

Министерство образования и науки Украины  
Харьковский национальный университет радиоэлектроники

На правах рукописи

МАТВИЕНКО ОЛЬГА ИВАНОВНА

*Підпис*

УДК 519.85, 628.1

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ  
РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ**

01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
Тевяшев Андрей Дмитриевич  
доктор технических наук, профессор

Цей примірник дисертаційної роботи  
ідентичний за змістом з іншими,  
поданими до спеціалізованої вченої ради  
Д 64.052.02.

*Підпис*

Вчений секретар спецради Д 64.052.02

*Печатка*

Л.В. Колесник

Харьков – 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

Перечень сокращений и условных обозначений.....	6
Введение.....	7
Раздел 1 Системный анализ проблемы математического моделирования и оптимизации режимов работы систем подачи и распределения воды.....	16
1.1 Система подачи и распределения воды как подсистема системы централизованного водоснабжения.....	16
1.2 Системный анализ системы подачи и распределения воды как объекта управления.....	19
1.3 Анализ методов математического моделирования и оптимизации режимов работы системы подачи и распределения воды, используемых для решения задач управления её развитием и функционированием....	24
1.3.1 Зонирование водопроводных сетей.....	24
1.3.2 Задача оперативного планирования режимов работы системы подачи и распределения воды.....	28
1.4 Метод анализа иерархий для выбора оптимального сценария управления развитием и функционированием систем подачи и распределения воды.....	30
1.5 Постановка задачи исследования.....	34
Выводы к разделу 1.....	35
Раздел 2 Разработка математической модели квазистационарных режимов работы систем подачи и распределения воды.....	37
2.1 Разработка стохастических моделей технологических элементов системы подачи и распределения воды.....	37
2.1.1 Стохастическая модель насосного агрегата.....	42
2.1.2 Стохастическая модель регулирующей задвижки.....	45
2.1.3 Стохастическая модель участка трубопровода.....	46
2.1.4 Стохастическая модель резервуара чистой воды.....	47
2.2 Стохастическая модель квазистационарных режимов работы	

магистрального водовода.....	49
2.3 Методы расчёта статистических свойств зависимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода.....	53
2.3.1 Построение детерминированного эквивалента стохастической задачи квазистационарных режимов работы магистрального водовода.....	55
2.3.2 Метод расчёта оценок математических ожиданий зависимых переменных в зависимости от заданных значений математических ожиданий независимых переменных.....	60
2.3.3 Расчёт дисперсий зависимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода в зависимости от дисперсий независимых переменных .....	63
Выводы к разделу 2.....	71
Раздел 3 Математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей.....	73
3.1 Критерии оценки качества и эффективности функционирования водопроводных распределительных сетей.....	73
3.2 Математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей.....	79
3.2.1 Математическая постановка и метод решения задачи оптимального распределения нагрузки между насосными станциями.....	82
3.2.2 Математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы насосной станции.....	89
3.3 Математическая постановка и методы решения задачи оптимизации	

структуры водопроводных распределительных сетей.....	91
3.3.1 Математическая постановка задачи оптимального зонирования водопроводных распределительных сетей.....	93
3.3.2 Метод решения задачи оптимального зонирования водопроводных распределительных сетей.....	95
Выводы к разделу 3.....	101
Раздел 4 Оптимальное стохастическое управление режимами работы магистрального водовода.....	102
4.1 Постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	102
4.1.1 Вербальная постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	102
4.1.2 Математическая постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	103
4.2 Разработка метода поиска приближённого решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	108
4.2.1 Построение детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	108
4.2.2 Метод решения систем уравнений детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	110
4.3 Оценка эффективности использования метода решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.....	113
4.3.1 Оценивание параметров фактической математической модели насосных агрегатов .....	117

4.3.2 Оценивание параметров математической модели модифицированных насосных агрегатов.....	121
4.3.3 Оптимальное стохастическое управление режимами работы магистрального водовода.....	126
4.3.4 Варианты модернизации технологического оборудования и структуры магистрального водовода.....	129
Выводы к разделу 4.....	135
Выводы.....	137
Список использованных источников.....	139
Приложение А Определение обобщённого сценария развития систем подачи и распределения воды.....	159
Приложение Б Расчёт статистических свойств зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода.....	165
Приложение В Расчёт дисперсий зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода.....	184
Приложение Д Оценка эффективности методов оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей.....	186
Приложение Е Оценка эффективности метода зонирования водопроводных распределительных сетей.....	197
Приложение Ж Акты внедрения результатов диссертационной работы.....	207

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ВЗ – высотное здание.

ВС – водопроводная сеть.

ЖКХ – жилищно-коммунальное хозяйство.

МВ – магистральный водовод.

МО – математическое ожидание.

НА – насосный агрегат.

НС – насосная станция.

РЗ – регулируемая задвижка.

РЧВ – резервуар чистой воды.

СВ – система водоснабжения.

СПРВ – система подачи и распределения воды.

СЦВ – система централизованного водоснабжения.

УПР – установившееся потокораспределение.

ЧРП – частотно-регулирующий привод.

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Одной из актуальных проблем систем водоснабжения является проблема непроизводительных потерь питьевой воды в результате аварий, хищений, недоучёта, технологических расходов на промывку водопроводных сетей, потерь воды за счёт необнаруженных и неустранённых дефектов трубопровода, связанных с появлением в них свищей, трещин, нарушения стыковых соединений в процессе износа и старения водопроводных сетей и несвоевременно проведенных ремонтно-профилактических работ. Такие потери воды (утечки) для некоторых городов Украины составляют до 50% объема подаваемой воды и ведут к перерасходу электроэнергии, реагентов, затраченных на подготовку питьевой воды [63, 64, 107, 147].

Ещё одна актуальная проблема состоит в том, что система водоснабжения является одной из наиболее энергоёмких в системе жилищно-коммунального хозяйства [40, 41, 61, 120, 145, 154]. Непрерывное возрастание тарифов на электроэнергию и введение трёхзонного тарифа создали необходимые условия для перехода к энергосберегающим технологиям управления системой водоснабжения [11, 29, 35, 39-41].

Задачи оптимизации режимов работы систем водоснабжения решались Ф. А. Шевелевым, М. М. Андрияшевым, А. Г. Евдокимовым, А. Д. Тевяшевым, В. А. Петросовым, М. С. Steinbach и другими исследователями [30, 31, 55, 56, 103, 104, 143]. В работах В. Я. Карелина, А. В. Минаева, П. В. Лобачева, А. Д. Тевяшева, Б. С. Лезнова, Р. В. Чупина, Е. С. Мелехова, I. Pulido-Calvo, A. Ruuskanen, M. C. Steinbach [7, 10, 12, 23, 24, 73, 74, 79, 104, 151] рассматриваются проблемы ресурсо- и энергосбережения. Однако, оптимизация систем водоснабжения осуществлялась для однозонных тарифов на электроэнергию на базе детерминированных математических моделей, не учитывающих стохастический характер объекта управления и внешней среды и адекватно

описывающей объект управления для конкретных граничных условий и фиксированного момента времени  $t$ .

При этом получаемые оптимальные решения оказывались крайне неустойчивыми и при изменении граничных условий не только переставали быть оптимальными, но и могли выйти из области допустимых режимов. Такие решения оказались неприемлимы на практике. Поэтому возникла необходимость разработки новых математических моделей, которые адекватно описывают фактические режимы работы системы водоснабжения не только в конкретный момент времени, а на всём интервале управления, их использования для математического моделирования и оптимизации фактических режимов работы систем водоснабжения, чему и посвящена диссертационная работа.

#### **Связь работы с научными программами, планами и темами.**

Диссертационная работа выполнена на кафедре прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники министерства образования и науки Украины в соответствии с планами научно-исследовательских работ госбюджетной темы № 293 «Разработка методологии и математических моделей социально-экономических систем при реализации концепции их устойчивого развития» (№ ГР 0115U001522), в выполнении которой автор принимал непосредственное участие в должности научного сотрудника. Кроме того, автор являлся ответственным исполнителем хозяйственного договора №16-3 «Оцінка потенціалу ресурсозбереження водоводів комплексу водопідготовки «Донець» відокремленого підрозділу комунального підприємства «Харківводоканал» (265/3-НР/16 № 0116 U007035).

**Цель и задачи исследований.** Цель работы: разработка и исследование стохастических моделей и вычислительных методов оптимизации квазистационарных режимов работы системы водоснабжения.

Для достижения поставленной цели необходимо:

– разработать стохастическую модель квазистационарных режимов

работы системы подачи и распределения воды (подсистемы системы водоснабжения), которая учитывает стохастическую неопределённость как объекта управления, так и окружающей среды, и адекватно описывает процессы транспорта и распределения воды в системе водоснабжения на заданном интервале времени;

– использовать разработанную стохастическую модель квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды для математической постановки задачи оптимизации режимов работы водопроводной распределительной сети на заданном интервале времени в виде двух взаимосвязанных задач: задачи минимизации математического ожидания суммарных избыточных напоров в узлах водопроводной сети (снижение непроизводительных потерь питьевой воды, связанных с необнаруженными и неустранёнными утечками); задачи минимизации математического ожидания суммарных затрат электроэнергии, затраченной всеми насосными агрегатами на всех насосных станциях, работающих в системе подачи и распределения воды;

– разработать метод решения задачи минимизации математического ожидания суммарных избыточных напоров в узлах водопроводной сети как для вектора управления, включающего стандартный набор режимных параметров (напоров и расходов на выходах насосных станций), так и для расширенного вектора управления, включающего, кроме режимных параметров, параметры, определяющие оптимальную (зонированную) структуру системы подачи и распределения воды (задача зонирования водопроводной сети);

– разработать численные методы решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводной распределительной сети на основе модифицированного метода Нелдера-Мида, задачи зонирования водопроводной сети на основе модифицированного метода поиска в ширину;

– использовать разработанную стохастическую модель

квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды для постановки задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода при трёхзонном тарифе на электроэнергию;

– разработать численный метод решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода при трёхзонном тарифе на электроэнергию на основе модифицированного метода ветвей и границ;

– осуществить программную реализацию разработанных математических моделей и методов, провести математическое моделирование фактических и полученных оптимальных режимов работы системы подачи и распределения воды, осуществить численный анализ устойчивости и экономической эффективности полученных результатов.

**Объект исследования** – стохастические процессы квазистационарных режимов работы систем водоснабжения.

**Предмет исследования** – стохастические модели и вычислительные методы оптимизации квазистационарных режимов работы систем водоснабжения.

**Методы исследований.** В работе использовались методы математического моделирования нелинейных стохастических систем для построения стохастической модели квазистационарных режимов работы систем подачи и распределения воды; методы оптимального стохастического управления, теории вероятностей; математической статистики и случайных процессов для решения задач оптимизации.

**Научная новизна полученных результатов.** При решении поставленных задач в диссертационной работе были получены новые научные результаты:

– впервые разработана математическая модель квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды, учитывающая стохастический характер объекта управления и окружающей среды и адекватно описывающая процессы транспорта и распределения воды в

системе водоснабжения на заданном интервале времени;

– впервые разработана математическая модель задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода с вероятностными и экстремальными ограничениями на фазовые переменные, решение которой позволяет получить минимум математического ожидания стоимости затрат на электроэнергию при трехзонном тарифе на интервале управления;

– впервые разработан приближённый метод решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода, основанный на построении ее детерминированного эквивалента и использовании метода ветвей и границ;

– получил дальнейшее развитие метод оптимального стохастического управления развитием систем подачи и распределения воды путём зонирования водопроводных распределительных сетей для городов со сложным рельефом местности и разной этажностью застройки;

– получила дальнейшее развитие математическая модель задачи оптимизации режимов работы насосной станции на заданном интервале времени, решение которой обеспечивает минимум математического ожидания затрат электроэнергии и устойчивость решения к прогнозируемому уровню стохастических возмущений.

**Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций.** Достоверность результатов и выводов, полученных в работе, обеспечивается корректным использованием физических законов и законов гидравлики при построении стохастических моделей квазистационарных режимов работы систем водоснабжения, корректным использованием вычислительных методов математического моделирования и оптимального стохастического управления, высокой степенью совпадения качественных и количественных результатов математического моделирования с экспериментальными данными.

**Практическое значение полученных результатов.** Разработанная в диссертационной работе стохастическая модель квазистационарных режимов работы систем подачи и распределения воды позволила учесть стохастический характер объекта управления и окружающей среды, адекватно описывает фактические режимы работы системы водоснабжения на заданном интервале времени и может использоваться в качестве базовой модели для постановки и решения задач оптимального стохастического управления развитием и функционированием систем подачи и распределения воды. В диссертационной работе разработаны приближённые методы решения этих задач.

Как показали исследования, в результате зонирования и использования регуляторов давления для тестового примера сумма квадратов избыточных напоров в узлах водопроводной сети для выбранной зоны уменьшилась на 73%. В результате решения задачи оптимизации режимов работы насосной станции потребление электроэнергии насосной станцией сократилось на 11%. Экономический эффект в результате перехода от существующих систем управления режимами работы в системах подачи и распределения воды к системам оптимального стохастического управления с использованием трёхзонных тарифов на электроэнергию для одного из крупнейших магистральных водоводов Украины составил около 6,5%, что составляет 715 472 грн. в месяц экономии. Для этого магистрального водовода были разработаны несколько вариантов модернизации его оборудования и структуры. Один из наиболее перспективных вариантов модернизации позволяет сэкономить 1 453 610 грн. за неделю, 5 814 440 грн. в месяц.

**Результаты диссертационных исследований.** Разработанные математические модели и методы программно реализованы в среде C# в виде «Информационно-аналитической системы моделирования и оптимизации режимов работы систем водоснабжения», состоящей из следующих программных модулей: графического редактора технологических схем систем водоснабжения, расчётных модулей моделирования и оптимизации

квазистационарных режимов работы систем водоснабжения. Результаты диссертационной работы включены:

– в учебный процесс в Харьковском национальном университете радиоэлектроники в курсовом и дипломном проектировании, в дисциплинах «Оптимальное стохастическое управление системами энергетики» и «Стохастическое программирование» при проведении лабораторных работ и практических занятий (акт внедрения в Приложении Ж);

– в госбюджетную научно-исследовательскую работу по теме № 293 «Разработка методологии и математических моделей социально-экономических систем при реализации концепции их устойчивого развития» (№ ГР 0115U001522);

– в хоздоговорную научно-исследовательскую работу «Оценка потенциала ресурсосбережения водоводов комплекса водоподготовки «Донец» отдельного подразделения коммунального предприятия «Харьковводоканал» (договор № 16-3 № 0116 U007035), (акт внедрения в Приложении Ж).

**Личный вклад соискателя.** Материалы, которые составляют основу диссертационной работы, опубликованы в научных трудах [17-19, 122, 125, 130, 131, 133]. Все аналитические вычисления и многочисленные эксперименты выполнены автором лично. Соискатель принимал непосредственное участие в анализе и интерпретации полученных результатов, формулировке основных научных выводов, написании статей. Автор самостоятельно осуществлял подготовку тезисов докладов [81-84, 123, 126, 127, 134, 137] и лично выступал на конференциях. Вклад диссертанта в данных работах является определяющим.

В работах, опубликованных в соавторстве, автору диссертационной работы принадлежит: [133] – разработка математической модели квазистационарных режимов работы водопроводной распределительной сети; [125] – разработка математической модели квазистационарных режимов работы насосной станции; дальнейшее развитие математической

модели задачи оптимизации режимов работы насосной станции на заданном интервале времени, решение которой обеспечивает минимум математического ожидания затрат электроэнергии и устойчивость решения к прогнозируемому уровню стохастических возмущений; [131] – оценка эффективности метода решения задачи оптимизации режимов работы насосной станции; [17] – дальнейшее развитие метода оптимального стохастического управления развитием систем подачи и распределения воды путём зонирования водопроводных распределительных сетей; [18] – разработка математической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода; [19] – разработка математической модели задачи оптимального стохастического управления режимами работы канализационной насосной станции, разработка метода ее решения; [122] – разработка приближенного метода решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода, основанного на построении ее детерминированного эквивалента и использовании метода ветвей и границ; [130] – оценка эффективности метода решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты проведенных исследований докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: IV международная научно-техническая конференция «Вода. Экология. Общество» (Харьков, ХНУГХ им. Бекетова, 2014); 3-я международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (Харьков, ХНУРЭ, 2014); 4-я международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (Харьков, ХНУРЭ, 2015); 18-й международный молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (Харьков, ХНУРЭ, 2014); VI Всеукраинский научно-практический семинар «Методы повышения ресурса городских инженерных инфраструктур» (Харьков, ХНУСА, 2014); XII конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям

(Харьков, ННЦ ХФТИ, 2014); GISforum (Харьков, ХНУ им. Каразина, 2015); 5-я международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (Коблево, ХНУРЭ, 2016).

**Публикации.** Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 17-ти научных публикациях, в их числе 8 статей, 5 из которых опубликованных в специализированных изданиях Украины [122, 125, 130, 131, 133], 3 опубликованы в иностранных изданиях [17-19], 9 тезисов докладов на научных конференциях.

# РАЗДЕЛ 1

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ

В разделе рассматривается структура системы подачи и распределения воды (СПРВ) как подсистемы системы централизованного водоснабжения (СЦВ), проводится системный анализ СПРВ как объекта управления. На основании системного анализа существующих подходов к математическому моделированию и оптимизации режимов работы СПРВ ставятся задачи исследования.

### **1.1 Система подачи и распределения воды как подсистема системы централизованного водоснабжения**

СЦВ – одна из важнейших отраслей, определяющая качество жизни людей, благоустройство населенных пунктов, развитие отраслей народного хозяйства.

Проектирование и строительство большей части объектов СЦВ Украины производилось в 1950-1980 г. При этом основными направлениями развития СЦВ были: освоение новых источников воды, увеличение пропускной способности магистральных водоводов (МВ), мощности насосных станций (НС), очистных сооружений. Из-за достаточно низких цен на электроэнергию и технологическое оборудование проблемы энергосбережения, ресурсосбережения, рационального управления СЦВ при проектировании и строительстве СЦВ не учитывались [46, 153].

К настоящему времени СЦВ находятся в кризисном состоянии из-за общего спада в экономике, сокращения финансирования мероприятий по реконструкции и развитию систем водоснабжения (СВ). Недостаточное финансирование в течение длительного времени и неадекватная затратам

тарифная политика привели к большому износу СВ и, как следствие, повышению аварийности, увеличению потерь воды из-за утечек, снижению эффективности очистки питьевой и сточных вод [67, 69, 76, 95, 96, 102, 103].

На протяжении последних лет происходило сокращение объёмов водопотребления, поэтому НС работают с недогрузкой. Недостаток квалифицированных специалистов приводит к неэффективной эксплуатации и управлению СВ [147].

В связи с быстро растущими ценами на электричество остро встают вопросы повышения энергетической эффективности СЦВ и их элементов.

На перекачку воды насосными агрегатами (НА) расходуется огромное количество электроэнергии. Стоимость электроэнергии в общей сумме эксплуатационных расходов на водопроводных предприятиях составляет 40 – 50% [47]. Экономия электроэнергии во многом зависит от правильного технологического режима работы НА. Потенциал энергосбережения на НС может составлять более чем 30% путем изменений в оборудовании или системе управления [25, 32, 62, 65, 68, 70, 74].

Использование частотно регулируемого привода (ЧРП) отдельными НА обеспечивает расчетную экономию электроэнергии до 40%, однако, несмотря на всю их эффективность, вызывает серьёзные экономические проблемы как из-за значительной стоимости самих ЧРП, так и стоимости монтажа, наладки, гарантийного и послегарантийного обслуживания. Это привело к тому, что на НС продолжают использоваться устаревшие и разнотипные НА, а управление режимами работы НС осуществляется, как правило, по устаревшим стратегиям с помощью регулируемых задвижек (РЗ). В этом случае проблема энергосбережения на НС переходит в проблему поиска новых стратегий оптимального (по критерию минимума затрат электроэнергии или минимума финансовых затрат на электроэнергию) управления группой параллельно работающих разнотипных НА с учётом трёхзонного тарифа на электроэнергию.

Обоснованность правильного выбора того или иного способа

регулирования и конкретного оборудования должна определяться четкой методологией расчета экономических показателей эффективности путем сравнения различных вариантов. Упрощенный подход часто приводит к неоправданным техническим решениям и низкой эффективности применения установок ЧРП [115, 151, 155].

**Структура СЦВ.** Структура СЦВ может быть представлена в виде трёх взаимосвязанных подсистем:

- подсистемы подготовки воды, включающую в себя источники воды, НС первого подъёма, очистные сооружения;
- МВ, включающих в себя резервуары чистой воды (РЧВ), НС второго и третьего подъёмов, магистральные трубопроводы;
- водопроводных НС и распределительных сетей.

Обобщённая структура СЦВ представлена на рис. 1.1.

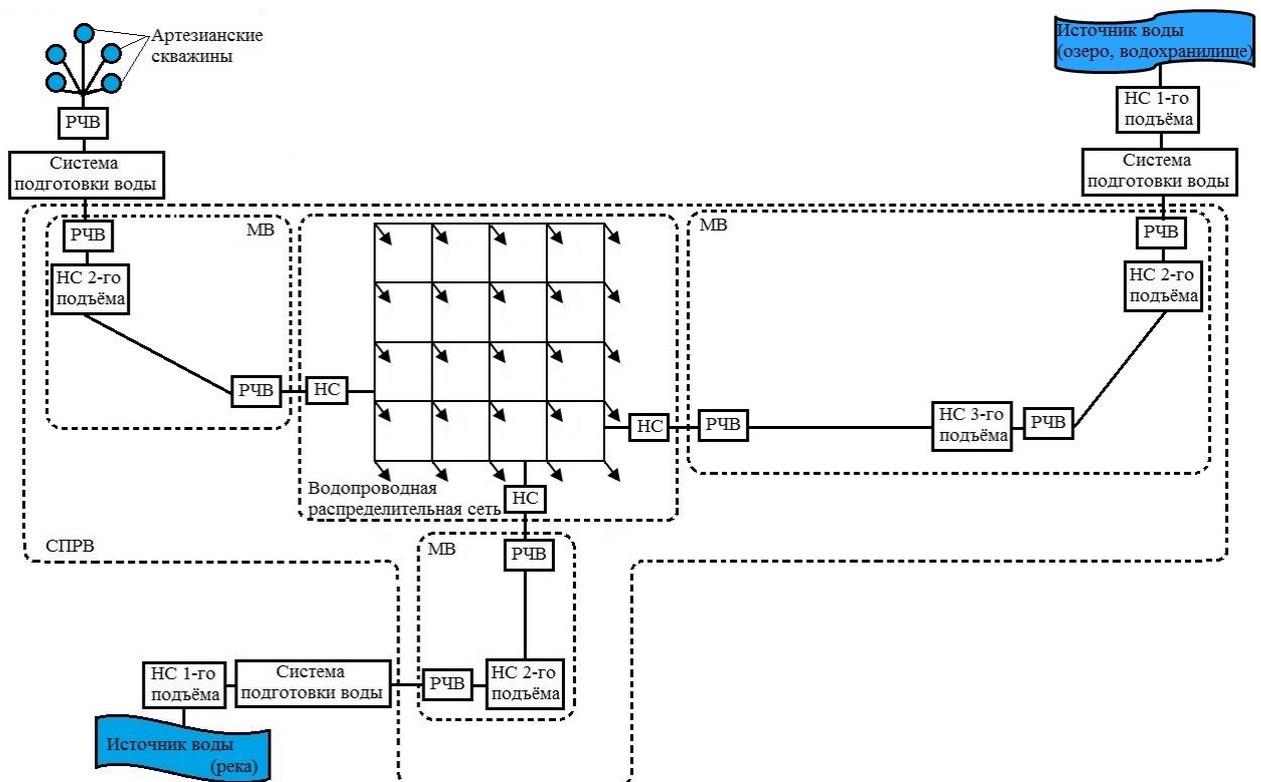


Рисунок 1.1 – Обобщённая структура СЦВ

## **1.2 Системный анализ системы подачи и распределения воды как объекта управления**

Диссертационная работа посвящена решению проблемы математического моделирования и оптимизации режимов работы одной из важнейших подсистем СЦВ – СПРВ.

СПРВ относятся к классу искусственных систем, целевым назначением которых является обеспечение всех потребителей СПРВ питьевой водой в требуемых объёмах, качество которой соответствует ГСанПиН 2.2.4-171-10. В свою очередь СПРВ включает в себя ряд подсистем, основными из которых являются: НС второго и третьего подъёма, РЧВ, МВ, водопроводные распределительные сети.

Особенностями СПРВ являются:

– значительное территориальное распределение, что создаёт трудности для ремонта и техобслуживания СПРВ, осуществления учёта и контроля технологических параметров СПРВ;

– огромное количество технологических элементов, формирующих систему. В связи с этим необходимость проведения мероприятий для обеспечения надёжности СПРВ (безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости);

– непрерывное развитие во времени и пространстве (непрерывное изменение числа потребителей, связанное с изменением архитектуры города, строительством, реконструкции районов городов и уплотнением застройки жилых микрорайонов. В настоящее время архитектурное строительство и реконструкция районов города ведётся без достаточно точного учёта фактического состояния технологического оборудования СПРВ, что ведёт к снижению надёжности СПРВ и дополнительным потерям питьевой воды из-за изменения гидравлических режимов работы СПРВ и роста избыточных напоров в водопроводных распределительных сетях, непроизводительному росту материальных и энергетических затрат);

– инерционность процессов транспорта и распределения воды и возможность создания её запасов в РЧВ;

– неопределённость информации о фактической структуре и фактических параметрах СПРВ, отсутствие или не полная информация о потребителях и объёмах потребляемой ими воды [56].

Учёт всех этих особенностей приводит к необходимости рассматривать СПРВ как стохастический объект, функционирующий в стохастической среде. К внешней среде относятся процессы подачи воды из РЧВ, которые характеризуются запасом и уровнем воды, и потребители, характеризующиеся стохастическими процессами потребления воды. Стохастический характер внешней среды проявляется в стохастическом характере подачи воды из РЧВ в СПРВ и стохастическом характере процессов потребления воды всеми категориями потребителей СПРВ. Стохастический характер объекта управления проявляется:

– в чрезвычайно высокой интенсивности отказов технологического оборудования, связанных с его техническим износом вследствие: использования технологического оборудования сверх установленных сроков его эксплуатации; нарушения сроков и объёмов проведения профилактических и ремонтно-восстановительных работ на водопроводных распределительных сетях, НС, РЧВ;

– в том, что параметры технологического оборудования СПРВ априорно известны для его паспортных характеристик, которые близки к реальным при вводе технологического оборудования в эксплуатацию. Вследствие физического износа технологического оборудования в процессе эксплуатации его фактические параметры начинают существенно отличаться от своих паспортных значений и для моделирования и оптимизации должны быть оценены по экспериментальным данным выборок конечной длины [55]. Известно [56], что экспериментальные оценки, построенные по выборкам конечной длины, являются случайными величинами.

**Основные проблемы СПРВ.** В настоящее время в СПРВ накопилось

множество технических, экономических, управленческих, информационных, экологических проблем, требующих своего скорейшего решения. Значительный износ технологического оборудования СПРВ и, как следствие, низкая надёжность и высокая аварийность являются основной проблемой СПРВ. Вследствие аварий и утечек происходит затопление и загрязнение окружающей среды. Выделяемые в настоящее время объёмы финансирования СПРВ недостаточны для их надёжного функционирования и развития, вместо проведения планово-предупредительных работ, КП «Водоканалы» чаще вынуждены заниматься аварийно-восстановительными работами, замена оборудования производится бессистемно и не оптимально. Устаревшее программное и аппаратное обеспечение СПРВ, несовершенная нормативно-правовая база ведут к неэффективному управлению СПРВ.

Решение всех этих проблем – системная задача, которую можно решить только активно развивая научные исследования в данной области и объединяя усилия ученых и специалистов разных направлений.

Комплексная стратегия повышения качества и эффективности функционирования СПРВ определяется системным подходом к решению множества взаимосвязанных организационных, экономических, правовых и экологических проблем и конкретных технологических и технических задач реконструкции и развития СПРВ, направленных на внедрение современных энерго- и ресурсосберегающих, экологически безопасных технологий транспорта и распределения воды в СПРВ. Основная цель развития СПРВ:

- бесперебойное обеспечение населения питьевой водой заданного качества;
- повышение эффективности организации и управления эксплуатацией СВ;
- обеспечение финансовой стабильности КП «Водоканалов»;
- модернизация и развитие СВ;
- использование новых энерго- и ресурсосберегающих технологий;

– обеспечение экологической безопасности.

Построение эффективной системы управления развитием и функционированием СПРВ основано на использовании современных средств математического моделирования и оптимального стохастического управления процессами транспорта и распределения воды.

**Существуют три типовых подхода к математическому моделированию и оптимизации режимов работы СПРВ.**

1. Математическое моделирование и оптимизация на базе модели установившегося потокораспределения (УПР) в настоящее время эффективно используется при анализе стационарных режимов работы СПРВ, проектировании и реконструкции МВ и водопроводных распределительных сетей [48, 55, 56, 59, 60, 78]. Однако, эта модель оказалась недостаточно эффективной для задач оперативного управления режимами работы СПРВ. Детерминированная модель УПР в СПРВ описывает систему в конкретный момент времени  $t \in [0, T]$ , поэтому даже незначительное изменение параметров модели или граничных условий могут не только существенно изменить оптимальное решение, но и вывести его за пределы допустимой области, что является недопустимым в задачах оперативного управления.

2. Математическое моделирование аварийных ситуаций и гидравлических ударов в СПРВ на базе детерминированной модели нестационарных режимов работы СПРВ в настоящее время не нашли широкого распространения, что связано со значительными вычислительными трудностями, вызванными необходимостью решать системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, и отсутствием необходимого информационного базиса для задания фактических значений начальных и граничных условий. Тем не менее, эти модели используются для определения условий предотвращения возникновения гидравлических ударов в результате возникновения разрывов участков трубопровода, пусках и остановах НА на НС [92-94, 117, 149, 156].

3. Математическое моделирование стационарных режимов транспорта

и распределения воды в СПРВ с утечками. В современных СПРВ существует огромное количество необнаруженных и неустранённых дефектов трубопроводов (свищей, разломов, нарушение стыковых соединений), что приводит к необнаруженным и неконтролируемым утечкам воды, объёмы которых существенно зависят от величины избыточного напора в узлах ВС. Попытка построения более адекватных моделей для этих условий привела к появлению ряда работ моделирования стационарных режимов транспорта и распределения воды в СПРВ с утечками [89, 105, 135, 136], однако эти модели в настоящее время не получили широкого распространения из-за отсутствия необходимого информационного базиса для их использования – измеренных значений фактических напоров в узлах ВС и расходов по её участкам.

На основании изложенного выше можно сделать следующие выводы: математические модели УПР позволяют адекватно описывать стационарный режим работы СПРВ в фиксированный момент времени  $t$ . Фактические режимы работы СПРВ являются существенно нестационарными, однако использование нестационарных моделей позволяет адекватно описывать режимы работы СПРВ на интервале времени  $[0, T]$ , но требует такого объёма оперативной информации, который в реальных условиях обеспечить невозможно. Поэтому возникает проблема разработки математических моделей квазистационарных режимов работы СПРВ, которые позволяют не рассчитывать каждую траекторию (изменение напоров в узлах и расходов по участкам ВС для каждого момента времени  $t \in [0, T]$ ), а рассчитывать только верхнюю и нижнюю границу этих траекторий. В реальных условиях основными возмущающими факторами являются стохастические процессы потребления воды, которые зависят от огромного количества неконтролируемых и не управляемых факторов, а параметры модели УПР, оцениваемые по выборкам экспериментальных данных конечной длины, сами являются случайными величинами. Для оперативного управления и планирования рациональных режимов функционирования СПРВ более

адекватными являются стохастические модели квазистационарных режимов подачи и распределения воды на заданном интервале времени  $[0, T]$  [77, 135, 136].

### **1.3 Анализ методов математического моделирования и оптимизации режимов работы системы подачи и распределения воды, используемых для решения задач управления её развитием и функционированием**

#### **1.3.1 Зонирование водопроводных сетей**

Известно [124, 132, 139], что объёмы утечек пропорциональны величине избыточного напора в узлах водопроводной сети (ВС). Один из способов снижения избыточного напора в узлах сети – реинжиниринг ВС, зонирование (разделение ВС на зоны) и установка регуляторов давления. Это позволяет существенно, до 25 – 30%, снизить избыточный напор в сети, и, следовательно, сэкономить водные и энергетические ресурсы [22-24, 27].

Для СПРВ с различной этажностью застройки и значительными перепадами геодезических отметок узлов ВС могут возникнуть условия, при которых свободные напоры в узлах ВС значительно превышают допустимые уровни, определяемые СНиП 2.04.02-84 (свободный напор в сетях хозяйственно-питьевого водопровода не должен превышать 60 м). В этих случаях необходимо осуществлять реконструкцию ВС, связанную с прокладкой к этим узлам участков трубопровода с существенно большим диаметром, либо осуществлять зонирование ВС.

Зонирование ВС применяется в следующих случаях [23]:

- при значительной разности геодезических отметок узлов ВС (вертикальные схемы зонирования);
- при большой протяженности охватываемой водопроводом территории (горизонтальные или вертикальные схемы зонирования);

– при разноэтажной застройке и большом различии значений свободных напоров, требуемых отдельным потребителям.

На рис. 1.2 приведена схема ВС без деления на зоны.



Рисунок 1.2 – Схема не зонированной ВС

Зонирование осуществляется по последовательной и параллельной схемам [23].

В случае последовательного зонирования отдельные высотные зоны соединяются последовательно (рис. 1.3), а при параллельном зонировании они включаются параллельно (рис. 1.4).

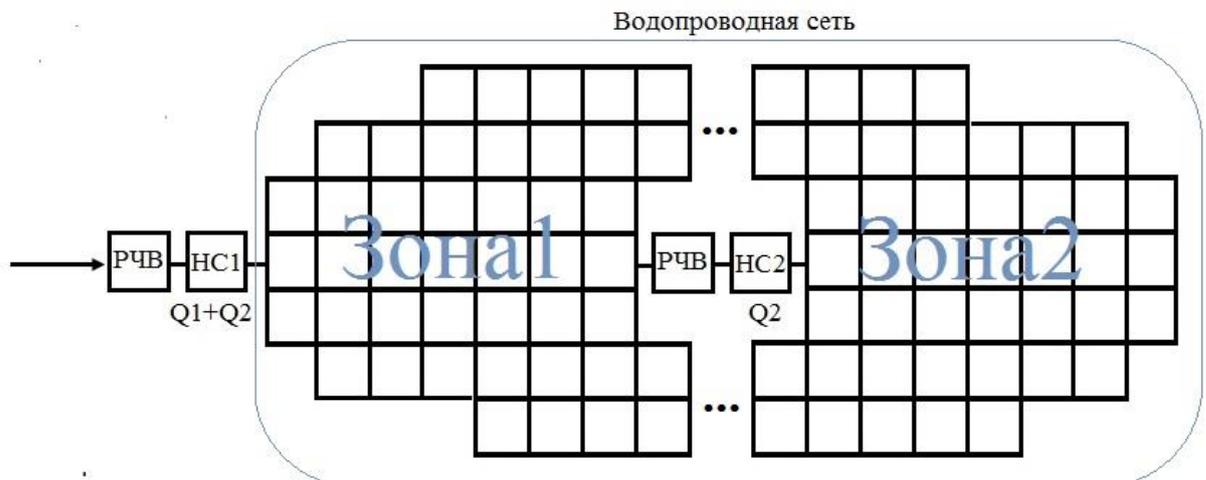


Рисунок 1.3 – Схема последовательного зонирования ( $Q$  – подача воды,  $\text{м}^3/\text{ч}$ )

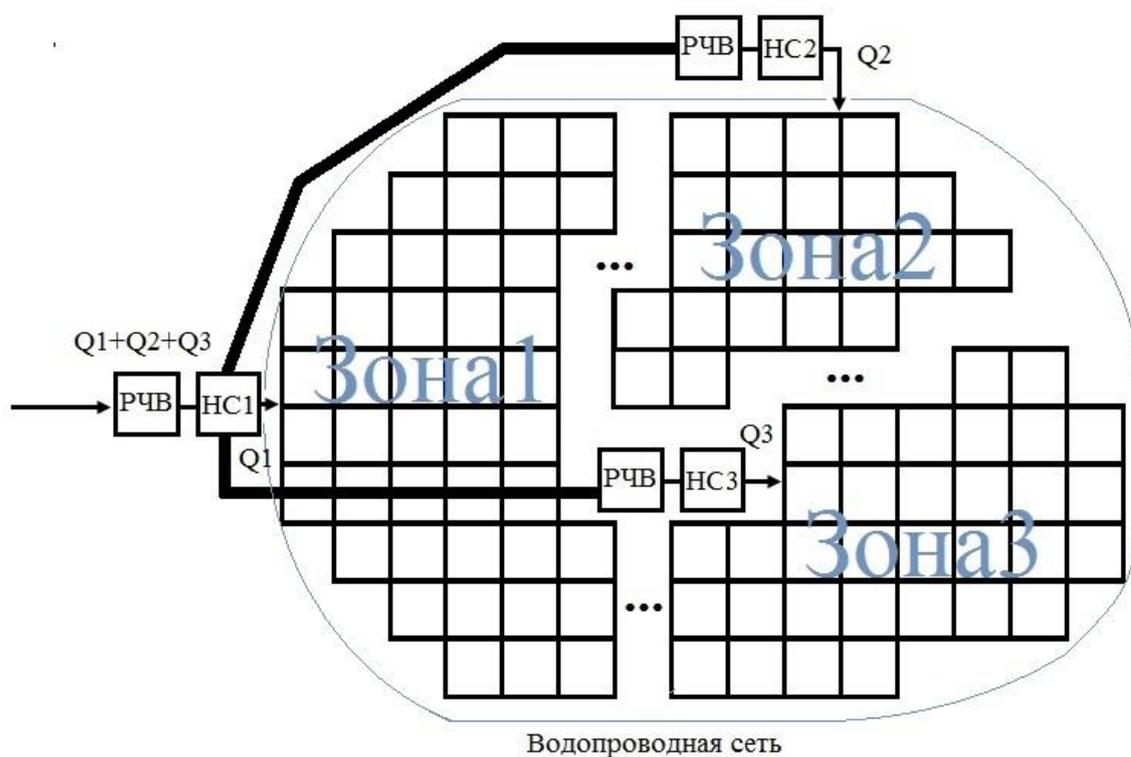


Рисунок 1.4 – Схема параллельного зонирования

При последовательном зонировании каждая НС подает количество воды, потребляемое всеми следующими за ней зонами. НС следующих зон могут забирать воду или непосредственно из сети предыдущих зон, или из промежуточного резервуара. При параллельном зонировании каждая НС подаёт количество воды, потребляемое только одной зоной.

