

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Пічугіної Оксани Сергіївни

«Математичне моделювання евклідових комбінаторних конфігурацій»,

що представлена на здобуття наукового ступеня

доктора фізико-математичних наук зі спеціальності

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація є закінченою науково-дослідною роботою, яка присвячена розробленню загальної методології дослідження екстремальних комбінаторних задач шляхом їх відображення у арифметичний простір.

1. Актуальність теми дисертаційної роботи

З моменту виникнення комп'ютерних наук спостерігається чітке відокремлення підходів до оптимізації у неперервних просторах, таких, як евклідів, від методів оптимізації у комбінаторних просторах, наприклад, у просторі перестановок. При розгляді NP-складної задачі комбінаторної оптимізації (COP), незалежно від того, комбінаторна чи евклідова її постановка використовується, вона залишається NP-складною, але в евклідовій постановці розкриваються нові можливості для пошуку наближених розв'язків. Це пояснюється тим фактом, що евклідів простір забезпечений топологією, границями, неперервністю, метрикою, скалярним добутком і т.п., на базі чого побудовані чисельні аналітичні засоби, такі, як похідні і опуклість, а також оптимізаційні методи. З іншого боку, розв'язання COPs у комбінаторних постановках має свої переваги, наприклад, потребує виконання меншої кількості припущень. Нажаль, евклідові постановки COPs (ECOPs) відомі лише для вузького класу задач. Тому актуальним є як створення інструментарію, що поєднує евклідів і комбінаторний простори, так і розширення класу COPs, що дозволяють побудову еквівалентних ECOPs, відповідно, і розв'язання класичними методами нелінійної оптимізації, як дискретної, так і неперервної, у поєднанні із спеціальними методами поліедральної комбінаторики і евклідової комбінаторної оптимізації (ECO). Крім цього, це дозволить створити теоретичну базу для розроблення гібридних методів оптимізації, що комплексно використовують переваги комбінаторної та евклідової постановок COPs.

2. Ступінь обґрунтування наукових положень, висновків та їхня достовірність.

Основні результати дисертаційній роботі О.С. Пічугіної сформульовані у формі теорем, для яких додаються строгі доведення або наведено посилання на відповідні джерела, де доведення можуть бути знайдені. Достовірність сформульованих у дисертаційній роботі теоретичних результатів і висновків

забезпечується адекватним вибором математичного апарату і коректним його використанням. Результати дисертаційної роботи не суперечать відомим поняттям і визначенням, а доповнюють і розвивають їх.

3. Наукова новизна одержаних результатів

В дисертації одержано низку нових наукових результатів, що стосуються важливих наукових проблем, зокрема проблеми переходу від задач комбінаторного типу до задач у евклідовому просторі, що значно розширює можливості пошуку оптимальних і субоптимальних розв'язків складних прикладних задач. Нові результати, отримані в області поширення функцій, заданих на дискретній множині точок, до неперервних (або гладких) функцій з заданими властивостями, що значно поширює інструментарій дискретної оптимізації і дає нові можливості використання відомих неперервних методів в дискретних задачах.

Усі результати дисертаційної роботи Пічугіної Оксани Сергіївни «Математичне моделювання евклідових комбінаторних конфігурацій», що виносяться на захист, є новими і науково обґрунтованими.

4. Аналіз публікацій та повнота відображення результатів в авторефераті дисертації.

Основні наукові результати дисертації повною мірою викладено у наукових публікаціях автора з урахуванням встановлених вимог, а саме, в 46 роботах, 3 з яких монографії, 16 статей – у виданнях, що включені до Переліку фахових видань України з фізико-математичних наук, 15 статей – у іноземних наукових періодичних виданнях, що включені до наукометричних баз даних та відповідають профілю дисертації, та у 13 тезах і матеріалах доповідей наукових конференцій.

Результати дисертаційної роботи пройшли апробацію на 44-ти міжнародних і вітчизняних конференціях та доповідалися на наукових семінарах Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки, кафедри інформатики Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського, на 20-му міжнародному науково-практичному семінарі «Комбінаторні конфігурації та їх застосування» (м. Кропивницький).

Наведений перелік публікацій та їхній зміст відповідає темі дисертаційної роботи та в достатньому обсязі відображає її основні положення, наукові результати і висновки.

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації. В ньому достатньо повно відображені основні міркування, результати і висновки дисертаційної роботи. У дисертації та авторефераті розкрито особистий внесок дисертанта у друкованих працях, які опубліковані в співавторстві.

