

ВІДГУК

офіційного опонента доктора фізико-математичних наук
Новожилової Марини Володимирівни на дисертаційну роботу Пічугіної
Оксани Сергіївни «Математичне моделювання евклідових комбінаторних
конфігурацій», що представлена на здобуття наукового ступеня доктора
фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 - математичне
моделювання та обчислювальні методи

Актуальність теми дисертації. Математичне моделювання є універсальним засобом формалізації задач теоретичного і практичного змісту, у якому залучаються певні математичні об'єкти. Надзвичайне ускладнення задач, вирішення яких є необхідним на даний час, досить часто не дозволяє їх формалізації наявними засобами математичного моделювання або робить їх моделі надто складними для подальшого дослідження і застосування. Це викликає необхідність введення і використання нових класів математичних об'єктів, що враховують специфіку таких задач. Так, для розв'язання задач комбінаторного характеру методами дискретного і неперервного програмування необхідне їх моделювання у формі задач оптимізації на скінченних точкових конфігураціях (FPCs) у евклідовому просторі, що передбачає низку відображень – вихідної множини довільної природи у скінченну абстрактну множину, а її – у евклідов простір. Саме це свідчить про необхідність введення нового класу математичних об'єктів – евклідових комбінаторних конфігурацій (e-конфігурацій), що комбінують поняття конфігурації за К. Бержем і евклідової комбінаторної множини (e-множини). e-множини є головним об'єктом дослідження у евклідовій комбінаторній оптимізації (ЕСО), що займається розв'язанням екстремальних задач, у яких виділяються комбінаторні структури, як задач дискретної оптимізації. Адаптувавши теорію ЕСО до множин e-конфігурацій як спеціального класу e-множин, ця теорію можна розвинути за усіма її головними напрямками - дослідження властивостей образів e-множин (s-множин) у евклідовому просторі, вивчення поведінки заданих на них функцій, розроблення методів ЕСО і моделювання реальних задач



як задач ЕСО (ECOPs). Не менш важливим є вироблення загальної методології використання різних засобів моделювання та оптимізації залежно від характеру досліджуваних проблем.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалася на кафедрі прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки та кафедрі інформатики Національного аерокосмічного університету ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». Як виконавець здобувач проводила дослідження у рамках держбюджетної теми № 293 «Розробка методології і математичних моделей соціально-економічних систем при реалізації їх стійкого розвитку», розділ №293-4 «Розробка математичних моделей і методів управління стійким розвитком ЖКГ міста», яка входить до плану НДР кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки (держбюджетна тема № ДР 0115U001522, 2014-2017 рр.).

Ступінь обґрунтованості і достовірності наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації. Обґрунтованість викладених у дисертаційній роботі положень базується на коректних постановках мети і задач дослідження, підтверджується: використанням методів дослідження, таких, як методи комбінаторного аналізу, функціонального аналізу, загальної алгебри, евклідової і афінної геометрії, поліедральної комбінаторики, алгебраїчної геометрії, алгебраїчної комбінаторики, евклідової комбінаторної оптимізації; достатньою кількістю публікацій у виданнях, що входять до переліку фахових видань України з фізико-математичних наук, публікаціями у міжнародних виданнях та апробацією на численних всеукраїнських та міжнародних конференціях.

Оцінка змісту дисертації та її завершеність. Матеріал дисертації викладений логічно й завершено. Робота Пічугіної Оксани Сергіївни має загальноприйнятну схему та включає: анотацію, вступ, 8 розділів, висновки, список використаних джерел, додатки та має загальний обсяг 484 сторінки. Теоретичний матеріал дисертації проілюстровано прикладами, її

структура професійно скомпонована, а сама робота оформлена згідно вимог.

Зміст, оформлення дисертаційної роботи та повнота викладення наукових положень відповідають паспорту спеціальності та встановленим вимогам до докторських дисертацій згідно з «Порядком присудження наукових ступенів».