Недостатки системы последовательного зонирования:

- необходимость устройства отдельной НС для каждой дополнительной зоны, что связано с увеличением затрат на строительство и затрат на содержание обслуживающего персонала;

- надежность этих систем ниже, чем систем параллельного зонирования, в которых подача воды в каждую зону производится по самостоятельным водоводам.

Недостатки систем параллельного зонирования:

- увеличение строительной стоимости водоводов вследствие

увеличения их суммарной длины;

– величина напора НС дальней зоны должна быть большей и больше будут потери напора.

При зонировании ВС традиционными методами количество НС увеличивается, но количество НА на НС уменьшается. Зонирование позволяет уменьшать общие затраты энергии на транспорт и распределение воды в сеть, а также снизить себестоимость водоснабжения.

При этом следует учитывать, что зонирование ВС связано с увеличением строительных затрат.

При зонировании ВС всегда снижается суммарная мощность НС, снижается расход энергии на подъем воды, т. е. уменьшаются эксплуатационные расходы. В ряде случаев зонирование оказывается целесообразным исключительно по экономическим соображениям даже тогда, когда оно не вызвано необходимостью избежать избыточных напоров в сети [23].

Таким образом, использование зонирования для повышения экономичности системы имеет смысл только в том случае, когда вызываемое зонированием повышение строительной стоимости системы, стоимости содержания эксплуатационного персонала не перекрывает соответствующей экономии, достигаемой благодаря снижению энергозатрат.

Своеобразные системы зонных водопроводов устраиваются при расположении источника на отметках, превышающих отметки обслуживаемой территории, т.е. при подаче воды самотеком. Если создаваемый напор приводит к чрезмерно высоким напорам в нижних частях единой сети, то устраивают систему «обратного зонирования», разделяя сеть на две или несколько зон с промежуточными резервуарами, обслуживающими ближайшую нижнюю зону и подающими воду от верхней зоны (рис. 1.5). Эти резервуары играют роль «гасителей» избыточного напора. Такие системы применяют в городах, расположенных в гористых местностях [23].

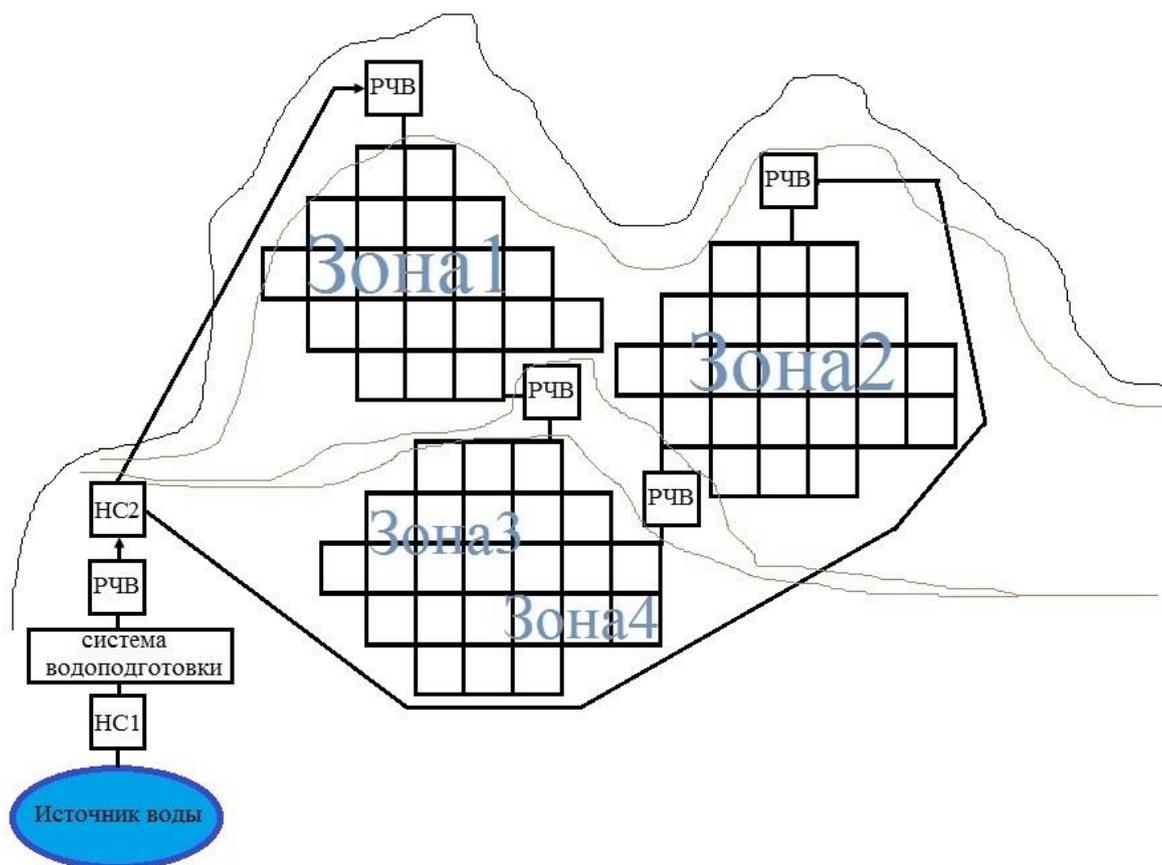


Рисунок 1.5 – Схема «обратного зонирования»

В настоящее время появились новые регуляторы давления больших диаметров, обеспечивающие высокую точность стабилизации напора на своём выходе при широком диапазоне изменения расхода через регулятор. Использование этих регуляторов в системах СПРВ позволяет по-новому подойти к решению проблемы зонирования и вместо НС использовать регуляторы давления такого типа (Honeywell D15P).

### **1.3.2 Задача оперативного планирования режимов работы системы подачи и распределения воды**

В работе [55] было показано, что управление СПРВ осуществляется в результате двух этапов. На первом этапе решается задача оперативного планирования режимов работы СПРВ на заданном интервале планирования

$[0, T]$ , на втором этапе решается задача стабилизации свободных напоров в глобальных диктующих точках ВС [55]. В работах [55-56] для решения задачи оперативного планирования режимов работы СПРВ на заданном интервале планирования использовалась модель УПР. При этом весь интервал планирования  $[0, T]$  разбивался на подынтервалы с достаточно малым шагом, и для каждого момента времени  $t$  решались задача оперативного планирования режимов работы СПРВ. Решение задачи оперативного планирования режимов работы СПРВ включает в себя последовательное решение двух взаимосвязанных задач: задачу оптимального распределения нагрузки меж НС, совместно работающими на ВС, и задачи оптимизации работы каждой НС. Однако, использование модели УПР оказалась неэффективно из-за необходимости решения большого количества задач расчёта УПР большой размерности для каждого момента времени  $t$  в условиях априорной неопределённости (отсутствие достоверных прогнозных значений расходов во всех узлах ВС для каждого момента времени  $t \in [0, T]$ ) исходных данных.

Одним из возможных вариантов решения этой проблемы является переход от использования модели УПР, адекватно описывающей потокораспределение в СПРВ в момент времени  $t$ , к более адекватной модели квазистационарных режимов работы СПРВ, достаточно адекватно описывающей потокораспределение в СПРВ на заданном интервале  $[t_1, t_2]$ .

**Оптимизация работы НС.** В зависимости от состава оборудования НС [129, 152] управление режимом работы НА осуществляется следующими способами:

- включением или выключением НА;
- изменением степени открытия регулирующей задвижки (РЗ);
- изменением числа оборотов вращения рабочих колес НА, оснащённых ЧРП.

Управление режимом работы НА только включением/выключением НА приводит к преждевременному износу насоса и его электрооборудования.

Более эффективным способом управления режимом работы НА является дросселирование подачи при помощи РЗ. При этом изменять режимные параметры НА и НС можно путём изменения степени открытия РЗ. Однако, этот способ регулирования считается малоэкономичным, так как на преодоление дополнительного гидравлического сопротивления в РЗ требуются дополнительные затраты энергии. Самым эффективным способом управления режимом работы НА является изменение частоты вращения рабочего колеса, если НА оснащён ЧРП.

Критерием оптимизации работы НС является минимизация стоимости электроэнергии, затраченной всеми работающими НА для планируемых значений расхода и напора на её выходах. Для однозонного тарифа на электроэнергию этот критерий совпадает с традиционным критерием оптимизации режимов работы НС – минимизации суммарной мощности, затраченной всеми работающими НА.

Для повышения эффективности решения задачи оптимизации работы НС также целесообразно использовать модель квазистационарных режимов работы НС.

#### **1.4 Метод анализа иерархий для выбора оптимального сценария управления развитием и функционированием системы подачи и распределения воды**

Общая цель: повышение качества и эффективности функционирования СПРВ. Под качеством функционирования СПРВ будем понимать своевременное обеспечение потребителей питьевой водой, соответствующей ГСанПиН 2.2.4-171-10, в требуемом объёме.

Критериями эффективности функционирования СПРВ будем считать минимизацию непроизводительных потерь воды и затрат электроэнергии, максимизацию времени бесперебойной работы технологического оборудования, минимизацию аварий и отказов в СПРВ.

Необходимо определить сценарий развития СПРВ, согласно которому с наибольшей вероятностью будет обеспечено достижение цели.

На общую цель влияют следующие факторы: техническое состояние ВС, техническое состояние силового оборудования НС, режимы работы СПРВ, используемые информационные технологии, степень обеспечения потребителей средствами учёта воды, эффективность менеджмента КП «Водоканалов», машины и механизмы и технологии организации и выполнения профилактических и ремонтно-восстановительных работ. Эти факторы определяются следующими акторами (действующими лицами):

- потребители (население, промышленные предприятия, сельское хозяйство),
- КП «Водоканалы»,
- жилищно-коммунальные хозяйства (ЖКХ),
- инвесторы.

Различные акторы имеют определенные цели: потребители – бесперебойное получение питьевой воды в необходимых объёмах; КП «Водоканалы» – минимизация себестоимости процесса подачи и распределения питьевой воды; ЖКХ – сохранение (уменьшение) тарифов на воду, повышение качества водоснабжения; инвесторы – минимизация сроков окупаемости вложенных средств и максимизация прибыли.

Рассмотрим возможные сценарии развития СПРВ:

- «Статус-кво»;
- «Оптимальное стохастическое управление развитием СПРВ»;
- «Оптимальное стохастическое управление функционированием СПРВ»;
- «Оптимальное стохастическое управление развитием и функционированием СПРВ».

Сценарии определяют вероятность достижения целей, цели влияют на акторов, акторы направляют факторы, которые, наконец, воздействуют на

общую цель [112, 146].

### **Сценарии развития СПРВ.**

1. «Статус-кво». Не предполагает кардинальных изменений в управлении развитием и функционированием СПРВ. Управление развитием СПРВ по-прежнему осуществляется на базе проектных решений, управление функционированием осуществляется традиционными детерминированными методами.

2. «Оптимальное стохастическое управление развитием СПРВ». Предполагает кардинальные изменения в управлении развитием СПРВ, а именно реконструкцию СПРВ путём многоуровневого зонирования, установки регуляторов давления для выделенных зон и станций подкачек для высотных зданий.

3. «Оптимальное стохастическое управление функционированием СПРВ». Предполагает кардинальные изменения в управлении функционированием СПРВ путём перехода от традиционных детерминированных моделей и методов к современным стохастическим моделям и методам управления режимами работы СПРВ, обеспечивающих существенное повышение качества и эффективности функционирования СПРВ.

4. «Оптимальное стохастическое управление развитием и функционированием СПРВ». Объединяет сценарии 2 и 3. Предполагает кардинальные изменения в управлении развитием и функционированием СПРВ.

В приложении А показано, что обобщённый сценарий развития СПРВ характеризуется значительным увеличением эффективности функционирования СПРВ и инвестиционной привлекательности, повышением качества предоставляемых услуг, значительным увеличением затрат на реконструкцию и развитие СПРВ, уменьшением расходов на ремонт СПРВ, уменьшением сроков окупаемости.

На рис. 1.6 представлена схема анализа иерархий.



Рисунок 1.6 – Схема анализа иерархий

## 1.5 Постановка задач исследования

Проведенный анализ позволяет произвести постановку задач исследования.

Для разработки новых информационных ресурсо- и энергосберегающих, экологически безопасных методов управления СПРВ в диссертационной работе необходимо решить следующие задачи.

1. Разработать стохастическую модель квазистационарных режимов работы СПРВ, которая учитывает стохастическую неопределённость как объекта управления, так и окружающей среды и адекватно описывает процессы транспорта и распределения воды в СВ на заданном интервале времени.

2. Использовать разработанную стохастическую модель квазистационарных режимов работы СПРВ для математической постановки задачи оптимизации режимов работы водопроводной распределительной сети на заданном интервале времени в виде двух взаимосвязанных задач: задачи минимизации математического ожидания (МО) суммарных избыточных напоров в узлах ВС (снижение непроизводительных потерь питьевой воды, связанных с необнаруженными и неустраняемыми утечками); задачи минимизации математического ожидания суммарных затрат электроэнергии, затраченной всеми НА на всех НС, работающих в СПРВ.

3. Разработать метод решения задачи минимизации математического ожидания суммарных избыточных напоров в узлах ВС как для вектора управления, включающего стандартный набор режимных параметров (напоров и расходов на выходах НС), так и для расширенного вектора управления, включающего, кроме режимных параметров, параметры, определяющие оптимальную (зонированную) структуру СПРВ (задача зонирования водопроводной сети).

4. Разработать численные методы решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводной распределительной сети

на основе модифицированного метода Нелдера-Мида, задачи зонирования ВС на основе модифицированного метода поиска в ширину.

5. Использовать разработанную стохастическую модель квазистационарных режимов работы СПРВ для математической постановки задачи оптимального стохастического управления режимами работы одной из наиболее энергоёмких подсистем СПРВ – МВ для трёхзонного тарифа на электроэнергию.

6. Разработать численный метод решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ при трёхзонном тарифе на электроэнергию на базе модифицированного метода ветвей и границ.

7. Осуществить программную реализацию разработанных математических моделей и методов, провести математическое моделирование фактических и полученных оптимальных режимов работы СПРВ, осуществить численный анализ устойчивости и экономической эффективности полученных результатов.

## **Выводы к разделу 1**

1. В результате проведения системного анализа проблемы повышения качества и эффективности функционирования СПРВ показано, что в настоящее время управление развитием СПРВ осуществляется заменой устаревшего оборудования НС на современное энергоэффективное, санированием и заменой участков трубопровода, традиционными методами параллельного и последовательного зонирования ВС с использованием РЧВ и НС. Управление функционированием СПРВ осуществляется путём решения задач оптимизации потокораспределения в СПРВ и оптимизации работы НС. Используемые в настоящее время методы зонирования и оптимизации потокораспределения основаны на использовании детерминированных моделях УПР.

2. На основании метода анализа иерархий было установлено, что из

четырёх предложенных сценариев развития СПРВ наиболее перспективным является сценарий «Оптимальное стохастическое управление развитием и функционированием СПРВ», характеризующийся значительным увеличением инвестиционной привлекательности СПРВ, реализация которого обеспечивает существенное повышение качества и эффективности функционирования СПРВ при минимальных сроках окупаемости инвестиционных проектов.

3. Сформулированы цель и задачи исследования, решению которых посвящена диссертационная работа.

4. Основные результаты этого раздела опубликованы в работах [81, 82, 133].

## РАЗДЕЛ 2

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ

В разделе приводится обоснование необходимости перехода от детерминированной модели УПР, описывающей режим работы СПРВ в конкретный момент времени  $t$ , к модели, которая более адекватно описывает режимы работы СПРВ на заданном интервале времени  $[0, T]$  в условиях стохастических возмущений и априорной неопределенности о состоянии объекта и окружающей среды. Показано, этим условиям наиболее адекватно отвечает предлагаемая в разделе стохастическая модель квазистационарных режимов работы СПРВ. На заданном интервале времени  $[0, T]$  приведены стохастические модели основных технологических элементов СПРВ – НА, РЗ, участков трубопровода, РЧВ. Приведена обобщённая стохастическая модель квазистационарных режимов работы СПРВ со сложной сетевой структурой, содержащей множество входов, через которые питьевая вода поступает в СПРВ, множество выходов, к которым подключены потребители питьевой воды различных категорий, огромное количество технологических элементов СПРВ – НА, РЗ, участков трубопровода, РЧВ.

#### **2.1 Разработка стохастических моделей технологических элементов системы подачи и распределения воды**

В настоящее время накоплен значительный опыт по математическому моделированию и оптимизации режимов транспорта и распределения воды в СПРВ [1-3, 5, 8, 13-16, 36, 52, 55]. Для стационарных режимов транспорта и распределения воды в СПРВ характерно, что переменные состояния ВС (расходы и напоры) не изменяются во времени, т. е. расходы и напоры воды на входах/выходах ВС и на всех её участках принимаются постоянными.

Математические модели стационарных режимов работы СПРВ – это детерминированные модели УПР в СПРВ, которые описывают потокораспределение в системе в конкретный момент времени  $t \in [0, T]$ .

Решение задач планирования (оптимизации) режимов работы СПРВ на заданном интервале времени  $[0, T]$  с использованием детерминированных моделей УПР требует точного задания значений оценок всех параметров математических моделей технологического оборудования СПРВ и точного задания значений граничных условий. Получаемое оптимальное решение в точности соответствует только этим оценкам и граничным условиям. Для реальных СПРВ параметры модели априорно неизвестны, а граничные условия изменяются в соответствии с изменением режима работы СПРВ. Это приводит к тому, что при изменении граничных условий оптимальные решения перестают быть не только оптимальными, но и могут выйти из области допустимых решений. Естественно, что такие «оптимальные» решения не могут быть использованы диспетчерскими службами для эффективного управления режимами работы СПРВ.

Аналогичная ситуация возникает и при использовании детерминированных моделей нестационарных режимов работы СПРВ. Задание начального, априорно неизвестного, состояния параметров потоков воды и граничных условий в виде детерминированных функций приводит к тому, что решение краевой задачи также получаем в виде «оптимальных» детерминированных функций, однозначно зависящих от априорно неизвестных параметров моделей, заданных начальных и граничных условий. В результате даже незначительные вариации параметров моделей, начальных или граничных условий не только существенно изменяют оптимальное решение, и также могут вывести его из допустимой области. Использование для оптимизации фактических режимов работы СПРВ математических моделей стационарных и нестационарных режимов работы СПРВ позволяет оценить только степень удаленности фактических режимов от расчетных оптимальных режимов, т. е. оценить только потенциал

оптимизации. Для практической реализации имеющегося в СПРВ потенциала оптимизации необходимо перейти к более адекватным стохастическим моделям квазистационарных режимов транспорта и распределения воды в СПРВ на заданном интервале времени  $[0, T]$ . Решение проблемы оптимизации фактических режимов работы СПРВ связано с разработкой математических моделей, которые более адекватно и в более широком диапазоне описывают фактические режимы работы СПРВ.

Результаты системного анализа режимов работы СПРВ, приведенные в разделе 1 показали, что фактические режимы могут быть аппроксимированы взаимосвязанной последовательностью моделей квазистационарных режимов. Квазистационарный режим – последовательность стационарных режимов, параметры которых изменяются скачкообразно конечное число раз на заданном интервале времени. Для оперативного управления и планирования рациональных режимов функционирования СПРВ более адекватными являются модели квазистационарных режимов подачи и распределения воды на заданном интервале времени  $[0, T]$ . Квазистационарные режимы характеризуются тем, что параметры СПРВ изменяются во времени относительно некоторых своих средних значений.

Огромная размерность СПРВ, ограниченность информационных ресурсов и оперативных данных не позволяют достаточно адекватно оценить параметры технологических элементов СПРВ и структуру СПРВ из-за недостатка средств учёта и контроля и отсутствия (недостаточной) паспортизации технологических элементов СПРВ. Параметры модели УПР, оцениваемые по выборкам экспериментальных данных конечной длины, сами являются случайными величинами. Более того, основными возмущающими факторами являются стохастические процессы потребления воды различными категориями потребителей. Эти процессы имеют чрезвычайно сложную корреляционную структуру и зависят от трёх основных групп факторов: хронологических, метеорологических и организационных. При решении задач оптимизации значения прогнозов

процессов водопотребления используются в качестве граничных условий. Это приводит к необходимости рассматривать СПРВ как стохастический объект, функционирующий в стохастической среде. Стохастический характер среды проявляется в том, что процессы потребления воды носят ярко выраженный случайный характер. Стохастический характер объекта управления проявляется в том, что параметры технологического оборудования СПРВ априорно неизвестны, а оцениваются по экспериментальным данным выборок конечной длины, которые являются случайными величинами [56]. Поэтому при решении задач оптимизации режимов работы СПРВ необходимо использовать стохастическую модель квазистационарных режимов работы СПРВ, которая позволяет более адекватно учитывать как стохастический характер процессов потребления воды, так и статистические свойства параметров модели на заданном интервале управления  $[0, T]$ .

Как уже отмечалось ранее, основными возмущающими факторами СПРВ являются стохастические процессы потребления воды различными категориями потребителей, подключённых к узлам СПРВ. Эти процессы являются, как правило, нестационарными случайными процессами, содержащими полигармонические и/или полиномиальные тренды [92, 128, 135, 136]. Это приводит к тому, что процессы, протекающие в СПРВ, являются также стохастическими и существенно нестационарными. В настоящее время для решения широкого класса задач проектирования СПРВ используются математические модели УПР в виде систем нелинейных алгебраических уравнений, а потокораспределение рассчитывается для максимальных объёмов водопотребления. Эти модели позволяют адекватно описывать режимы работы СПРВ для фиксированных моментов времени и точно заданных граничных условий.

Для описания режимов работы СПРВ на заданном интервале времени  $\Delta T$  теоретически могут быть использованы математические модели неустановившегося потокораспределения в виде взаимосвязанной системы

нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных при соответствующем задании начальных и граничных условий. Эти модели позволяют адекватно описывать режимы работы СПРВ на заданном интервале времени при точно заданных начальных и граничных условиях.

На рис. 2.1 представлены типовые графики реализации процессов потребления воды многоквартирным жилым домом.

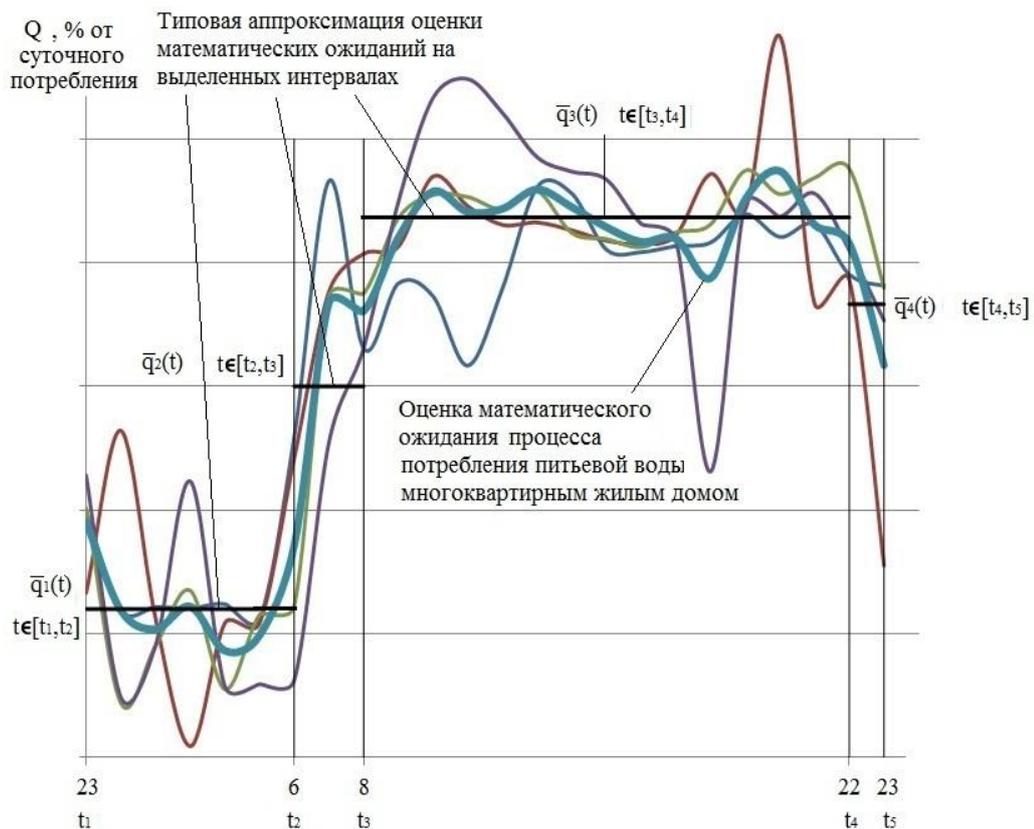


Рисунок 2.1 – Типовые графики реализации процессов потребления воды многоквартирным жилым домом

Для более адекватного описания режимов работы ВС будем использовать последовательность смены квазистационарных режимов. Учитывая специфику водопотребления, весь интервал моделирования  $[0, T]$  разбивается на несколько характерных подынтервалов:  $[t_1, t_2]$  – период минимального водопотребления,  $[t_2, t_3]$  – переход с минимального на максимальное водопотребление,  $[t_3, t_4]$  – период максимального

водопотребления,  $[t_4, t_5]$  – переход с максимального на минимальное водопотребление. Для каждого подынтервала  $[t_i, t_j]$  вычисляются оценки математического ожидания (МО) фактических объёмов потребления воды  $j$ -ым потребителем ВС и их дисперсий  $\hat{q}_{ij}, \hat{\sigma}_{q_{ij}}^2$ , ( $i=1, \dots, 4$  – номер интервала разбиения).

СПРВ представляет собой взаимосвязанную систему огромного количества технологических элементов: участков трубопроводов, НА, регулируемых и нерегулируемых задвижек и другой арматуры, РЧВ. Входами СПРВ являются все её узловые вершины, через которые в СПРВ поступает вода, а её выходами – все узловые вершины, через которые осуществляется отбор воды.

Для построения стохастических моделей технологических элементов квазистационарных режимов работы технологического оборудования СПРВ введём ряд обозначений: пусть  $(\Omega, B, P)$  – декартово произведение вероятностных пространств  $(\Omega_i, B_i, P_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  ( $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_n$ ,  $B = B_1 \times B_2 \times \dots \times B_n$ ,  $P = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_n$ , где  $\Omega_i$  – пространства элементарных событий;  $B_i$  –  $\sigma$ -алгебры событий из  $\Omega_i$ ;  $P_i$  – вероятностные меры на  $B_i$ ).

Каждый из элементов СПРВ представляется своей математической моделью – уравнением, связывающим падение напора  $h$  на этом участке с расходом  $q$  через него. Для того, чтобы реальной системе поставить в соответствие расчетную схему, состоящую из узлов, ветвей и их параметров, необходимо построить математические модели для следующих элементов системы: НА, РЧВ, участка трубопровода, РЗ.

### 2.1.1 Стохастическая модель насосного агрегата

Основными параметрами, характеризующими режим работы НА, являются характеристики «напор - подача» –  $h-q$ , «мощность - подача» –  $N-q$ , «КПД - подача» – КПД- $q$  [129], которые описываются зависимостями вида:

$$h_{NA}(q) = a_0 + a_1q + a_2q^2, \quad (2.1)$$

$$N_{NA}(q) = c_0 + c_1q + c_2q^2, \quad (2.2)$$

$$N_{NA}(q) = \frac{9,81 \cdot h_{NA}(q) \cdot q}{0,9 \cdot \eta_{NA}(q)}, \quad (2.3)$$

$$\eta_{NA}(q) = d_0 + d_1q + d_2q^2, \quad (2.4)$$

где  $a_0, a_1, a_2, c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2$  – параметры модели НА;

$q$  – подача НА ( $\text{м}^3/\text{с}$ );

$h_{NA}(q)$  – напор НА (м);

$N_{NA}(q)$  – мощность НА (кВт);

$\eta_{NA}(q)$  – КПД НА (%).

Уравнения (2.1), (2.2), (2.4) описывают соотношения между параметрами НА при фиксированной частоте вращения ротора приводного электродвигателя. Если частота вращения отличается от номинальной или на НА используется регулируемый привод, то уравнения (2.1), (2.2), (2.4) примут вид:

$$h_{NA}(q) = a_0 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 + a_1q \frac{n_1}{n_0} + a_2q^2, \quad (2.5)$$

$$N_{NA}(q) = c_0 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^3 + c_1 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 q + c_2 \left( \frac{n_1}{n_0} \right) q^2, \quad (2.6)$$

$$\eta_{NA}(q) = 1 - \frac{1 - d_0 - d_1q - d_2q^2}{\left( \frac{n_0}{n_1} \right)^{0,36}}, \quad (2.7)$$

где  $n_1, n_0$  – номинальная и рабочая частоты вращения (об/мин) ротора приводного электродвигателя.

В сложившейся в настоящее время практике эксплуатации НА

параметры модели НА  $a_0, a_1, a_2, c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2$  определяются по паспортным данным, представленным в виде графиков или таблиц зависимостей  $h-q$ ,  $N-q$ , КПД- $q$  путём аппроксимации их методом наименьших квадратов. Использование таких оценок приводит к тому, что модели НА оказываются неадекватными реальным режимам работы НА, т. к. в процессе эксплуатации НА происходит их естественный износ и заводские паспортные характеристики существенно отличаются от реальных.

Для построения более адекватных математических моделей НА параметры НА  $a_0, a_1, a_2, c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2$  должны быть оценены по результатам специально спланированных и проведенных натурных экспериментов для различных режимов работы НА и всех возможных комбинаций их включения на НС. При этом оказывается, оценка параметров может быть произведена по экспериментальным данным конечной длины, а это приводит к тому, что полученные оценки параметров становятся случайными величинами [152], т. е.:

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0(\omega), a_1 = a_1(\omega), a_2 = a_2(\omega), c_0 = c_0(\omega), c_1 = c_1(\omega), c_2 = c_2(\omega), \\ d_0 &= d_0(\omega), d_1 = d_1(\omega), d_2 = d_2(\omega), \omega \in \Omega. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Это приводит к тому, что математические модели НА являются нелинейными случайными функциями, содержащие случайные параметры. Более того, как отмечалось ранее, в СПРВ процессы потребления воды зависят от многих неконтролируемых и неуправляемых факторов и являются в свою очередь случайными процессами. Это приводит к тому, что в реальных условиях расход через НС для любого момента времени нужно рассматривать как случайную величину. Это приводит к тому, что математические модели являются нелинейными детерминированными функциями, зависящими не только от случайных параметров  $a_0(\omega), a_1(\omega), a_2(\omega), c_0(\omega), c_1(\omega), c_2(\omega), d_0(\omega), d_1(\omega), d_2(\omega)$ , но и от случайной

переменной  $q(\omega)$ .

Подставляя в уравнения (2.1) – (2.7) все случайные величины, получаем стохастическую модель НА:

$$h_{NA}(q(\omega)) = a_0(\omega) + a_1(\omega)q(\omega) + a_2(\omega)q^2(\omega), \quad (2.9)$$

$$N_{NA}(q(\omega)) = c_0(\omega) + c_1(\omega)q(\omega) + c_2(\omega)q^2(\omega), \quad (2.10)$$

$$N_{NA}(q(\omega)) = \frac{h_{NA}(q(\omega)) \cdot q(\omega)}{0,9 \cdot \eta_{NA}(q(\omega))}, \quad (2.11)$$

$$\eta_{NA}(q(\omega)) = d_0(\omega) + d_1(\omega)q(\omega) + d_2(\omega)q^2(\omega). \quad (2.12)$$

При использовании на НА регулируемого привода:

$$h_{NA}(q(\omega)) = a_0(\omega) \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 + a_1(\omega)q(\omega) \frac{n_1}{n_0} + a_2(\omega)q^2(\omega), \quad (2.13)$$

$$N_{NA}(q(\omega)) = c_0(\omega) \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^3 + c_1(\omega) \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 q(\omega) + c_2(\omega) \left( \frac{n_1}{n_0} \right) q^2(\omega), \quad (2.14)$$

$$\eta_{NA}(q(\omega)) = 1 - \frac{1 - d_0(\omega) - d_1(\omega)q(\omega) - d_2(\omega)q^2(\omega)}{\left( n_0 / n_1 \right)^{0,36}}. \quad (2.15)$$

### 2.1.2 Стохастическая модель регулирующей задвижки

РЗ предназначены для управления расходом проходящей через них жидкости. Они используются совместно с нерегулируемым НА и предназначены для управления режимами его работы.

Падение напора на РЗ описывается зависимостью [152]:

$$h_{RZ}(q) = \frac{qC}{E^2}, \quad (2.16)$$

где  $h_{RZ}(q)$  – потеря напора на РЗ;

$C$  – гидравлическое сопротивление РЗ;

$E$  – степень открытия РЗ ( $E(t) \in (0,1]$ ).

Гидравлическое сопротивление в выражении (2.16) в общем случае зависит от геометрических размеров РЗ, режима движения жидкости. Однако, в связи со сложной геометрической структурой внутренней поверхности РЗ и её длительной эксплуатацией, численное значение  $C$  известно приближенно и оценивается по экспериментальным данным выборок конечной длины, поэтому является случайной величиной  $C = C(\omega)$ . Потеря напора на РЗ кроме гидравлического сопротивления, зависит также от объёма протекающей через неё жидкости [144]. Так как расход, протекающей через РЗ жидкости является случайной величиной, то и падение напора на РЗ также является случайной величиной.

Стохастическая модель РЗ имеет вид:

$$h_{RZ}(q(\omega)) = \frac{q(\omega)C(\omega)}{E^2}. \quad (2.17)$$

### 2.1.3 Стохастическая модель участка трубопровода

В настоящее время существует достаточно большое количество приближённых математических моделей ламинарного движения жидкости по участку трубопровода, зависящих от материала участка трубопровода, скорости течения воды, длины, диаметра участка трубопровода и сроков его эксплуатации [55]. Общую модель потери напора для ламинарного течения жидкости на участке трубопровода можно представить в виде:

$$h(q) = \operatorname{sgn} q S q^2, \quad (2.18)$$

где  $h(q)$  – потеря напора на участке трубопровода (м);

$S$  – гидравлическое сопротивление участка трубопровода ( $\text{с}^2/\text{м}^5$ );

$q$  – объёмный расход воды ( $\text{м}^3/\text{с}$ ).

Гидравлическое сопротивление  $S$  участка трубопровода зависит от длины, диаметра, коэффициента шероховатости участка трубопровода и априори известно только приближённо, поэтому для обеспечения адекватности модели гидравлические сопротивления всех участков ВС должны быть оценены по экспериментальным данным в результате специально спланированных и проведенных натуральных экспериментов. Так как оценивание гидравлических сопротивлений участков трубопровода осуществляется по выборкам экспериментальных данных конечной длины, то эти оценки являются случайными величинами, статистические свойства которых зависят как от статистических свойств ошибок результатов измерений расхода  $q$  и напора  $h$ , так и метода оценивания и объёма выборки. Поэтому математическая модель потери напора на участке трубопровода зависит от двух случайных величин – гидравлического сопротивления участка трубопровода и объёмного расхода воды по участку трубопровода. В этом случае стохастическую модель участка трубопровода при ламинарном течении воды можно представить в виде:

$$h(q(\omega)) = \text{sgn } q(\omega) S(\omega) q^2(\omega). \quad (2.19)$$

#### 2.1.4 Стохастическая модель резервуара чистой воды

РЧВ представляет собой аккумулирующую емкость в форме цилиндра или прямоугольного параллелепипеда, с известными геометрическими размерами: высотой РЧВ  $H^*$ , площадью поперечного сечения  $S$ .

Динамическую модель РЧВ можно представить в виде [152]:

$$\frac{dV(t)}{dt} = q_{vh}(t) - q_{vih}(t), \quad (2.20)$$

где  $V(t)$  – объём воды в РЧВ в момент времени  $t$ ;

$q_{vh}(t)$ ,  $q_{vih}(t)$  – объёмная подача воды в РЧВ в момент времени  $t$  и объёмный отбор воды из РЧВ в этот же момент времени.

Основным технологическим ограничением на работу РЧВ является требование поддержания объёма воды в заданных пределах:

$$H^{\min} \leq H(t) \leq H^{\max}, \quad (2.21)$$

где  $H^{\min} > 0$  и  $H^{\max} < H^*$  – заданные границы изменения уровня воды в РЧВ;

$H(t)$  – уровень воды в РЧВ в момент времени  $t$ .

Величина  $H^{\max}$  обычно близка к общей высоте РЧВ  $H^*$ , в то время как величина  $H^{\min}$  содержит аварийный, противопожарный запасы.

Так как подача воды в РЧВ и отбор воды из РЧВ являются случайными величинами, то стохастическую модель РЧВ представим в виде:

$$\frac{dV(\omega, t)}{dt} = q_{vh}(\omega, t) - q_{vih}(\omega, t), \quad (2.22)$$

$$P(H^{\min} \leq H(\omega, t)) \cong 1, \quad (2.23)$$

$$P(H(\omega, t) \leq H^{\max}) \cong 1. \quad (2.24)$$

Если интервал управления  $[0, T]$  разбивается на  $N$  подынтервалов  $[0, k \cdot \Delta t]$  ( $k=1, \dots, N$ ), то стохастическую модель РЧВ можем представить в виде:

$$H(\omega, k) = H(\omega, k-1) + c(q_{vh}(\omega, k) - q_{vih}(\omega, k)), \quad (2.25)$$

где  $c$  – нормирующий множитель, зависящий от площади поперечного

сечения РЧВ.

Рассмотрев стохастические модели технологических элементов СПРВ, перейдём к построению стохастической модели квазистационарных режимов работы локальной подсистемы СПРВ.

## **2.2 Стохастическая модель квазистационарных режимов работы магистрального водовода**

Не нарушая общности, в качестве модели локальной подсистемы СПРВ рассмотрим стохастическую модель квазистационарных режимов работы МВ, структуру которого можно представить в виде взаимосвязанной последовательности многоцеховых НС с РЧВ на их входах, соединённых между собой многониточными участками магистральных трубопроводов, и РЧВ на выходах МВ. Для построения общей стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ будем использовать полученные стохастические модели НА, РЗ, участка трубопровода, РЧВ.