5. Відповідність дисертації встановленим вимогам.

1. Зміст дисертаційного дослідження та обґрунтованість наукових результатів свідчить, що дисертаційна робота О.С.Пічугіної є завершеною науково-дослідною працею, в якій розроблено загальну методологію дослідження екстремальних комбінаторних задач шляхом занурення у евклідові простір та обґрунтовано цю методологію на основі введеного класу математичних об'єктів – евклідових комбінаторних конфігурацій.
2. Результати дисертаційної роботи достатньо повно опубліковано в фахових виданнях.
3. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.
4. Дисертаційна робота О.С.Пічугіної повністю відповідає паспорту спеціальності 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.
5. Структура дисертації, її обсяг та оформлення відповідають усім вимогам Міністерства освіти і науки України та вимогам зазначеним у “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України.

6. Огляд змісту дисертаційної роботи

Дисертаційна робота Пічугіної О.С. складається з вступу, восьми розділів, висновків, списку використаних джерел і п'яти додатків.

У **вступі** проаналізовано стан наукової проблеми, обґрунтовано актуальність обраної тематики дослідження, сформульовано об'єкт, предмет, мету і задачі дослідження, дано опис основних отриманих результатів і їх теоретичного і практичного значення. Крім цього, наведено відомості про апробацію та впровадження результатів дисертаційної роботи, зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, а також про наукові публікації здобувача, що стосуються тематики дисертаційної роботи.

У **першому розділі** зроблено огляд літератури за темою дисертації, викладено основні результати, які пов'язані з обраним напрямком досліджень. На основі проведеного аналізу існуючих публікацій сформульовано відкриті питання, що виникають у процесі дослідження COPs шляхом їх відображення у евклідові простір і переходу до розв'язання отриманих ECOPs. На прикладі ряду класичних COPs, таких, як SAT - задача здійсності булевих формул, MWIS - задача про максимальну зважену незалежну множину вершин графа, задача про небаланс, дано огляд комбінаторних та евклідових, у тому числі неперервних, постановок та методів оптимізації, які ґрунтуються на використанні цих формулювань. Крім цього, наведено історичний огляд розвитку теорії комбінаторних конфігурацій і ЕСО. Наведено фундаментальні результати з теорії опуклих продовжень функцій, заданих на вершинах многогранників, та необхідні теоретичні відомості для розвитку цієї теорії.

Другий розділ присвячено дослідженню відображених у евклідові простір множин конфігурацій за К. Бержем, породжених векторами однакової розмірності (множин е-конфігурацій, C -множини), що утворює підклас е-множин, які дозволяють розв'язання COP за розв'язком ECOP на відповідній C -множини. Виділено ключові характеристики C -множин – індукуючу мультимножину (IM), твірну множину (GS) і простір n , у якому C -множину задано. Їх покладено в основу напрямку досліджень C -множин, названого структурним аналізом (C-A), другим обрано дослідження C -множини як геометричного місця точок у просторі (геометричний аналіз, G-A) та продемонстровано зв'язок між ними. Представлено типологію C -множини на основі C-A і G-A, виділені класи якої потребують різних підходів до математичного моделювання. Зокрема, виділено класи базових C -множин (C_b -множин), що дозволяють математичне моделювання у термінах трійки IM/GS/ n , а також векторні та числові C -множини та способи моделювання векторних C -множин за допомогою відповідних числових C -множин.

Третій розділ присвячений встановленню зв'язку між окремими класами C - та C_b -множин та виявленню шляхів формування нових класів C_b -множин. Так, для виділених класів C_b -множин досліджено питання розбитті на класів еквівалентності щодо їх комбінаторної ізоморфності, представлення одних класів C -множин через інші і т. п. Для C -множин, що збігаються з множиною вершин власної опуклої оболонки (вершинно розташованих множин, VLSs) знайдено шляхи представлення довільної C -множини за допомогою однієї VLS чи сукупності VLSs. Для спеціального класу VLSs, вписаних у гіперсферу (поліедрально-сферичних C -множин, PSpSs), поставлено та розв'язано для окремих класів C -множин такі задачі, як ідентифікація PSpS, визначення її параметрів, декомпозиції, перетворення довільної C -множини у PSpR у розширеному просторі та ін.