Матеріали дисертації достатньо повно викладені у 46 роботах, із них 3 монографії, 30 статей (16 - у наукових журналах та збірниках наукових праць, які входять до переліку фахових видань України з фізико-математичних наук, 4 - у наукових журналах, включених до переліку фахових видань України з технічних наук, 15 - статей у виданнях іноземних держав або виданнях, що включені у провідні міжнародні наукометричні бази); 13 - матеріали наукових конференцій.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, її зв'язок із науковими напрямками та науково-дослідними темами. Сформульовано мету, об'єкт, предмет та методи дослідження, наведено інформацію про роботи автора, які було опубліковано за результатами дисертаційного дослідження.

У **першому розділі** проведено аналіз предметної області. Наведено комбінаторні та евклідові постановки кількох класів екстремальних комбінаторних задач (COPs), показано поширеність задач, що моделюються як COPs на упорядкованих послідовностях векторів однакової розмірності. Дано огляд теорії комбінаторних конфігурацій та теорії ЕСО, зокрема, теорії опуклих продовжень і оцінок мінімумів функцій, заданих на FPCs, що розташовані у вершинах многогранника (вершинно розташованих множин, VLSs).

У **другому розділі** вводиться поняття E_c -множини як множини конфігурацій за К. Бержем, евклідової комбінаторної конфігурації (e-конфігурації) як образу конфігурації за К. Бержем у евклідовому просторі та множини e-конфігурацій (C-множини) і досліджено способи математичного моделювання C-множин за допомогою відображень

E_c -множин у евклідові простір. Виділено два основні напрямки досліджень C -множин – структурний аналіз C -А і геометричний аналіз G -А та основні класи C -множин – числові та векторні. Представлено ґрунтовну C -А- та G -А класифікацію C -множин та виділеного серед них класу базових C -множин (C_b -множин), досліджено властивості і зв'язок між різними класами, зокрема, між числовими і векторними C_b -множинами.

У **третьому розділі** досліджено шляхи моделювання C - та C_b -множин за допомогою інших C -/ C_b -множин, а також властивості спеціальних класів C -множин. У рамках розгляду цих питань, досліджено питання комбінаторної ізоморфності, шляхи декомпозиції та результат дії теоретико-множинних операцій над C -множинами. Представлено типологію декомпозиційних підходів до C -множин на основі C -А і G -А. Особливу увагу приділено дослідженню властивостей двох класів C -множин – $VLSs$ і поліедрально-сферичних ($PSPs$), зокрема моделюванню довільної C -множин з їх допомогою.

У **розділі 4** проведено комплексне дослідження властивостей C_b -множин і C_b -многогранників, а також заданих на них функцій, з метою чого було сформульовано ряд задач дослідження. При розв'язанні цих задач використано результати виявлення C_b -множин серед розглянутих у літературі s -множин, і для них результати розв'язання поставлених задач було систематизовано і доповнено. Для введених вперше множин, таких, як загальна C_b -множина перестановок зі знаком $E_{nk}^{\pm}(G)$ та деякі, C_b -множини комбінаторних матриць ці задачі розв'язано вперше. Детально розглянуто клас $E_{nk}^{\pm}(G)$, який, з одного боку, поєднує класи множин e -конфігурацій перестановок і розміщень, з іншого, є добутком Адамара бінарної множини та загальної C_b -множини перестановок $E_{nk}(G)$. Внаслідок цього множина $E_{nk}^{\pm}(G)$ і C_b -многогранник перестановок зі знаком $\Pi_{nk}^{\pm}(G)$ характеризуються рядом особливостей, які можуть бути застосовані як у оптимізації, так і у моделюванні

фізичних об'єктів, що володіють просторовою симетрією, адже вони є кулями у певному нормованому просторі.

У **розділі 5** представлено теорію неперервних функціональних представлень (f-представлень S -множин), які зображують S -множину набором функціональних залежностей, у яких беруть участь неперервні функції. Даний розділ є центральним у роботі, адже застосування теорії f-представлень є необхідною складовою процесу побудови неперервних формулювань ECOPs (SECOPs). Представлено термінологію, типологію, методи побудови та перетворень f-представлень залежно від їх типу.