Для представления структуры МВ в виде орграфа  $G(V,E)$ , где  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество дуг ( $e = \text{Card}(E)$ ,  $v = \text{Card}(V)$ ), реальный МВ добавляется нулевой вершиной и фиктивными хордами, соединяющими нулевую вершину со всеми входами и выходами МВ. Множество  $E$  дуг графа МВ можно представить как  $E = L \cup M \cup K \cup R$ , где  $L$  – множество дуг графа МВ, соответствующих участкам с НА;  $M$  – множество дуг графа МВ, соответствующих пассивным участкам ( $M = M_1 \cup M_2$ ,  $M_1, M_2$  соответствуют множеству ветвей и реальных хорд дерева графа);  $K$  – множество фиктивных участков МВ ( $K = I \cup N$ , где  $I$  – множество фиктивных дуг, соответствующих входам МВ,  $N$  – множество фиктивных дуг, соответствующих выходам МВ),  $R$  – множество дуг графа МВ, соответствующих РЗ. Для математической формулировки задачи производят следующее кодирование МВ: дерево графа МВ выбирают таким образом,

чтобы фиктивные участки МВ стали хордами, участки, соответствующие НА и РЗ – ветвями. При этом реальные участки частично станут хордами, а частично – ветвями дерева. Каждое из множеств  $M, N, I$  разбиваем на два, отвечающих ветвям дерева  $M_1, N_1, I_1$  и хордам  $M_2, N_2, I_2$  ( $N_1 \neq \emptyset$ ) [55]. Так как в каждом узле, соответствующем входу или выходу МВ задаётся значение напора или расхода, то каждое из множеств  $I_1, I_2, N_2$  разбивается на два, в зависимости от того, задан в этих дугах расход  $I_{11}, I_{21}, N_{21}$  или напор  $I_{12}, I_{22}, N_{22}$ . Ветви дерева, соответствующей одному из выходов из РЧВ, присваивают номер 1, остальным ветвям – от 2 до  $v-1$ , хордам реальных участков – от  $v$  до  $v + \eta_2 - 1$ , фиктивным с заданными узловыми расходами – от  $v + \eta_2$  до  $v + \eta_2 + \xi_1 - 1$ , где  $\eta_2$  – количество хорд реальных участков; хордам с остальными выходами из РЧВ – от  $v + \eta_2 + \xi_1$  до  $e$ , где  $\xi_1$  – количество выходов с заданными узловыми расходами,  $\xi_2 = e - (v + \eta_2 + \xi_1)$  количество входов в МВ (из РЧВ) (хорд). ( $Card(I_1)=1$ ;  $Card(I_2)=\xi_2 = e - (v + \eta_2 + \xi_1)$ ;  $Card(N_2)=\xi_1$ ;  $Card(M_1)=v$ ;  $Card(M_2)=\eta_2$ .)

Интервал управления  $[0, T]$  разбивается на  $K$  подынтервалов  $[0, k \cdot \Delta t]$ , ( $k = 1, 2, \dots, K$ ). Тогда стохастическая математическая модель квазистационарных режимов работы МВ для каждого подынтервала  $[k, k + 1]$  на заданном интервале времени  $[0, T]$  примет вид:

$$M_{\omega} \left( h_r(q_r(\omega, k)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) \right) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (2.26)$$

$$M_{\omega} \left( h_r^c(q_r(\omega, k)) - H_1(\omega, k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} (b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) + h_i^g) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (2.27)$$

$$M_{\omega} \left( h_r(q_r(\omega, k)) + h_r^g - H_z(\omega, k) + H_1(\omega, k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{Rzi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} (b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) + h_i^g) = 0, \\
& (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad z = 1, \dots, Z), \quad (2.28)
\end{aligned}$$

$$M_\omega \left( \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_r(\omega, k) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_r(\omega, k) - q_i(\omega, k) \right) = 0, \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (2.29)$$

$$P(q_i(\omega, k) > 0) \geq \alpha, \quad \alpha \cong 1, \quad i \in L. \quad (2.30)$$

$$h_i(q_i(\omega, k)) = \operatorname{sgn} q_i(\omega, k) S_i(\omega) q_i^2(\omega, k), \quad i \in M, \quad (2.31)$$

$$h_{NAi}(q_i(\omega, k)) = a_{0i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + a_{1i}(\omega) q_i(\omega, k) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + a_{2i}(\omega) q_i^2(\omega, k), \quad i \in L, \quad (2.32)$$

$$\eta_{NAi}(q_i(\omega, k)) = 1 - \frac{1 - d_{0i}(\omega) - d_{1i}(\omega) q_i(\omega, k) - d_{2i}(\omega) q_i^2(\omega, k)}{(n_{0i} / n_{1i})^{0,36}}, \quad i \in L, \quad (2.33)$$

$$N_{NAi}(q_i(\omega, k)) = c_{0i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^3 + c_{1i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 q_i(\omega, k) + c_{2i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right) q_i^2(\omega, k), \quad i \in L, \quad (2.34)$$

$$N_{NAi}(q_i(\omega, k)) = \frac{9,81 \cdot h_{NAi}(q_i(\omega, k)) \cdot q_i(\omega, k)}{0,9 \cdot \eta_{NAi}(q_i(\omega, k))}, \quad i \in L, \quad (2.35)$$

$$h_{Rzi}(q_i(\omega, k)) = \frac{q_i(\omega, k) C_i(\omega)}{E_i^2}, \quad i \in R, \quad (2.36)$$

$$H_z(\omega, k) = H_z(\omega, k-1) + c_z(q_{zv}(\omega, k) - q_{zv}(\omega, k)), \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (2.37)$$

$$P(H_z^{\min} \leq H_z(\omega, k)) \geq \beta_1, \quad \beta_1 \cong 1, \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (2.38)$$

$$P(H_z(\omega, k) \leq H_z^{\max}) \geq \beta_2, \quad \beta_2 \cong 1, \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (2.39)$$

$$P(h_r^c(q_r(\omega, k)) \geq h_r^+) \geq \gamma, \quad \gamma \cong 1, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (2.40)$$

где случайные величины характеризуют:  $q_i(\omega, k)$  – расход воды на  $i$ -м участке трубопровода на  $k$ -ом интервале времени;

$h_{NAi}(q_i(\omega, k))$  – напор  $i$ -го НА на  $k$ -ом интервале времени;

$h_r^c(q_r(\omega, k))$  – свободный напор в  $r$ -ом узле МВ на  $k$ -ом интервале времени ( $r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1$ );

$h_r^+$  – минимальный допустимый напор в  $r$ -ом узле МВ.

$S_i(\omega)$  – оценка гидравлического сопротивления  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );

$h_{Rzi}(q_i(\omega, k))$  – оценка падения напора на  $i$ -ой РЗ на  $k$ -ом интервале времени;

$\eta_{NAi}(q_i(\omega, k))$  – оценка КПД  $i$ -го НА на  $k$ -ом интервале времени;

$a_{0i}(\omega), a_{1i}(\omega), a_{2i}(\omega), d_{0i}(\omega), d_{1i}(\omega), d_{2i}(\omega)$  – оценки параметров НА ( $i \in L$ );

$C_i(\omega)$  – оценка параметров РЗ ( $i \in R$ );

$E_i$  – степень открытия РЗ ( $E \in (0, 1]$ );

$h_i^g$  – геодезическая отметка  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );

$b_{1ri}$  – элемент цикломатической матрицы;

$N_{NAi}(q_i(\omega, k))$  – оценка мощности НА на  $k$ -ом интервале времени;

$H_z(\omega, k)$  – оценка уровня воды в  $z$ -ом РЧВ на  $k$ -ом интервале времени;

$H_1(\omega, k)$  – оценка уровня воды в РЧВ, соответствующему ветви дерева номер 1 на  $k$ -ом интервале времени;

$H_z^{\min}, H_z^{\max}$  – заданные границы изменения уровня воды в  $z$ -ом РЧВ;

$q_{zvh}(\omega, k), q_{zvih}(\omega, k)$  – объёмная подача воды в  $z$ -ый РЧВ и объёмный отбор воды из  $z$ -го РЧВ на  $k$ -ом интервале времени;

$c_z$  – нормирующий множитель для  $z$ -го РЧВ.

Стохастическая модель (2.26) – (2.40) квазистационарных режимов работы МВ позволяет осуществить расчёт параметров и состояния квазистационарного режима работы МВ на заданном интервале времени  $[0, T]$ . Не нарушая общности, предполагается, что все случайные величины, входящие в модель, имеют нормальное распределение с известными статистическими характеристиками – МО и дисперсиями. Граничные

условия также задаются в виде случайных величин, имеющих нормальное распределение, и также задаются своими параметрами – МО напоров или расходов воды на входах и выходах МВ и их дисперсиями. При этом на одном из входов или выходов МВ должно быть задано граничное условие в виде МО напора.

Такое задание граничных условий позволяет осуществить расчет параметров и состояния стохастической модели квазистационарного режима работы МВ. При сделанных предположениях о нормальности закона распределения решение системы уравнений математической модели (2.26) – (2.40) сводится к расчёту статистических характеристик (МО и дисперсий) зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных модели (2.26) – (2.40).

### **2.3 Методы расчёта статистических свойств зависимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода**

Одним из наиболее простых, но чрезвычайно трудоёмких методов расчета статистических свойств зависимых переменных от статистических свойств параметров и независимых переменных модели (2.26) – (2.40) является метод имитационного (компьютерного) моделирования. При этом принимается, что уравнения модели (2.26) – (2.40) должны быть разрешимы для любых реализаций случайных величин, входящих в эту систему. Для получения несмещённых, эффективных и состоятельных оценок зависимых переменных модели (2.26) – (2.40) количество экспериментов  $N$  должно составлять минимум от 1000 до 10 000. Суть метода имитационного моделирования решения уравнений модели (2.26) – (2.40) заключается в выполнении следующих двух этапов:

Этап 1. Формирование массива статистических данных независимых переменных и параметров модели. Для каждого эксперимента для множества

случайных величин, являющихся параметрами модели или граничными условиями, в соответствии с заданными параметрами (МО и дисперсиями) их распределения генерируются множество реализаций случайных величин. Для вероятностных условий (2.38) – (2.40) задаются пороговые значения величин  $H_z^{\min}, H_z^{\max}, h_r^+$ , значения которых подставляются в систему уравнений, решается детерминированная система уравнений модели квазистационарных режимов работы МВ, и находятся численные значения всех параметров и переменных. В результате решения этой системы уравнений получаем массив данных, который должен быть статистически обработан на втором этапе.

Этап 2. Статистическая обработка данных. Полученный массив данных подвергается статистической обработке, в результате которой получаются оценки МО и дисперсий всех входящих в модель параметров и переменных, а также оценки вероятностей выполнения условий (2.38) – (2.40). Если вероятности условий (2.38) – (2.40) не выполняются (в ту или иную сторону), осуществляется коррекция пороговых значений и переход к этапу 1. Если вероятности условий (2.38) – (2.40) выполняются, тогда оценки МО соответствующих параметров и переменных принимаются в качестве результатов расчёта статистических свойств зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных квазистационарного режима работы МВ.

Этот подход гарантирует при  $N \rightarrow \infty$  ( $N$  – число экспериментов) получение несмещённых, эффективных, состоятельных оценок, однако требует значительных временных и вычислительных ресурсов.

Для снижения временных затрат и вычислительных ресурсов в диссертационной работе используется приближённый метод расчёта статистических свойств зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ (2.26) –

(2.40). Предлагаемый метод основан на построении детерминированного эквивалента стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ и его использования для расчёта оценок МО и дисперсий зависимых переменных в зависимости от заданных значений МО и дисперсий независимых переменных и включает в себя выполнение двух этапов:

Этап 1. Расчёт оценок МО зависимых переменных в зависимости от заданных значений МО независимых переменных;

Этап 2. Расчёт оценок дисперсий зависимых переменных в зависимости от заданных значений МО и дисперсий независимых переменных.

### **2.3.1 Построение детерминированного эквивалента стохастической задачи квазистационарных режимов работы магистрального водовода**

Для построения детерминированного эквивалента стохастической модели (2.26) – (2.40) для расчёта значений оценок МО зависимых переменных от заданных значений оценок МО независимых переменных воспользуемся приближённым методом путём замены МО нелинейных неявных функций случайных аргументов (2.26) – (2.29) на значения этих функций от МО их аргументов. Приближённость метода заключается в том, что в соответствии с неравенством Йенсена [42], такая замена не позволяет получить несмещённые оценки соответствующих МО для зависимых переменных при заданных МО независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ, а знак и величина смещения оценок зависят от вида детерминированной функции (выпуклой или вогнутой) случайных аргументов. Как показали проведенные исследования [42], при малых значениях дисперсии случайных аргументов величина смещения оценок оказывается незначительной, которой в практических расчётах можно пренебречь.

На вербальном уровне выполнение вероятностных условий (2.40) гарантирует то, что каждый потребитель будет обеспечен водой в требуемом

объёме с вероятностью не менее  $\alpha$  ( $\alpha$  близка к единице). Для построения детерминированного эквивалента вероятностных условий (2.40) необходимо найти значения МО свободных напоров в узлах МВ таким образом, чтобы при известных дисперсиях свободных напоров  $\sigma_{h_r^c}^2$  во всех узлах МВ, являющимися выходами с заданными расходами ( $r \in N_{21}$ ), вероятность недопоставки воды потребителям, подключённым к каждому  $r$ -му узлу будет меньше значения  $1-\alpha$ .

Требуемые значения МО свободных напоров  $\bar{h}_r^c$ , при которых выполняются вероятностные условия (2.40) при известных дисперсиях  $\sigma_{h_r^c}^2$  ( $r \in N_{21}$ ), получаем следующим образом:

$$P(h_r^c(q_r(\omega)) \geq h_r^+) = 1 - P(h_r^c(q_r(\omega)) < h_r^+) = 1 - \left( \frac{1}{2} + \Phi_0 \left( \frac{h_r^+ - \bar{h}_r^c}{\sigma_{h_r^c}} \right) \right) \cong \alpha, \quad (2.41)$$

$$\Phi_0 \left( \frac{h_r^+ - \bar{h}_r^c}{\sigma_{h_r^c}} \right) \cong 0,5 - \alpha, \quad (2.42)$$

где  $\Phi_0(\cdot)$  – функция Лапласа.

В практических расчётах  $\alpha=0,99$ , тогда выражение (2.42) принимает вид:

$$\Phi_0 \left( \frac{h_r^+ - \bar{h}_r^c}{\sigma_{h_r^c}} \right) \cong -0,49, \quad (2.43)$$

$$\frac{h_r^+ - \bar{h}_r^c}{\sigma_{h_r^c}} \cong -2,34, \quad (2.44)$$

$$\bar{h}_r^c \cong h_r^+ + \sigma_{h_r^c} 2,34, (r \in N_{21}). \quad (2.45)$$

Расчётные значения МО уровней воды в каждом  $z$ -ом РЧВ  $H_z(\omega)$ , при котором выполняется вероятностное условие (2.38) получаем аналогичным способом:

$$P(H_z(\omega) \geq H_z^{\min}) = 1 - P(H_z(\omega) < H_z^{\min}) = 1 - \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{H_z^{\min} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}}\right) \cong 0,99, \quad (2.46)$$

$$\Phi\left(\frac{H_z^{\min} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}}\right) \cong -0,49, \quad (2.47)$$

$$\frac{H_z^{\min} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}} \cong -2,34; \quad \frac{\bar{H}_z - H_z^{\min}}{\sigma_{H_z}} \cong 2,34, \quad (2.48)$$

$$\bar{H}_z \cong H_z^{\min} + \sigma_{H_z} 2,34, \quad (z \in I_{22}). \quad (2.49)$$

Расчётные значения МО случайного уровня воды в РЧВ  $H_z(\omega)$ , при котором выполняется вероятностное условие (2.50) при известной дисперсии  $\sigma_{H_z}$ , получаем аналогичным способом:

$$P(H_z(\omega) \leq H_z^{\max}) \cong 0,99, \quad (2.50)$$

$$P(H_z(\omega) \leq H_z^{\max}) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{H_z^{\max} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}}\right) \cong 0,99, \quad (2.51)$$

$$\Phi\left(\frac{H_z^{\max} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}}\right) \cong 0,49; \quad \frac{H_z^{\max} - \bar{H}_z}{\sigma_{H_z}} \cong 2,34, \quad (2.52)$$

$$\bar{H}_z \cong -2,34\sigma_{H_z} + H_z^{\max}, \quad (z \in I_{22}). \quad (2.53)$$

МО и дисперсию  $H_z$  находим с использованием уравнения (2.37). Так как  $H_z(k)$  в (2.37) представляет собой линейную функцию, независимых аргументов  $H_z(k-1), q_{zv}, q_{zvh}$  то:

$$M(H_z(k)) = H_z(\bar{H}_z(k-1), \bar{q}_{zvh}, \bar{q}_{zvih}). \quad (2.54)$$

Так как дисперсия суммы нескольких независимых случайных величин равна сумме их дисперсий [42], то:

$$\sigma_{H_z(k)}^2 = \sigma_{H_z(k-1)}^2 + c_z^2 (\sigma_{q_{zvh}}^2 + \sigma_{q_{zvih}}^2), \quad (z \in I_{22}). \quad (2.55)$$

Тогда детерминированный эквивалент стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ примет вид:

$$f_r = \bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (2.56)$$

$$f_r = \bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) - \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^g) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (2.57)$$

$$f_r = \bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + h_r^g - \bar{H}_z(k) + \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^g) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad z = 1, \dots, Z), \quad (2.58)$$

$$\bar{q}_i(k) = \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} \bar{q}_r(k) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} \bar{q}_r(k), \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (2.59)$$

$$\bar{q}_i(k) > 0, \quad i \in L. \quad (2.60)$$

$$\bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} \bar{q}_i(k) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} \bar{q}_i^2(k), \quad i \in L, \quad (2.61)$$

$$\bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = 1 - \frac{1 - \bar{d}_{0i} - \bar{d}_{1i} \bar{q}_i(k) - \bar{d}_{2i} \bar{q}_i^2(k)}{(n_{0i} / n_{1i})^{0,36}}, \quad i \in L, \quad (2.62)$$

$$\bar{N}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \bar{c}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^3 + \bar{c}_{1i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 \bar{q}_i(k) + \bar{c}_{2i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right) \bar{q}_i^2(k), \quad i \in L, \quad (2.63)$$

$$\bar{N}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) \cdot \bar{q}_i(k)}{0,9 \cdot \bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k))}, \quad i \in L, \quad (2.64)$$

$$\bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{\bar{q}_i(k) \bar{C}_i}{E_i^2(k)}, \quad i \in R, \quad (2.65)$$

$$\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = \text{sgn} \bar{q}_i(k) \bar{S}_i \bar{q}_i^2(k), \quad i \in M, \quad (2.66)$$

$$\bar{H}_z(k) = \bar{H}_z(k-1) + c_z (\bar{q}_{zvh}(k) - \bar{q}_{zvih}(k)), \quad (z=1, \dots, Z), \quad (2.67)$$

$$H_z^{\min} \leq \bar{H}_z(k), \quad (2.68)$$

$$\bar{H}_z(k) \leq H_z^{\max}, \quad (2.69)$$

$$\bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) \geq h_r^+. \quad (2.70)$$

Таким образом, детерминированный эквивалент стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ представляет собой взаимосвязанные системы нелинейных алгебраических уравнений (2.56) – (2.58), системы уравнений связи (2.59), (2.61) – (2.67) и системы односторонних неравенств (2.60), (2.68) – (2.70).

Особенностью системы уравнений (2.56) – (2.59) является то, что она содержит  $\eta_2 + \xi_2$  уравнений с  $e - (\xi_1 - 1) = e - \xi_1 + 1$  неизвестными. При этом количество уравнений меньше, чем количество неизвестных, на величину, равную суммарному количеству входов и выходов МВ  $\xi_1 + \xi_2$ . Для выполнения необходимых условий разрешимости системы уравнений (2.56) – (2.59) (совпадения количества уравнений с количеством неизвестных) она дополняется значениями граничных условий, которые рассматриваются как независимые переменные. В качестве независимых переменных модели (2.56) – (2.59) будем использовать МО граничных условий: напоров  $\bar{H}_r (r \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22})$ , задаваемых на ветви дерева под номером 1 ( $I_{12}$ ) и на входах  $I_{22}$  и выходах  $N_{22}$  МВ, соответствующих

фиктивным хордам; расходов  $\bar{q}_i (i \in I_{21} \cup N_{21})$ , задаваемых на входах  $I_{21}$  и выходах  $N_{21}$  МВ. Как показано в [55], полученная система нелинейных алгебраических уравнений (2.56) – (2.59) совпадает с системой уравнений УПР и, как показано в работе [55], имеет единственное решение при выполнении условий (2.59) – (2.70).

### **2.3.2 Метод расчёта оценок математических ожиданий зависимых переменных в зависимости от заданных значений математических ожиданий независимых переменных**

Для решения системы уравнений (2.56), (2.58) можно применить различные итерационные методы. В практике решения подобных задач используются методы Лобачева-Кросса, Ньютона, Флетчера-Ривса, Андрияшева, Дэвидона-Флетчера-Пауэлла, метод Z-матрицы и различные их модификации. Наиболее эффективным является метод Ньютона, который всегда приводит к решению рассматриваемой системы уравнений, скорость сходимости метода зависит от начальных приближений, но в меньшей степени, чем у других методов. Выбор дерева графа сети влияет только на время выполнения одной итерации. Число итераций не зависит от выбранного дерева и приводит к слабой зависимости скорости сходимости метода от выбора системы фундаментальных циклов [55]. Опыт расчетов установившихся режимов в инженерных сетях методом Ньютона показал, что область сходимости этого метода практически совпадает с областью существования режима в системе, т.е. надежность этого метода очень высока, а также сходимость метода Ньютона и различных его модификаций в малой степени зависит от размерности решаемой задачи.

Рассмотрим алгоритм метода Ньютона для решения системы уравнений (2.56), (2.58) для подынтервала  $[k-1, k]$ ,  $(k=1, \dots, N)$ .

1. Шаг  $k=0$ . Задаём начальное приближение для составляющих вектора

последовательной переменной  $\bar{q}_r^{(k)}$  ( $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ ) в реальных хордах и хордах с выходами из РЧВ.

2. Вычисляем составляющие вектора последовательной переменной  $\bar{q}_i^{(k)}$  ( $i = 1, \dots, v - 1$ ) в ветвях дерева из условия (2.59).

3. Подставив значения  $\bar{q}_i^{(k)}$  ( $i = 1, \dots, v - 1$ ) из уравнения (2.59) в уравнения (2.56), (2.58), получим систему  $\eta_2 + \xi_2$  нелинейных уравнений с  $\eta_2 + \xi_2$  неизвестными  $\bar{q}_r^{(k)}$ , ( $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ ):

$$f_r = f_r(q_v, \dots, q_e) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e). \quad (2.71)$$

Функции  $f_r$  ( $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ ) вычисляются по формуле (2.56), (2.58) с использованием математических моделей технологических элементов МВ (2.61) – (2.67).

4. Подставляя полученные значения составляющих вектора последовательной переменной  $\bar{q}$  в (2.61) – (2.67), определяем вектор параллельной переменной  $\bar{h}$ . Анализ окончания решения: если  $|f_r| \leq \varepsilon$  для всех  $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ , решение найдено при  $\bar{q} = \bar{q}^{(k)}$ , переход к п.8. Если  $|f_r| > \varepsilon$  хотя бы для одного  $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ , переход далее к п. 4.

Итерационный процесс уточнения корня продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность вычисления  $\varepsilon$ , т. е. пока  $|f_r| \leq \varepsilon$  для всех  $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ .

5. Вычисление матрицы Якоби  $W$  и обратной матрицы  $W^{-1}$ .

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_v}{\partial q_v} & \frac{\partial f_v}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_v}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_v}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_v}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_v}{\partial q_e} \\ \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_v} & \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+1}}{\partial q_e} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_v} & \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2-1}}{\partial q_e} \\ \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_v} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1}}{\partial q_e} \\ \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_v} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_{v+\eta_2+\xi_1+1}}{\partial q_e} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial f_e}{\partial q_v} & \frac{\partial f_e}{\partial q_{v+1}} & \dots & \frac{\partial f_e}{\partial q_{v+\eta_2-1}} & \frac{\partial f_e}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1}} & \frac{\partial f_e}{\partial q_{v+\eta_2+\xi_1+1}} & \dots & \frac{\partial f_e}{\partial q_e} \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r}{\partial q_j} = & 2 \operatorname{sgn} q_r S_r q_r + \sum_{i \in L} b_{1ri} b_{1ji} \left( a_{1i} \frac{\partial q_i}{\partial q_j} + 2a_{2i} q_i \frac{\partial q_i}{\partial q_j} \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} b_{1ji} \frac{C_i}{E_i^2} \frac{\partial q_i}{\partial q_j} + \\ & + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} b_{1ji} 2 \operatorname{sgn} q_i S_i q_i \frac{\partial q_i}{\partial q_j}, \quad r, j = v, \dots, v + \eta_2 - 1, v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e. \end{aligned} \quad (2.73)$$

6. Определение вектора-поправки  $-W^{-1} \bar{f}(\bar{q}^{(k)})$ .

7. Определение  $\bar{q}^{(k+1)}$  по формуле (2.74), переход к п. 2 на повторный цикл вычислений ( $k := k+1$ ).

Итерационная формула метода Ньютона на каждом  $k$ -ом шаге имеет вид:

$$\bar{q}^{(k+1)} = \bar{q}^{(k)} - \frac{\bar{f}(\bar{q}^{(k)})}{\left( \frac{d\bar{f}}{d\bar{q}} \right)^{(k)}} = \bar{q}^{(k)} - \left[ \left( \frac{d\bar{f}}{d\bar{q}} \right)^{(k)} \right]^{-1} \bar{f}(\bar{q}^{(k)}) = \bar{q}^{(k)} - W^{-1} \bar{f}(\bar{q}^{(k)}), \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e), \quad (2.74)$$

где  $\bar{q}^{(k)}$  – вектор размерности  $\eta_2 + \xi_2$  переменных, содержащий расходы в реальных хордах и хордах, соответствующих выходам из РЧВ;

$\bar{f}$  – вектор функций, содержащий уравнения (2.41), (2.43);

$W$  – матрица Якоби системы функций  $f_r$  ( $r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e$ ).

#### 8. Окончание решения.

Таким образом, в результате решения системы нелинейных уравнений (2.56), (2.58), получаем оценки МО: расходов  $\bar{q}_i, i = 1, \dots, e$ , во всех дугах графа сети; падения напора на каждом участке МВ  $\bar{h}_i$  ( $i \in M$ ),  $\bar{h}_{NAi}$  ( $i \in L$ ),  $\bar{h}_{RZi}$  ( $i \in R$ ). Далее вычисляются свободные напоры во всех узлах МВ с заданными расходами  $\bar{h}_r^c$  (2.49), новые значения уровней воды в РЧВ  $\bar{H}_z$  ( $z = 1, \dots, Z$ ) (2.67).

Пример расчёта МО зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ приведен в приложении Б.

### **2.3.3 Расчёт дисперсий зависимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода в зависимости от дисперсий независимых переменных**

В результате решения взаимосвязанных систем нелинейных алгебраических уравнений (2.56) – (2.58), систем уравнений связи (2.59), (2.61) – (2.67) и систем односторонних неравенств (2.60), (2.68) – (2.70) получили оценки МО зависимых переменных. Для расчёта дисперсии зависимых переменных в зависимости от дисперсий независимых переменных будем использовать метод статистической линеаризации [42, 121]. Систему уравнений (2.56) – (2.58) будем рассматривать в качестве

системы неявно заданных функций зависимых переменных от независимых переменных. Всё множество переменных разобьём на два подмножества: независимых и зависимых переменных. В качестве независимых переменных модели (2.56) – (2.58) будем использовать МО граничных условий: напоров  $\bar{H}_r (r \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22})$ , задаваемых на ветви дерева под номером 1 ( $I_{12}$ ) и на входах  $I_{22}$  и выходах  $N_{22}$  МВ, соответствующих фиктивным хордам; расходов  $\bar{q}_i (i \in I_{21} \cup N_{21})$ , задаваемых на входах  $I_{21}$  и выходах  $N_{21}$  МВ. Зависимыми переменными являются расходы в реальных хордах и на входах и выходах МВ с заданными напорами  $q_r (r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22})$ ; и напоры на входах и выходах МВ с заданными расходами  $H_r (r \in I_{21} \cup N_{21})$ .

Для дальнейших вычислений представим систему (2.56) – (2.58) в виде:

$$f_r(\omega) = \operatorname{sgn} q_r(\omega) S_r(\omega) q_r^2(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i q_i^2(\omega) = 0, \quad (r \in M_2), \quad (2.75)$$

$$f_r(\omega) = H_r(\omega) - \bar{H}_1 + \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i^2(\omega) + h_i^g \right) = 0, \quad (r \in N_{21}), \quad (2.76)$$

$$f_r(\omega) = \bar{H}_1 - H_r(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i^2(\omega) + h_i^g \right) = 0, \quad (r \in I_{21}), \quad (2.77)$$

$$f_r(\omega) = \operatorname{sgn} q_r(\omega) \bar{S}_r q_r^2(\omega) + h_r^g - H_r(\omega) + \bar{H}_1 + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i^2(\omega) + h_i^g \right) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} = 0,$$

$$(r \in I_{22} \cup N_{22}), \quad (2.78)$$

$$q_i(\omega) = \sum_{r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}} b_{1r} q_r(\omega) + \sum_{r \in I_{21} \cup N_{21}} b_{1r} q_r(\omega), \quad (i \in M_1 \cup I_{12}). \quad (2.79)$$

Не нарушая общности, полученную систему неявных функций для большей наглядности представим в виде:

$$f(q_r(\omega), r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}; H_1(\omega); H_j(\omega), j \in I_{22} \cup N_{22}; q_j(\omega), j \in I_{21} \cup N_{21}) = 0, \quad (2.80)$$

$$f(H_r(\omega), r \in I_{21} \cup N_{21}; H_1(\omega); H_j(\omega), j \in I_{22} \cup N_{22}; q_j(\omega), j \in I_{21} \cup N_{21}) = 0. \quad (2.81)$$

Раскладывая функции (2.80), (2.81) в ряд Тейлора в окрестности точки  $\bar{H}_j (j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22})$ ,  $\bar{q}_j (j \in I_{21} \cup N_{21})$ , соответствующей режиму УПР, и ограничиваясь линейными членами разложения, получим:

$$q_r(\omega) = q_r(\bar{H}_1, \bar{H}_j, (j \in I_{22} \cup N_{22}); \bar{q}_j (j \in I_{21} \cup N_{21})) + \\ + \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \delta H_j(\omega) + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \delta q_j(\omega), \quad r \in I_{22} \cup N_{22}, \quad (2.82)$$

$$H_r(\omega) = H_r(\bar{H}_1, \bar{H}_j, (j \in I_{22} \cup N_{22}); \bar{q}_j (j \in I_{21} \cup N_{21})) + \\ + \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \delta H_j(\omega) + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \delta q_j(\omega), \quad r \in I_{21} \cup N_{21}, \quad (2.83)$$

где производные вычисляются в точке разложения, а

$$\delta H_j(\omega) = H_j(\omega) - \bar{H}_j, \quad \delta q_j(\omega) = q_j(\omega) - \bar{q}_j. \quad (2.84)$$

Для (2.80):

$$\begin{aligned}
& M_{\omega} \left[ q_r(\omega) - \bar{q}_r(\bar{H}_1, \bar{H}_j, (j \in I_{22} \cup N_{22}); \bar{q}_j(j \in I_{21} \cup N_{21})) \right]^2 = \\
& = M_{\omega} \left[ \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \delta H_j(\omega) + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \delta q_j(\omega) \right]^2, \\
& \qquad \qquad \qquad r \in I_{22} \cup N_{22}, \tag{2.85}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{q_r}^2 = M_{\omega} & \left[ \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{\delta H_j}^2 + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{\delta q_j}^2 + \right. \\
& + 2 \sum_{\substack{i \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22} \\ j \in I_{21} \cup N_{21}}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta H_i} \sigma_{\delta q_j} + \\
& + 2 \sum_{\substack{i, j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22} \\ i < j}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta H_i} \sigma_{\delta H_j} + \\
& \left. + 2 \sum_{\substack{i, j \in I_{21} \cup N_{21} \\ i < j}} \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta q_i} \sigma_{\delta q_j} \right], \quad r \in I_{22} \cup N_{22}. \tag{2.86}
\end{aligned}$$

Учитывая, что  $M_{\omega}(\delta H_j(\omega)) = M_{\omega}(\delta q_j(\omega)) = 0$ ,  $\sigma_{\delta q_j}^2 = \sigma_{q_j}^2$ ,  $\sigma_{\delta H_j}^2 = \sigma_{H_j}^2$ , и  $H_1; H_j, j \in I_{22} \cup N_{22}; q_j, j \in I_{21} \cup N_{21}$  являются независимыми величинами, поэтому все их коэффициенты корреляции  $k_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$ , получим оценки дисперсий зависимых переменных:

$$\sigma_{q_r}^2 = \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{H_j}^2 + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \left( \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{q_j}^2, \quad r \in I_{22} \cup N_{22}. \tag{2.87}$$

Для (2.81)

$$M_{\omega} \left[ H_r(\omega) - H_r(\bar{H}_1, \bar{H}_j, (j \in I_{22} \cup N_{22}); \bar{q}_j(j \in I_{21} \cup N_{21})) \right]^2 =$$

$$= M_{\omega} \left[ \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \delta H_j(\omega) + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \delta q_j(\omega) \right]^2, \\ r \in I_{21} \cup N_{21}, \quad (2.88)$$

$$\sigma_{H_r}^2 = M_{\omega} \left[ \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{\delta H_j}^2 + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{\delta q_j}^2 + \right. \\ + 2 \sum_{\substack{i \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22} \\ j \in I_{21} \cup N_{21}}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta H_i} \sigma_{\delta q_j} + \\ + 2 \sum_{\substack{i, j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22} \\ i < j}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta H_i} \sigma_{\delta H_j} + \\ \left. + 2 \sum_{\substack{i, j \in I_{21} \cup N_{21} \\ i < j}} \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_i(\omega)} \right)^0 \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 k_{ij} \sigma_{\delta q_i} \sigma_{\delta q_j} \right], \quad r \in I_{21} \cup N_{21}. \quad (2.89)$$

Учитывая, что  $M(\delta H_j(\omega)) = M(\delta q_j(\omega)) = 0$ ,  $\sigma_{\delta q_j}^2 = \sigma_{q_j}^2$ ,  $\sigma_{\delta H_j}^2 = \sigma_{H_j}^2$ , и  $H_1; H_j, j \in I_{22} \cup N_{22}; q_j, j \in I_{21} \cup N_{21}$  являются независимыми величинами, поэтому все их коэффициенты корреляции  $k_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$ , получим оценки дисперсий зависимых переменных:

$$\sigma_{H_r}^2 = \sum_{j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}} \left( \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{H_j}^2 + \sum_{j \in I_{21} \cup N_{21}} \left( \left( \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right)^0 \right)^2 \sigma_{q_j}^2, \\ r \in I_{21} \cup N_{21}. \quad (2.90)$$

Для получения производных  $\frac{\partial q_r}{\partial H_j}$ ,  $j \in I_{12} \cup I_{22} \cup N_{22}$  и  $\frac{\partial q_r}{\partial q_j}$ ,  $j \in I_{21} \cup N_{21}$

будем рассматривать систему уравнений (2.75) – (2.78) как систему неявных функций:

$$\begin{aligned}
& f_1(q_r(\omega), r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}; q_t(\omega), t \in I_{21} \cup N_{21}; H_1(\omega); H_r(\omega), r \in I_{22} \cup N_{22}) = 0, \\
& \dots \\
& f_{n1}(q_r(\omega), r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}; q_t(\omega), t \in I_{21} \cup N_{21}; H_1(\omega); H_r(\omega), r \in I_{22} \cup N_{22}) = 0.
\end{aligned} \tag{2.91}$$

Для наглядности введём следующие обозначения:

$$Y_i = q_r(\omega), \quad r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}, \quad i \in 1, \dots, n1, \tag{2.92}$$

$$X_i = q_t(\omega), \quad t \in I_{21} \cup N_{21}, \quad i \in 1, \dots, n2, \tag{2.93}$$

$$X_i = H_1(\omega), \quad i \in 1 + n2, \tag{2.94}$$

$$X_i = H_r(\omega), \quad r \in I_{22} \cup N_{22}, \quad i \in n2 + 2, \dots, n4, \tag{2.95}$$

$$n1 = \text{Card}(M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}), \quad n2 = \text{Card}(I_{21} \cup N_{21}), \tag{2.96}$$

$$n3 = \text{Card}(I_{22} \cup N_{22}), \quad n4 = n2 + n3 + 1. \tag{2.97}$$

Тогда система неявных функций (2.91) может быть записана в виде:

$$\begin{cases}
f_1(Y_1, \dots, Y_{n1}, X_1, \dots, X_{n4}) = 0 \\
f_2(Y_1, \dots, Y_{n1}, X_1, \dots, X_{n4}) = 0 \\
\dots \\
f_{n1}(Y_1, \dots, Y_{n1}, X_1, \dots, X_{n4}) = 0
\end{cases} \tag{2.98}$$

Частные производные вычисляются по формуле:

$$\frac{\partial Y_j}{\partial X_k} = - \frac{\frac{D(f_1, \dots, f_{n1})}{D(X_1, \dots, X_{n4})}}{\frac{D(f_1, \dots, f_{n1})}{D(Y_1, \dots, Y_{n1})}}, \tag{2.99}$$

где  $\frac{D(f_1, \dots, f_{n_1})}{D(Y_1, \dots, Y_{n_1})}$  – Якобиан от функций  $f_1, \dots, f_{n_1}$  по переменным

$Y_1, \dots, Y_{n_1}$ .