У **четвертому розділі** сформульовано 14 задач дослідження алгебро-топологічних та тополого-метричних властивостей виділених класів C_b -множин і C_b -багатогранників та екстремальних властивостей заданих на них функцій. Для нових класів комбінаторних множин, відображених у евклідові простір, таких, як загальні C_b -множини перестановок зі знаком $E_{nk}^{\pm}(G)$, матриць розміщень $\mathcal{E}_{nk}^n(G)$ і матриць перестановок зі знаком $\mathcal{E}_{nk}^{\pm}(G)$, ці задачі розв'язано, для інших відомі раніше результати доповнені. Зокрема, в рамках дослідження поведінки функцій, заданих на C -множинах, отримала розвиток теорія оцінок мінімумів функцій. Так, для PSpS E вона обґрунтовує можливість уточнення нижньої оцінки заданої на E функції f , отриманої в ході розв'язання поліедральної релаксації відповідної COP, а також отримання верхньої оцінки f на базі розв'язання лінійної задач на C_b -множині, що є надмножиною E . Все це може служити підґрунтям створення принципово нових методів комбінаторної оптимізації, що ґрунтуються на запропонованих декомпозиціях C_b -множин на C_b -множини меншої розмірності та поступовому

уточненні як нижніх, так і верхніх оцінок.

Розділ 5 присвячений теорії неперервних функціональних представлень (f-представлень) C -множин, тобто їх зображенням за допомогою функціональних залежностей, у яких беруть участь неперервні функції. Даний напрямок досліджень виділено таким способом у силу надзвичайної важливості у побудові формулювань ECOPs, до розв'язання яких застосовувані неперервні оптимізаційні підходи (неперервні постановки ECOPs, SECOPs). Як інструмент формалізації f-представлень використано апарат алгебраїчної геометрії, який було узагальнено з кільця многочленів на кільце неперервних функцій. Представлено загальні підходи до формування f-представлень C -множин, що задаються системами рівнянь (строгі f-представлення, SRs), та ті, що включають нерівності (нестрогі та мішані f-представлення). Засоби алгебраїчної геометрії використані також для формалізації f-представлень C_b -множин з інших, що формуються способами, виділеними у розділі 3, а також для перетворень f-представлень, що призводять до формування тієї самої C -множини E , власної надмножини E або власної підмножини E (еквівалентна/релаксаційна/посилена неперервна модель E відповідно).

У **розділі 6** теорія f-представлень була застосована до побудови f-представлень виділених у розділі 2 C_b -множин, при цьому використані C-A-підходи до формування SRs загальної C_b -множини перестановок $E_{nk}(G)$, C_b -множин розміщень з необмеженими повтореннями чи без повторень та ін. На їх основі для усіх введених числових чи векторних C_b -множин побудовано SRs у вихідному чи розширеному просторах. Для C_b -множин, що є VLSs, побудовано мішані f-представлення, що ґрунтуються на застосуванні H-представлень відповідних C_b -багатогранників і рівняння описаної навколо них гіперповерхонь (поліедрально-поверхневі f-представлення, PSRs), а для деяких з них – дотичні f-представлення (TRs), що геометрично задають ці множини як перетин двох гіперповерхонь. Увагу також приділено дослідженню питання звідності f-представлень C_b -множин. Так, незвідними є TRs та PSRs C_b -множин, опуклі оболонки яких є простими багатогранниками.

Розділ 7 присвячено розвитку теорії опуклих продовжень функцій, фундаментальні теореми якої стосуються існування опуклих продовжень кількох видів із VLS E як області продовження на $P = \text{conv } E$. Узагальнення наявних на даний момент результатів цієї теорії, представлені у роботі, стосуються як умов існування опуклих продовжень, розширення області продовжень з P на власні опуклі надмножини P , так і нових конструктивних методів побудови опуклих продовжень, що не потребують аналізу елементів E і використовують властивості C -множин, пов'язані з їх C-A та G-A. Крім цього представлено аналітичні вирази опуклих продовжень певних класів функцій з деяких класів C -множин, такі, як опуклі продовження: квадратичних функцій з PSpRs; мономів з $E_{nk}(G)$; поліномів з булевої C_b -множини B_n .