Розділ 6 демонструє практичне застосування теорії f-представлень до побудови аналітичних описів введених у розділі 2 класів S_b -множин. Серед знайдених f-представлень, більшість яких поліноміальні, є ті, що: а) ґрунтуються на застосуванні S -А, які зображують S_b -множину, задану у просторі \square^n , за допомогою n рівнянь, застосування яких у ECOP призводить до формування SECOP як класичної задачі на умовний екстремум; б) використовують G -А, зображуючи S_b -множину або лінійною системою S_b -багатогранника і рівнянням описаної строго опуклої поверхні, або множиною точок дотику двох поверхонь і т. ін. Для векторних S_b -множин, пов'язаних із булевими комбінаторними матрицями, побудовано f-представлення у вихідному просторі, для решти векторних S_b -множин – у розширеному.

У **розділі 7** представлено результати стосовно продовжень функцій, заданих на S -/ S_b -множинах, що служать областями цих продовжень. Зокрема, розвиток отримала теорія опуклих продовжень (CEs) функцій з VLSs. Так, отримано нові результати стосовно умов існування CEs; розширення області CEs на опуклі надмножини відповідних S -/ S_b -багатогранників; пошуку нових конструктивних методів побудови CEs залежно від продовжуваної функції і області продовження; розширення класу функцій і областей продовжень, що дозволяють знаходження CEs функцій в явному вигляді тощо.

Разом із наведеними у розділі 3 шляхами зведення довільної COPs

до розгляду ECOPs на VLSs, результати розділу 7 було покладено в основу представленої у **розділі 8** єдиної концепції використання методів опуклого аналізу до розв'язання COPs. У даному розділі, присвяченому різноманітним застосуванням результатів розділів 1-7 у моделюванні реальних задач практичного і теоретичного змісту, зокрема, задач геометричного проектування, у термінах ECOPs на множинах е-конфігурацій, а також у оптимізації. Наведено також типологію ECOPs, що ґрунтується на використанні поняття C_b -множин. На її основі сформовано єдину методологію дослідження COPs шляхом переходу до еквівалентних ECOPs, зокрема SECOPs, і розв'язання рекомендованими методами комбінаторної оптимізації залежно від типу C_b -множин, функціональних обмежень, що виділяють S -множину, що є допустимою областю задачі, та цільової функції.

Нові наукові результати дисертаційної роботи. У якості основних нових наукових результатів, отриманих у роботі, слід зазначити таке:

- вперше виділено клас евклідових комбінаторних множин (E_c -множин), що утворюють спеціальний клас множин конфігурацій за К. Бержем, породжених векторами однакової розмірності, які дозволяють будувати математичні моделі, еквівалентні широкому класу практичних задач;

- вперше описано нові математичні об'єкти – евклідову комбінаторну конфігурацію (е-конфігурацію) та множину е-конфігурацій (S -множину);

- вперше здійснено структурну та геометричну класифікацію S -множин, яка комплексно використовує конструктивні особливості їх формування, специфіку відображень та властивості евклідова простору у моделюванні цих множин;

- вперше виділено клас базових S -множин (C_b -множин), комбінаторну структуру яких можна виразити засобами S -А. З його допомогою здійснено систематизацію наявних відомостей із теорії комбінаторних конфігурацій та е-множин і доповнено ці результати.

Виділено ряд нових класів C_b -множин, досліджено алгебро-топологічні та тополого-метричні їх властивості;

- вперше систематизовано, доповнено та адаптовано до C -множин основні положення теорії оцінок мінімумів функцій на образах e -множин. Досліджено поведінку та обґрунтовано властивості лінійних, квадратичних та опуклих функцій на різних класах C_b -множин;

- вперше запропоновано єдиний підхід до аналітичного опису C -множин як способу їх математичного моделювання шляхом побудови їх неперервних функціональних представлень (f -представлень), запропоновано типологію, методи побудови та перетворень f -представлень, побудовано f -представлення скінченних точкових конфігурацій як математичні моделі ряду C_b -множин;