Элементы матрицы Якоби вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r(\omega)}{\partial q_r(\omega)} = & 2 \operatorname{sgn} q_r(\omega) \bar{S}_r q_r(\omega) + \sum_{i \in M_1} 2b_{1ri}^2 \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri}^2 \left( \bar{a}_{1i} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \right) + \\ & + \sum_{i \in R} b_{1ri}^2 \frac{\bar{C}_i}{E_i^2}, \quad (r \in M_2), \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r(\omega)}{\partial q_k(\omega)} = & \sum_{i \in M_1} 2b_{1ri} b_{1ki} \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri} b_{1ki} \left( \bar{a}_{1i} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} b_{1ki} \frac{\bar{C}_i}{E_i^2}, \\ & (r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}), \quad (k \in I_{22} \cup N_{22}), \end{aligned} \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r(\omega)}{\partial q_t(\omega)} = & \sum_{i \in M_1} 2b_{1ri} b_{1ti} \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri} b_{1ti} \left( \bar{a}_{1i} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} b_{1ti} \frac{\bar{C}_i}{E_i^2}, \\ & (r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}), \quad (t \in I_{21} \cup N_{21}), \end{aligned} \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)} = 0, \quad (r \in M_2), \quad (2.103)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)} = 1, \quad (r \in I_{22}), \quad (2.104)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)} = -1, \quad (r \in N_{22}), \quad (2.105)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_k(\omega)} = 0, \quad (r \in M_2), \quad (k \in I_{22} \cup N_{22}), \quad (2.106)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_r(\omega)} = -1, \quad (r \in I_{22}), \quad (2.107)$$

$$\frac{\partial f_r(\omega)}{\partial H_r(\omega)} = 1, \quad (r \in N_{22}). \quad (2.108)$$

Для получения производных  $\frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)}, \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)}, j \in I_{22} \cup N_{22}; \frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)},$

$j \in I_{21} \cup N_{21}$  представим уравнения (2.76), (2.77) в следующем виде:

$$H_r(\omega) = H_1(\omega) - \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} +$$

$$+ \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i^2(\omega) + h_i^s \right) = 0, \quad (r \in N_{21}), \quad (2.109)$$

$$H_r(\omega) = H_1(\omega) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} q_i(\omega) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} q_i^2(\omega) \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{q_i(\omega) \bar{C}_i}{E_i^2} +$$

$$+ \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i^2(\omega) + h_i^s \right) = 0, \quad (r \in I_{21}). \quad (2.110)$$

Тогда производные по соответствующим переменным будут равны:

$$\frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)} = 1 \pm \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{1i} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)} \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{\bar{C}_i}{E_i^2} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)} +$$

$$+ \sum_{i \in M_1} b_{1ri} 2 \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)}, \quad (2.111)$$

$$\frac{\partial H_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)} = \pm \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{1i} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)} \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{\bar{C}_i}{E_i^2} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)} +$$

$$+ \sum_{i \in M_1} b_{1ri} 2 \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)}, \quad j \in I_{22} \cup N_{22}, \quad (2.112)$$

$$\frac{\partial H_r(\omega)}{\partial q_j(\omega)} = \pm \sum_{i \in L} b_{1ri} \left( \bar{a}_{1i} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + 2\bar{a}_{2i} q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)} \right) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \frac{\bar{C}_i}{E_i^2} \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)} +$$

$$+ \sum_{i \in M_1} b_{1ri} 2 \operatorname{sgn} q_i(\omega) \bar{S}_i q_i(\omega) \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)}, \quad j \in I_{22} \cup N_{22}. \quad (2.113)$$

Воспользуемся формулой (2.79) для получения частных производных

$$\frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)}, \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)}, j \in I_{22} \cup N_{22}; \frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)}, j \in I_{21} \cup N_{21}:$$

$$\frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_1(\omega)} = \sum_{r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}} b_{1ri} \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)}, \quad i \in M_1, \quad (2.114)$$

$$\frac{\partial q_i(\omega)}{\partial H_j(\omega)} = \sum_{r \in M_2 \cup I_{22} \cup N_{22}} b_{1ri} \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)}, \quad i \in M_1, \quad j \in I_{22} \cup N_{22}. \quad (2.115)$$

Порядок вычисления производных  $\frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_1(\omega)}, \frac{\partial q_r(\omega)}{\partial H_j(\omega)}, j \in I_{22} \cup N_{22};$

$\frac{\partial q_i(\omega)}{\partial q_j(\omega)}, j \in I_{21} \cup N_{21}$ , был рассмотрен выше.

Пример расчёта дисперсий зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ приведен в приложении В.

## Выводы к разделу 2

1. В разделе разработаны и обоснованы стохастические модели основных технологических элементов СПРВ – НА, РЗ, участка трубопровода, РЧВ.

2. На основании этих моделей разработана и обоснована стохастическая модель квазистационарных режимов работы СПРВ в виде взаимосвязанной системы МО от нелинейных алгебраических функций случайных аргументов, вероятностных условий на свободные напоры в узлах МВ и переполнение и опорожнение РЧВ.

3. Проведен анализ методов решения задачи расчёта квазистационарного режима работы МВ. Рассмотрены два метода – метод

компьютерного моделирования, позволяющий при  $N \rightarrow \infty$  получить несмещённые, эффективные, состоятельные оценки параметров и переменных квазистационарного режима работы МВ на заданном интервале времени и метод построения детерминированного эквивалента, который требует значительно меньших временных затрат и вычислительных ресурсов, однако гарантирует получение только нижних оценок МО соответствующих параметров и переменных.

4. Показано, что для решения задачи расчёта квазистационарного режима работы МВ на основании использования детерминированного эквивалента стохастической задачи наиболее эффективным алгоритмом является метод Ньютона, обеспечивающий сходимость решения рассматриваемой задачи за 3-4 итерации при выборе начального приближения в пределах допустимой области.

5. Основные результаты этого раздела опубликованы в работах [83, 84, 122, 123, 134].

### **РАЗДЕЛ 3**

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА И МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ВОДОПРОВОДНЫХ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ**

В разделе приводятся критерии оценки качества и эффективности функционирования водопроводных распределительных сетей. В качестве критерия качества функционирования водопроводной распределительной сети считается обеспечение водой требуемых объёмов всех потребителей ВС. В качестве критериев эффективности функционирования водопроводной распределительной сети считается: минимум МО суммы избыточных напоров в узлах ВС, минимум МО суммарных затрат электроэнергии всеми работающими НА; минимум МО суммарных финансовых затрат на электроэнергию, потребляемую всеми работающими НА. Приведена математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей, которая включает в себя две задачи: задачу оптимального распределения нагрузки между НС и задачу оптимизации квазистационарных режимов работы НС. Оптимизация структуры водопроводной распределительной сети осуществляется в результате решения задачи зонирования и установки регуляторов давления на входах в выделенные зоны и станций подкачек для высотных зданий. Оценка эффективности рассмотренных методов приводится в приложении Д и Е.

### **3.1 Критерии оценки качества и эффективности функционирования водопроводных распределительных сетей**

Для СПРВ различают два вида целей управления – качественные и количественные [56]. Степень достижения качественной цели управления определяет качество функционирования СПРВ, степень достижения

количественных целей управления определяет эффективность функционирования СПРВ.

Качественная цель заключается в обеспечении потребителей водой в каждый момент времени в требуемых объёмах.

Количественные цели управления заключаются в стремлении уменьшить или увеличить значения некоторых параметров (критериев оптимизации), характеризующих режимы функционирования СПРВ. Наиболее важные из них:

- режимная устойчивость СПРВ, т. е. способность противостоять случайным возмущениям системы без необходимости изменения её структуры и управляемых параметров;

- надёжность функционирования СПРВ, т. е. способность системы обеспечить заданную эффективность функционирования в нормальных условиях;

- живучесть СПРВ, т. е. способность системы обеспечить заданную эффективность функционирования в экстремальных условиях;

- количество подаваемой, транспортируемой и распределяемой воды;

- энергетические и финансовые затраты на подачу, транспорт и распределение воды;

- ущербы потребителей от недополучения ими воды;

- непроизводительные расходы воды (утечки воды в результате аварий, несанкционированные отборы, необнаруженные и неустраняемые утечки).

**Критерий качества функционирования СПРВ.** Для достижения качественной цели управления СПРВ необходимо обеспечить такой режим её функционирования, при котором все потребители будут полностью обеспечены требуемыми объёмами воды. Специфической особенностью СПРВ является то, что о степени удовлетворения водой потребителей можно судить по величине напора в узле сети, к которому подключён этот

потребитель. Если в любой момент времени величина напора больше или равна, чем некоторый минимально допустимый напор, то цель достигнута. Если напор на входе потребителя меньше минимально допустимого, то он недополучает требуемый объём воды или не получает её вообще. С другой стороны, если этот напор значительно выше минимально допустимого, то повышается вероятность возникновения аварийной ситуации, связанной с разрывами трубопроводов, увеличиваются утечки из ВС через необнаруженные и неустранённые дефекты трубопроводов (свищи, трещины, разломы и т. д.) и затраты на электроэнергию НС. Оптимальное управление процессами подачи и распределения воды в СПРВ должно обеспечить напоры всех потребителей на уровне минимально допустимых, однако достичь этого в реальных СПРВ невозможно из-за специфических особенностей СПРВ и наличия в них диктующих точек. Поэтому на практике, в качестве критерия качества работы СПРВ, необходимо использовать оценку вероятности того, что на заданном интервале времени  $[0, T]$  все потребители будут обеспечены водой с вероятностью, близкой к единице либо оценку противоположного события, т.е. вероятность того, что на заданном интервале времени  $[0, T]$  вероятность возникновения дефицита воды у потребителя стремится к нулю.

Для формализации этого критерия будем использовать тот факт [55], что для каждой узловой точки  $i$  СПРВ существует минимально допустимый свободный напор  $h_i^+$ , при котором все потребители, подключённые к данному узлу, обеспечиваются водой в полном объёме. В соответствии с ГСанПиН 2.2.4-171-10 величина  $h_i^+$  для населённых пунктов определяется в зависимости от этажности застройки и составляет 10 м для одноэтажных зданий и плюс 4 м на каждый дополнительный этаж для зданий большей этажности. Для того, чтобы СПРВ выполняла своё назначение, т. е. обеспечивала водой всех потребителей в необходимом объёме на интервале времени  $[0, T]$ , необходимо и достаточно, чтобы для всех узлов СПРВ на этом

интервале времени выполнялось условие:

$$P(h_i^c(\omega) \geq h_i^+) \geq \alpha, \quad (\alpha \cong 1), \quad (3.1)$$

или

$$P(h_{изб}(\omega) \geq 0) \geq \alpha, \quad h_{изб}(\omega) = h_i^c(\omega) - h_i^+, \quad (3.2)$$

где случайная величина  $h_i^c(\omega)$  определяет свободный напор в  $i$ -ом узле СПРВ,  $h_{изб}(\omega)$  – избыточный напор в  $i$ -ом узле СПРВ.

Если условие (3.1) или (3.2) не выполняется, то часть потребителей недополучит воду в требуемых объёмах.

**Критерии эффективности функционирования СПРВ.** Известно [87, 88, 91, 98, 109, 116], что для обеспечения заданного режима работы НС, оснащённой несколькими параллельно работающими НА, можно использовать различные режимы работы НА. При этом изменение режима работы НА возможно путём включения/выключения НА, изменения положения РЗ, изменением оборотов электродвигателя. Количество электроэнергии (мощность, кВт/ч), затраченной на работу НА, зависит от количества перекачиваемой им воды  $q_{NA}$ , КПД НА  $\eta_{NA}$ . Для обеспечения долговременной исправной работы НА необходимо минимизировать количество включений/выключений НА и обеспечить режим работы НА в пределах рабочего диапазона.

Таким образом, в качестве одного из критериев эффективности работы СПРВ будем использовать минимум МО суммарного количества электроэнергии, затраченной всеми работающими НА:

$$\bar{N} = M \sum_{\omega} \sum_{k \in [0, T]} \sum_{i \in L} \frac{9,81 \cdot h_{NAi}(q_{ik}(\omega)) \cdot q_{ik}(\omega)}{0,9 \cdot \eta_{NAi}(q_{ik}(\omega))} \rightarrow \min_{q_{ik}}. \quad (3.3)$$

Этот критерий позволяет получить объективную оценку эффективности функционирования СПРВ на заданном интервале времени, которая косвенным образом учитывает и все неучтённые и необнаруженные утечки (потери) питьевой воды из ВС. Для непосредственного учёта возможных потерь воды в работе [133] был предложен критерий минимизации МО суммы квадратов избыточных напоров во всех контрольных узлах СПРВ:

$$M_{\omega} \left( \sum_j (h_j^c(\omega) - h_j^+)^2 \right) \rightarrow \min_{q_{NS}}. \quad (3.4)$$

Использование этого критерия в качестве оценки эффективности функционирования СПРВ позволяет получать фактические режимы, при которых потери питьевой воды на интервале времени  $[0, T]$  будут минимальны.

Известно [79, 118, 119, 140, 142, 148], что при регулировании режимов работы НС путём включения/выключения НА, каждое включение/выключение НА сопровождается скачком дополнительных затрат ресурса НА и электроэнергии, поэтому в качестве одного из косвенных показателей эффективности функционирования СПРВ в работе принято МО количества включений/выключений НА на заданном интервале времени.

В качестве экономического критерия эффективности функционирования СПРВ в диссертационной работе рассматривается минимум МО суммарных финансовых затрат на электроэнергию, затраченную на работу НА при используемом тарифе на электроэнергию:

$$\bar{P} = M_{\omega} \sum_{k \in [0, T]} \sum_{i \in L} N_{ik} (q_{ik}(\omega)) \cdot r_k \rightarrow \min_{u(k) \in \Omega}, \quad (3.5)$$

где  $r_k$  – значение тарифа на электроэнергию на  $k$ -ом подынтервале времени.

При разработке систем управления развитием СПРВ одними из основных критериев является потенциалы ресурсо- и энергосбережения. Оценка потенциала ресурсосбережения рассчитывается следующим образом:

$$\Delta P = \left( \frac{\bar{P}_\phi(S_\phi, u_\phi) - \bar{P}_o(S_o, u_o)}{\bar{P}_\phi(S_\phi, u_\phi)} \right) \cdot 100\%, \quad (3.6)$$

где  $\bar{P}_\phi$  – МО суммарных финансовых затрат на электроэнергию, затраченную всеми работающими НА каждой НС СПРВ, полученное в результате реализации фактического метода управления;

$\bar{P}_o$  – МО суммарных финансовых затрат на электроэнергию, затраченную всеми работающими НА каждой НС СПРВ, полученное в результате реализации предлагаемого (оптимального) метода управления;

$S_\phi, S_o$  – структура СПРВ для фактического и оптимального режима работы СПРВ;

$u_\phi, u_o$  – управляющее воздействие для фактического и оптимального режимов работы СПРВ.

Оценка потенциала энергосбережения рассчитывается следующим образом:

$$\Delta N = \left( \frac{\bar{N}_\phi(S_\phi, u_\phi) - \bar{N}_o(S_o, u_o)}{\bar{N}_\phi(S_\phi, u_\phi)} \right) \cdot 100\%, \quad (3.7)$$

где  $\bar{N}_\phi$  – МО суммарной электроэнергии, затраченной всеми работающими НА каждой НС СПРВ, полученное в результате реализации фактического метода управления;

$\bar{N}_o$  – МО суммарной электроэнергии, затраченной всеми работающими НА каждой НС СПРВ, полученное в результате реализации предлагаемого (оптимального) метода управления (формула 2.27).

Таким образом, решение проблемы повышения качества и эффективности функционирования СПРВ приводит к необходимости решения многокритериальной задачи: найти такой режим функционирования СПРВ на интервале времени  $[0, T]$ , при котором достигаются минимумы МО следующих критериев: суммы избыточных напоров в контрольных узлах СПРВ, суммарных затрат электроэнергии НА, суммарных финансовых затрат на электроэнергию, количества переключений НА.

### **3.2 Математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей**

В реальных городах и населённых пунктах на ВС работает либо одна, либо две и более НС. Для ВС с одной НС математическая постановка, метод и результаты решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы ВС приведены в [133]. Математическая постановка и алгоритм решения задачи оптимизации для ВС с несколькими НС усложняются, так как появляется дополнительная задача оптимального распределения нагрузок между НС при их совместной работе на ВС. Эта задача возникает при работе на ВС уже двух НС и при дальнейшем увеличении НС изменяется только размерность решаемой задачи, поэтому, не нарушая общности, рассмотрим математическую постановку и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы ВС, имеющей две НС [17].

Задачу оптимизации режимов работы ВС будем рассматривать не для конкретного момента времени, а на заданном интервале времени  $[0, T]$  ( $T=24$  часа). Фактический (существенно нестационарный) режим работы ВС

разбивается (аппроксимируется) последовательностью взаимосвязанных квазистационарных режимов работы ВС. Фактически это приводит к тому, что интервал управления  $[0, T]$  разбивается на  $k$  подынтервалов  $[t_i, t_j]$  ( $i=1, \dots, k; j=2, \dots, k+1$ ) таким образом, что  $\cup [t_i, t_j] = [0, T]$ , а  $\cap [t_i, t_j] = \emptyset$ . Оптимальный режим работы ВС в этом случае может быть представлен в виде взаимосвязанной последовательности квазистационарных режимов для каждого подынтервала времени. Для оптимизации режима работы ВС на каждом подынтервале времени  $[t_i, t_j]$  будем использовать стохастическую модель квазистационарных режимов работы ВС. На вербальном уровне задача оптимизации режима работы ВС на подынтервале времени  $[t_i, t_j]$  заключается в нахождении таких режимов работы НС, работающих на ВС, при которых: все потребители будут обеспечены водой в прогнозируемых объёмах; вероятность того, что фактические напоры в узлах ВС будут больше минимально допустимых напоров будет больше либо равна  $\alpha, (\alpha \cong 1)$ ; МО суммарных затрат мощности НС, работающих на ВС, достигает минимума.

Исходными данными для математической постановки и решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы ВС на заданном подынтервале времени  $[t_i, t_j]$  являются статическая информация: нормативно-справочная информация о структуре и параметрах ВС (технологические схемы, длины и диаметры участков трубопроводов, тип и характеристики НА, регулируемых и отсекающих задвижек, и т. д.), минимально допустимые значения напоров  $h_j^+, j \in N_{21}$  во всех узлах ВС, фактическое положение всех отсекающих задвижек на ВС; оперативная информация – прогнозируемые значения часовых объёмов водопотребления в каждом узле ВС  $q_{j_1}(l), j \in N_{21}$ , вычисляемых в момент времени  $t_1$  с упреждением  $l$  равным длине интервала  $[t_1, t_2]$  и их дисперсии  $\sigma_{q_{j_1}}^2(l)$ , фактические режимы работы НС (количество и типы работающих НА, положения РЗ, обороты привода НА,

напоры и расходы на входах и выходах каждого НА и каждой НС, уровни воды в РЧВ НС) [125, 131, 134].

Задача оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей включает в себя две задачи: задачу оптимального распределения нагрузки между насосными станциями и задачу оптимизации квазистационарных режимов работы насосной станции.

Целевая функция задачи имеет вид:

$$M_{\omega} \left( \lambda \sum_{j=1}^m \frac{9,81 \cdot h_{NAj}(q_j(\omega, k)) \cdot q_j(\omega, k)}{0,9 \cdot \eta_{NAj}(q_j(\omega, k))} + (1 - \lambda) \sum_{j=v+\eta_2}^{v+\eta_2+\xi_1-1} (h_j^c(\omega, k) - h_j^+)^2 \right) \rightarrow \min_{q_{NSi}(i \in N), S_{NS}, E_{ij}},$$

$$\lambda \in [0, 1], \quad (3.8)$$

где  $S_{NS}$  – структура НС,  $N$  – количество НС,  $m$  – количество работающих НА.

Область ограничений (2.18) – (2.32).

Учет специфических особенностей СВ позволил решение задачи искать в два этапа: на первом этапе решается задача минимизации суммарных избыточных напоров в узлах ВС при  $\lambda=0$  (задача ресурсосбережения), на втором этапе при  $\lambda=1$  решается задача оптимизации режимов работы насосной станции (задача энергосбережения). Решение задач осуществляется путем построения их детерминированного эквивалента, который решается с использованием модифицированного метода нулевого порядка.

Разработан метод решения задачи минимизации МО суммарных избыточных напоров в узлах ВС как для вектора управления, включающего стандартный набор режимных параметров (напор и затраты на выходах насосных станций), так и для расширенного вектора управления, включающего, кроме режимных параметров, параметры, определяющие оптимальную (зонированный) структуру СПРВ (задача зонирования водопроводной сети). Далее задача ресурсосбережения, задача энергосбережения и задача зонирования будут рассмотрены отдельно.

### 3.2.1 Математическая постановка и метод решения задачи оптимального распределения нагрузки между насосными станциями

В соответствии с рассмотренными в п 3.1 критериями оценки качества и эффективности функционирования ВС для математической постановки задачи оптимального распределения нагрузки между НС будем использовать критерий минимизации суммы квадратов избыточных напоров во всех узлах ВС. Использование такого критерия позволяет не только минимизировать суммарные энергетические затраты НС, но и минимизировать затраты ресурсов, связанных с необнаруженными и неустраняемыми утечками питьевой воды из ВС.

Рассмотрим ВС, на которую работают  $N$  НС. Для представления структуры ВС в виде орграфа  $G(V,E)$ , где  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество дуг ( $e=Card(E)$ ,  $v=Card(V)$ ), реальная ВС добавляется нулевой вершиной и фиктивными хордами, соединяющими нулевую вершину со всеми входами и выходами сети. Для математической формулировки задачи производят следующее кодирование ВС: дерево графа выбирают таким образом, чтобы фиктивные участки сети стали хордами. При этом реальные участки частично станут хордами, а частично – ветвями дерева. Ветви дерева с насосом присваивают номер 1, остальным ветвям – от 2 до  $v-1$ , хордам реальных участков – от  $v$  до  $v+\eta_2-1$ , фиктивным с заданными узловыми расходами – от  $v+\eta_2$  до  $v+\eta_2+\xi_1-1$ , фиктивным с заданными напорами – от  $v+\eta_2+\xi_1$  до  $e$ , где  $\eta_2$  – количество хорд реальных участков,  $\xi_1$  – количество выходов с заданными узловыми расходами.

Математическая постановка задачи распределения нагрузки между НС: необходимо найти такое распределение расходов  $\bar{q}_i$ ,  $i \in N$  между всеми НС, при котором достигается минимум МО квадрата суммарных избыточных напоров во всех узлах ВС:

$$M_{\omega} \left( \sum_{j=v+\eta_2}^{v+\eta_2+\xi_1-1} (h_j^c(\omega) - h_j^+)^2 \right) \rightarrow \min_{q_{NSi} (i \in N)}, \quad (3.9)$$

при ограничениях  $\Omega$ .

$$\Omega: M_{\omega} \left( \operatorname{sgn} q_r(\omega) S_r(q_i(\omega)) q_r^2(\omega) + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} \operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) \right) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (3.10)$$

$$M_{\omega} \left( h_r^c(\omega) - h_{NS1}(\omega) + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) + h_i^g) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (3.11)$$

$$M_{\omega} \left( \operatorname{sgn} q_r(\omega) S_r(q_i(\omega)) q_r^2(\omega) + h_r^g - h_{NSn}(\omega) + h_{NS1}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) + h_i^g) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad n = 1, \dots, N), \quad (3.12)$$

$$M_{\omega}(q_i(\omega)) = M_{\omega} \left( \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_r(\omega) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_r(\omega) \right), \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (3.13)$$

$$P(h_i^c(\omega) \geq h_i^+) \geq \alpha, \quad (\alpha \cong 1), \quad i = (v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (3.14)$$

$$P(q_i(\omega) > 0) \cong \beta, \quad (\beta \cong 1), \quad i \in N, \quad (3.15)$$

где  $h_{NSn}(\omega)$  – напор на выходе  $n$ -ой НС.

Задача (3.9) – (3.15) относится к классу нелинейных задач стохастического программирования М-типа со статистическими (3.10) – (3.13) и вероятностными (3.14), (3.15) условиями. В настоящее время не существует универсального метода решения такого типа задач. В диссертационной работе используется приближённый метод решения такого типа задач, основанный на построении её детерминированного эквивалента. Построение точного детерминированного эквивалента задачи (3.9) – (3.15)

для нелинейных функций случайных аргументов вызывает значительные сложности, связанные с нелинейными преобразованиями случайных величин. В диссертационной работе построение детерминированного эквивалента статистических ограничений (3.10) – (3.13) осуществляется путём замены случайных величин их МО, при этом в соответствие с неравенством Йенсена для вогнутых функций [55] в качестве МО нелинейной функции случайных аргументов мы будем использовать функцию от МО, которая является её оценкой сверху. Построение детерминированных эквивалентов вероятностных ограничений (3.14) – (3.15), в предположении о нормальности распределения случайных величин  $q_i(\omega), h_i^c(\omega)$ , рассмотрено в разделе 2.

Детерминированный эквивалент задачи (3.9) – (3.15) примет вид (3.16) с ограничениями (3.17) – (3.22):

$$F = \sum_{j=v+\eta_2}^{v+\eta_2+\xi_1-1} \left( \bar{h}_j^c - h_j^+ \right)^2 \rightarrow \min_{q_{NSi} (i \in N)}, \quad (3.16)$$

$$\Omega: f_r = \operatorname{sgn} \bar{q}_r \bar{S}_r \bar{q}_r^2 + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} \operatorname{sgn} \bar{q}_i \bar{S}_i \bar{q}_i^2 = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (3.17)$$

$$f_r = \bar{h}_r^c - h_{NS1} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} \bar{q}_i \bar{S}_i (\bar{q}_i) \bar{q}_i^2 + h_i^s) = 0, \quad r = (v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (3.18)$$

$$f_r = \operatorname{sgn} \bar{q}_r \bar{S}_r \bar{q}_r^2 + h_r^s - \bar{h}_{NSn} + \bar{h}_{NS1} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} \left( \operatorname{sgn} \bar{q}_i \bar{S}_i \bar{q}_i^2 + h_i^s \right) = 0 \quad (3.19)$$

$$\bar{q}_i = \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} \bar{q}_r + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} \bar{q}_r, \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad \bar{q}_i > 0, \quad i \in N \quad (3.20)$$

$$\bar{h}_i^c \geq h_i^+, \quad i = (v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1). \quad (3.21)$$

Задача (3.16) – (3.21) относится к классу задач нелинейного математического программирования специального вида [34, 141].

Учитывая специфические свойства задачи (3.16) – (3.21), связанные с

тем, что диапазоны изменения расходов по каждой НС  $q_{NS_1}, \dots, q_{NS_n}$  априорно известны и находятся в диапазоне

$$0 \leq q_{NSn} \leq q_{NSn}^+, \quad (3.22)$$

где  $q_{NSn}^+ = \sum_{i \in L_n} q_{NSi}$  – максимальный расход  $n$ -ой НС при включении на

ней всех НА, а целевая функция (3.16) линейная, для решения задачи (3.16) – (3.21) будем использовать метод нулевого порядка Нелдера-Мида [33], модифицированный для учёта ограничений (3.22).

**Модифицированный алгоритм Нелдера-Мида для решения задачи распределения нагрузки между  $n$  НС.** Требуется найти минимум функции  $n$  переменных  $F(q_{NS_1}, \dots, q_{NS_n})$ . Задаём начальное значение коэффициентов: отражения  $\alpha = 1$ , сжатия  $\beta = 0,5$ , растяжения  $\gamma = 2$ .

1. Вычисляем значение целевой функции для  $n+1$  значения распределения суммарного расхода  $Q = \sum_{i=1}^n q_{NSi}$ .

1.1. Присваиваем  $i:=1$ . Выбирается начальный вариант распределения суммарного расхода между НС:  $\bar{q}_{NSi} = \frac{Q}{n}$ .

1.2. Для заданного распределения расходов между НС решается система  $\eta_2 + \xi_2$  нелинейных алгебраических уравнений (3.17), (3.19) с  $\eta_2 + \xi_2$  неизвестными при  $\nu - 1$  линейном уравнении связи (3.20) с использованием метода Ньютона. В результате решения системы (3.17), (3.19) определяем величины  $\bar{q}_i, \bar{h}_i, (i = 2, \dots, \nu + \eta_2 + \xi_2)$ .

1.3. Вычисляем напоры на выходах НС, для которых выполняются условия (3.21). Допустимые напоры на выходах НС вычисляются в соответствии с выражением:

$$H_r = \bar{h}_r^+ + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\text{sgn } \bar{q}_i \bar{S}_i(\bar{q}_i) \bar{q}_i^2 + h_i^g) = 0, \quad r = (v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1). \quad (3.23)$$

Величины  $H_r$ , найденные по формуле (3.23), соответствуют потерям напора от начала ветви 1 до узла с узловым расходом  $q_r$  плюс потери напора, учитывающие минимальные свободные напоры в узлах. Сравнивая полученные величины  $H_r$ , определим путь с максимальной потерей напора и определим  $h_{NS1}$ :

$$h_{NS1} = \max H_r. \quad (3.24)$$

Определяются свободные напоры  $h_r^c$  ( $r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1$ ). Для этого подставим  $h_{NS1}$  из формулы (3.24) в уравнения (3.18).

1.4. Вычисление значения целевой функции  $F_1(q_{NS1})$  для данного распределения расходов.

1.5. Проверка условия: если  $i < n + 1$ , то вычисляем новое распределение суммарного расхода между НС:  $\bar{q}_{NS2i} = \bar{q}_{NS1i} + \Delta q, i = 1, 2, \dots, n / 2$  целое  $\bar{q}_{NS2i} = \bar{q}_{NS1i} - \Delta q, i = n / 2, n / 2 + 1, \dots, n$  и переходим к пункту 1.2.

В противном случае переходим к пункту 2.

В результате выполнения пункта 1 получаем  $n + 1$  значение распределения суммарного расхода между  $n$  НС и соответствующие им  $n + 1$  значение целевой функции  $F_1 = F(q_{NS1}), F_2 = F(q_{NS2}), \dots, F_{n+1} = F(q_{NS_{n+1}})$ .

2. Вычисление нового приближения по распределению расходов между НС (алгоритм Нелдера-Мида):

2.1. Из вершин симплекса выбираем три точки:

- $q_{NS}^h$  с наибольшим (из выбранных) значением функции  $F^h$ ;
- $q_{NS}^g$  со следующим по величине значением функции  $F^g$ ;

–  $q_{NS}^l$  с наименьшим значением функции  $F^l$ ;

2.2. Находим центр тяжести всех точек, за исключением  $q_{NS}^h$ :

$$q_{NS}^c = \frac{1}{n} \sum_{i \neq h} q_{NS_i}^c. \quad (3.25)$$

2.3. Отразим точку  $q_{NS}^h$  относительно  $q_{NS}^c$  с коэффициентом  $\alpha$ , получим точку  $q_{NS}^r$  и вычислим в ней функцию  $F^r$ . Координаты новой точки вычисляются по формуле:

$$q_{NS}^r = (1 + \alpha)q_{NS}^c - \alpha q_{NS}^h. \quad (3.26)$$

2.4. Проверка:

– если  $F^r < F^l$  и  $0 < q_{NS}^r < Q$ , то направление выбрано удачно и можно попробовать увеличить шаг. Производим «растяжение». Новая точка  $q_{NS}^e = (1 - \gamma)q_{NS}^c + \gamma q_{NS}^r$  и значение функции  $F^e$ .

– если  $F^e < F^r$  и  $0 < q_{NS}^e < Q$ , то можно расширить симплекс до этой точки: присваиваем точке  $q_{NS}^h$  значение  $q_{NS}^e$  и заканчиваем итерацию (на шаг 2.8).

– если  $F^r < F^e$ , то переместились слишком далеко: присваиваем точке  $q_{NS}^h$  значение  $q_{NS}^r$  и заканчиваем итерацию (на шаг 2.8).

– если  $F^l < F^r < F^s$ , то выбор точки неплохой. Присваиваем точке  $q_{NS}^h$  значение  $q_{NS}^r$  и переходим на шаг 2.8.

– если  $F^s < F^r < F^h$ , то меняем местами значения  $q_{NS}^h$  и  $q_{NS}^r$ , а также  $F^r$  и  $F^h$ . Переходим на шаг 2.5.

– если  $F^h < F^r$ , то переходим на шаг 2.5.

В результате  $F^l < F^s < F^h < F^r$ .

2.5. «Сжатие». Строим точку  $q_{NS}^s = \beta q_{NS}^h + (1 - \beta)q_{NS}^c$  и вычисляем в ней значение  $F^s$ .

2.6. Если  $F^s < F^h$  и  $0 < q_{NS}^s < Q$ , то присваиваем точке  $q_{NS}^h$  значение  $q_{NS}^s$  и идём на шаг 2.8.

2.7. Если  $F^s > F^h$ , то первоначальные точки оказались самыми удачными. Делаем «глобальное сжатие» симплекса делением пополам расстояния от каждой точки симплекса до  $q_{NS}^l$  – точки, определяющей наименьшее значение функции. Т. е. заменяем точку  $q_{NS}^i$  точкой  $(q_{NS}^i - q_{NS}^l) / 2$ . Вычисляем  $F^i$  для  $i=1, 2, \dots, n+1$ .

2.8. Проверяем условие окончания итерационного процесса. Для этого вычисляем среднее значение целевых функций в  $n+1$  точках.  $\bar{F} = \sum F_i / (n+1)$ . Вычисляем оценку дисперсии целевой функции

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n+1} (F_i - \bar{F})^2 / (n+1). \quad (3.27)$$

Проверяем условие: если среднее квадратическое отклонение

$$\sigma < \varepsilon, \quad (3.28)$$

где  $\varepsilon$  – заданное малое число, то заданная точность сходимости алгоритма достигнута и процесс вычисления завершен. Принимаем достигнутое на последней итерации распределение расходов между НС оптимальным. Переходим к пункту 3.

Если условие (3.28) не выполняется, переходим к пункту 2.

3. Вычисление дисперсий расходов и напоров на выходах НС (в соответствии с методом, изложенным в разделе 2).

В результате решения задачи распределения нагрузки между НС получаем оценки МО оптимальных значений расходов  $\bar{q}_{iNS}$  и напоров  $\bar{h}_{iNS}$  на выходах каждой НС и их дисперсий.

Эти значения являются исходными для решения задачи оптимизации режимов работы каждой  $i$ -ой НС ( $i=1, \dots, n$ ).

### 3.2.2 Математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы насосной станции

Исходными данными для задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС на рассматриваемом подынтервале времени  $[t_i, t_j]$  являются: оценки МО и дисперсий динамических данных – вычисленных значений расходов  $\bar{q}_{iNS}, \sigma_{q_{iNS}}^2$  и напоров  $\bar{h}_{iNS}, \sigma_{h_{iNS}}^2$  на выходах каждой НС на подынтервале времени  $[t_i, t_j]$ , уровней воды в приёмном резервуаре НС в момент времени  $t_i$ , состав и параметры всех работающих НА в момент времени  $t_i$ , напор и расход на выходе НС на предшествующем интервале времени  $[t_{i-1}, t_{j-1}]$ ; оценки МО и дисперсий статических данных – параметров всех участков трубопровода НС (длины, диаметры, геодезические отметки начала и конца каждого участка), параметров НА ( $\bar{a}_0, \sigma_{a_0}^2, \bar{a}_1, \sigma_{a_1}^2, \bar{a}_2, \sigma_{a_2}^2, \bar{c}_0, \sigma_{c_0}^2, \bar{c}_1, \sigma_{c_1}^2, \bar{c}_2, \sigma_{c_2}^2, \bar{d}_0, \sigma_{d_0}^2, \bar{d}_1, \sigma_{d_1}^2, \bar{d}_2, \sigma_{d_2}^2$ ), параметров РЗ ( $\bar{C}, \sigma_C^2; E, \sigma_E^2$ ).

На содержательном уровне задача оптимизации квазистационарных режимов работы НС на интервале времени  $[t_i, t_j]$  заключается в следующем: необходимо определить такой состав работающих НА на заданном интервале времени  $[t_i, t_j]$ , который обеспечивает следующее:

- МО суммарных энергозатрат всеми работающими НА на интервале времени  $[t_i, t_j]$  должно быть минимальным;
- возможность изменения рабочей точки НС в следующем диапазоне:

$$\bar{q}_{iNS} \pm 3\sigma_{q_{iNS}}, \bar{h}_{iNS} \pm 3\sigma_{h_{iNS}}, \quad (3.29)$$

– МО КПД каждого включённого НА должно быть максимально возможным.

Для представления структуры НС в виде орграфа  $G_{NS}(V,E)$ , где  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество дуг ( $e=Card(E)$ ,  $v=Card(V)$ ), реальная НС добавляется нулевой вершиной и фиктивными хордами, соединяющими нулевую вершину с входом и выходом НС. Для математической формулировки задачи производят следующее кодирование НС: каждая ветвь дерева графа содержит один НА, одну РЗ и пассивные участки, соединяющие НА и РЗ с входом и выходом НС. Вершинами графа НС являются точки соединения 2-х и более элементов НС [55]. Множество  $E$  дуг графа сети НС можно представить как  $E = L \cup M \cup K \cup R$ , где  $L$  – множество дуг графа сети, соответствующих участкам с НА;  $M$  – множество дуг графа сети, соответствующих пассивным участкам;  $K$  – множество фиктивных участков сети,  $R$  – множество дуг графа сети, соответствующих РЗ.

Детерминированный эквивалент задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС на интервале времени принимает следующий вид:

$$\sum_{j=1}^m \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAij}(\bar{q}_j) \cdot \bar{q}_{ij}}{0,9 \cdot \bar{\eta}_{NAij}(\bar{q}_j)} \rightarrow \min_{S, E_{ij} \in \Omega}, \quad (3.30)$$

$$\bar{h}_r(\bar{q}_r) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i) + \sum_{i \in M} b_{1ri} \bar{h}_i(\bar{q}_i) = 0, (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1). \quad (3.31)$$

$$\bar{h}_{NS} - \bar{h}_{vh} + \bar{h}_{NAr}(\bar{q}_r) + h_{NAr}^g + \bar{h}_{RZr}(\bar{q}_r) + h_{RZr}^g + \sum_{i \in M} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i) + h_i^g) = 0, (r = 1, \dots, n). \quad (3.32)$$

$$\sum_{r=v}^e b_{1ri} \bar{q}_r = \bar{q}_{NS}, \quad (i = 1, \dots, v - 1), \quad (3.33)$$

$$\bar{q}_i > 0, \quad i \in M. \quad (3.34)$$

$$\bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i) = \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 + \bar{a}_{1i} \bar{q}_i \frac{n_1}{n_0} + \bar{a}_{2i} \bar{q}_i^2, \quad i \in L, \quad (3.35)$$

$$\bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i) = \frac{\bar{q}_i \bar{C}_i}{E_i^2}, \quad i \in R, \quad (3.36)$$

$$\bar{h}_i(\bar{q}_i) = \text{sgn} \bar{q}_i \bar{S}_i \bar{q}_i^2, \quad \bar{S}_i = 0,001736 \frac{l_i}{d_i^{5,3}}, \quad i \in M, \quad (3.37)$$

$$\bar{\eta}(\bar{q}_i) = 1 - \frac{1 - \bar{d}_0 - \bar{d}_1 \bar{q}_i - \bar{d}_2 \bar{q}_i^2}{\left( \frac{n_0}{n_1} \right)^{0,36}}, \quad i \in L. \quad (3.38)$$

Задача (3.30) – (3.38) относится к классу нелинейных задач математического программирования с ограничениями в виде равенств при односторонней ограниченности независимых переменных. Для решения этой задачи в работе использован модифицированный (введением дополнительных ограничений) метод Нелдера-Мида, приведенный в разделе 3.2.1.

В результате решения задачи (3.30) – (3.38) получаем МО оптимальной структуры  $i$ -ой НС  $\bar{S}_{NSi}^*$ , оптимальные значения МО оборотов привода каждого включённого НА  $\bar{n}_{1ij}^*$ , МО положений каждой РЗ  $\bar{E}_{ij}^*$ .

Оценка эффективности методов оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей для ВС с одной НС рассмотрена в [131, 133], для ВС с двумя НС рассмотрена в приложении Д.

### 3.3 Математическая постановка и методы решения задачи оптимизации структуры водопроводных распределительных сетей

Разделение ВС на зоны применяется при проектировании ВС со значительной разностью геодезических отметок обслуживаемых

водопроводом участков, различной этажности застроек микрорайонов города и, следовательно, значительной разнице свободных напоров, требуемых различными категориями потребителей. Реализация зонирования ВС осуществляется либо путём строительства дополнительных НС, работающих на выделенные зоны, либо путем прокладки дополнительных магистральных трубопроводов или дополнительных РЧВ [22-24]. Появление новых высоконадёжных и относительно не дорогих регуляторов давления больших диаметров позволяет по новому подойти к решению проблемы ресурсо- и энергосбережения в СЦВ. Зонирование ВС с использованием регуляторов давления позволяет существенно снизить капитальные затраты на реализацию зонирования ВС, существенно снизить избыточный напор в узлах ВС и, следовательно, потери воды в виде утечек, а также снизить расход электроэнергии на НС.

