k-i_k}}{1 - p^2} \right) \times v_1 \tau^{(-)} - p^{i_k} \frac{1 - p^{k+i_k}}{1 - p^2} qa \right),$$

$$\chi_2(t', x') = \theta \left(-v_1 t' - (-1)^k x' + p^{i_k} \left(1 + \frac{u}{v_2} q^2 \frac{1 - p^{k-i_k}}{1 - p^2} \right) \times v_1 \tau^{(+)} - p^{k-i_k} \frac{1 - p^{k+i_k}}{1 - p^2} qa \right),$$

$$q = \frac{2v_1}{v_2 - u}, \quad \tau^{(\pm)} = t \pm x/v_1, \quad i_k = \left[1 + (-i)^k \right] / 2.$$

2. СТРУКТУРА ВНУТРІШНЬОГО ПОЛЯ У ШАРІ, МЕЖІ ЯКОГО РУХАЮТЬСЯ

Застосувавши резольвенту (5) до інтегрального рівняння (2), отримаємо поле в зоні з номером 00, у якій відсутній вплив меж шару [4]. Структура внутрішнього поля і цій зоні буде така ж, як і у випадку з діелектричним шаром з нерухомими межами:

$$E_{00}(t, x) = \theta\left(-\frac{x}{vT} - \frac{v_1 t}{vT}\right) \times \quad \times Ai\left(-\frac{v_2 t}{vT} + \frac{x}{vT} + s\right) \theta\left(-\frac{x}{vT} - \frac{v_1 t}{vT} - \frac{a}{vT}\right), \quad (7)$$

$$\left[\frac{v_1 v_1 - v}{v} \frac{v_1 - v}{2v} Ai\left(\frac{v_1 t}{vT} + \frac{x}{vT} + s\right) + \frac{v_1 v_1 + v}{v} \frac{v_1 + v}{2v} \times\right.$$

Застосувавши резольвенту (6) до рівняння (2), отримаємо вираз для внутрішнього поля у зоні з номером mm :

$$E_{mm} = \theta\left(-\frac{x}{vT} + \frac{v_1 t}{vT} + (1-m)\frac{a}{vT}\right) \theta\left(\frac{x}{vT} + \frac{v_1 t}{vT} - m\frac{a}{vT}\right) \times$$

$$\times \left[\frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} \left\{ C_0 Ai\left(-\frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{t}{T} + \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{x}{vT} + s\right) + \right.\right.$$

$$\left. + R_1^k C_0 \sum_{k=1}^{m-1} Ai\left[p^k \left[-\frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{t}{T} + (-1)^k \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{x}{vT}\right] + q \frac{1 - p^2}{1 - p^2} \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{a}{vT} + s\right] + \right\}$$

$$+ R_1^m C_1 Ai\left(p^m \left[-\frac{v_1 t}{vT} + (-1)^m \frac{x}{v_1 T}\right] + q \frac{1 - p^2}{1 - p^2} \frac{a}{vT} + s\right) +$$

$$+ R_1^m C_2 Ai\left(p^m \left[\frac{v_1 t}{vT} + (-1)^m \frac{x}{v_1 T}\right] + pq \frac{1 - p^2}{1 - p^2} \frac{a}{vT} + s\right) \times$$

$$\times \theta\left(-\frac{x}{vT} - \frac{v_1 t}{vT} + (1+m)\frac{a}{vT} + s\right) \theta\left(\frac{x}{vT} - \frac{v_1 t}{vT} + m\frac{a}{vT}\right), \quad (8)$$

Коефіцієнти у формулі (8) визначаються виразами:

$$C_0 = \frac{2v_1}{v + v_1}, \quad C_{1,2} = \frac{v_1(v_1 \pm v)}{2v^2},$$

$$R_1 = pR = \frac{v_1 + u}{v_1 - u} \frac{v - v_1}{v + v_1}, \quad R = \frac{v - v_1}{v + v_1} \frac{v_1 - u}{v_1 + u}$$

Функції Хевісайда у формулі (8) визначають межі відповідних просторово-часових занумерованих зон шару.

Незалежно від руху меж, у шарі формується два імпульси, що пропорційні коефіцієнтам $C_{1,2}$ у формулі (8). Ці імпульси утворюються у результаті стрибка у часі діелектричної проникності і поширюються по шару, відображаючись від його меж. Нескінченна кількість таких відображень має вкластися у шар за скінченний проміжок часу, оскільки межі шару у певний момент збігаються в одній точці. Імпульси, що пропорційні коефіцієнту C_0 , формуються після проходження імпульсу в шар з боку освітленої межі. Амплітуди цих імпульсів необмежено збільшуються, що призводить до нестійкості падаючого імпульсу в шарі та до розбиття первинної хвилі на хвильові пакети.