- набула подальшого розвитку теорія опуклих продовжень у таких напрямках як: побудова загальної методології формування опуклих продовжень із полієдрально-сферичних множин; адаптація теорії опуклих продовжень до C -множин як областей продовжень; розроблення нових підходів до побудови опуклих продовжень з образів e -множин; розширення класів продовжуваних функцій; створення єдиної методології побудови продовжень функцій на базі використання f -представлень C -множин, що є областями продовжень; поєднання моделювання C -множин із побудовою f -представлень відповідних C_b -множин та продовженнями функцій з них;

- вперше запропоновано та теоретично обґрунтовано концепцію побудови еквівалентних математичних моделей екстремальних комбінаторних задач, яка доводить можливість застосування опуклого програмування у процесі їх розв'язання;

- вперше побудовано ряд евклідових постановок модельних задач як задач оптимізації на C -множинах, серед них задачі геометричного проектування;

- досліджені властивості екстремальних задач на C -множинах використані при вдосконаленні та створенні нових інструментальних

засобів евклідової комбінаторної оптимізації.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів.

Результати роботи є кроком розвитку теорії евклідової комбінаторної оптимізації за такими її напрямками, як: виділення нових класів е-множин і дослідження властивостей їх образів у евклідовому просторі; вивчення поведінки функцій, заданих на цих образах; розширення класу практичних задач, що моделюються як задачі евклідової комбінаторної оптимізації; пошук нових методів математичного моделювання ECOPs; створення нових інструментальних засобів розв'язання ECOPs на основі поєднання виявлених їх особливостей.

Зауваження щодо змісту й оформлення дисертаційної роботи.

1. Наведена у розділі 8 математична модель задачі розміщення сформульована як задача оптимізації на множині комбінаторних конфігурацій векторів, а не на е-конфігураціях, як це зазначено в тексті дисертації;

2. У розділі 8 доцільним було б наведення узагальненої математичної моделі задачі розміщення як задачі оптимізації на множині е-конфігурацій, у якій передбачено змінність як метричних характеристик і параметрів розміщення об'єктів, так і їх форми, та їх залежність як одне від одного, так і від часу та інших зовнішніх факторів.

3. Для кращого розуміння теоретичного матеріалу у дисертації доцільним було б наведення графічних ілюстрацій;

4. В дисертації введено велику кількість позначень і скорочень, не усі з яких внесені у списки позначень і скорочень, робота з якими викликає труднощі в силу їх упорядкованості не у алфавітному порядку.

5. Дисертація дещо переобтяжена теоретичним матеріалом, у той час як опису областей застосувань варто було б приділити більше уваги і продемонструвати результати чисельних експериментів для тестових задач.

6. В авторефераті на сторінці 24 наведено вираз \mathcal{C}_b -багатогранників замість C_b -багатогранників.

Зроблені зауваження не знижують загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи та якість в цілому, як глибокого та актуального дослідження, і не впливають на достовірність і новизну результатів. Зазначені зауваження мають характер побажань щодо подальшого розвитку роботи.

Загальний висновок.

Вважаю, що дисертаційна робота «Математичне моделювання евклідових комбінаторних конфігурацій» є завершеною актуальною науковою працею, в якій одержано нові науково обґрунтовані результати, що представляють вагомий у теорію евклідової комбінаторної оптимізації.

Дисертація відповідає паспорту спеціальності та всім вимогам до докторських дисертацій згідно з п.п. 9, 10, 12 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 р. (зі змінами, затвердженими постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р. та № 567 від 27.07.2016 р.), а її автор, Пічугіна Оксана Сергіївна, заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи.

Офіційний опонент,
завідувач кафедри прикладної
математики та інформаційних
технологій Харківського
національного університету міського
господарства імені О. М. Бекетова
доктор фізико-математичних наук,
професор



М.В. Новожилова



**ЗГІДНО З ОРИГІНАЛОМ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР**

Д.В. ТУГАЙ