На содержательном уровне задача зонирования ВС состоит в следующем: те узлы ВС, в которых избыточные напоры существенно превышают заданное пороговое значение, необходимо сгруппировать в связанные участки (зоны) [126, 133], которые должны иметь не менее двух входов (для обеспечения заданного уровня надёжности и живучести ВС) и предусмотреть установку регуляторов давления на каждом из этих входов, а также оценить параметры каждого регулятора. Если в выделенную зону попадают высотные здания (ВЗ), то для каждого ВЗ необходимо предусмотреть установку станции подкачки и определить её параметры [66].

С формальной точки зрения решение задачи зонирования ВС сводится к решению ряда взаимосвязанных задач:

- оптимального распределения нагрузки между НС для режима максимального водопотребления на интервале управления;
- выделения зон ВС, в том числе содержащих ВЗ;
- определение параметров регуляторов давления, устанавливаемых на входах выделенных зон ВС;

– определение параметров станций подкачек для ВЗ в выделенных зонах.

### 3.3.1 Математическая постановка задачи оптимального зонирования водопроводных распределительных сетей

При постановке задачи зонирования предполагается, что известна: вся нормативно-справочная информация о структуре и параметрах ВС (технологические схемы, длины и диаметры участков трубопроводов, тип и характеристики НА, регулируемых и отсекающих задвижек, и т.д.); статистические данные о фактических режимах работы ВС на значительных интервалах времени (от 1 года и более); оперативная информация – минимально допустимые значения напоров (давлений) во всех узлах ВС, прогнозируемые значения суточных объёмов водопотребления в каждом узле ВС, вычисляемых в нулевой момент времени с упреждением 365 дней и их дисперсии.

Будем предполагать, что вычисленные значения прогнозов имеют нормальное распределение  $q_{i0}(\omega, l) \sim N(q_{i0}(l), \sigma_{q_{i0}}^2(l))$ ,  $l = 1, 2, \dots, 365$ .

Постановку и решение задачи зонирования будем производить с использованием стохастической модели квазистационарных режимов работы ВС [17] и максимального водопотребления, т. е. для  $q_{i0}(k)$ :

$q_{i0}(k) = \max_l q_{i0}(l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, 365$ . Причём значение максимального

водопотребления  $q_i^+(k)$  в  $i$ -ом узле будем определять из условия:

$$q_i^+(k): P(0 \leq q_{i0}(k) \leq q_i^+(k)) = 0,997. \quad (3.39)$$

Для представления структуры ВС в виде орграфа  $G(V, E)$ , где  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество дуг ( $e = \text{Card}(E)$ ,  $v = \text{Card}(V)$ ), реальная сеть

добавляется нулевой вершиной и фиктивными хордами, соединяющими нулевую вершину со всеми входами и выходами ВС [56, 114]. Для построения стохастической модели квазистационарных режимов работы ВС произведём следующее кодирование сети: дерево графа выберем таким образом, чтобы фиктивные участки сети стали хордами. При этом реальные участки частично станут хордами, а частично – ветвями дерева. Ветви дерева с НС присвоим номер 1, остальным ветвям – от 2 до  $v-1$ , хордам реальных участков – от  $v$  до  $v + \eta_2 - 1$ , фиктивным с заданными узловыми расходами – от  $v$  до  $e$ , где  $\eta_2$  – количество хорд реальных участков.

При сделанных обозначениях стохастическая модель квазистационарных режимов работы ВС принимает вид [56]:

$$M_{\omega} \left( \operatorname{sgn} q_r(\omega) S_r(q_i(\omega)) q_r^2(\omega) + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} \operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) \right) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (3.40)$$

$$M_{\omega} \left( h_r^c(\omega) - h_{NS1}(\omega) + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) + h_i^g) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (3.41)$$

$$M_{\omega} \left( \operatorname{sgn} q_r(\omega) S_r(q_i(\omega)) q_r^2(\omega) + h_r^g - h_{NSn}(\omega) + h_{NS1}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i(\omega) S_i(q_i(\omega)) q_i^2(\omega) + h_i^g) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad n = 1, \dots, N), \quad (3.42)$$

$$M(q_i(\omega)) = M_{\omega} \left( \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_r(\omega) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_r(\omega) \right), \quad (i = 1, \dots, v-1). \quad (3.43)$$

$$P(h_i^c(\omega) \geq h_i^+) \geq \alpha, \quad (\alpha \cong 1), \quad (i = v + \eta_2, \dots, e). \quad (3.44)$$

Для разрешимости системы уравнений (3.40) – (3.44) она дополняется граничными условиями вида:

$$q_r(\omega) \sim N(\bar{q}_r, \sigma_{q_r}^2), \quad r = (v + \eta_2, \dots, e). \quad (3.45)$$

В этом случае задачу зонирования ВС СЦВ представим в виде:

$$M \sum_{\omega} \sum_{i=1}^{v-1} (h_i^c(\omega) - h_i^+)^2 \rightarrow \min_{G_i \in G}, \quad (3.46)$$

где  $G_i$  – подграф ( $i$ -я зона) графа  $G$  ВС. Область допустимых решений  $\Omega$  представляет собой систему уравнений (3.40) – (3.44) стохастической модели квазистационарных режимов работы ВС.

Для разрешимости системы уравнений (3.40) – (3.44) зададим граничные условия (3.45) в виде (3.39)  $q_i^+(k)$ , ( $i=1, \dots, v$ ).

Задача (3.46) при ограничениях (3.40) – (3.44) и условиях (3.45) относится к классу одноэтапных задач нелинейного стохастического программирования.

Построение детерминированного эквивалента задачи (3.40) – (3.46) осуществляется путём замены случайных величин их МО.

### **3.3.2 Метод решения задачи оптимального зонирования водопроводных распределительных сетей**

Решение детерминированного эквивалента задачи (3.40) – (3.46) осуществляется в несколько этапов.

**1. Оптимальное распределение нагрузки между НС, работающими на общую ВС, осуществляется в результате решения следующей задачи:**

$$M \sum_{\omega} \sum_{r \in \mathcal{V}} (h_r^c(\omega) - h_r^+)^2 \rightarrow \min_{h_j^a \in \Omega}, \quad (3.43)$$

где  $h_j^a$  – значения напоров на выходах НС ( $j=1, \dots, n$ );

$n$  – число НС, совместно работающих на ВС;

область  $\Omega$  определяется системой ограничений (3.40) – (3.45) и условием (3.46).

Если ВС имеет существенно различную этажность застройки, причём ВЗ составляют до 5%, то значения минимально допустимых напоров для узлов с ВЗ выбирается  $h_{i^*}^+ = 10$  м ( $i^*$  – номер узла с ВЗ). При этом предполагается, что при попадании этих ВЗ в выделяемую зону, в них будут установлены станции подкачки.

**2. Выделение зон.** При зонировании ВС будем выделять изолированные зоны ВС, которые имеют не менее двух входов (для обеспечения заданного уровня надёжности и живучести ВС). Рассмотрим все узлы ВС, в которых избыточный напор превышает пороговое значение, и которые образуют множество  $P$  ( $card(P)=p$ ). Узлы, выделяемые в одну зону, должны удовлетворять следующим условиям:

а) МО избыточного напора в каждом  $i$ -ом узле выделенной зоны должно превышать некоторое заданное пороговое значение:

$$\bar{h}_{izbi} = \bar{h}_i^c - h_i^+ \geq Porog, \quad i \in P_k \quad (k=1, \dots, p), \quad (3.44)$$

где  $\bar{h}_{izbi}$  – МО избыточного напора в  $i$ -ом узле на заданном интервале управления;

$\bar{h}_i^c$  – МО свободного напора в  $i$ -ом узле на заданном интервале управления;

$h_i^+$  – минимальный допустимый напор в  $i$ -ом узле;

$Porog$  – МО допустимого порогового значения избыточного напора;

б) все узлы выделенной зоны должны составлять одну связную

компоненту.

Пусть множество  $P$  состоит из  $k$  связных компонент (зон):

$$P = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_k, P_i \cap P_j = \emptyset \quad (\forall i \neq j). \quad (3.45)$$

Пусть  $M_{p \times p}$  – матрица смежности, составленная для всех узлов из множества  $P$ . Для  $\forall$  узла  $i \in P_n$  ( $n=1, \dots, k$ )  $\exists$  хотя бы один узел  $j \in P_n$ , для которого  $m_{ij} = 1$ .

### 3. Определение параметров регуляторов давления для зоны $P_k$

Каждый регулятор давления характеризуется следующим набором параметров: диапазонами изменения напора на входе и выходе регулятора, диапазонами изменения расхода через регулятор [108]. Для определения параметров регуляторов давления необходимо определить диапазоны изменения МО и дисперсий напоров и расходов на выходе регулятора для всего интервала управления.

Для определения параметров регуляторов давления для каждой выделенной зоны  $P_n$  выделяется подграф  $G_k(V_k, E_k)$  ВС (где  $V_k: v_k \in P_n$ ;  $E_k = E_{1k} \cup E_{2k}$ ,  $E_{1k}, E_{2k}$  – множество реальных дуг, соответствующих входам в зону  $P_n$ , и множество фиктивных дуг, соответствующих выходам из зоны  $P_n$ ), и решается задача оптимального распределения нагрузок между регуляторами давления  $E_{1k}$ , устанавливаемыми на входах в зону  $P_n$ , т. е. задача (3.46) с ограничениями (3.40) – (3.44) для подграфа  $G_k(V_k, E_k)$  с заменой значений напоров на выходах НС  $h_1^a$  на напоры на выходах регуляторов  $h_{Ri}$ ,  $i \in E_{1k}$ .

В результате решения этой задачи получаем минимально необходимые значения стабилизируемых напоров на выходах регуляторов и максимально допустимые значения расходов через них. Для определения минимального и максимального значений диапазонов изменения расходов и напоров на

входах и выходах регулятора осуществляется прогноз максимального и минимального водопотребления всеми категориями потребителей в выделенной зоне, и решается задача оптимального распределения нагрузок между регуляторами давления. В результате получаем диапазон изменения оптимальных значений расходов через регулятор и значений стабилизируемых напоров на выходе регулятора. На основании этой информации, в соответствии с [108], определяется тип регуляторов, обеспечивающий необходимые диапазоны изменения напоров на входах и выходах регуляторов для минимальных и максимальных прогнозируемых расходов через регулятор, и минимально допустимый напор на его входе  $h_{\min Ri}$ .

Концам дуг  $E_{lk}$  с установленными регуляторами давления присваиваются новые номера узлов ВС, для которых в качестве минимально допустимых напоров  $h_l^+$  ( $l \in E_{lk}$ ) принимаются значения минимального допустимого напора на входе регулятора  $h_l = h_{\min Ri}$ . В качестве МО расхода в этих узлах принимается максимальное значение расхода на выходе регулятора  $q_i = q_{\max Ri}$ , а в качестве оценки дисперсии расхода – сумма дисперсий расходов в узлах зоны  $P_k$ :  $\sigma_{q_i}^2 = \sum_{r \in P_k} \sigma_{q_r}^2$ . Все оставшиеся узлы выделенной зоны удаляются из графа ВС.

Пример выбора регулятора давления для выделенной зоны приведен в приложении Е.

Для повышения эффективности зонированной СВ регуляторы давления должны быть оборудованы системой дистанционного управления значением стабилизируемого напора на выходе регулятора. Это позволяет для регуляторов давления использовать ту же систему оперативно-диспетчерского управления, что и для НС при их совместной работе на ВС, описанную в разделе 3.3.

**4. Определение параметров станций подкачки.** В результате

решения задачи распределения нагрузок между НС или регуляторами давления для прогнозируемого значения максимального водопотребления получаем значения фактических свободных напоров во всех узлах ВС, в том числе и для всех узлов с ВЗ  $h_{i*}^c$ . Вычисление необходимого напора станции подкачки для узлов с ВЗ определяется в соответствии с выражением:

$$H_{st} = (h_{i*}^+ - \bar{h}_{i*}^c) + 3\sigma_{h_{i*}^c}, \quad (3.46)$$

где  $h_{i*}^+, \bar{h}_{i*}^c$  – минимальный допустимый напор в  $i$ -ом узле ВЗ и МО фактического напора в  $i$ -ом узле с ВЗ зоны  $P_k$ .

Оценка эффективности разработанного метода на основе стохастической модели квазистационарных режимов работы ВС производилась для различных структур ВС. В работе [133] приведены результаты оценки потенциала энергосбережения зонированной ВС с одной НС. В приложении Е приведены результаты оценки потенциала энергосбережения зонированной ВС с двумя НС.

Показано, что использования разработанного метода зонирования ВС рассмотренных структур позволяет:

а) Для ВС с одной НС снизить МО суммарного избыточного напора в ВС с 117,2 м до 72,24 м, т. е. на 38,36%; снизить МО суммарного избыточного напора в выделенной зоне с 81,87 м до 36,91 м, т. е. на 54,92%.

б) Для ВС с двумя НС снизить МО суммарного избыточного напора в ВС с 2 053 м до 1 065 м, т. е. на 48,11%; снизить МО суммарного избыточного напора в выделенной зоне с 1 272 м до 338 м, т. е. на 73,42%.

Для формализации условия 2б выделения зон приведем алгоритм выделения связанных компонент (зон) [38, 44, 90] с использованием метода поиска в ширину (рис. 3.1).



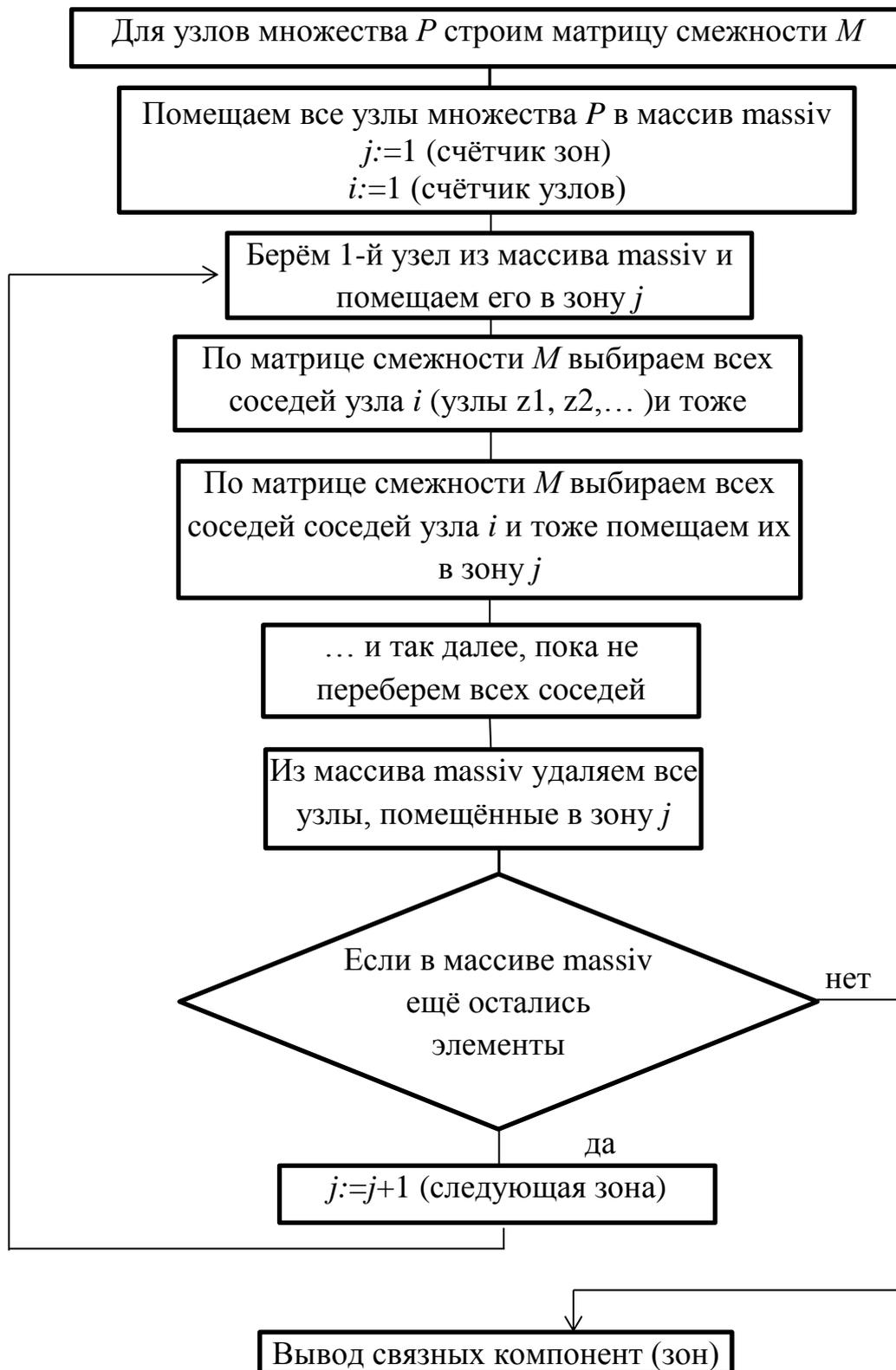


Рисунок 3.1 – Алгоритм выделения связанных компонент (зон)

### **Выводы к разделу 3**

1. Выбраны и обоснованы критерии оценки качества и эффективности функционирования водопроводных распределительных сетей, используемые для решения задач оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей.

2. Приведена математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей, которая включает в себя две задачи: задачу оптимального распределения нагрузки между НС и задачу оптимизации квазистационарных режимов работы НС.

3. Усовершенствован метод оптимального стохастического управления режимами работы НС за счёт оптимального выбора состава работающих НА, минимизирующий их отрицательное взаимное влияние.

4. Получил дальнейшее развитие метод оптимального стохастического управления развитием СПРВ путём зонирования водопроводных распределительных сетей для районов с разной этажностью застройки, основанный на использовании стохастической модели квазистационарных режимов работы СПРВ и модифицированного метода поиска в ширину.

5. Основные результаты этого раздела опубликованы в работах [17, 19, 123, 125, 131, 134].

## **РАЗДЕЛ 4**

### **ОПТИМАЛЬНОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ РАБОТЫ МАГИСТРАЛЬНОГО ВОДОВОДА**

#### **4.1 Постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода**

МВ представляет собой сложную техническую систему, предназначенную для транспорта воды на большие расстояния. МВ состоит из последовательности многоцеховых НС и многониточных магистральных трубопроводов [23, 24]. На входе каждой НС имеется РЧВ. В РЧВ первой НС МВ поступает подготовленная вода с одного или нескольких подъёмов. На выходе МВ, как правило, имеются РЧВ значительной ёмкости, используемые в качестве источников водоснабжения для городов и населённых пунктов [51, 75, 99, 100, 101].

##### **4.1.1 Вербальная постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода**

Основными управляемыми элементами МВ являются НА НС. Каждый цех НС представляет собой несколько параллельно соединённых НА. Управление работой НА осуществляется путём включения/выключения НА НС, изменением положения регулирующей задвижки, регулированием частоты вращения приводных электродвигателей НА. Управление работой МВ осуществляется изменением режимов работы НС [4, 28, 37, 43, 49, 50].

Для разработки эффективных методов управления режимами работы МВ необходимо учитывать и использовать специфические особенности МВ как объекта управления. В диссертационной работе МВ рассматривается как стохастический объект, функционирующий в стохастической среде. Специфическими особенностями современных МВ являются наличие в них

РЧВ достаточно большого объёма и возможности использования трёхзонного тарифа на электроэнергию. Учёт этих особенностей МВ позволяет построить стратегию оптимизации режимов его работы, основанную на максимально возможном использовании всего объёма резервуаров и трёхзонного тарифа на электроэнергию [53, 54, 71, 72, 138]. Суть стратегии заключается в том, что подача воды в РЧВ из МВ должна быть минимальной на интервале времени с максимальным тарифом и максимальной на интервале времени с минимальным тарифом. Использование такой стратегии приводит к необходимости введения дополнительных экстремальных ограничений на фазовые переменные (уровни воды в РЧВ): к моменту времени перехода тарифа на электроэнергию с меньшего на больший – МО уровней воды в РЧВ должны быть максимально возможными, а перед моментом времени начала минимального тарифа МО уровней воды в РЧВ должны быть минимальными. Более того, для предотвращения возникновения аварийных ситуаций для любого момента времени  $t \in [0, T]$  вероятность переполнения или опорожнения резервуаров должна быть близка к нулю.

Применение такой стратегии привело к необходимости разработки нового класса задач оптимального стохастического управления режимами работы МВ с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные.

#### **4.1.2 Математическая постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода**

Основным критерием эффективности работы МВ является значение МО суммарной стоимости электроэнергии, израсходованной всеми НС на заданном интервале управления  $[0, T]$ , при условии, что МВ обеспечивает водой всех потребителей в требуемых (прогнозируемых) объёмах.

Для постановки задачи оптимального стохастического управления

режимами работы МВ будем использовать стохастическую модель квазистационарных режимов работы СПРВ [122, 127].

Исходными данными для задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ являются статические данные: структура МВ, длины, диаметры геодезические отметки участков трубопровода, оценки параметров моделей НА на каждой НС, физические размеры РЧВ, оценки гидравлических сопротивлений РЗ на каждой НС; интервал управления  $[0, T]$ ; в момент времени  $t=0$  известны измеренные значения уровней воды в каждом  $z$ -ом РЧВ  $H_{z0}(\tilde{\omega})$ , фактическое количество и режимы работы  $(h_{NA}(q), q_{NA})$  всех включённых НА на каждой НС, положения РЗ.

Интервал управления  $[0, T]$  (одни сутки), разбивается на 24 подынтервала, соответствующих каждому часу периода управления  $k=1, \dots, 24$ . На каждом  $k$ -ом подынтервале времени известны прогнозы расходов всех потребителей МВ в виде условных МО  $\bar{q}_{i24}(l) = M_{\omega}(q_{il}(\omega))$  и их дисперсий  $\sigma_{q_{i24}}^2(l) = D_{\omega}(q_{il}(\omega))$ , вычисляемых в момент времени  $k=24$  с упреждением  $l=1, 2, \dots, 23$ ; прогноз суточного водопотребления из РЧВ  $\bar{q}_{zvihl}(l) = M_{\omega}(q_{zvihl}(l, \omega))$ .

Целевую функцию задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ за сутки можем представить в виде МО суммарной стоимости электроэнергии, затрачиваемой всеми НС МВ на интервале управления  $[0, T]$ :

$$M_{\omega} \sum_{k=1}^{24} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} N_{ij}(q_i(\omega, k)) \cdot r(k) \rightarrow \min_{u(k) \in \Omega} . \quad (4.1)$$

Область ограничений  $\Omega$  определяется стохастической моделью квазистационарных режимов работы ВС [122]:

$$M_{\omega} \left( h_r(q_r(\omega, k)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) \right) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (4.2)$$

$$M_{\omega} \left( h_r^c(q_r(\omega, k)) - H_1(\omega, k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} (b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) + h_i^s) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (4.3)$$

$$P(h_r^c(q_r(\omega, k)) \geq h_r^+) \geq \gamma, \quad \gamma \cong 1, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (4.4)$$

$$M_{\omega} \left( h_r(q_r(\omega, k)) + h_r^s - H_z(\omega, k) + H_1(\omega, k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZi}(q_i(\omega, k)) + \sum_{i \in M_1} (b_{1ri} h_i(q_i(\omega, k)) + h_i^s) \right) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad z = 1, \dots, Z), \quad (4.5)$$

$$M_{\omega} \left( \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_r(\omega, k) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_r(\omega, k) - q_i(\omega, k) \right) = 0, \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (4.6)$$

$$P(q_i(\omega, k) > 0) \geq \alpha, \quad \alpha \cong 1, \quad i \in L. \quad (4.7)$$

$$h_i(q_i(\omega, k)) = \text{sgn} q_i(\omega, k) S_i(\omega) q_i^2(\omega, k), \quad i \in M, \quad (4.8)$$

$$h_{NAi}(q_i(\omega, k)) = a_{0i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + a_{1i}(\omega) q_i(\omega, k) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + a_{2i}(\omega) q_i^2(\omega, k), \quad i \in L, \quad (4.9)$$

$$\eta_{NAi}(q_i(\omega, k)) = 1 - \frac{1 - d_{0i}(\omega) - d_{1i}(\omega) q_i(\omega, k) - d_{2i}(\omega) q_i^2(\omega, k)}{\left( \frac{n_{0i}}{n_{1i}} \right)^{0,36}}, \quad i \in L, \quad (4.10)$$

$$N_{NAi}(q_i(\omega, k)) = c_{0i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^3 + c_{1i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 q_i(\omega, k) + c_{2i}(\omega) \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right) q_i^2(\omega, k), \quad i \in L, \quad (4.11)$$

$$N_{NAi}(q_i(\omega, k)) = \frac{9,81 \cdot h_{NAi}(q_i(\omega, k)) \cdot q_i(\omega, k)}{0,9 \cdot \eta_{NAi}(q_i(\omega, k))}, \quad i \in L, \quad (4.12)$$

$$h_{RZi}(q_i(\omega, k)) = \frac{q_i(\omega, k) C_i(\omega)}{E_i^2}, \quad i \in R, \quad (4.13)$$

и моделями резервуаров

$$H_z(\omega, k) = H_z(\omega, k-1) + c_z(q_{zvh}(\omega, k) - q_{zvih}(\omega, k)), \quad (z=1, \dots, Z), \quad (4.14)$$

с вероятностными ограничениями на фазовые переменные:

$$P(H_z^{\min} \leq H_z(\omega, k)) \geq \alpha, \quad \alpha \cong 1, \quad (z=1, \dots, Z), \quad (4.15)$$

$$P(H_z(\omega, k) \leq H_z^{\max}) \geq \beta, \quad \beta \cong 1, \quad (z=1, \dots, Z), \quad (4.16)$$

и экстремальными значениями ограничений для фиксированных моментов времени  $k=6$  и  $k=23$ :

$$M_{\omega}\{H_{zk}(\omega)\} \rightarrow \max_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k=6), \quad (4.17)$$

$$M_{\omega}\{H_{zk}(\omega)\} \rightarrow \min_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k=23), \quad (4.18)$$

где  $u(k)$  – вектор управления, определяющий количество работающих НА, положение РЗ;

$H_{zk}(\omega)$  – уровень воды в  $z$ -ом РЧВ на заданном  $k$ -ом интервале времени;

$H_z^{\min}$  – минимально допустимый уровень воды в  $z$ -ом РЧВ;

$H_z^{\max}$  – максимально допустимый уровень воды в  $z$ -ом РЧВ;

$q_{ik}(\omega)$  – расход воды на  $i$ -м участке трубопровода на  $k$ -ом интервале времени;

$h_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – напор  $i$ -го НА;

$S_i(\omega)$  – оценка гидравлического сопротивления  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );

- $h_{RZik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка падения напора на  $i$ -ой РЗ;  
 $\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка КПД  $i$ -го НА;  
 $a_{0i}(\omega), a_{1i}(\omega), a_{2i}(\omega), d_{0i}(\omega), d_{1i}(\omega), d_{2i}(\omega)$  – оценки параметров НА  
 $(i \in L)$ ;  
 $C_i(\omega)$  – оценка параметров РЗ ( $i \in R$ );  
 $E_{ik}$  – степень открытия РЗ ( $E \in (0,1]$ );  
 $l_i$  – длина  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );  
 $d_i$  – диаметр  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );  
 $h_i^s$  – геодезическая отметка  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );  
 $b_{1ri}$  – элемент цикломатической матрицы;  
 $N_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка мощности НА;  
 $n$  – количество НС;  
 $m$  – количество НА на выбранной НС;  
 $M_{\omega}\{\cdot\}$  – МО случайной величины  $\{\cdot\}$ .

Для разрешимости задачи (4.1) – (4.18) при  $k=24$  должны быть дополнительно известны прогнозы расходов в виде условных МО, вычисляемых в момент времени  $k=24$ , с упреждением  $l=1,2,\dots, 23$  всех попутных потребителей  $q_{ik}(l)$ , получающих воду из МВ, и конечных потребителей  $q_{jk}(l)$ , получающих воду из резервуара на выходе МВ; уровни воды в каждом  $z$ -ом РЧВ –  $H_{z24}$ .

Задача оптимального стохастического управления режимами работы МВ (4.1) – (4.18) относится к классу нелинейных задач оптимального стохастического управления с дискретным временем [34] и вероятностными ограничениями на фазовые переменные. Точных решений такого класса задач в настоящее время не существует. В работе приведен приближённый метод решения рассматриваемой задачи, путём перехода от стохастической задачи (4.1) – (4.18) к её детерминированному эквиваленту, решение которого осуществляется модифицированным методом ветвей и границ.

## 4.2 Разработка метода поиска приближённого решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

### 4.2.1 Построение детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

Построение детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ будем осуществлять методом, аналогичным рассмотренному в разделе 2.

В этом случае детерминированный эквивалент задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале времени  $[0, T]$  принимает вид:

$$\sum_{k=1}^{24} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \bar{N}_{ijk}(\bar{q}_{ik}) \cdot r_k \rightarrow \min_{u(k)}, \quad k=1, \dots, 24, \quad (4.19)$$

$$\bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) - \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \\ + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^s) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (4.21) \end{aligned}$$

$$\bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) \geq h_r^+ \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + h_r^s - \bar{H}_z(k) + \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \\ + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^s) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad z = 1, \dots, Z), \quad (4.23) \end{aligned}$$

$$\sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} \bar{q}_r(k) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} \bar{q}_r(k) - \bar{q}_i(k) = 0, \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (4.24)$$

$$\bar{q}_i(k) > 0, \quad i \in L. \quad (4.25)$$

$$\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = \text{sgn} \bar{q}_i(k) \bar{S}_i \bar{q}_i^2(k), \quad i \in M, \quad (4.26)$$

$$\bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} \bar{q}_i(k) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} \bar{q}_i^2(k), \quad i \in L, \quad (4.27)$$

$$\bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = 1 - \frac{1 - \bar{d}_{0i} - \bar{d}_{1i} \bar{q}_i(k) - \bar{d}_{2i} \bar{q}_i^2(k)}{(n_{0i} / n_{1i})^{0,36}}, \quad i \in L, \quad (4.28)$$

$$\bar{N}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \bar{c}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^3 + \bar{c}_{1i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 \bar{q}_i(k) + \bar{c}_{2i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right) \bar{q}_i^2(k), \quad i \in L, \quad (4.29)$$

$$\bar{N}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) \cdot \bar{q}_i(k)}{0,9 \cdot \bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k))}, \quad i \in L, \quad (4.30)$$

$$\bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{\bar{q}_i(k) \bar{C}_i}{E_i^2}, \quad i \in R, \quad (4.31)$$

$$\bar{H}_z(k) = \bar{H}_z(k-1) + c_z (\bar{q}_{zvh}(k) - \bar{q}_{zvih}(k)), \quad (z=1, \dots, Z), \quad (4.32)$$

$$H_z^{-*} \leq \bar{H}_{zk} \leq H_z^{+*}, \quad (k=1, 2, \dots, 24), \quad (4.33)$$

$$\bar{H}_{z6} \rightarrow \max_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k=1, \dots, 6), \quad (4.34)$$

$$\bar{H}_{z23} \rightarrow \min_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k=1, \dots, 23), \quad (4.35)$$

где  $H_z^{-*}, H_z^{+*}$  – расчётные значения минимального и максимального уровней воды в  $z$ -ом РЧВ, при которых для  $\forall \omega \in \Omega$  будут выполняться вероятностные ограничения (4.15), (4.16).

В результате решения задачи (4.19) – (4.35) оптимального стохастического управления режимами работы МВ для каждого момента времени  $k$  должны быть получены:

- вектор управления  $u(k)$ , который для каждого момента времени  $k$  включает в себя: количество работающих НА, положения рабочей точки каждого НА;
- оценки МО уровней воды во всех РЧВ;

– оценки МО расходов и перепадов напора по всем участкам трубопровода;

– оценки МО затрат электроэнергии и её стоимости, в соответствии с трёхзонным тарифом, всеми работающими НА на всех НС МВ.

В момент времени  $k=24$  должны быть получены оценки МО суммарной стоимости электроэнергии, затраченной каждой НС на интервале  $[0, T]$ .

#### 4.2.2 Метод решения систем уравнений детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

Задача оптимального стохастического управления режимами работы МВ (4.19) – (4.35) относится к классу детерминированных задач нелинейного динамического программирования. Для её решения будем использовать модифицированный метод ветвей и границ [6]. Интервалы постоянных тарифов показаны на рис. 4.1.

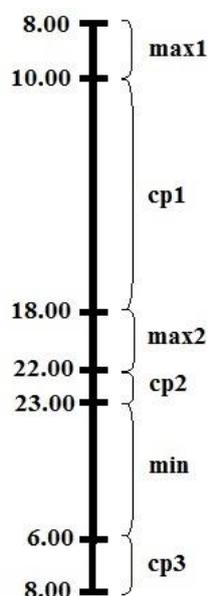


Рисунок 4.1 – Интервалы постоянных тарифов при трёхзонном тарифе на электроэнергию (max1, max2 – интервалы с максимальным тарифом, min – интервал с минимальным тарифом, cp1, cp2 – интервалы со средним тарифом)

**Модифицированный метод ветвей и границ** приведен для трёхзонного тарифа на электроэнергию.

1. Задаём фактический режим работы МВ на сутки  $R_0$  (номера работающих НА по часам), положения РЗ, обороты приводов, задаём допустимые границы изменения уровней воды в РЧВ, рассчитываем  $N$  (количество электроэнергии, затраченной всеми НА (кВт)),  $S$  (стоимость затрат на электроэнергию, затраченную всеми НА (кВт)).

2. Задаём новый (начальный) режим работы МВ на сутки  $R_1$  (На интервалах  $max1$  и  $max2$  выключаем все НА, на интервале  $min$  включаем максимально возможное количество НА, для остальных интервалов оставляем всё как в  $R_0$ ).

3. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $max1$ . Проверяем уровни воды в РЧВ.

3.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $max1$  выходит за пределы допустимого диапазона (ниже), то включаем НА на интервале  $max1$ . Переходим к п 3.

4. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $sr1$ . Проверяем уровни воды в РЧВ.

4.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $sr1$  выходит за пределы допустимого диапазона (ниже), то:

4.1.1. Если не все НА на интервале  $sr1$  включены, то включаем НА на интервале  $sr1$ . Переходим к п 4.

4.1.2. Если все НА на интервале  $sr1$  включены, то включаем НА на интервале  $max1$ . Переходим к п 3.

5. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $max2$ . Проверяем уровни воды в РЧВ.

5.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $max2$  выходит за пределы допустимого диапазона (ниже), то:

5.1.1. Если не все НА на интервале  $sr1$  включены, то включаем НА на интервале  $sr1$ . Переходим к п 4.

5.1.2. Если все НА на интервале  $cr1$  включены и не все НА на интервале  $max2$  включены, то включаем НА на интервале  $max2$ . Переходим к п 5.

5.1.3. Если все НА на интервалах  $max2$  и  $cr1$  включены, то включаем НА на интервале  $max1$ . Переходим к п 3.

6. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $cr2$ .

Проверяем уровни воды в РЧВ.

6.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $cr2$  выходит за пределы допустимого диапазона (ниже), то:

6.1.1. Если не все НА на интервале  $cr2$  включены, то включаем НА на интервале  $cr2$ . Переходим к п 6.

6.1.2. Если все НА на интервале  $cr2$  включены и не все НА на интервале  $cr1$  включены, то включаем НА на интервале  $cr1$ . Переходим к п 4.

6.1.3. Если все НА на интервалах  $cr1$  и  $cr2$  включены, то включаем НА на интервале  $max2$ . Переходим к п 5.

6.1.4. Если все НА на интервалах  $cr1$ ,  $cr2$ ,  $max2$  включены, то включаем НА на интервале  $max1$ . Переходим к п 3.

7. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $min$ .

Проверяем уровни воды в РЧВ.

7.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $min$  выходит за пределы допустимого диапазона (выше), то:

7.1.1. выключаем НА на интервале  $min$ . Переходим к п 7.

8. Решаем задачу (4.19) – (4.32) для каждого часа на интервале  $cr3$ .

Проверяем уровни воды в РЧВ.

8.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $cr3$  выходит за пределы допустимого диапазона, то:

8.1.1. Если уровень воды в РЧВ на интервале  $cr3$  выше допустимого диапазона и не все НА на интервале  $cr3$  отключены, то отключаем НА на интервале  $cr3$ . Переходим к

п 8.

8.1.2. Если уровень воды в РЧВ на интервале ср3 ниже допустимого диапазона и не все НА на интервале ср3 включены, то включаем НА на интервале ср3. Переходим к п 8.

9. Для полученного режима работы МВ  $R_{opt}$  вычисляем  $S$ .

#### 4.3 Оценка эффективности использования метода решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

Оценка эффективности предлагаемого метода осуществлялась для МВ, структура которого представлена на рис. 4.2.

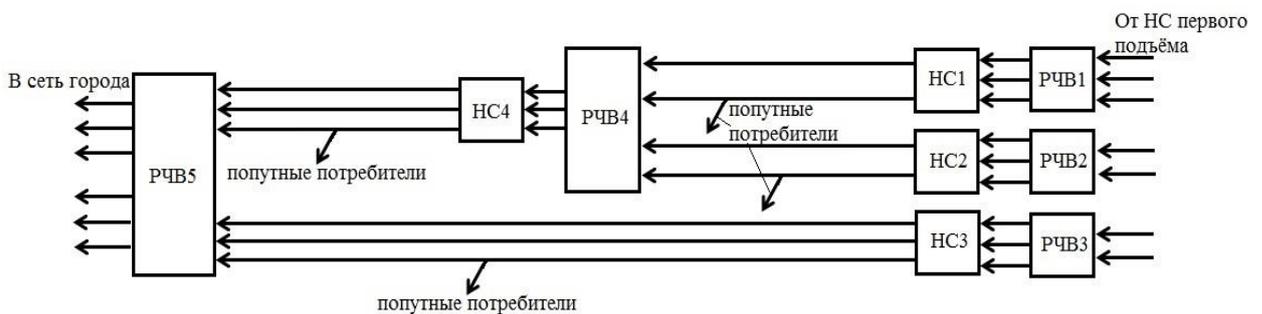


Рисунок 4.2 – Структура МВ

Рассматриваемый МВ включает в себя НС второго подъема (НС1, НС2, НС3) и НС4 третьего подъема. На входе каждой НС и на выходе МВ расположены РЧВ.

На рис. 4.3 приведен граф рассматриваемого МВ.