Результати, наведені у даному розділі, покладено в основу розробленої концепції застосування методів опуклого програмування у розв'язанні ECOPs, представленої у **розділі 8**. Його присвячено дослідженню сфери застосувань результатів розділів 1-7 у математичному моделюванні реальних задач та їх розв'язанні методами нелінійного, як дискретного, так і неперервного, програмування. Так, представлено математичну модель розміщення як задачу на множині е-конфігурацій перестановок, застосування до якої f-представлення переводить її в клас задач неперервної оптимізації. Також наведено ряд нових математичних моделей ряду COPs у формі SECOPs, серед яких задачі SAT, MWIS, які використовують поняття е-конфігурації поряд з іншими результатами дисертаційної роботи, поведено їх порівняння з відомими математичними моделями і наведено огляд оптимізаційних підходів, які стали застосовними до їх розв'язання в зв'язку з появою цих моделей. Наведено класифікацію ECOPs на C -множинах і використано її у запропонованій загальній методології дослідження COP шляхом побудови еквівалентної ECOP та її розв'язання відповідними методами евклідової комбінаторної оптимізації, поєднаними із методами дискретного і неперервного програмування.

У висновках стисло сформульовано основні результати роботи та означено напрямки подальших досліджень.

7. Зауваження до змісту дисертації.

1. На множині перестановок не розглянуто інших метрик, окрім інверсійної і евклідової. Серед неперервних просторів розглянуто l_p -простір з акцентом на евклідові. Продовження досліджень у цих двох напрямках вважаю доцільним.

2. На мій погляд, не зовсім зручним є формат дисертації, де доведення винесені у додатки.

3. Велика кількість позначень, що не є загальноживаними, ускладнює розуміння дисертації, незважаючи на наявність списку скорочень та позначень. Вважаю, що організація цих списків в алфавітному порядку дещо покращила би дану ситуацію. Також не завадить повторення та пояснення термінів у тексті, що дозволить дещо скоротити ці переліки. На мій погляд, найкориснішим було би посилання на сторінки, де відповідна термінологія введена.

4. Стор. 50: фраза «до такої, що практично не реалізовна» у реченні «З огляду на те, що зазвичай комбінаторні множини мають потужність, яка експоненційно залежить від числа компонент їх елементів, організація повного перебору на них може перетвориться з трудомісткої задачі до такої, що практично не реалізовна» недоречна.

5. Потребує особливої уваги використання термінів «NP-повні задачі» (див. стор. 51, 65, 66) і «NP-складні задачі» (див. стор. 334, 347, 348).

6. Деякі твердження є очевидними, їх доведення лише збільшує обсяг роботи (див., наприклад, твердження 2.1 і наслідок 3.1).

7. Зустрічаються великі розриви між означеннями чи введеною термінологією та їх використанням.

8. Загальне враження, що перша частина занадто об'ємна, а останній, восьмий розділ, присвячений застосуванням результатів роботи, надто компактний. Доцільніше було б зробити усі розділи збалансованими за обсягом, наприклад, за рахунок незначного скорочення перших і певного доповнення останніх розділів.

9. Доцільно було б дещо зупинитися на гібридних підходах до оптимізації, що поєднують переваги комбінаторних та евклідових постановок екстремальних комбінаторних задач.

10. Зустрічаються деякі незначні помилки і друкарські помилки, такі, як:

a. На стор. 137: « $d =$ » замість « $d = (d_i)_{i \in J_n} =$ »;

b. На стор. 91: можна задати двома способами $\langle \Xi, B, A, \Omega \rangle$, $\langle \Psi, A, \Lambda \rangle$, - «як множину Ξ відображень (2.2) або множину Ψ відображень (2.6)» замість «де Ξ множина відображень (2.2) або множина Ψ відображень (2.6)» і т.д.

Зауваження, що наведено вище не впливають на позитивну оцінку дисертації, і не принижують її наукової значимості.

ВИСНОВОК

Дисертаційна робота О.С. Пічугіної – це завершена наукова праця, в якій отримано нові науково обґрунтовані результати, що сприяють розвитку як евклідової комбінаторної оптимізації так і теорії математичного моделювання в цілому.

Вважаю, що дисертаційна робота «Математичне моделювання евклідових комбінаторних конфігурацій» відповідає паспорту спеціальності та всім вимогам до докторських дисертацій згідно з п.п. 9, 10, 12 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 р. (зі змінами, затвердженими постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р. та № 567 від 27.07.2016 р.), а її автор, Пічугіна Оксана Сергіївна, заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи.

Офіційний опонент,
професор кафедри економічної кібернетики,
Запорізького національного університету,
доктор фізико-математичних наук,
професор

I.V. Козін

ВЧЕНІЙ СЕКРЕТАР
Запорізький національний
університет



O. A. Трещенко