3. ЗМІНА ІМПУЛЬСУ ЗІ ЗМІНОЮ ЧАСОВИХ ІНТЕРВАЛІВ

Для більш детального аналізу віртуальної структури поля в шарі з межами, що зближуються, розглянемо поле в зонах з номерами 00, 11 та 22 при від'ємному значенні стартового параметра. Структура поля в зоні 00 описується формулою (7), а в зонах 11 та 22 – формулами (9) та (10) відповідно.

$$E_{11} = \frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} C_0 Ai\left(-\frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{t}{T} + \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{x}{vT} + s\right) +$$

$$+ R_1 C_1 Ai\left(p \left[-\frac{v_1 t}{vT} - \frac{x}{v_2 T}\right] + q \frac{1 - p^{1/2}}{1 - p^2} \frac{a}{vT} + s\right) +$$

$$+ R_1 C_2 Ai\left(p \left[\frac{v_1 t}{vT} - \frac{x}{v_1 T}\right] + pq \frac{1 - p^{1/2}}{1 - p^2} \frac{a}{vT} + s\right), \quad (9)$$

$$E_{22} = \frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} C_0 Ai\left(-\frac{v_1 v - u}{v} \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{t}{T} + \frac{v - u}{v_1 + u} \frac{x}{vT} + s\right) +$$

$$\begin{aligned}
 &+R_1 \frac{v_1}{v} \frac{v-u}{v_1+u} C_0 Ai \left(p \left[-\frac{v_1}{v} \frac{v-u}{v_1+u} \frac{t}{T} - \frac{v-u}{v_1+u} \frac{x}{vT} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + q \frac{1-p^{1/2}}{1-p^2} \frac{v-u}{v_1+u} \frac{a}{vT} + s \right) + \\
 &+R_1^2 C_1 Ai \left(p \left[-\frac{v_1}{v} \frac{t}{T} - \frac{x}{v_1 T} \right] + q \frac{1-p^{1/2}}{1-p^2} \frac{a}{vT} + s \right) + \\
 &+R_1^2 C_2 Ai \left(p \left[\frac{v_1}{v} \frac{t}{T} - \frac{x}{v_1 T} \right] + pq \frac{1-p^{1/2}}{1-p^2} \frac{a}{vT} + s \right), \quad (10)
 \end{aligned}$$

Поле у зоні з номером 11, як видно з формули (9), складається з трьох імпульсів Ейрі, перший з яких сформувався шляхом проходження імпульсу в шар зі сторони освітленої межі. Останні два імпульси у цій зоні утворились у результаті відображень від меж шару після розщеплення первинного імпульсу в результаті стрибка діелектричної проникності.

Формула (10) описує структуру поля у зоні 22. Тут формується уже чотири імпульси: перші два – це результат проходження первинного імпульсу в шар, а останні імпульси, що пропорційні коефіцієнту R_1^2 , є результатом дворазового відображення імпульсу від меж шару.

Структура полів у цих зонах складніша, ніж у задачі з шаром з нерухомими межами. По-перше, змінюється множник, який характеризує амплітуду коливань імпульсу. По-друге, ускладнюється просторово-часова залежність аргументів функцій Ейрі. І, по-третє, у випадку шару з рухомими межами, залежність від товщини шару набагато складніша, ніж у випадку, коли межі шару нерухомі.

На рис. 2 показано еволюцію імпульсу Ейрі з межами, що рівномірно рухаються назустріч одна одній, при переході із однієї зони в іншу.

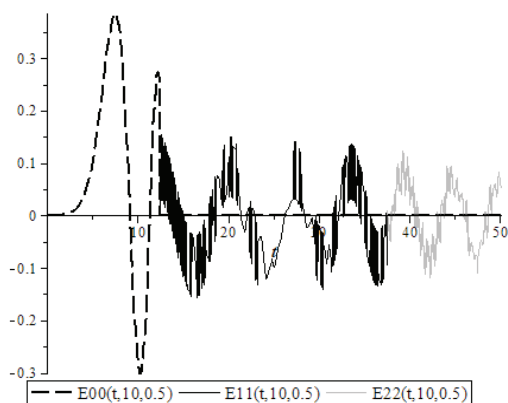


Рис. 2. Еволюція імпульсу Ейрі у часі в зонах 00(пунктирна лінія), 11 (чорна суцільна лінія) та 22 (сіра суцільна лінія): $a/vT = 20$, $x/vT = 10$, $u/v = 0.5$, $v_1/v = 0.8$

На рис.3 показано змінення імпульсу Ейрі шаром з рухомими межами порівняно з первинним імпульсом.