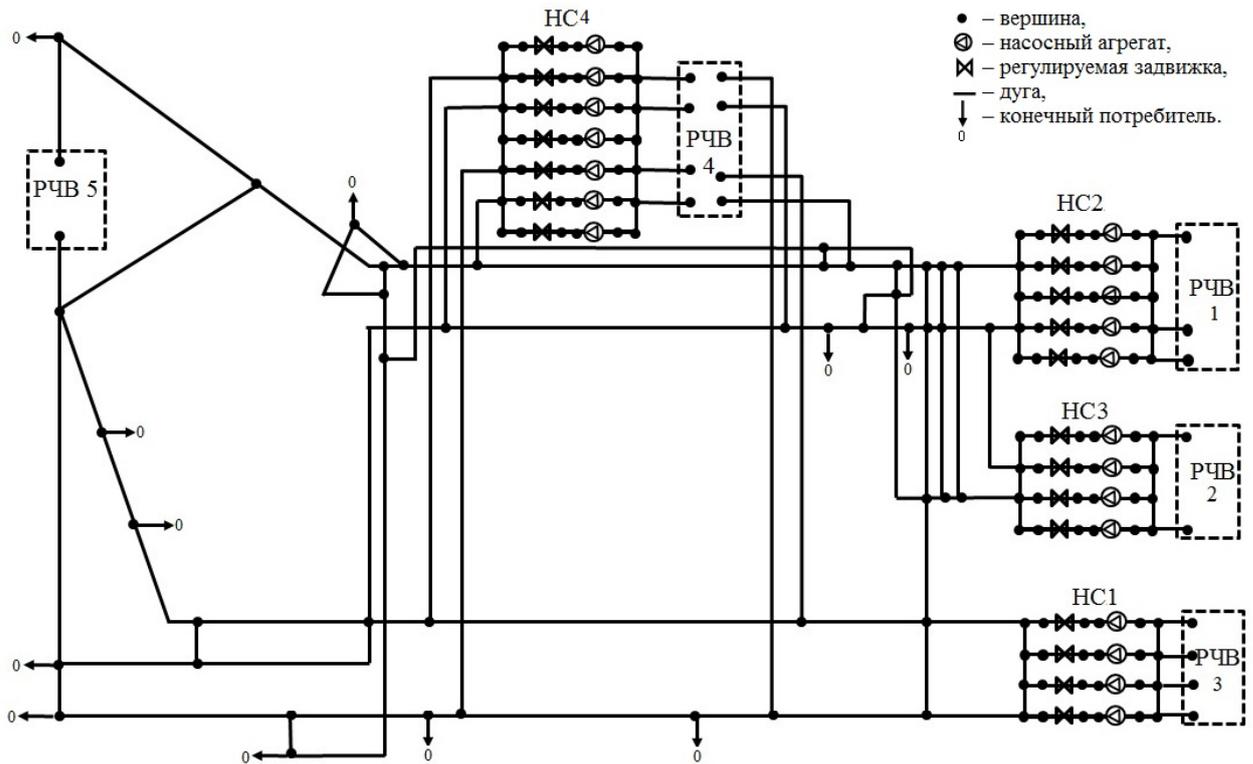


Рисунок 4.3 – Граф МВ

Исходными данными для задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале времени  $[0, T]$  являются:

- статические данные, включающие в себя структуру МВ, длины, диаметры, геодезические отметки участков трубопровода, оценки параметров математических моделей НА по каждой НС, оценки гидравлических сопротивлений РЗ на каждой НС, физические размеры каждого из РЧВ;

- динамические данные, включающие в себя прогноз суточного водопотребления из РЧВ5, прогноз водопотребления попутными потребителями, минуя РЧВ5, режимы работы МВ за семь суток рассматриваемого периода (номера работающих НА по часам, положения РЗ, напоры и расходы на выходах НС по часам, уровни воды в РЧВ4 и РЧВ5 по часам, суточный расход воды через водомеры, суточное потребление электроэнергии каждой НС).

НС второго подъёма НС1 и НС3 оснащены четырьмя однотипными, параллельно подключёнными НА с одинаковыми характеристиками, НС2 и

НС4 третьего подъёма оснащены пятью и семью однотипными НА соответственно с различными характеристиками.

Допустимые диапазоны изменения уровней воды в РЧВ4 [2 ... 4,9], в РЧВ5 [1,45 ... 4,9].

Работа МВ рассматривается за период времени семь суток.

В нулевой момент времени  $k=0$  для фактического и оптимального режима использовались одинаковые условия:

- МО уровней воды в РЧВ4  $H_2 = 2,6$  м; в РЧВ5  $H_1 = 3,9$  м;
- на НС1 работал НА1; на НС2 работали НА3 и НА5; на НС3 работал НА2; на НС4 работали НА3 и НА6.

Фактические параметры технологического оборудования МВ приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1 – Фактические параметры технологического оборудования МВ

НС	Тип НА	$q$ , м <sup>3</sup> /ч	$h$ , м	$N$ , кВт	$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	$d$ , мм	Количество НА
НС1	20НДС	3420	71	960	1000	765	4
НС2	24 НДС	6500	79	1600	750	1040	5
НС3	22 НДС	4799	90	1000	1250	825	4
НС4	24 НДС	6500	79	1600	750	990-1040	6

Тариф и стоимость 1 кВт/ч электроэнергии ( $S$ ) определяется по трехзонному тарифу (табл. 4.2).

Таблица 4.2 – Тариф за электроэнергию по часам

Часы	6.00–8.00	8.00–10.00	10.00–18.00	18.00–22.00	22.00–23.00	23.00–6.00
Тариф	1,02	1,8	1,02	1,8	1,02	0,35
$S$ , грн.	1,6	2,82	1,6	2,82	1,6	0,39

На рис. 4.4 приведен график прогноза процесса часового потребления воды из РЧВ5, вычисляемый в момент времени  $k=8$  с упреждением  $l=1, \dots, 23$  для каждого из семи дней.

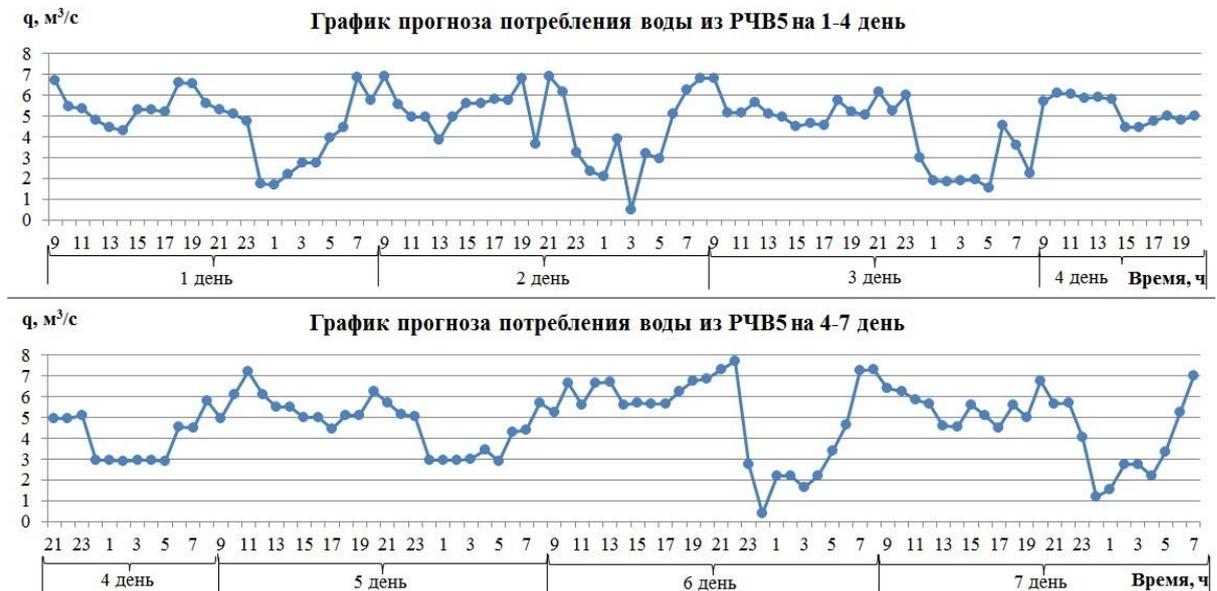


Рисунок 4.4 – График прогноза часового потребления воды из РЧВ5 на семь дней

Фактические режимы работы МВ за одни сутки приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3 – Фактические режимы работы МВ за одни сутки

Часы	НС1				НС2					НС3				НС4							N, кВт S, грн.
	Номера работающих НА																				
	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	2	3	4	5	6	7		
9	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
10	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
11	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
12	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
13	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
14	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
15	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
16	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
17	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		

Продолжение таблицы 4.3

18	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
19	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
20	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
21	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
22	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
23	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
24	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
3	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
5	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
6	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
7	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1

#### 4.3.1 Оценивание параметров фактической математической модели насосных агрегатов

Для оценки параметров математических моделей технологических элементов МВ в работе используется метод максимального правдоподобия в предположении о нормальности распределения случайных величин, который гарантирует получение несмещенных, эффективных и обоснованных оценок оцениваемых параметров. Известно [80], что для нормального распределения случайных величин метод максимального правдоподобия сводится к методу наименьших квадратов.

Не нарушая общности, оценки параметров моделей НА будем осуществлять по экспериментальным данным, с использованием паспортных характеристик, приведенных на рис. 4.4 – 4.6.

На рис. 4.5 – 4.7 приведены зависимости  $H-Q$ ,  $N-Q$ ,  $\eta-Q$  для НА 24НДС, 20НДС и 22НДС.

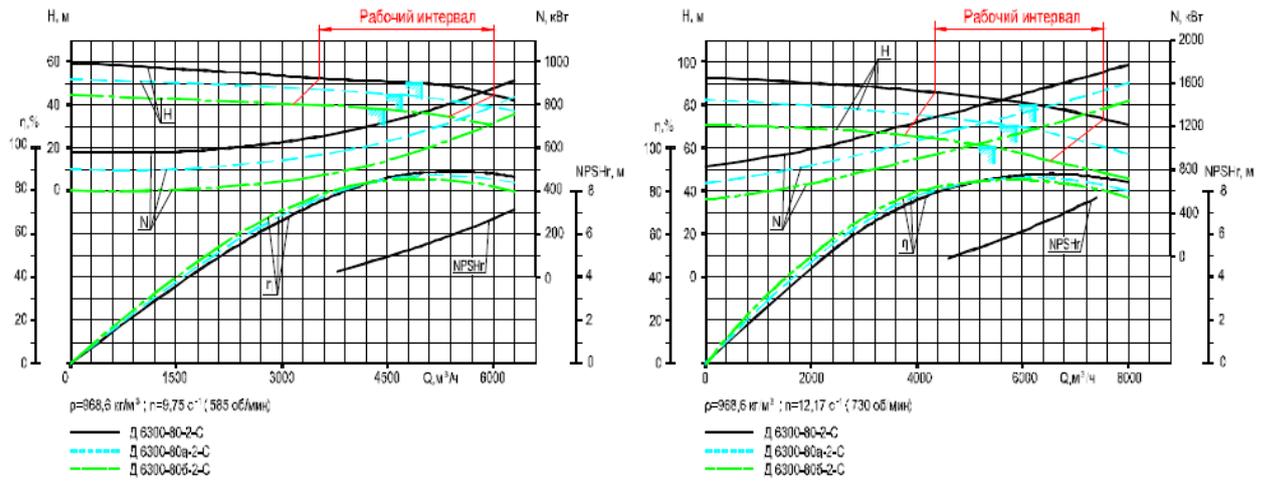


Рисунок 4.5 – Паспортные характеристики НА 24НДС

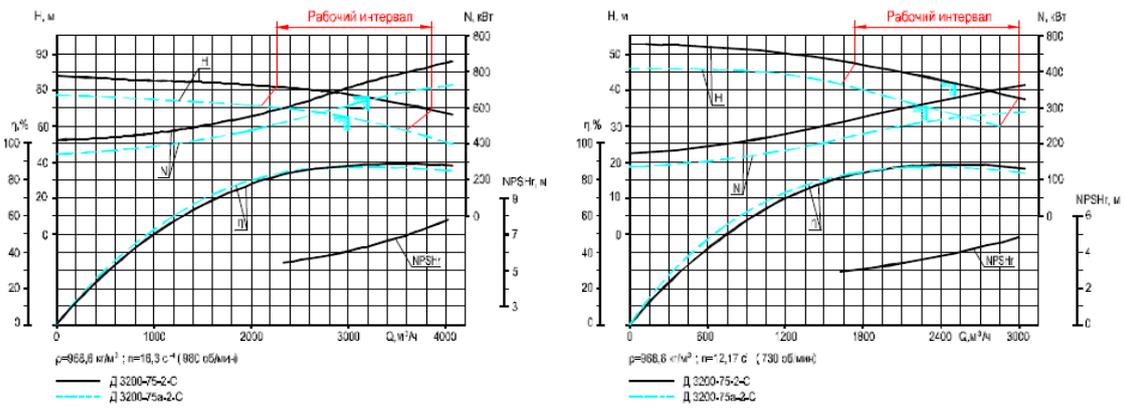


Рисунок 4.6 – Паспортные характеристики НА 20НДС

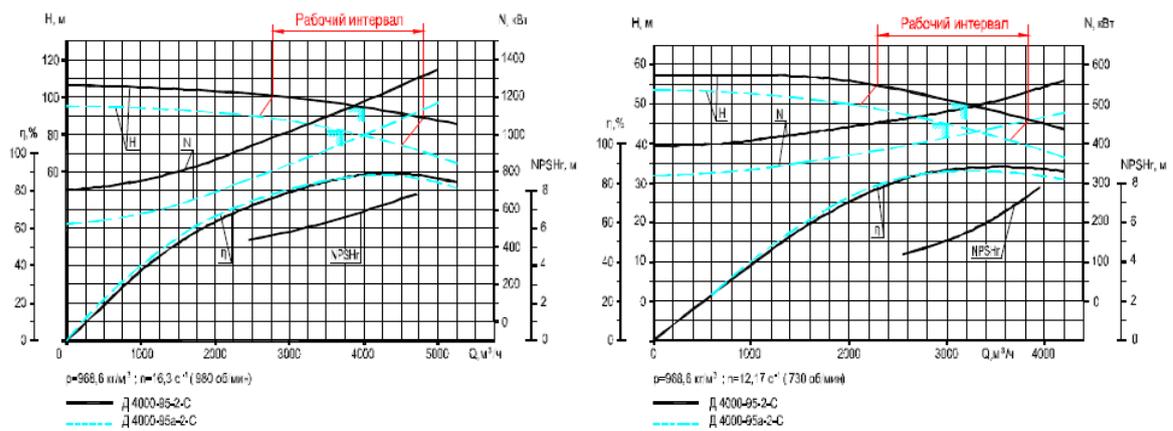


Рисунок 4.7 – Паспортные характеристики НА 22НДС

В таблице 4.4 приведены экспериментальные данные  $q_i(\tilde{\omega}), h_i(\tilde{\omega}), N_i(\tilde{\omega}), \eta_i(\tilde{\omega})$  – реализации случайных величин  $q_i(\omega), h_i(\omega), N_i(\omega), \eta_i(\omega)$  ( $i=1, \dots, n$ ), где  $n$  – объём выборки экспериментальных данных.

Таблица 4.4 – Экспериментальные данные реализации случайных величин  $q_i(\omega), h_i(\omega), N_i(\omega), \eta_i(\omega)$  ( $i=1, \dots, n$ )

НА типа 24 НДС					
$i$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{с}$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{ч}$	$h_i(\tilde{\omega}), \text{ м}$	$N_i(\tilde{\omega}), \text{ кВт}$	$\eta_i(\tilde{\omega}), \%$
1	0	0	92	820	0
2	0,556	2000	90	1000	45
3	1,111	4000	87	1250	75
4	1,667	6000	81	1500	88
...	...	...	...	...	...
20	2,222	8000	70	1750	85
НА типа 20 НДС					
$i$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{с}$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{ч}$	$h_i(\tilde{\omega}), \text{ м}$	$N_i(\tilde{\omega}), \text{ кВт}$	$\eta_i(\tilde{\omega}), \%$
1	0	0	88	420	0
2	0,2778	1000	85	470	50
3	0,5556	2000	82	550	79
4	0,833	3000	78	710	88
...	...	...	...	...	...
20	1,111	4000	67	850	88
НА типа 22 НДС					
$i$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{с}$	$q_i(\tilde{\omega}), \text{ м}^3/\text{ч}$	$h_i(\tilde{\omega}), \text{ м}$	$N_i(\tilde{\omega}), \text{ кВт}$	$\eta_i(\tilde{\omega}), \%$
1	0	0	108	700	0
2	0,2778	1000	105	750	40
3	0,5556	2000	103	880	64
4	0,833	3000	100	1020	80
5	1,111	4000	95	1180	90
...	...	...	...	...	...
20	1,389	5000	88	1350	85

Задачу оценивания параметров математических моделей НА рассмотрим на примере оценивания параметров характеристики  $h-q$ .

$$h = a_0 + a_1 q + a_2 q^2. \quad (4.36)$$

Задачу оценивания параметров модели  $h-q$  представим в виде:

$$S_m = \sum_{i=1}^n [h(q_i(\tilde{\omega})) - h_i(\tilde{\omega})]^2 = \sum_{i=1}^n \left[ (a_0 + a_1 q_i(\tilde{\omega}) + a_2 q_i^2(\tilde{\omega})) - h_i(\tilde{\omega}) \right]^2 \quad (4.37)$$

Для упрощения записи в дальнейшем принимаем, что  $q_i(\tilde{\omega}) = q_i, h_i(\tilde{\omega}) = h_i$ . Для решения задачи оценивания параметров  $h-q$  воспользуемся методом наименьших квадратов:

– вычисляем частные производные целевой функции по каждому из оцениваемых параметров и приравнивая их к нулю:

$$\begin{cases} \frac{\partial S_m}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n [(a_0 + a_1 q_i + a_2 q_i^2) - h_i] = 0, \\ \frac{\partial S_m}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n [(a_0 + a_1 q_i + a_2 q_i^2) - h_i] q_i = 0, \\ \frac{\partial S_m}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n [(a_0 + a_1 q_i + a_2 q_i^2) - h_i] q_i^2 = 0, \end{cases} \quad (4.38)$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n q_i + a_2 \sum_{i=1}^n q_i^2 - \sum_{i=1}^n h_i = 0, \\ a_0 \sum_{i=1}^n q_i + a_1 \sum_{i=1}^n q_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n q_i^3 - \sum_{i=1}^n q_i h_i = 0, \\ a_0 \sum_{i=1}^n q_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n q_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n q_i^4 - \sum_{i=1}^n q_i^2 h_i = 0; \end{cases} \quad (4.39)$$

– преобразуем полученную систему к нормальному виду:

$$\begin{cases} a_2 \sum_{i=1}^n q_i^4 + a_1 \sum_{i=1}^n q_i^3 + a_0 \sum_{i=1}^n q_i^2 = \sum_{i=1}^n q_i^2 h_i, \\ a_2 \sum_{i=1}^n q_i^3 + a_1 \sum_{i=1}^n q_i^2 + a_0 \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n q_i h_i, \\ a_2 \sum_{i=1}^n q_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n q_i + na_0 = \sum_{i=1}^n h_i; \end{cases} \quad (4.40)$$

– система уравнений (4.40) содержит три уравнения и три независимых переменных и имеет единственное решение. В результате решения системы уравнений (4.40) методом Крамера находим оценки МО параметров  $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2$  модели  $h-q$  НА. Оценивание МО параметров  $N-q$ ,  $\eta-q$  проводится аналогично;

– производим расчет дисперсий оцениваемых параметров. Подставляя полученные значения оценки МО параметров  $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2$  в (4.37), получим сумму квадратов остаточных ошибок модели  $h-q$ , из которой, согласно выражению  $D = \left( \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h}_i) \right) / (n-1)$ , получаем дисперсии соответствующих оценок.

#### 4.3.2 Оценивание параметров математической модели модифицированных насосных агрегатов

Для получения оценок потенциала ресурсо- и энергосбережения МВ будем использовать два варианта модернизации НА: замена двигателя и обрезка рабочего колеса НА.

При замене двигателя с частотой вращения  $n_1$  на двигатель с частотой вращения  $n_2$ , перерасчет рабочих характеристик при постоянном диаметре рабочего колеса осуществляется с помощью формул приведения [73, 79]:

$$\frac{q_{1i}(\tilde{\omega})}{q_{2i}(\tilde{\omega})} = \frac{n_1}{n_2}; \quad \frac{h_{1i}(\tilde{\omega})}{h_{2i}(\tilde{\omega})} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2; \quad \frac{N_{1i}(\tilde{\omega})}{N_{2i}(\tilde{\omega})} \approx \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^3. \quad (4.41)$$

Используя формулы (4.41), осуществляем перерасчет реализации случайных величин  $q_i(\tilde{\omega}), h_i(\tilde{\omega})$  и для новых исходных данных решаем задачу оценивания параметров математических моделей НА (4.37).

При модернизации НА, связанной с обрезкой рабочего колеса НА на

20%, перерасчет параметров НА проводится по уравнениям закона подобия [73, 79]. Подачу  $q_{cpi}(\tilde{\omega})$  и напор  $h_{cpi}(\tilde{\omega})$  НА с обрезанным рабочим колесом диаметром  $D_{cp}$ , определяют следующим образом, зная подачу  $q_i(\tilde{\omega})$  и напор  $h_i(\tilde{\omega})$  НА при номинальном (не обрезанном) рабочем колесе диаметром  $D$ , при условии, что частота вращения  $n=const$ :

$$\frac{q_{cpi}(\tilde{\omega})}{q_i(\tilde{\omega})} = \frac{D_{cp}}{D}; \quad \frac{h_{cpi}(\tilde{\omega})}{h_i(\tilde{\omega})} = \left(\frac{D_{cp}}{D}\right)^2. \quad (4.42)$$

Используя формулы (4.42), осуществляем перерасчет реализации случайных величин  $q_{cpi}(\tilde{\omega}), h_{cpi}(\tilde{\omega})$  и для новых исходных данных решаем задачу оценивания параметров математических моделей НА (4.37).

Оцененные параметры математических моделей  $h-q$ ,  $\eta-q$  НА приведены в табл. 4.5.

Таблица 4.5 – Оценки параметров математических моделей  $h-q$  и  $\eta-q$  НА

Номер НА	$\bar{a}_0$	$\bar{a}_1$	$\bar{a}_2$	$\bar{d}_0$	$\bar{d}_1$	$\bar{d}_2$
НС1 – НА типа 20 НДС						
НА 1 – 4	85,0124	-0,15429	-15,7371	-0,14286	96,45429	-26,1514
НА 1 – 4 при замене двигателя (вариант 1)	47,81948	-0,11259	-15,3122	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА 1 – 4 при обрезке колеса (вариант 2)	54,40794	-0,1201	-15,3122	-0,20842	127,485	-43,2059
НС2 – НА типа 24 НДС						
НА 1, 4	62,76	-1,872	-4,32	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА 2, 3, 5	93,5006	-0,21695	-4,3193	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА 2, 3, 5 при обрезке колеса (вариант 3)	59,84039	-0,17356	-4,3193	-0,20842	127,485	-43,2059

Продолжение таблицы 4.5

НС3 – НА типа 22 НДС						
НА 1 – 4	99,38818	-1,95241	-8,94861	-0,01044	154,8412	-67,0115
НА 1 – 4 при обрезке колеса (вариант 7)	63,60844	-1,56193	-8,94861	-0,06841	204,6558	-110,713
НС4 – НА типа 24 НДС						
НА2	99,25317	-0,22353	-4,3193	-0,13436	92,92131	-24,4526
НА3	93,5006	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА4	101,2088	-0,22572	-4,3193	-0,1316	91,79499	-23,9216
НА5	103,1836	-0,22791	-4,3193	-0,12887	90,69302	-23,4072
НА6	95,39904	-0,21915	-4,3193	-0,13999	95,25012	-25,5667
НА7	103,1836	-0,22791	-4,3193	-0,12887	90,69302	-23,4072
НА 2 – 7 при обрезке колеса (вариант 7)	59,84039	-0,17356	-4,3193	-0,20842	127,485	-43,2059

На рис. 4.8 – рис. 4.11 приведены фактические характеристики НА каждой НС и характеристики НА после модернизации (обрезки колёс НА или замены двигателя).

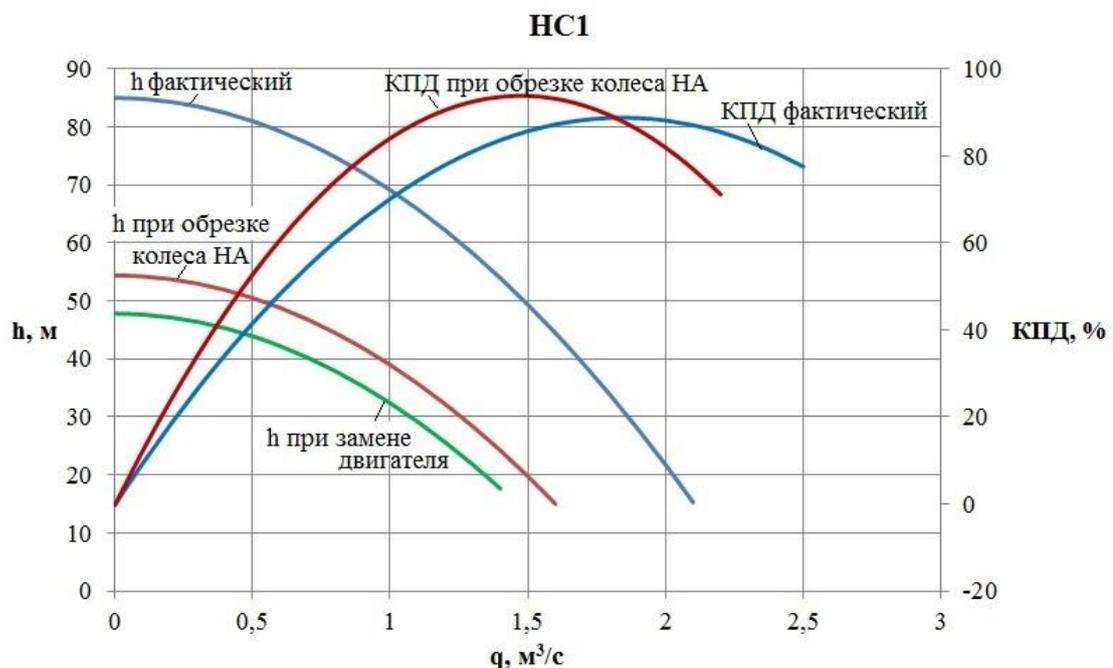


Рисунок 4.8 – Характеристики фактического и модернизированного НА НС1

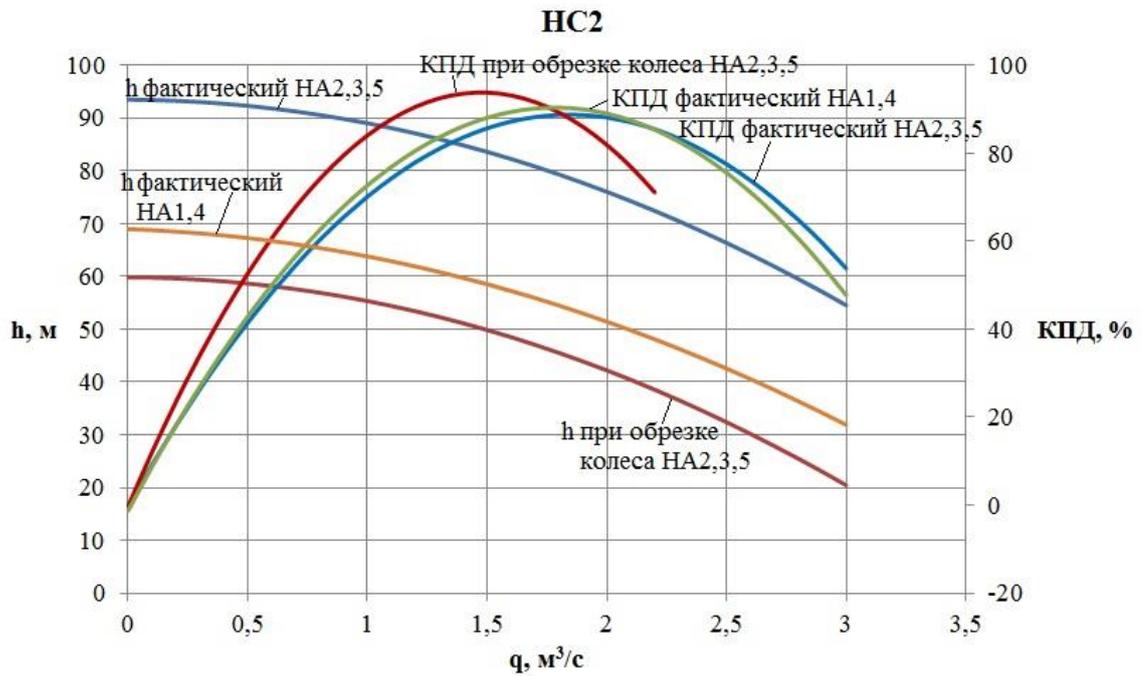


Рисунок 4.9 – Характеристики фактического и модернизированного НА НС2

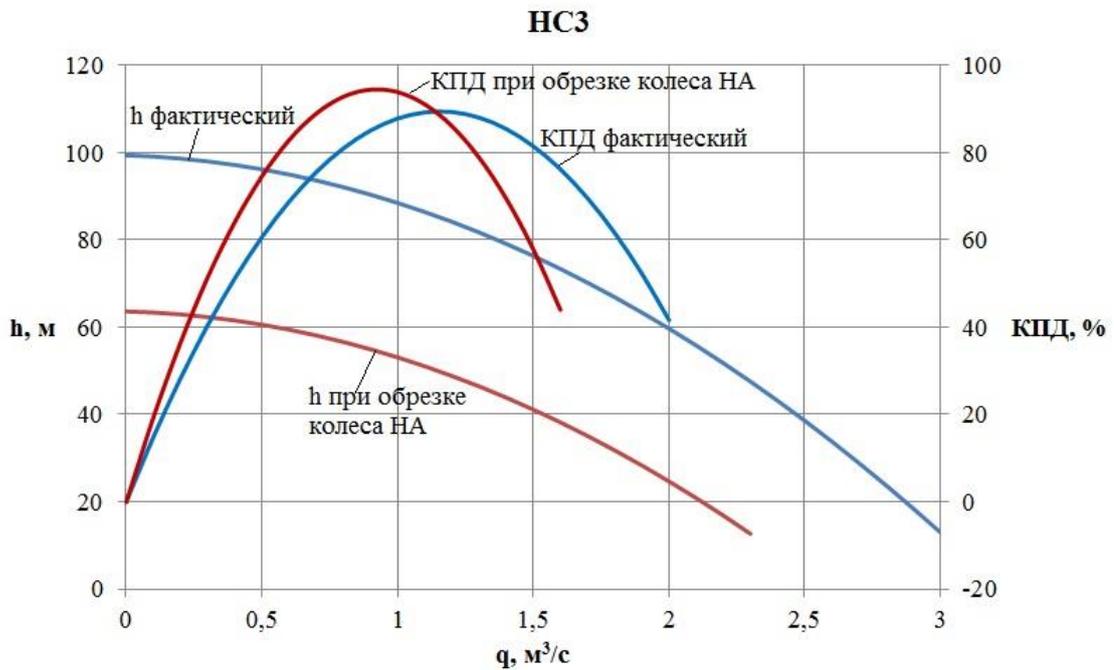


Рисунок 4.10 – Характеристики фактического и модернизированного НА  
НС3

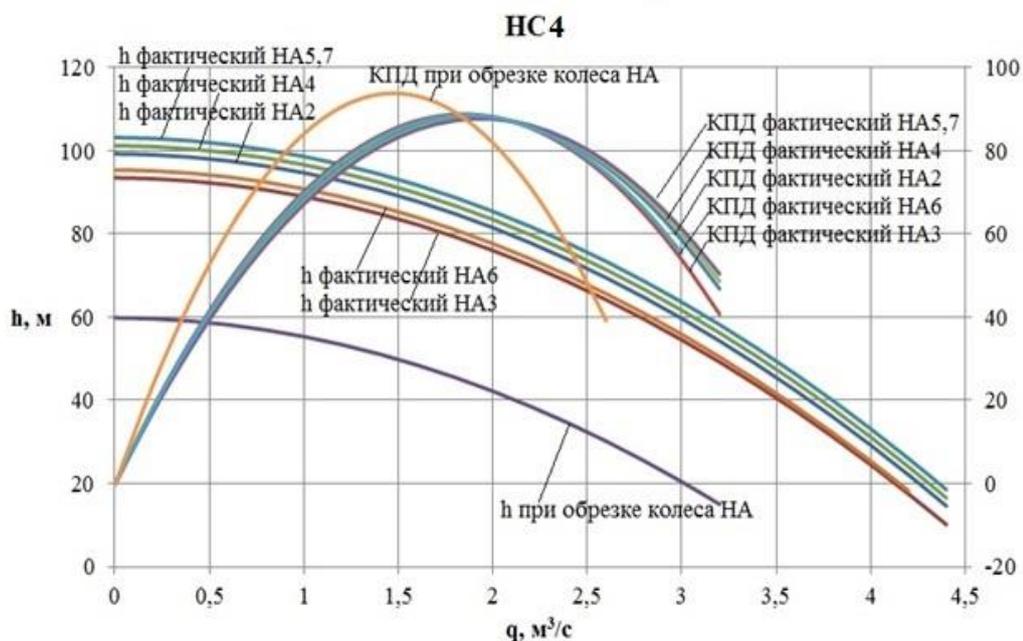


Рисунок 4.11 – Характеристики фактического и модернизированного НА  
НС4

Сравнение фактических режимов работы МВ с расчетными режимами, полученными для тех же граничных условий на основе стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ, показало, что представленная в работе стохастическая модель квазистационарных режимов работы МВ позволяет достаточно адекватно описывать широкий диапазон фактических режимов работы МВ. При этом средние относительные ошибки на интервале управления в семь суток не превышают следующих предельных значений:

- по подаче воды НС1 0,874%, НС2 0,686%, НС3 3,328%, НС4 -1,998%, суммарной подачей НС1, НС2, НС3 1,211%;
- по расходам электроэнергии НС1 1,69%, НС2 -0,174%, НС3 2,26%, НС4 1,781%; по суммарным затратам электроэнергии всеми НС 1,115%;
- по расходам воды через водомеры -12,89%;
- по напорам НС1 4,88%, НС2 6,34%, НС3 -11,78%, НС4 -6,71%;
- по уровням воды в РЧВ4 17,64%, в РЧВ5 3,546%.

Разработанная стохастическая модель квазистационарных режимов работы МВ может быть использована для оценки потенциала ресурсо- и энергосбережения как при построении системы оптимального стохастического управления режимами работы МВ, так и при проведении различных вариантов модернизации МВ.

#### 4.3.3 Оптимальное стохастическое управление режимами работы магистрального водовода

Оценки потенциала ресурсо- и энергосбережения получены путем сравнения фактических параметров режимов работы МВ при использовании существующей системы оперативно-диспетчерского управления с расчетными значениями этих же параметров, полученных при использовании системы оптимального стохастического управления на интервале времени семь суток.

В таблице 4.6 приведены параметры режимов работы МВ за одни сутки при оптимальном стохастическом управлении.

Таблица 4.6 – Параметры режимов работы МВ (оптимальное стохастическое управление)

Часы	НС1				НС2					НС3				НС4				N, кВт S, грн.		
	Номера работающих НА																			
	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	2	3	4	5		6	7
9	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	N=288 533 S=362 761
10	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	
12	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	
13	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	
14	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
15	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
16	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
17	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
18	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	

Продолжение таблицы 4.6

19	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
20	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
21	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
22	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
23	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
24	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
2	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
3	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
4	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
5	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1

На рис. 4.12, рис. 4.13 приведены графики изменения МО уровней воды в РЧВ4 и РЧВ5 за семь суток при оптимальном стохастическом управлении.



Рисунок 4.12 – График изменения МО уровня воды в РЧВ4 за семь суток при оптимальном стохастическом управлении



Рисунок 4.13 – График изменения МО уровня воды в РЧВ5 за семь суток при оптимальном стохастическом управлении

В табл. 4.7 приводятся оценки параметров работы МВ для фактического режима работы и режима работы при оптимальном стохастическом управлении ( $S$  – стоимость затрат на электроэнергию).

Таблица 4.7 – Оценки параметров работы МВ для фактического и оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале в семь суток

Сутки	Фактический режим		Оптимальный режим	
	N, кВт	S, грн.	N, кВт	S, грн.
1	261567	390840	288 533	362 761
2	265399	396530	300 658	386 446
3	258970	393765	293 739	370 907
4	251876	391068	289 142	363 551
5	251998	391339	281 864	352 021
6	269445	398191	298 675	385 346
7	270893	400120	279 714	361 951
Сумма	1 830152	2 761 856	2 032 327	2 582 988

Из табл. 4.7 следует, что переход от существующей системы управления режимами работы МВ к системе оптимального стохастического управления позволяет сократить фактические расходы на электроэнергию на 6,5%. Это означает, что потенциал ресурсосбережения при переходе от существующей системы управления режимами работы МВ к системе оптимального стохастического управления составляет 6,5%, что соответствует экономии затрат на электроэнергию 25 552 грн./сутки, 178 868 грн./неделю, 715 472 грн./месяц, 9 326 688 грн./год.

#### **4.3.4 Варианты модернизации технологического оборудования и структуры магистрального водовода**

Проектирование и ввод в эксплуатацию рассматриваемого МВ был произведен в 30-х – 80-х годах прошлого столетия, при этом выбор технологического оборудования НС производился со значительным запасом по производительности с учётом прогнозов роста объёмов водопотребления города [85, 86]. Проектирование, строительство и ввод в эксплуатацию НС4 привело к тому, что фактическая производственная мощность НС1, НС2, НС3 стала значительно меньше номинальной. Более того, непрерывное повышение тарифов на воду создало устойчивую тенденцию снижения объёмов водопотребления городом. Практически это означает, что технологическое оборудование НС1, НС2, НС3 и НС4 используется недостаточно эффективно и требует модернизации.

В табл. 3 приведены 6 вариантов модернизации технологического оборудования МВ для существующей структуры МВ и 2 варианта для МВ с изменённой структурой. Суть структурных изменений МВ заключалась в переключении выходов НС3 на входы РЧВ4 в соответствии со схемой, представленной на рис. 4.14.

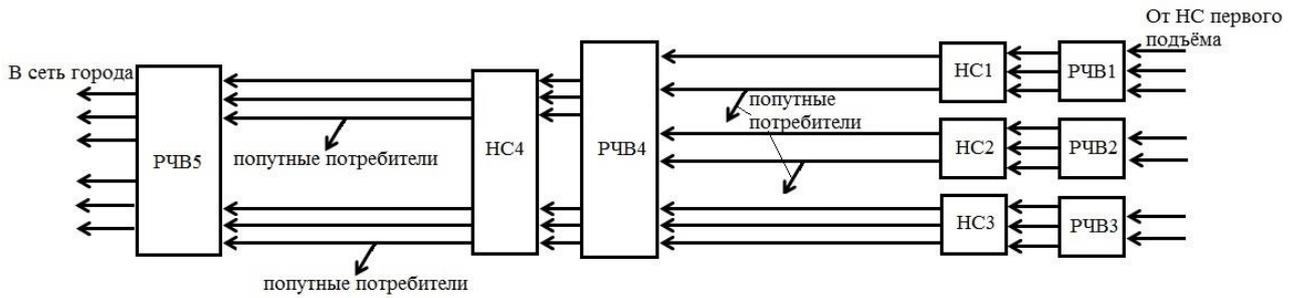


Рисунок 4.14 – Схема изменённой структуры МВ

Таблица 4.8 – Варианты модернизации технологического оборудования

МВ

Варианты	Суть модернизации	Фактические параметры работающего оборудования	Изменённые параметры работающего оборудования
1	Замена двигателя на НС1	$n1=960 \text{ мин}^{-1}$	$n1^*=750 \text{ мин}^{-1}$
2	Обрезка колёс НА на НС1	$d=765 \text{ мм}$	$d^*=612 \text{ мм}$
3	Обрезка колёс НА на НС2	$d=990 \text{ мм}$	$d^*=792 \text{ мм}$
4	Замена двигателя на НС1, обрезка колёс НА на НС2	$n1=960 \text{ мин}^{-1}$ $d=990 \text{ мм}$	$n1^*=750 \text{ мин}^{-1}$ $d^*=792 \text{ мм}$
5	Обрезка колёс НА на НС1, обрезка колёс НА на НС2	$d=765 \text{ мм}$ $d=990 \text{ мм}$	$d^*=612 \text{ мм}$ $d^*=792 \text{ мм}$
6	Обрезка колёс НА на НС1, обрезка колёс НА на НС2, регулируемый привод на НС3, два регулируемых привода на НС4	$d=765 \text{ мм}$ $d=990 \text{ мм}$ $n1=1000 \text{ мин}^{-1}$ $n1=750 \text{ мин}^{-1}$	$d^*=612 \text{ мм}$ $d^*=792 \text{ мм}$ $n1^*=700 \text{ мин}^{-1}$ $n1^*=650 \text{ мин}^{-1}$
7	Изменение структуры МВ, обрезка колёс НА на НС1, обрезка колёс НА на НС2, обрезка колёс НА на НС3, обрезка колёс НА на НС4	$d=765 \text{ мм}$ $d=990 \text{ мм}$ $d=825 \text{ мм}$ $d=990 \text{ мм}$	$d^*=612 \text{ мм}$ $d^*=792 \text{ мм}$ $d^*=660 \text{ мм}$ $d^*=792 \text{ мм}$
8	Изменение структуры МВ, обрезка колёс НА на НС1, обрезка колёс НА на НС2, обрезка колёс НА на НС3, два регулируемых привода на НС4	$d=765 \text{ мм}$ $d=990 \text{ мм}$ $d=825 \text{ мм}$ $n1=750 \text{ мин}^{-1}$	$d^*=612 \text{ мм}$ $d^*=792 \text{ мм}$ $d^*=660 \text{ мм}$ $n1^*=650 \text{ мин}^{-1}$

Для повышения живучести и надёжности МВ в случае возникновения аварийных ситуаций на НС4 или на НС1, НС2, НС3 предусматривается

оперативное восстановление структуры МВ путём коммутации запорной арматуры и обеспечения подачи воды МВ на «проход», минуя НС4.

В табл. 4.9 приведены режимы работы МВ за одни сутки при оптимальном стохастическом управлении, изменении структуры МВ, обрезке колес НА на НС1, НС2, НС3 и использовании двух ЧРП на НС4 (наиболее перспективный вариант модернизации).

Таблица 4.9 – Режимы работы МВ за одни сутки при оптимальном стохастическом управлении, изменении структуры МВ, обрезке колес НА на НС1, НС2, НС3 и использовании двух ЧРП на НС4

Часы	НС1				НС2					НС3				НС4							N, кВт S, грн.
	Номера работающих НА																				
	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	2	3	4	5	6	7		
9	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	N=124 521 S=186 974	
10	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
11	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
12	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
13	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
14	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
15	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
16	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
17	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
18	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
19	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
20	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
21	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
22	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
23	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
24	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
2	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
3	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
4	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
5	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
6	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1		
7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		
8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		

На рис. 4.15, рис. 4.16 показаны графики изменения МО уровня воды в РЧВ4 и РЧВ5 за рассматриваемый период времени (семь суток) при оптимальном стохастическом управлении, изменении структуры МВ, обрезке колес НА на НС1, НС2, НС3 и использовании двух ЧРП на НС4. (Вариант 8).

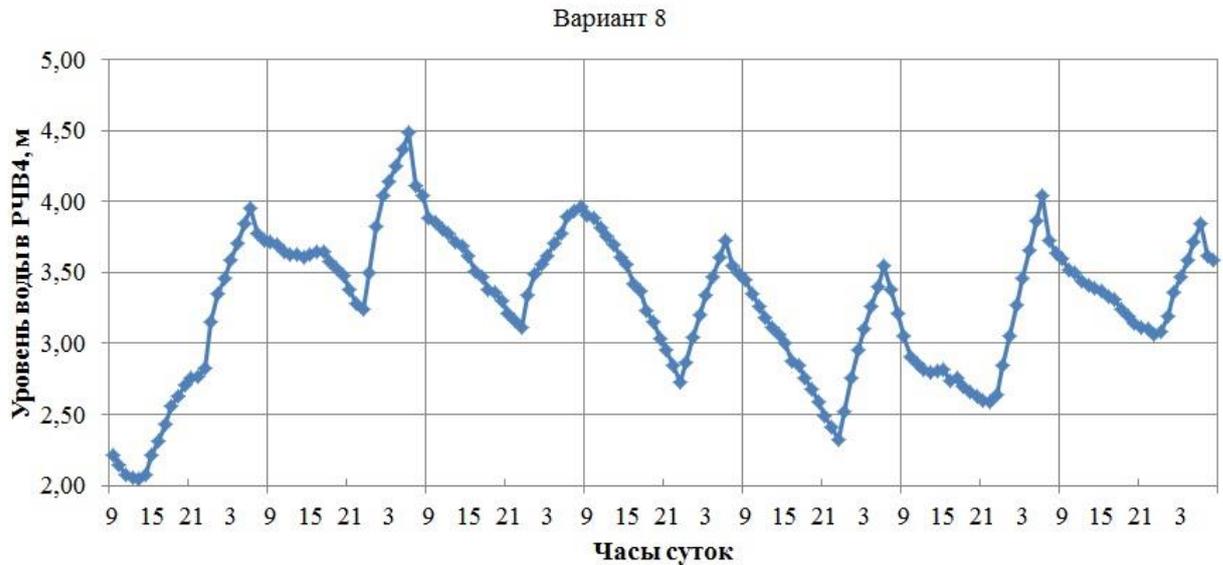


Рисунок 4.15 – График изменения МО уровня воды в РЧВ4 за семь суток при оптимальном стохастическом управлении (вариант 8)

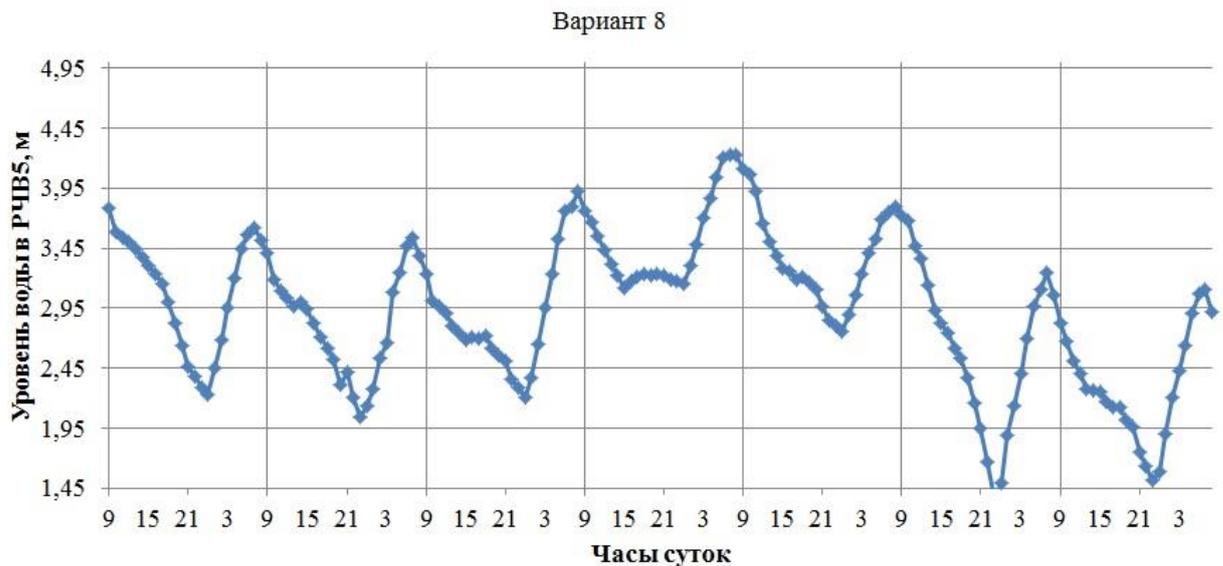


Рисунок 4.16 – График изменения МО уровня воды в РЧВ5 за семь суток при оптимальном стохастическом управлении (вариант 8)

На рис. 4.17, рис. 4.18 приведены оценки МО мощности и стоимости затрат на электроэнергию и потенциала ресурсо- и энергосбережения на интервале времени 7 дней для существующей системы управления (ф), для системы оптимального стохастического управления (с) и восьми различных вариантов модернизации.

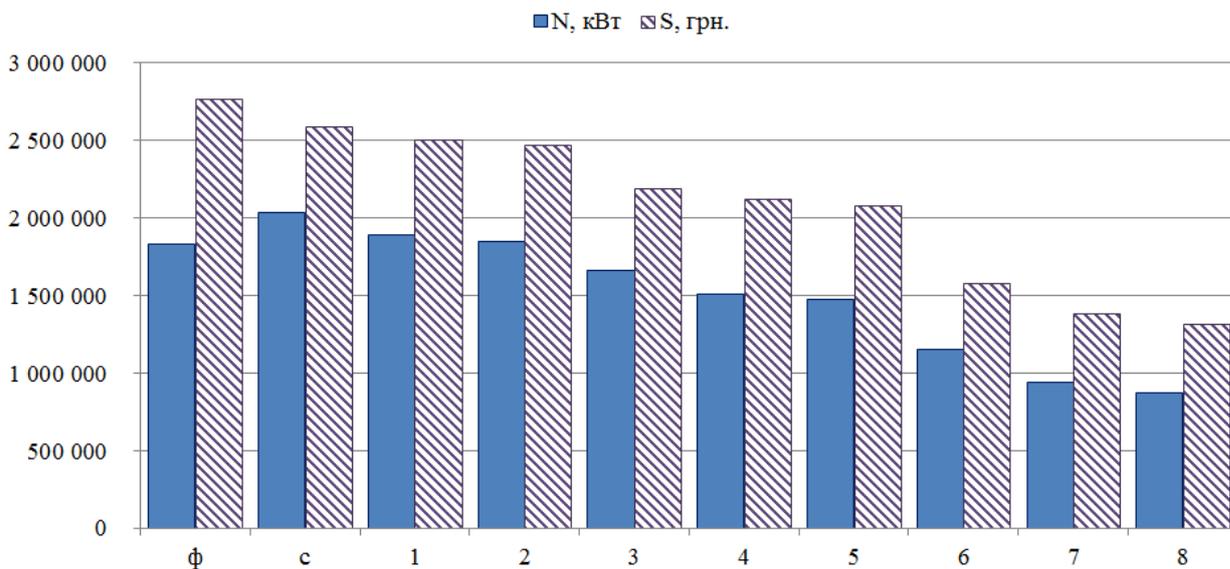


Рисунок 4.17 – Оценки МО мощности и стоимости затрат на электроэнергию за 7 суток для различных вариантов модернизации МВ

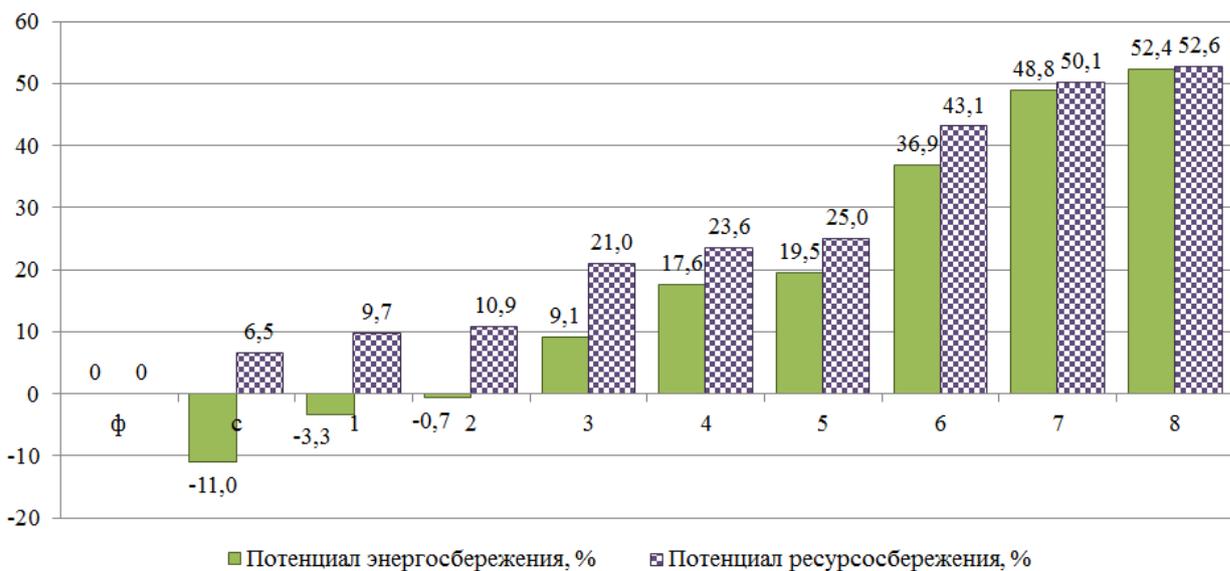


Рисунок 4.18 – Оценки МО потенциала ресурсо- и энергосбережения за 7 суток для различных вариантов модернизации МВ

На рис. 4.19 приведен график экономии финансовых затрат на электроэнергию за неделю.



Рисунок 4.19 – График экономии финансовых затрат на электроэнергию за неделю

Анализ полученных результатов показал, что все варианты модернизации имеют значительный потенциал ресурсо- и энергосбережения, но для своей реализации требуют различных материальных затрат. Из наименее затратных вариантов модернизации, связанных с обрезкой колес НА, следует выделить вариант 5, с потенциалами энергосбережения 19,5% и ресурсосбережения 25%. Более перспективным, с потенциалами энергосбережения 52,4% и ресурсосбережения 52,6%, является вариант 8, который предусматривает обрезку колес НА и установку двух регулируемых приводов на НС4. Следует отметить, что все рассмотренные варианты модернизации МВ экономически эффективны и могут служить основой для разработки инвестиционных проектов со сроками окупаемости, не превышающие одного года.

## Выводы к разделу 4

1. Разработан новый класс задач оптимального стохастического управления с дискретным временем сложными динамическими объектами, отличающийся от известных введением дополнительных экстремальных и вероятностных ограничений на фазовые переменные.

2. Приведена математическая постановка задач оптимального стохастического управления режимами работы МВ с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные.

3. Для получения приближённого решения рассмотренной задачи предложена новая стратегия оптимального стохастического управления режимами работы МВ, учитывающая специфические особенности МВ как стохастического объекта управления, функционирующего в стохастической среде, использование которой позволило существенно упростить решение рассматриваемой задачи и обеспечило существенное снижение финансовых затрат на электроэнергию при переходе на трёхзонный тариф.

4. Оценки эффективности предлагаемого метода по сравнению с существующими приведены на примере одного из наиболее крупных МВ Украины. Показано, что использование оптимального стохастического управления режимами работы МВ позволило получить экономический эффект по стоимости электроэнергии до 6,5%, что соответствует экономии затрат на электроэнергию 25 552 грн. в сутки, 178 868 грн. в неделю, 715 472 грн. в месяц, 9 326 688 грн. в год.

5. Для рассматриваемого МВ были рассчитаны потенциалы ресурсо- и энергосбережения для 8 вариантов модернизации технологического оборудования МВ для существующей структуры МВ и 2 варианта для МВ с изменённой структурой. Все рассмотренные варианты модернизации МВ экономически эффективны и могут служить основой для разработки инвестиционных проектов со сроками окупаемости, не превышающие одного года. Наиболее перспективный, с потенциалами энергосбережения 52,4% и

ресурсосбережения 52,6%, является вариант 8, который предусматривает обрезку колес НА и установку двух регулируемых приводов на НС4, и позволяет сэкономить до 1 453 610 грн. в неделю.

6. Основные результаты этого раздела опубликованы в работах [18, 20, 122, 127, 130].

## ВЫВОДЫ

В диссертационной работе решена актуальная научная задача математического моделирования и оптимизации режимов работы систем водоснабжения. Проведенные исследования направлены на разработку новых ресурсо- и энергосберегающих и экологически безопасных технологий управления режимами работы систем водоснабжения и позволили получить новые результаты.

1. Разработана математическая модель квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды, учитывающая стохастический характер объекта управления и окружающей среды и адекватно описывающая процессы транспорта и распределения воды в системах водоснабжения.

2. На базе стохастической модели квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды приведена математическая постановка и метод решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей, которая включает в себя две задачи: задачу оптимального распределения нагрузки между насосными станциями и задачу оптимизации квазистационарных режимов работы насосной станции.

3. Усовершенствован метод оптимального стохастического управления режимами работы насосных станций за счёт оптимального выбора состава работающих насосных агрегатов, минимизирующий их отрицательное взаимное влияние.

4. Получил дальнейшее развитие метод оптимального стохастического управления развитием системы подачи и распределения воды путём зонирования водопроводных распределительных сетей для районов с разной этажностью застройки, основанный на использовании стохастической модели квазистационарных режимов работы системы подачи и распределения воды и модифицированного метода поиска в ширину.

5. Разработана математическая модель задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода с вероятностными и экстремальными ограничениями на фазовые переменные, решение которой позволяет получить минимум математического ожидания стоимости затрат на электроэнергию при трёхзонном тарифе на интервале управления.

6. Анализ эффективности разработанных методов моделирования и оптимизации режимов работы системы подачи и распределения воды показал, что:

– в результате зонирования и установки регуляторов давления и станций подкачек можно снизить математическое ожидание суммарного избыточного напора в водопроводной сети до 48%, в выделенной зоне на 73,42%;

– потенциал оптимизации работы насосной станции по затратам электроэнергии достигает 11%;

– потенциал ресурсосбережения (по финансовым затратам на электроэнергию) магистрального водовода при переходе от традиционной системы оперативно-диспетчерского управления к системе оптимального стохастического управления составил 6,5%.

7. Имитационное моделирование на реальных данных подтвердило работоспособность и эффективность разработанных методов.

8. Выполнено практическое внедрение разработанных методов, что подтверждено соответствующими актами.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Burgschweiger J. Nonlinear Programming Techniques for Operative Planning in Large Drinking Water Networks / J. Burgschweiger, B. B. Gnadig, M. C. Steinbach // The Open Applied Mathematics Journal. – 2009. – №3. – P. 14–28.
2. Burgschweiger J. Optimization Models for Operative Planning in Drinking Water Networks / J. Burgschweiger, B. B. Gnadig, M. C. Steinbach // Optimization and Engineering. – 2009. – Vol. 10, №1. – P. 43–73.
3. Dolinskii A. Nonequilibrium State of Engineering Systems. / A. Dolinskii, B. Draganov, V. Kozirskii // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2012. – Vol. 1, № 1. – P. 33–34.
4. Gulyi A. Pumping Equipment Effectiveness Increase by Means of Ejector Application as Preliminary Stage for High-Speed Pump Units / A. Gulyi, A. Kobyzska // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2012. – Vol. 14, №1. – С. 158–164.
5. Hoeve W.-J. Operations Research Techniques in Constraint Programming. / W.-J. Hoeve // Institute for Logic, Language and Computation Universiteit van Amsterdam. – 2005. – 154 p.
6. Land A. H. An automatic method of solving discrete programming problems / A. H. Land, A. G. Doig // Econometrica. – 1960. – Vol. 28. – P. 497–520.
7. Lipták B. Pumping Station Optimization / B. Lipták // Control Promoting Excellence in Process Automation. – 2009. – P. 12–19.
8. Mathews J. H. Numerical Methods Using Matlab / J. H. Mathews, K. K. Fink // Prentice-Hall Inc. Upper Saddle River, New Jersey, USA, 4th Edition, 2004. – 440 p.
9. Microsoft Corporation Разработка Windows-приложений на Microsoft VisualBasic.NET и Microsoft Visual C# -NET. Учебный курс MCAD / MCSD /

пер. с англ. – М.: Издательско-торговый дом «Русская Редакция», 2003. – 512 с.

10. Pulido-Calvo I. Selection and Operation of Pumping Stations of Water Distribution Systems / I. Pulido-Calvo, J. C. Gutiérrez-Estrada // Environmental Research Journal, Nova Science Publishers. – 2011. – Vol. 5, Issue 3. – P. 1–20.

11. Reinbold C. The Search for Energy Savings: Optimization of Existing & New Pumping Stations / C. Reinbold, V. Hart. // Florida Water Resources Journal. – 2011. – P. 44–52.

12. Ruuskanen A. Optimization of Energy Consumption in Wastewater Pumping / A. Ruuskanen // Lappeenranta University of Technology Department of Energy- and Environmental Technology. – 2007. – 99 p.

13. Saliev E. Reliability of the Functioning of the Water Supply and Sewerage System / E. Saliev // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №5. – P. 53–61.

14. Steinbach M. C. General Information Constraints in Stochastic Programs / M. C. Steinbach // Konrad-Zuse-Zentrum für Informations technik. – Berlin, ZIB-Report, 2001. – 5 p.

15. Steinbach M. C. Hierarchical Sparsity in Multistage Convex Stochastic Programs / M. C. Steinbach // Konrad-Zuse-Zentrum für Informations technik. – Berlin: ZIB-Report, 2000. – 16 p.

16. Steinbach M. C. Tree-Sparse Convex Programs / M. C. Steinbach // Konrad-Zuse-Zentrum für Informations technik. – Berlin: ZIB-Report, 2001. – 22 p.

17. Teviashev A. D. About One Approach to Solve the Problem of Management of the Development and Operation of Centralized Water-Supply Systems / A. D. Teviashev, O. I. Matvienko / Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2014. – Vol. 3, № 3. – P. 61–76.

18. Tevyashev A. About one Problem of Optimal Stochastic Control of the Modes of Operation of Water Mains / A. Tevyashev, O. Matviyenko //

Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2015. – Vol. 4, Issue 3. – P. 3–12.

19. Tevyashev A. Optimal Stochastic Control of the Modes of Operation of the Sewage Pumping Station / A. Tevyashev, G. Nikitenko, O. Matviyenko // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2015. – Vol. 4, Issue 3. – P. 47–55.

20. Tevyashev A. About One Class of the Problems of Optimal Stochastic Control of Hybrid Dynamical Systems / A. Tevyashev, O. Matviyenko // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2016. – Vol. 5, Issue 3. – P. 3–10.

21. Wróbel K. Use of GIS Systems in the Construction of Hydraulic Model of Networks / K. Wróbel, S. Styła, A. Sumorek // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2012. – Vol. 01, № 2. – P. 63–69.

22. Абелешов В. И. Эффективность зонирования и оптимизация функционирования насосных установок систем горячего водоснабжения зданий / В. И. Абелешов // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2010. – №12(82). – С. 29–36.

23. Абрамов Н. Н. Надежность систем водоснабжения / Н. Н. Абрамов. – М.: Стройиздат, 1979. – 231 с.

24. Абрамов Н. Н. Водоснабжение / Н. Н. Абрамов. – М.: Стройиздат, 1974. – 481 с.

25. Адаптивный энергосберегающий алгоритм управления для преобразователей частоты привода насосов системы водоснабжения / Д. М. Таранов, О. Ю. Каун, П. В. Гуляев, Т. В. Гуляева, А. В. Лыткин // Научный журнал КубГАУ – Scientific Journal of KubSAU. – 2014. – №96. – С. 117–128.

26. Алексеев А. В. Опыт разработки и применения информационно-вычислительной среды «Ангара» для интеграции методов теории гидравлических цепей // А. В. Алексеев, Е. А. Михайловский, Н. Н. Новицкий // Трубопроводные системы энергетики. Методические и

прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 415–428.

27. Алексеев А. В. Применение методов дискретно-непрерывной оптимизации режимов работы трубопроводных сетей для задач зонирования систем водоснабжения / А. В. Алексеев // Трубопроводные системы энергетики : математическое моделирование и оптимизация. – Новосибирск: Наука, 2010. – С. 306–314.

28. Алексеева Г. Н. Канализационная насосная станция / Г. Н. Алексеева, А. А. Малиновская, Д. П. Мироненко // Вологдинские чтения. – 2009. – №76. – С. 141–143.

29. Алексеева Ю. А. Техничко-экономические показатели системы комплексного повышения эффективности насосных станций / Ю. А. Алексеева, Т. В. Коренькова // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2012. – №12. – С. 29–35.

30. Андрияшев М. М. Расчет водопроводных сетей с учетом коэффициентов часовой неравномерности водопотребления / М. М. Андрияшев // Водоснабжение и санитарная техника. – 1974. – № 2. – С. 7–10.

31. Андрияшев М. М. Техника расчета водопроводной сети / М. М. Андрияшев. – М.: Советское законодательство, 1972. – 62 с.

32. Андронов А. Л. Особенности работы центробежных насосов и требования к их электроприводу / А. Л. Андронов // Электрификация и теоретические основы электротехники. Ползуновский альманах. – 2004. – №1. – С. 150–152.

33. Банди Б. Методы оптимизации. / Б. Банди. – М.: Радио и связь, 1988. – 126 с.

34. Бертсекас Д. Стохастическое оптимальное управление / Д. Бертсекас, С. Шрив. – М.: Наука, 1985. – 280 с.

35. Бойчук С. Энергоэффективные технологии на объектах водоснабжения Симферопольского водоканала / С. Бойчук // Motrol.

Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №5. – С. 3–11.

36. Боровик И. Г. Многофакторный регрессионный анализ в прикладной задаче управления городской водопроводной сетью / И. Г. Боровик, И. О. Янов // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. – 2007. – №12. – С. 2.

37. Бохан А. Оптимизация режимов электропотребления насосных агрегатов водопроводно-канализационного хозяйства / А. Бохан, Ю. Колесник // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2002. – №2(8). – С. 41–48.

38. Бронштейн Е. М. Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики / Е. М. Бронштейн, Т. А. Зайко // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 10. – С. 133–147.

39. Василенко С. Л. Оценочные показатели энергоэффективности систем централизованного водоснабжения / С. Л. Василенко // Інтегровані технології та енергозбереження. – 2005. – № 3. – С. 89–94.

40. Василенко С. Л. Энергоэффективность систем водоснабжения / С. Л. Василенко // Сб. науч. трудов XIII междунар. науч.-практич. конф. «Экология и здоровье человека. Охрана водного и воздушного бассейнов. Утилизация отходов». – Харьков: УкрВОДГЕО, 2005. – С. 609–615.

41. Великанов Н. Л. Энергоэффективность городских сетей водоснабжения и водоотведения / Н. Л. Великанов, С. И. Корягин // ТТПС. – 2014. – №4 (30). – С.84–88.

42. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 564 с.

43. Ветлицын Ю. А. Технологическая и энергетическая эффективность модернизации насосных станций системы водоотведения / Ю. А. Ветлицын, А. М. Ветлицын // Вестник Псковского государственного университета. Серия: естественные и физико-математические науки. – 2010. – №10. – С. 150–156.

44. Воронцов К. В. Лекции по алгоритмам кластеризации и многомерного шкалирования [Электронный ресурс] / К. В. Воронцов. – Режим доступа: <http://www.ccas.ru/voron/download/Clustering.pdf>. – 2007. – 18 с.
45. Галеев А. Автономная система контроля и мониторинга работы насосных агрегатов канализационной насосной станции / А. Галеев, Р. Сулейманов, И. Арсланов // Технические науки – от теории к практике. – 2013. – №24. – С. 13–20.
46. Гончаренко Д. Водопроводные сети г. Харькова и возможные пути повышения их эксплуатационной долговечности / Д. Гончаренко, А. Алейникова // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №6. – С. 3–11.
47. Грунтович Н. В. Расчетно-аналитический метод нормирования расходов электрической энергии в технологических системах водоснабжения и водоотведения / Н. В. Грунтович, А. А. Капанский // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2015. – №2 (61). – С. 70–79.
48. Добровольська О. Г. Практична реалізація методів з оптимізації потокорозподілу у водопровідних мережах / О. Г. Добровольська, М. О. Українець // ТАРП. – 2014. – №4(20). – С. 4–7.
49. Дунаев М. П. Параметрическая оптимизация системы управления насосной станцией с помощью генетического алгоритма / М. П. Дунаев, Н. Н. Куций, Н. Д. Лукьянов // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. – 2014. – №8. – С. 194–205.
50. Дядюн С. В. Выбор оптимального оборудования насосных станций трубопроводных систем при проектировании и реконструкции / С. В. Дядюн, Л. В. Нестеренко // ТАРП. – 2015. – №2 (23). – С. 20–23.
51. Дядюн С. В. Математическое моделирование систем водоснабжения совместно с активными источниками и регулируемыми ёмкостями / С. В. Дядюн, О. Н. Штельма // ТАРП. – 2014. – №4 (15). –

С. 16–18.

52. Дядюн С. В. Моделирование и рациональное управление системами водоснабжения при минимальном объёме оперативной информации / С. В. Дядюн // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – №3 (20). – С. 111–114.

53. Дядюн С. В. Оценка эффективности управления системами водоснабжения в зависимости от степени неопределённости модели / С. В. Дядюн // ТАРП. – 2013. – №4(14). – С. 4–6.

54. Дядюн С. В. Повышение качества и эффективности функционирования систем водоснабжения на основе совершенствования принципов проектирования / С. В. Дядюн // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 372–380

55. Евдокимов А. Г. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях / А. Г. Евдокимов, А. Д. Тевяшев. – Харьков: Вища школа, 1980. – 144 с.

56. Евдокимов А. Г. Потокораспределение в инженерных сетях / А. Г. Евдокимов, В. В. Дубровский, А. Д. Тевяшев. – М.: Стройиздат, 1979. – 199 с.

57. Евсеева О. Н. Работа с базами данных на языке С#. Технология ADO.NET : учебное пособие / О. Н. Евсеева, А. Б. Шамшев. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – 170 с.

58. Ексаев А. Р. Опыт разработки и внедрения ИГС «CityCom» для компьютерного моделирования и оптимизации трубопроводных и гидравлических систем // А. Р. Ексаев, М. Г. Шумяцкий, В. М. Задачин // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 429–437.

59. Елифанов С. П. Развитие моделей и методов анализа чувствительности гидравлических сетей // С. П. Елифанов, Н. Н. Новицкий,

Д. И. Боровин // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 288–294.

60. Епифанов С. П. Симметричная двойственность в оптимизации и модели потокораспределения при ограничениях-неравенствах на переменные // С. П. Епифанов, В. И. Зоркальцев, Д. С. Медвежонков // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 144–158.

61. Ермолаев Е. Е. Моделирование тарифов в водопроводно-канализационном хозяйстве городского округа / Е. Е. Ермолаев, Н. В. Кузнецов // ТДР. – 2008. – №6. – С. 31–33.

62. Заельская Н. А. Проектирование автоматизированной системы контроля технологических процессов насосной станции / Н. А. Заельская // МНИЖ. – 2013. – №9 – 1 (16). – С. 94–95.

63. Зайченко Л. Анализ неучтённых расходов воды в системе водоотведения / Л. Зайченко, В. Лесной, А. Попов // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin–Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №5. – С. 53–61.

64. Зайченко Л. Анализ реального водопотребления в жилищном фонде / Л. Зайченко, И. Синежук // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 14, №1. – С. 54–58.

65. Залуцкий Э. В. Критерии рационального использования энергии в насосных станциях / Э. В. Залуцкий // Сантехника. – 2003. – № 6. – С. 34–35.

66. Здор Г. Н. Снижение энергозатрат повысительных насосных станций путем исключения завышенного давления в водопроводной сети / Г. Н. Здор, А. В. Сеницын // Энергетика. Известия высших учебных

заведений и энергетических объединений СНГ. – 2015. – №4. – С.44–53.

67. Зуев К. И. Поиск путей повышения надёжности функционирования сети водоснабжения / К. И. Зуев, Л. В. Романова, В. А. Лебедев // *Educatio*. – 2015. – №8(15)–2. – С. 59–63.

68. Ильинский Н. Ф. Энергосберегающий электропривод / Н. Ф. Ильинский // *Энергия: экономика, техника, экология*. – 1999. – № 2. – С. 24–29.

69. Исаев В. Н. К вопросу об управлении системами водоснабжения / В. Н. Исаев // *Сантехника*. – 2004. – № 3. – С. 2–5.

70. К итогам эксплуатации энергосберегающего электропривода на станции второго подъёма п. г. т. Солоницевка / В. Б. Клепиков, П. А. Коротаев, Е. Ф. Банев, А. Н. Моисеев, А. В. Тимощенко, Л. Н. Сивоконь, В. И. Хоменко, В. И. Максюк, В. Н. Ткач // *Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит*. – 2011. – №5 (87). – С. 15–18.

71. Каплина М. С. Роль ценообразования в построении системы управленческого учёта текущей деятельности на предприятиях водоснабжения и водоотведения / М. С. Каплина // *Пространство экономики*. – 2010. – №4–2. – С. 73–76.

72. Каргапольцев В. П. О некоторых методах «экономии» при ведении коммерческого учёта воды и тепла / В. П. Каргапольцев, А. Г. Лупей // *Энергосбережение*. – 2003. – № 6. – С. 46–51.

73. Карелин В. Я. Насосы и насосные станции / В. Я. Карелин, А. В. Минаев. – М.:Стройиздат, 1986. – 320 с.

74. Копырин В. Автоматизация насосной станции с применением частотно-регулируемого электропривода / В. Копырин, Е. Бородацкий // *Силовая электроника*. – 2006. – №2. – С. 20–23.

75. Коркина И. В. Моделирование и традиционный метод расчёта системы «Насосная станция аккумулирующая ёмкость» / И. В. Коркина // *Вестник СГТУ*. – 2012. – №1. – С. 88–89.

76. Лаврентьев А. В. Сравнительный опыт водоснабжения в Канаде /

А. В. Лаврентьев // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – №6. – С. 496–505.

77. Левин А. А. Расчёт гидравлических цепей в квазистационарном приближении / А. А. Левин, В. Ф. Чистяков, Е. В. Чистякова // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 100–109.

78. Левин А. А. Расчёт потокораспределения в энергоустановках как гидравлических цепях с регулируемыми параметрами / А. А. Левин, Э. А. Таиров, В. Ф. Чистяков // Трубопроводные системы энергетики : математическое моделирование и оптимизация. – Новосибирск: Наука, 2010. – С. 115–124.

79. Лезнов Б. С. Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздуходувных установках / Б. С. Лезнов. – М.: Энергоатомиздат, 2006. – 358 с.

80. Магнус Я. Р. Эконометрика / Я. Р. Магнус, П. К. Катыхшев, А. А. Пересецкий. – М.: Дело, 2007. – 504 с.

81. Матвиенко О. И. Зонирование в системах подачи и распределения воды / О. И. Матвиенко // XII конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям, 17-21 марта 2014 г.: тезисы докладов. – Х.: ННЦ ХФТИ, 2014. – С. 49-50.

82. Матвиенко О. И. Стохастический подход к зонированию водопроводных сетей / О. И. Матвиенко // Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке: 18-й международный молодежный форум: сб. материалов форума. Т. 7. – Харьков: ХНУРЭ, 2014. – С. 122-123.

83. Матвиенко О. И. Математическое моделирование режимов работы водоводов / О. И. Матвиенко, А. А. Ястребов // Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке: 19-й международный молодежный форум: сб. материалов форума. Т. 7. – Харьков: ХНУРЭ, 2015 – С. 78-79.

84. Матвиенко О. И. Математическое моделирование режимов работы

насосной станции / О. И. Матвиенко, Ю. А. Ястребова // Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке: 19-й международный молодежный форум: сб. материалов форума. Т. 7. – Харьков: ХНУРЭ, 2015. – С. 80-81.

85. Медиоланская М. М. Проектирование водопроводных сетей: учеб. пособие / М. М. Медиоланская, Е. А. Мезенева, С. В. Колобова. – Вологда: ВТУ, 1999. – 150 с.

86. Методология научных исследований в области водоснабжения и водоотведения / П. В. Маврина, Т. В. Патрикеева, Е. В. Тарасова, А. В. Югатова, С. А. Голяк // Вестник МГТУ им. Г.И. Носова. – 2005. – №4(12). – С. 77–79.

87. Молодежникова Л. И. Технологические энергоносители промышленных предприятий. Часть 2 : учебное пособие // Л. И. Молодежникова // Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 198 с.

88. Найманов А. Возможности оценки некоторых параметров надёжности насосных станций. / А. Найманов, Ю. Гостева // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №6. – С. 27–35.

89. Насонкина Н. Г. Потери воды из водопроводных сетей и способы их снижения / Н. Г. Насонкина, В. Н. Маслак, Ю. А. Голикова // Современное промышленное и гражданское строительство. – 2007. – Т. 3, №1. – С. 53–65.

90. Нейский И. М. Классификация и сравнение методов кластеризации [Электронный ресурс] / И. М. Нейский. – Режим доступа : [http://it-claim.ru/Persons/Neyskiy/Article2\\_Neiskiy.pdf](http://it-claim.ru/Persons/Neyskiy/Article2_Neiskiy.pdf). – 10 с.

91. Никонова Г. В. Оптимизация управления режимом энергопотребления насосных агрегатов / Г. В. Никонова // ОНВ. – 2011. – №3–103. – С. 170–174.

92. Новицкий Н. Н. Задачи и методы вероятностного моделирования гидравлических режимов трубопроводных систем / Н. Н. Новицкий,

О. В. Вантеева // Науч.-техн. ведомости СПбГУ. – 2008. – №1. – С. 68–75.

93. Новицкий Н. Н. Проблематика идентифицируемости и управляемости трубопроводных систем : структуризация задач и возможные подходы к их решению / Н. Н. Новицкий // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 159–182.