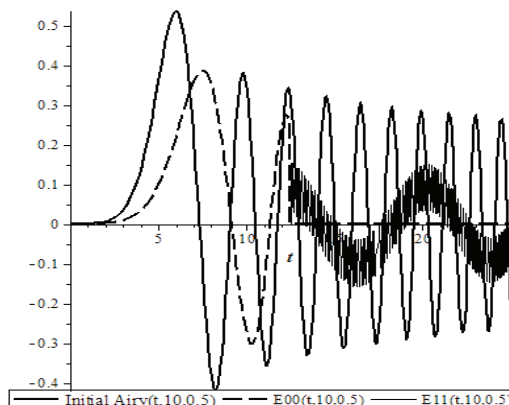


Рис. 3. Порівняння діфрагованого імпульсу в зонах E00 та E11 з первинним імпульсом Ейрі (Initial Airy): $a/vT = 20$, $x/vT = 10$, $u/v = 0.5$, $v_1/v = 0.8$

Рис. 3 ілюструє віртуальну структуру поля в шарі: у зоні, вільній від впливу меж (зона 00), змінюється лише величина головного пелюстка імпульсу, в той час як форма імпульсу Ейрі зберігається. При переході в зону 11 після одноразового відображення від меж шару форма імпульсу змінюється. З'являються побічні пелюстки та вторинні коливання імпульсу.

Наглядний вплив руху меж демонструє рис. 4, де показано еволюцію імпульсу Ейрі у шарі з постійними межами. У цьому випадку поле менше змінюється порівняно з шаром з рухомими межами (рис.2).

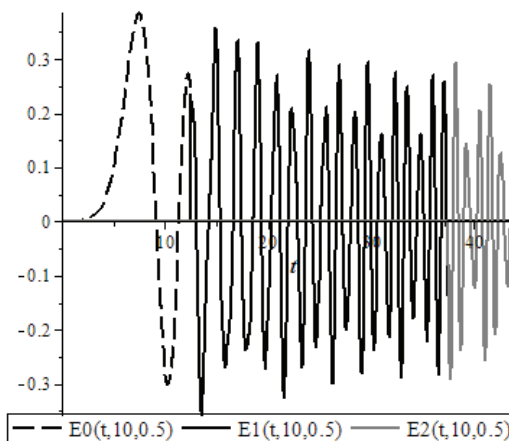


Рис. 4. Імпульс Ейрі в шарі з постійними межами у зонах 00 (пунктирна лінія), 11 (чорна суцільна лінія) та 22 (сіра суцільна лінія): $a/vT = 20$, $x/vT = 10$, $v_1/v = 0.8$

У нульовій зоні імпульс не змінюється у обох випадках, але після відображення від меж амплітуда коливань «хвоста» змінюється порівняно з первинним.

Задача з такою постановкою була розв'язана для випадку плоскої монохроматичної хвилі [4]. У процесі дослідження взаємодії плоскої хвилі з шаром, межі

якого зближуються, були виявлені параметри, за яких амплітуди хвиль, утворених у шарі, зростають, та внутрішнє поле стає нестійким. Унаслідок цього відбувається накопичення енергії в шарі за рахунок перетворення кінетичної енергії його меж у енергію електромагнітного поля.

ВИСНОВКИ

У статті розглянуто взаємодію імпульсу Ейрі з плоским шаром діелектрика, межі якого рівномірно зустрічно рухаються. Отримані аналітичні вирази для поля всередині шару, а також проведено порівняльний аналіз шару з рухомими та нерухомими межами. Зустрічний рух меж шару призводить до збільшення амплітуди імпульсу, змінення його форми та ускладнює загальну структуру поля всередині шару.

Література

- [1] Шварцбург А. Б., Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах (точно решаемые модели), Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН – Москва, том 170, №12, 2000г.
- [2] Бреховских Л.М., Волны в слоистых средах. 2-е издание. — М.: Наука, 1973. — 343 с.
- [3] Борн М., Вольф Э., Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 721 с.
- [4] Нерух А.Г., Электромагнитные волны в диэлектрическом слое с зависящими от времени параметрами, ЖТФ, т.57, в.11,1987г.
- [5] Нерух А.Г., Хижняк Н.А., Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики, ХНПО «Тест-радио», 1991р.
- [6] Nerukh A, Sakhnenko N., Benson T., Sewell P., Non-stationary electromagnetics, Pan Stanford Publishing, Singapore, 597 p., 2013.
- [7] Siviloglou G. A. Observation of Accelerating Airy Beam Ballistics// OSA/CLEO/QELS. – 2008. – №1. – P. 2085–2089.
- [8] Berry M.V., Balasz N.L., Nonspreading wave packets, Am.J. Phys. 47(3),1978.
- [9] Vaveliuk P., Lencina Alberto Jose A. Rodrigo and Y. Martnez-Matos, Intensity-symmetric Airy beams, Vol. 32, No. 3 / March 2015 / J. Opt. Soc. Am. A, 2015
- [10] Li, P. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices / P. Li, S. Liu, T. Peng, G. Xie, X. Gan, J. Zhao // Optics Express. – 2014. – V. 22, Issue 7. – P. 7598-7606.
- [11] Nerukh A., Kuryzheva O., Benson T., Time-spatial structure of airy pulse in non-stationary environment, Optical and Quantum Electronics (1295), 2018, Issue 2, Articles 52.
- [12] Курыжева О.В., Нерух А.Г., Преобразование импульса Эйри на плоской границе диэлектрика, Прикладная радиоэлектроника (Applied Radio Electronics), vol. 15, N 4, 321-326 (2016)

Надійшла до редколегії 02.05.2018



Курижева Ольга Володимирівна, асистент кафедри вищої математики ХНУРЕ. Галузь наукових інтересів – дослідження явища дифракції імпульсу Ейрі у параксимальному наближенні за допомогою рівнянь Вольєрра.

Нерух Олександр Георгійович, доктор фізико-математичних наук, професор, зав. кафедрою вищої математики ХНУРЕ. Галузь наукових інтересів – розвиток побудови алгоритмів розв'язання початково-крайових задач нестационарної електродинаміки на основі інтегральних рівнянь та їх застосування; математичне моделювання задач збудження ширококутових та надширококутових незамкнених та неоднорідних антен; стаціонарні та нестационарні плазмони, їх збудження та застосування.

УДК 537.862

Курыжева О. В., Нерух А.Г., **Преобразование импульса Эйри диэлектрическим слоем, границы которого сближаются** / Курыжева О. В., Нерух А.Г.// Прикладная радиоэлектроника: науч. – техн. журнал. – 2018. – Том 17, № 1, 2. – С. 55–59.

Решена пространственно-временная задача о взаимодействии электромагнитного импульса Эйри с диэлектрическим слоем, границы которого равномерно перемещаются и в определенный момент времени и сходятся в одной точке, в результате чего слой схлопывается. Решение получено методом резольвенты, применяемого к интегральному уравнению Вольєрра, которое описывает данную задачу. Графическая иллюстрация результатов наглядно демонстрирует эволюцию первичного импульса Эйри, вызванную взаимодействием поля со слоем со схлопывающимися границами. Из анализа полученных результатов следует, что встречное движение границ приводит как к изменению формы импульса, так и к его усилению.

Ключевые слова: импульс Эйри, интегральное уравнение Вольєрра, резольвента, диэлектрический шар, равномерное движение.

Ил.04. Библиогр.:12 назв.

UDC 537.862

Kuryzheva O. **Conversion of an Airy pulse by dielectric layer, whose boundaries are converging** / O. Kuryzheva, A. Nerukh // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2018. – Vol. 17, № 1, 2. – P. 55–59.

The paper has solved the time-space problem of the interaction of the electromagnetic Airy pulse with a dielectric layer whose boundaries are moving uniformly in such a way that at a certain instant of time they converge at one point, resulting in the layer collapse. The solution has been obtained by the method of integral Volterra equations and the resolvent. The exact solutions obtained are accompanied by graphical drawings that clearly demonstrate the evolution of the initial Airy pulse after interaction with “moving” boundaries of the layer. It follows from the analysis of the results that the motion of the boundaries leads to an increase in the Airy pulse in the layer and a change in its shape.

Keywords: Airy pulse, integral Volterra equation, resolvent, dielectric layer, uniform motion.

Fig. 04. Ref.: 12 items.