94. Новицкий Н. Н. Развитие методов теории гидравлических цепей для анализа и синтеза свойств трубопроводных систем как объектов управления / Н. Н. Новицкий // Трубопроводные системы энергетики : математическое моделирование и оптимизация. – Новосибирск: Наука, 2010. – С. 58–73.

95. Новохатний В. Надёжность водоводов систем водоснабжения / В. Новохатний, С. Костенко // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. Lublin – Rzeszow. – 2013. – Vol. 15, №6. – С. 101–109.

96. Орлов С. П. Разработка экспертной системы в составе интеллектуальной системы поддержки принятия решений в области водоподготовки и водоочистки природных вод / С. П. Орлов, А. В. Чуваков, Д. А. Нечаев // Современные наукоемкие технологии. – 2010. – №5. – С. 44–51.

97. Осипов Н. А. Разработка Windows приложений на С# / Н. А. Осипов. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 74с.

98. Оськин С. В. Эффективность применения дросселирующих элементов в насосных установках / С. В. Оськин // Научный журнал КубГАУ – Scientific Journal of KubSAU. – 2013. – №93. – С. 512–527.

99. Павлова И. В. Моделирование равномерного режима работы системы водоснабжения с аккумулярующей емкостью / И. В. Павлова // Вестник КрасГАУ. – 2010. – №11. – С. 173–175.

100. Павлова И. В. Оптимизация системы водоснабжения с

аккумулирующей ёмкостью при дискретной производительности насосной станции / И. В. Павлова // Вестник КрасГАУ. – 2009. – №9. – С. 148–150.

101. Палкин Г. А. Способы повышения экономической эффективности и надёжности эксплуатации участков первого подъёма систем водоснабжения с накапливающим резервуаром / Г. А. Палкин, Р. В. Горбунов // МНИЖ. – 2015. – №2–1 (33). – С. 59–60.

102. Петренко С. Е. Параметры надёжности эксплуатации насосных станций и мероприятия по их повышению / С. Е. Петренко // ИВД. – 2010. – №4. – С.110–114.

103. Петров Д. Регулируемый привод в насосных установках / Д. Петров // Силовая электроника. – 2005. – №4. – С. 18–22.

104. Петросов В. А. Теоретичне обґрунтування і розробка методів інтенсифікації роботи систем водозабезпечення : автореф. дис. д-ра техн. Наук : 05.23.04 / В. А. Петросов // Харківський держ. технічний ун-т будівництва та архітектури. – Харків, 2001. – 40 с.

105. Поршнева В. Н. Мероприяття по енергосбереженню и снижению потерь воды в системах городского водоснабжения / В. Н. Поршнева, Л. В. Новикова // Энергосбережение. – 2004. – № 5. – С. 12–16.

106. Принципы разработки и программная реализация информационно-вычислительной среды для компьютерного моделирования трубопроводных и гидравлических систем // Трубопроводные системы энергетики. Методы математического моделирования и оптимизации : сб. науч. тр. – Новосибирск: Наука, 2007. – С. 221–229.

107. Прогрессивные информационные ресурсосберегающие и экологически безопасные технологии в системах водоотведения / А. Д. Тевяшев, И. В. Коринько, В. С. Есилевский, А. Г. Долгоброд, К. В. Кобылинский, Ю. В. Ярошенко, Г. В. Никитенко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2005. – №2(14). – С. 50–61.

108. Расчёт и подбор регулятора давления «После себя» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ktto.com.ua/calculation/rdp>.

109. Расчет эксплуатационных параметров насосного оборудования и трубопроводной сети водоснабженческих и мелиоративных насосных станций / О. И. Рахнянская, Ю. В. Бандюков, К. А. Дегтярева, Тарасьянц С. А., Уржумова Ю. С. // Научный журнал КубГАУ – Scientific Journal of KubSAU. – 2015. – №110. – С.437–453.

110. Рихтер Дж. Программирование на платформе Microsoft .NET Framework 2.0 на языке С#. Мастер\_класс / Дж. Рихтер. – пер. с англ. – 2-е изд., исправ. – М. : Издательство «Русская Редакция» ; СПб.: Питер, 2008. – 656 с.

111. Рюмкин А. И. Информационное обеспечение 3d – ГИС для проектирования и реконструкции магистральных трубопроводов и трасс инженерных коммуникаций // А. И. Рюмкин //Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 396–407.

112. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

113. Сазонова С. А. Комплекс прикладных задач оперативного управления, обеспечивающих безопасность функционирования гидравлических систем / С. А. Сазонова // Вестник ВИ ГПС МЧС России. – 2015. – №2 (15). – С. 37–41.

114. Самойленко Н. И. Разработка математических моделей упорядочивания ребер графа трубопроводной распределительной сети / Н. И. Самойленко, И. А. Гавриленко, Т. С. Сенчук // ВЕЖПТ. – 2015. – №4 (75). – С. 21–25.

115. Свистунов В. А. Автоматизация насосной станции с применением частотно-регулируемого электропривода / В. А. Свистунов // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – №12–2. – С. 135–140.

116. Синчук О. Н. К вопросу эффективности параметрического регулирования параллельно работающих насосных агрегатов / О. Н. Синчук, Ю. Г. Осадчук, М. Р. Сальников // Коммунальное хозяйство городов. Научно-

технический сборник. – 2002. – №47 –С. 141–147.

117. Смирнов Л. В. Исследование устойчивости, бифуркаций и разрывных автоколебаний на примере математической модели системы водоснабжения / Л. В. Смирнов, А. А. Кульнева // Вестник ННГУ. – 2009. – №6–1. – С. 142–146.

118. Сотников Д. В. Повышение энергетической эффективности насосных станций / Д. В. Сотников // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – №5–3. – С. 2954–2956.

119. Сотников Д. В. Разработка методики повышения энергетической эффективности насосных станций / Д. В. Сотников // Вестник ВГТУ. – 2014. – №1. – С. 105–106.

120. Сухонос М. К. Особенности обследования (энергоаудита) систем водоснабжения и канализации. Мониторинг водопотребления и водоотведения / М. К. Сухонос // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2010. – №5(75). – С.54–58.

121. Тевяшев А. Д. Применение линеаризованных моделей установившегося потокораспределения в задачах оперативного управления / А. Д. Тевяшев, С. И. Козыренко // Новые информационные технологии управления развитием и функционированием трубопроводных систем энергетики. – 1993. – С. 20–33.

122. Тевяшев А. Д. Математическая модель и метод оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – № 6/4(78). – С. 45–53.

123. Тевяшев А. Д. Математическая модель и метод оптимального стохастического управления режимами работы канализационной насосной станции / А. Д. Тевяшев, Г. В. Никитенко, О. И. Матвиенко // Информационные системы и технологии: тезисы докладов. 4-я международная научно-техническая конференция, 21-27 сентября 2015 г. – Х.: НТМТ, 2015. – С. 143–145.

124. Тевяшев А. Д. Метод построения модели квазистационарных режимов работы водопроводных сетей с утечками / А. Д. Тевяшев, С. И. Козыренко, В. Д. Непочатова // ВЕЖПТ. – 2010. – №9(44). – С. 9–12.

125. Тевяшев А. Д. Об одной стратегии оперативного планирования режимов работы насосной станции / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 3. – С. 4–9.

126. Тевяшев А. Д. Об одной стратегии управления развитием и функционированием систем централизованного водоснабжения / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко, Г. В. Никитенко // Методы повышения ресурса городских инженерных инфраструктур: VI Всеукраинский научно-практический семинар, 15-16 октября 2014 г.: сб. науч. тр. – Х.: ХНУСА, 2014. – С. 78–80.

127. Тевяшев А. Д. Об одном классе задач оптимального стохастического управления с вероятностными ограничениями на фазовые переменные / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко // Информационные системы и технологии: тезисы докладов. 4-я международная научно-техническая конференция, 21-27 сентября 2015 г. – Х.: НТМТ, 2015. – С. 140–142.

128. Тевяшев А. Д. Об одном классе стохастических моделей квазистационарных режимов работы газотранспортных систем / А. Д. Тевяшев, О. А. Тевяшева, В. А. Фролов // Радиоэлектроника и информатика. – 2011. – №3. – С. 75–81.

129. Тевяшев А. Д. Оценивание параметров математических моделей элементов насосных станций в реальном времени / А. Д. Тевяшев, П. В. Шулик. // АСУ и приборы автоматики. – 2002. – № 1. – С. 28–37.

130. Тевяшев А. Д. Оценка потенциала ресурсо- и энергосбережения при управлении развитием и функционированием магистрального водовода / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Підводні технології. Промислова та цивільна інженерія. – 2016. – № 4. – С. 27–38.

131. Тевяшев А. Д. Оценка потенциала энерго и ресурсосбережения в

системах централизованного водоснабжения / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко, Никитенко Г. В. // Науковий вісник будівництва. – 2014. – № 3(77). – С. 144–150.

132. Тевяшев А. Д. Системный анализ проблемы повышения качества и эффективности функционирования систем водоснабжения и водоотведения / А. Д. Тевяшев, В. Д. Непочатова // ВЕЖПТ. – 2009. – №7 (40). – С.29–35.

133. Тевяшев А. Д. Стохастическая модель и метод зонирования водопроводных сетей / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 1(67). – С. 17–24.

134. Тевяшев А. Д. Стохастическая модель и метод оперативного планирования режимов работы насосных станций / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко, Г. В. Никитенко // Вода. Экология. Общество: тезисы докладов. IV международная научно-техническая конференция. – Х.: ХНУГХ им. Бекетова, 2014. – С. 61-64.

135. Тевяшев А. Д. Стохастическая модель квазистационарного потокораспределения в инженерных сетях / А. Д. Тевяшев, С. И. Козыренко, В. Д. Непочатова // ВЕЖПТ. – 2010. – №11(45). – С.57–60.

136. Тевяшев А. Д. Стохастическая модель квазистационарных режимов работы систем водоснабжения и метод её построения для водопроводных сетей с утечками / А. Д. Тевяшев, С. И. Козыренко, В. Д. Непочатова // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 205–220.

137. Тевяшев А. Д. Алгоритмические методы повышения надёжности функционирования систем централизованного водоснабжения / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Информационные системы и технологии: тезисы докладов. 3-я международная научно-техническая конференция, 15-21 сентября 2014 г. – Х.: ТОВ «Друкарня Мадрид», 2014. – С. 142-143.

138. Терентьев А. Я. Современное состояние и перспективы формирования тарифов ЖКХ в сфере водоснабжения и водоотведения /

А. Я. Терентьев // Проблемы современной экономики. – 2010. – №3. – С. 353–356.

139. Тимонова М. Н. Потенциал энергии избыточного давления магистральных сетей водо и теплоснабжения / М. Н. Тимонова, Р. А. Бикташева // МНИЖ. – 2013. – №6–1 (13). – С.96–96.

140. Толпаров Д. В. Анализ систем управления насосных станций / Д. В. Толпаров, Ю. Н. Дементьев // Известия ТПУ. – 2007. – №4. – С.113–118.

141. Трояновский В. М. Оптимизация режимов дуального управления в системе с идентификатором / В. М. Трояновский // Труды VII Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '08 Москва 28–31 января 2008 г. – С. 886–896.

142. Усольцев В. К. Анализ работы насосной станции / В. К. Усольцев // Вологодские чтения. – 2009. – №73. – С. 150–153.

143. Усуфов М. М. Применение современных частотных преобразователей как способ повышения энергосбережения в сфере ЖКХ / М. М. Усуфов // ТТПС. – 2014. – №1(27). – С.22–31.

144. Фоминых А. В. Определение гидравлических характеристик запорно-регулирующих задвижек / А. В. Фоминых, Д. Н. Овчинников, И. Р. Чиняев // АБУ. – 2013. – №2(108). – С. 27–30.

145. Фридман А. А. Реформирование тарифной политики на услуги водоснабжения: сравнительный анализ / А. А. Фридман // Экономический журнал ВШЭ. – 2008. – №4. – С. 471–487.

146. Хованський С. О. Системний аналіз комплексу подачі і розподілу води в житлово-комунальному господарстві / С. О. Хованський, В. Г. Неня // ВЕЖПТ. – 2010. – №4 (46). – С. 56–59.

147. Хомко В. Є. Скорочення водоспоживання населенням – пріоритетний шлях до зменшення втрат води / В. Є. Хомко, О. Ю. Царинник // зб. доповідей міжнародного конгресу "ЕТЕВК–2003". Україна, Крим, м. Ялта 27–31 травня 2003 р. – С. 98–102.

148. Хонкулов У. Х. Математические модели установившихся режимов

параллельной работы синхронных электродвигателей крупных насосных станций / У. Х. Хонкулов // Электротехника и электромеханика. – 2006. – №4. – С. 33–36.

149. Чупин Р. В. Развитие теории и практики моделирования и оптимизации систем водоснабжения и водоотведения / Р. В. Чупин, Е. С. Мелехов. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ. – 2011. – 323 с.

150. Шилдт Г. Полный справочник по C# / Г. Шилдт. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 752 с.

151. Шихов А. А. Применение частотно-регулируемого привода в энергосберегающих системах управления насосными установками / А. А. Шихов, В. А. Андрианов // Водоснабжение и санитарная техника. – 2004. – № 7. – С. 33–34.

152. Шулик П. В. Стохастические модели и методы оперативного управления режимами работы насосных станций систем водоснабжения и водоотведения в реальном времени : Дис... канд. техн. наук : 01.05.04 / П. В. Шулик // Харьковский национальный ун-т радиоэлектроники. – Х., 2003. – 268л. : рис. – Библиогр.: л. 153–161.

153. Эксплуатация систем водоснабжения, канализации и газоснабжения : Справочник / Под ред. В. Д. Дмитриева, Б. Г. Мишукова. – 3-е изд., перераб. и доп. Л. : Стройиздат, Ленинг. отд-ние, 1988. – 383 с.

154. Энергообеспечение в общей структуре эколого-экономической безопасности водоснабжения / В. А. Петросов, С. Л. Василенко, В. Д. Колотило, В. В. Паболков // Науковий вісник будівництва: зб. наук. праць. – Харків: ХДТУБА, 2004. – Вип. 28. – С. 47–54.

155. Энергосберегающее управление электроприводами насосных агрегатов / А. И. Надеев, Н. Г. Романенко, А. И. Мащенко, Г. Ю. Кузьмин, О. Н. Кладов, А. В. Арапов // Вестник АГТУ. Серия: Морская техника и технология. – 2011. – №2. – С. 111–116.

156. Юдовина Е. Ф. Программный комплекс «Гидросистема» и его использование для гидравлических расчётов трубопроводных систем //

Е. Ф. Юдовина, Е. С. Пашенкова, Л. Б. Корелштейн // Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 438–446.

## Приложение А

### Определение обобщённого сценария развития системы подачи и распределения воды

Для определения обобщённого сценария развития СПРВ сначала находим важность факторов относительно общей цели (табл. А.1).

Таблица А.1 – Сравнение факторов относительно общей цели

Факторы	Техническое состояние ВС	Техническое состояние силового оборудования НС	Режимы работы СПРВ	Степень обеспечения потребителей средствами учёта воды	Геоинформационные технологии	Машины и механизмы для выполнения ремонтно-восстановительных работ	Эффективность менеджмента КП «Водоканалов»
Техническое состояние ВС	1	1	1/3	3	8	5	7
Техническое состояние силового оборудования НС	1	1	1/3	3	8	5	7
Режимы работы СПРВ	3	3	1	5	9	7	9
Степень обеспечения потребителей средствами учёта воды	1/3	1/3	1/5	1	7	3	5
Геоинформационные технологии	1/8	1/8	1/9	1/7	1	1/5	1/3
Машины и механизмы для выполнения ремонтно-восстановительных работ	1/5	1/5	1/7	1/3	5	1	3
Эффективность менеджмента КП «Водоканалов»	1/7	1/7	1/9	1/5	3	1/3	1

Вектор приоритетов первой матрицы получается равным  $(0,2;0,2;0,39;0,10;0,02;0,06;0,03)$  и соответствующее ему собственное значение  $\lambda_{\max}=7,499$ , что не далеко от  $n=7$  в случае согласованности,  $ИС=0,083$ ;  $СИ=1,32$ ;  $ОС=0,063$ .

Где  $n$  – размерность матрицы;  $ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$  – индекс согласованности;  $СИ$  – случайный индекс (при  $n=7$   $СИ=1,32$ ;  $n=5$   $СИ=1,12$ ;  $n=4$   $СИ=0,9$ );  $ОС = \frac{ИС}{СИ}$  – отношение согласованности (Значение  $ОС$ , меньшее или равное  $0,10$ , будем считать приемлемым.).

Затем для каждого критерия определяем степень влияния акторов на этот критерий (табл. А.2).

Таблица А.2 – Влияние акторов на критерии

Техническое состояние ВС	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы	Техническое состояние силового оборудования НС	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы
Потребители	1	1/7	1/3	1/5	Потребители	1	1/9	1	1/7
КП «Водоканалы»	7	1	5	3	КП «Водоканалы»	9	1	9	3
ЖКХ	3	1/5	1	1/3	ЖКХ	1	1/9	1	1/7
Инвесторы	5	1/3	3	1	Инвесторы	7	1/3	7	1
$\lambda_{\max}=4,117$ ; $ИС=0,039$ ; $ОС=0,043$					$\lambda_{\max}=4,091$ ; $ИС=0,03$ ; $ОС=0,034$				
$v=(0,055;0,565;0,118;0,262)$					$v=(0,078; 0,887;0,078;0,448)$				

Продолжение таблицы А.2

Режимы работы СПРВ	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы	Степень обеспечения потребителей средствами учёта воды	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы
Потребители	1	1/3	9	9	Потребители	1	3	5	9
КП «Водоканалы»	3	1	7	9	КП «Водоканалы»	1/3	1	3	7
ЖКХ	1/9	1/7	1	1	ЖКХ	1/5	1/3	1	5
Инвесторы	1/9	1/9	1	1	Инвесторы	1/9	1/7	1/5	1
$\lambda_{\max}=4,199$ ; ИС=0,066; ОС=0,074					$\lambda_{\max}=4,171$ ; ИС=0,057; ОС=0,063				
$\nu=(0,338;0,563;0,052;0,048)$					$\nu=(0,566; 0,268;0,127;0,04)$				
Геоинформационные технологии	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы	Машины и механизмы для выполнения ремонтно-восстановительных работ	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы
Потребители	1	1/5	1/3	3	Потребители	1	1/5	1/5	1/9
КП «Водоканалы»	5	1	3	7	КП «Водоканалы»	5	1	1	1/3
ЖКХ	3	1/3	1	5	ЖКХ	5	1	1	1/3
Инвесторы	1/3	1/7	1/5	1	Инвесторы	9	3	3	1
$\lambda_{\max}=4,117$ ; ИС=0,039; ОС=0,043					$\lambda_{\max}=4,033$ ; ИС=0,011; ОС=0,012				
$\nu=(0,118; 0,565;0,262;0,055)$					$\nu=(0,047; 0,205;0,205;0,544)$				
Эффективность менеджмента КП «Водоканалов»	Потребители	КП «Водоканалы»	ЖКХ	Инвесторы					
Потребители	1	1/3	3	1/3					
КП «Водоканалы»	3	1	5	1					
ЖКХ	1/3	1/5	1	1/5					
Инвесторы	3	1	5	1					
$\lambda_{\max}=4,043$ ; ИС=0,014; ОС=0,016									
$\nu=(0,152; 0,39;0,068;0,39)$									

Аналогично определяем степень влияния целей на каждого актора (табл. А.3) и сценариев на цели акторов (табл. А.4).

Таблица А.3 – Влияние целей акторов на каждого актора

Цели	Потребители	КП «Водо-каналы»	ЖКХ	Инвесторы
Бесперебойное получение питьевой воды в необходимом объёме	0,566	0,089	0,262	0,055
Минимизация себестоимости процесса подачи и распределения питьевой воды	0,268	0,573	0,118	0,262
Повышение качества водоснабжения	0,127	0,094	0,565	0,118
Получение максимальной прибыли от вложенных средств	0,04	0,244	0,055	0,565

Таблица А.4 – Степень влияния сценариев на цели

Цели	1	2	3	4
Бесперебойное получение питьевой воды в необходимом объёме	0,055	0,262	0,118	0,565
Минимизация себестоимости процесса подачи и распределения питьевой воды	0,055	0,118	0,262	0,565
Повышение качества водоснабжения	0,055	0,262	0,118	0,565
Получение максимальной прибыли от вложенных средств	0,055	0,118	0,262	0,565

Осуществим иерархический синтез (рис. А.1) и получим глобальный вектор приоритетов (табл. А.5)

$$\begin{aligned}
 A &:= \begin{bmatrix} 0.055 & 0.055 & 0.055 & 0.055 \\ 0.262 & 0.118 & 0.262 & 0.118 \\ 0.118 & 0.262 & 0.118 & 0.262 \\ 0.565 & 0.565 & 0.565 & 0.565 \end{bmatrix} & B &:= \begin{bmatrix} 0.566 & 0.089 & 0.262 & 0.055 \\ 0.268 & 0.573 & 0.118 & 0.262 \\ 0.127 & 0.094 & 0.565 & 0.118 \\ 0.04 & 0.244 & 0.055 & 0.565 \end{bmatrix} \\
 C &:= \begin{bmatrix} 0.055 & 0.078 & 0.338 & 0.566 & 0.118 & 0.047 & 0.152 \\ 0.565 & 0.887 & 0.563 & 0.268 & 0.565 & 0.205 & 0.39 \\ 0.118 & 0.078 & 0.052 & 0.127 & 0.262 & 0.205 & 0.068 \\ 0.262 & 0.448 & 0.048 & 0.04 & 0.055 & 0.544 & 0.39 \end{bmatrix} & F &:= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.39 \\ 0.1 \\ 0.02 \\ 0.06 \\ 0.03 \end{bmatrix} \\
 D &:= A \cdot B \cdot C \cdot F & D &= \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.183 \\ 0.234 \\ 0.621 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок А.1 – Вычисление глобального вектора приоритетов

Таблица А.5 – Глобальный вектор приоритетов

Сценарии	1	2	3	4
Глобальный вектор приоритетов	0,06	0,183	0,234	0,621

Из табл. А.5 видно, что наибольшее предпочтение необходимо отдать сценарию 4 «Оптимальное стохастическое управление развитием и функционированием СПРВ». На основании полученного глобального вектора приоритетов был сформирован обобщённый сценарий (табл. А.6)

Таблица А.6 – Определение обобщённого сценария

Характеристики \ Веса сценариев	1 0,06	2 0,183	3 0,234	4 0,621	Обобщённый сценарий
Затраты на реконструкцию и развитие СПРВ	0	3	1	4	3,267
Качество услуг водоснабжения	-3	2	2	5	3,759
Затраты на ремонт	5	-2	-2	-4	-3,018
Затраты на эксплуатацию СПРВ	3	-1	-2	3	1,392
Инвестиционная привлекательность	-3	2	3	5	3,993
Затраты на внедрение новых технологий	-3	2	2	3	2,517
Эффективность работы СПРВ	-3	3	3	5	4,176
Окупаемость	-2	1	2	4	3,015

## Приложение Б

### Расчёт статистических свойств зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода

Рассмотрим приближённый метод расчёта статистических свойств зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ для МВ, схема которого приведена на рис. Б.1.

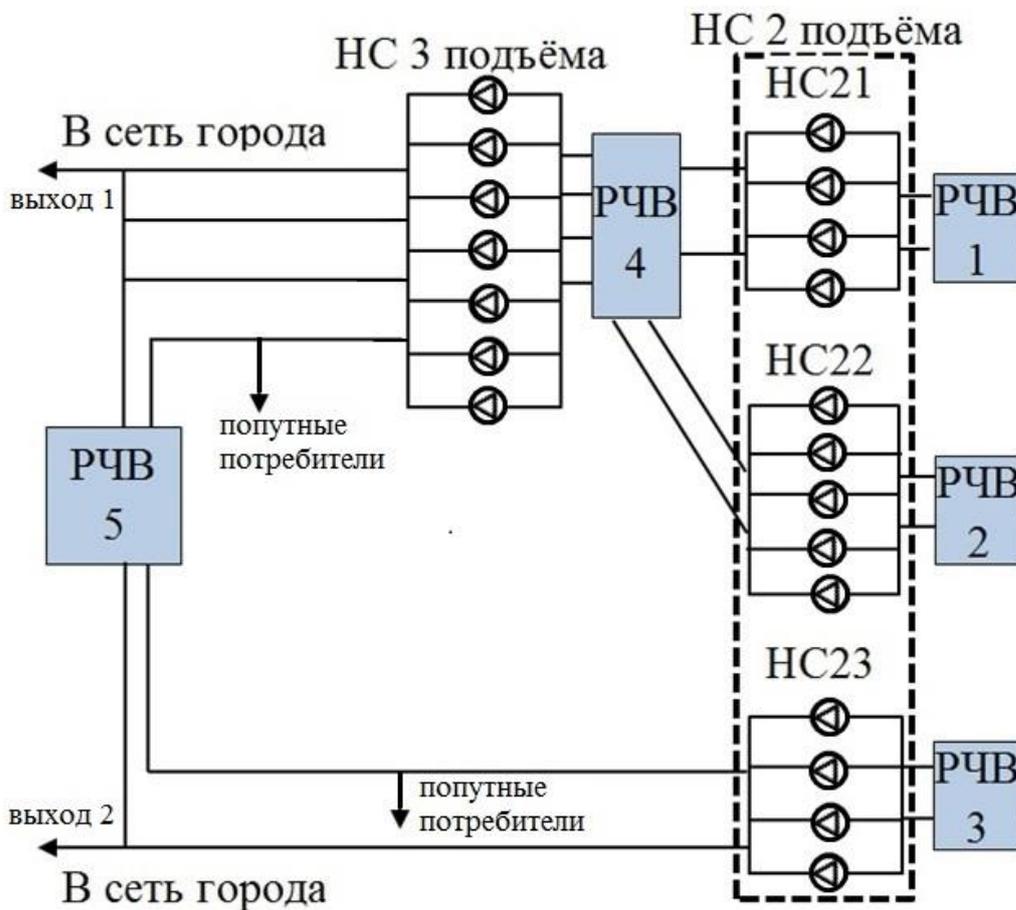


Рисунок Б.1 – Структура МВ

Рассматриваемый МВ включает в себя три НС второго подъёма (НС21, НС22, НС23) и НС третьего подъёма. НС второго подъёма НС21 и НС22

подают воду на НС третьего подъёма, а НС третьего подъёма и НС23 подают воду в РЧВ5 и в сеть города.

Для МВ известны следующие данные:

– статические данные, включающие в себя структуру МВ; длины; диаметры; геодезические отметки участков трубопровода; оценки параметров математических моделей НА по каждой НС; оценки гидравлических сопротивлений РЗ на каждой НС; физические размеры каждого из РЧВ;

– динамические данные, включающие в себя прогноз водопотребления всех потребителей на интервале времени  $[0, T]$ , уровни воды во всех РЧВ на начало рассматриваемого периода.

НС второго подъёма НС21 и НС23 оснащены четырьмя однотипными, параллельно подключёнными НА с одинаковыми характеристиками, НС22 оснащены четырьмя однотипными, параллельно подключёнными НА с одинаковыми характеристиками и НС третьего подъёма оснащена шестью однотипными НА с различными характеристиками.

Детерминированный эквивалент стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ имеет вид:

$$f_r = \bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad (\text{Б.1})$$

$$f_r = \bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) - \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^g) = 0, \quad (r = v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1), \quad (\text{Б.2})$$

$$f_r = \bar{h}_r(\bar{q}_r(k)) + h_r^g - \bar{H}_z(k) + \bar{H}_1(k) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) + h_i^g) = 0, \quad (r = v + \eta_2 + \xi_1, \dots, e; \quad z = 1, \dots, Z), \quad (\text{Б.3})$$

$$\bar{q}_i(k) = \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} \bar{q}_r(k) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} \bar{q}_r(k), \quad (i=1, \dots, v-1), \quad (\text{Б.4})$$

$$\bar{q}_i(k) > 0, \quad i \in L. \quad (\text{Б.5})$$

$$\bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \bar{a}_{0i} \left( \frac{n_{1i}}{n_{0i}} \right)^2 + \bar{a}_{1i} \bar{q}_i(k) \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \bar{a}_{2i} \bar{q}_i^2(k), \quad i \in L, \quad (\text{Б.6})$$

$$\bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = 1 - \frac{1 - \bar{d}_{0i} - \bar{d}_{1i} \bar{q}_i(k) - \bar{d}_{2i} \bar{q}_i^2(k)}{\left( \frac{n_{0i}}{n_{1i}} \right)^{0,36}}, \quad i \in L, \quad (\text{Б.7})$$

$$\bar{N}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAi}(\bar{q}_i(k)) \cdot \bar{q}_i(k)}{0,9 \cdot \bar{\eta}_{NAi}(\bar{q}_i(k))}, \quad i \in L, \quad (\text{Б.8})$$

$$\bar{h}_{RZi}(\bar{q}_i(k)) = \frac{\bar{q}_i(k) \bar{C}_i}{E_i^2(k)}, \quad i \in R, \quad (\text{Б.9})$$

$$\bar{h}_i(\bar{q}_i(k)) = \text{sgn} \bar{q}_i(k) \bar{S}_i \bar{q}_i^2(k), \quad i \in M, \quad (\text{Б.10})$$

$$\bar{S}_i = \frac{0,001736 \cdot l}{d^{5,3}}, \quad i \in M, \quad (\text{Б.11})$$

$$\bar{H}_z(k) = \bar{H}_z(k-1) + c_z (\bar{q}_{zvh}(k) - \bar{q}_{zvih}(k)), \quad (z=1, \dots, Z), \quad (\text{Б.12})$$

$$H_z^{-*} \leq \bar{H}_z(k), \quad (\text{Б.13})$$

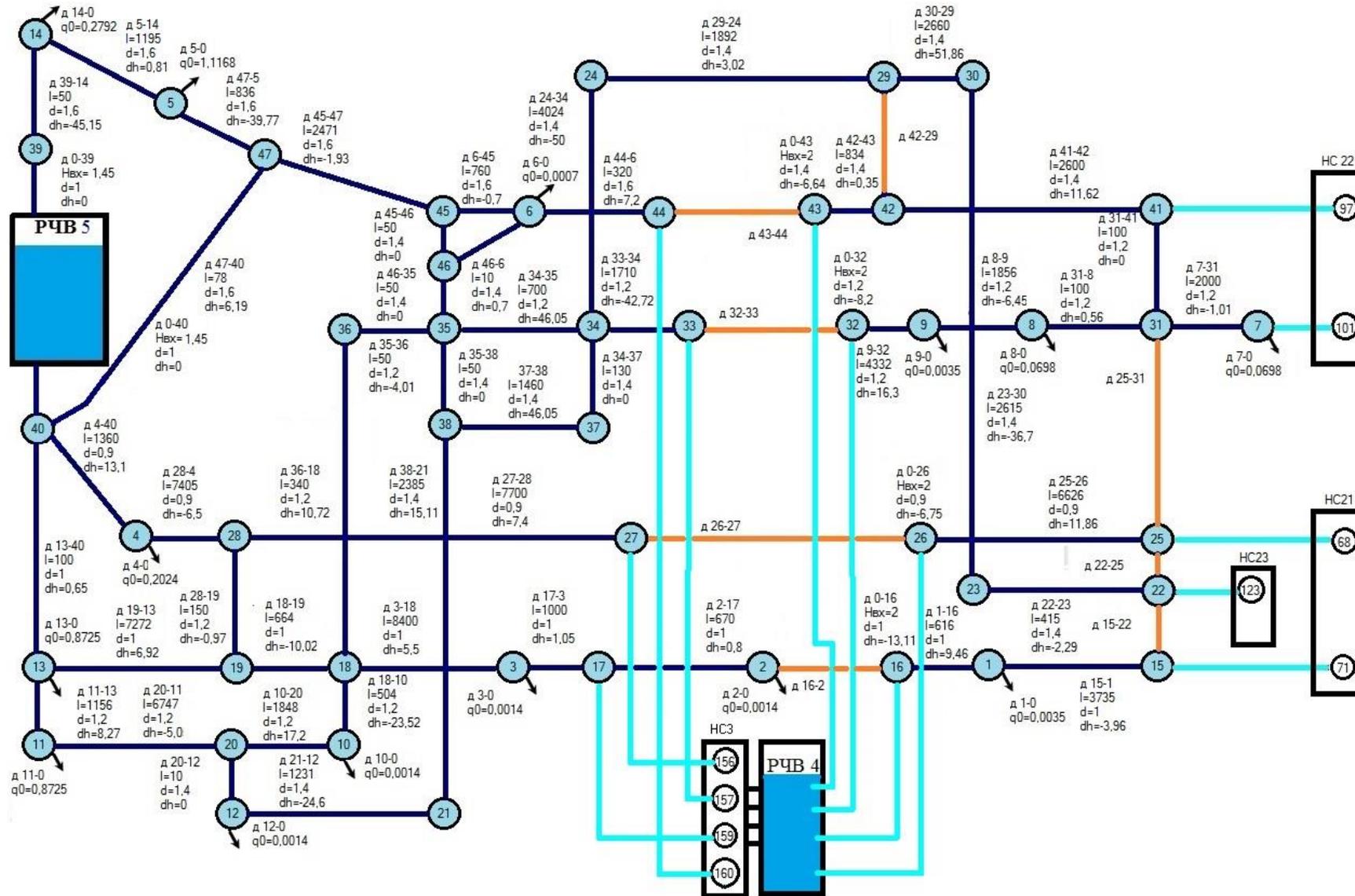
$$\bar{H}_z(k) \leq H_z^{+*}, \quad (\text{Б.14})$$

$$\bar{h}_r^c(\bar{q}_r(k)) \geq h_r^+. \quad (\text{Б.15})$$

Для решения детерминированного эквивалента стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ был разработан и использовался программный комплекс «Водоснабжение», предназначенный для моделирования различных режимов и оптимизации работы СПРВ [21, 26, 33, 45, 58, 106, 111]. Программная реализация разработанных математических моделей и методов производилась на языке программирования С# [9, 57, 97, 110, 150]. В ПК реализован графический интерфейс, позволяющий вводить схему СПРВ. Информационная привязка графических объектов схемы к

исходным данным осуществляется при помощи таблиц MS Excel.

На взаимосвязанных рис. Б.4 – рис. Б.8 представлены структура МВ, реализованная в программном комплексе «Водоснабжение» и исходные данные для решения задачи (Б.1) – (Б.15).

Рисунок Б.4 – Граф МВ и исходные данные ( $dh \equiv h^s$ )

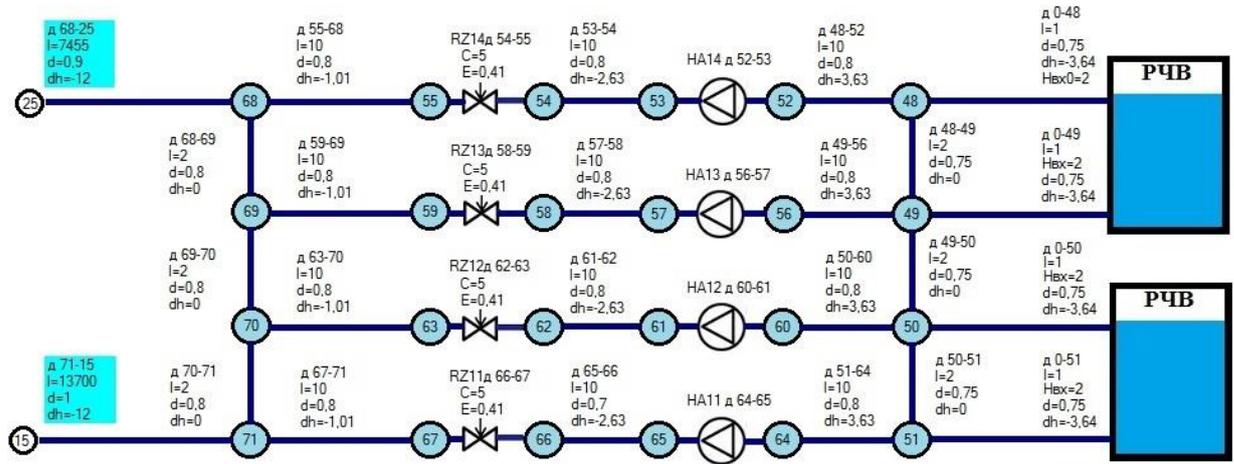


Рисунок Б.5 – Граф насосной станции НС21 и исходные данные

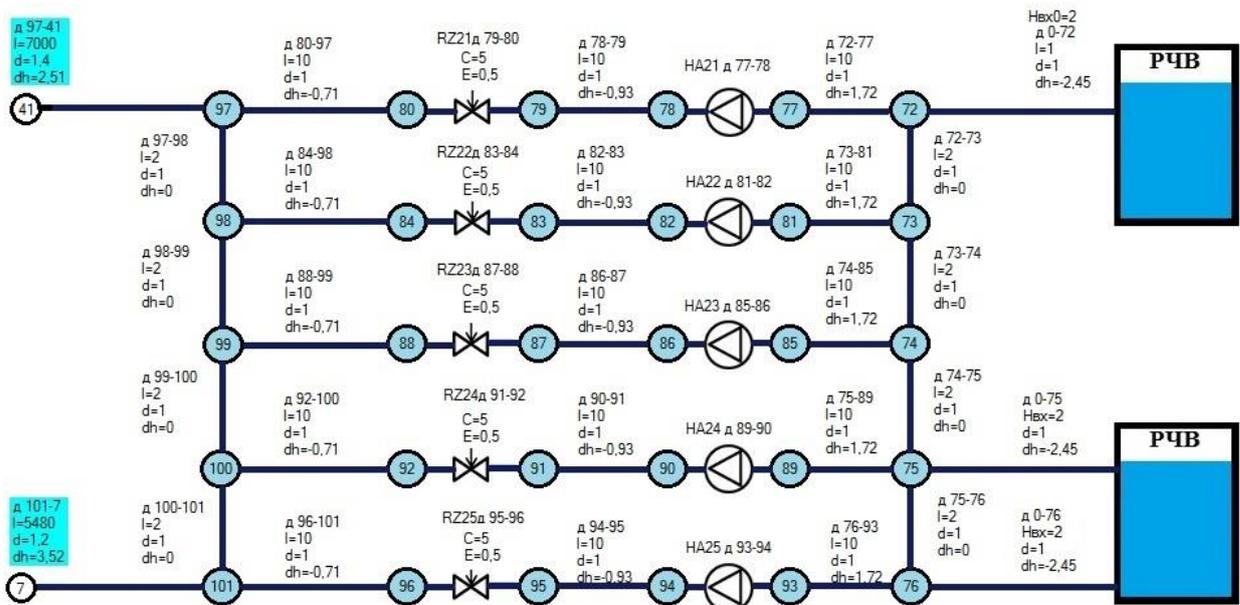


Рисунок Б.6 – Граф насосной станции НС22 и исходные данные

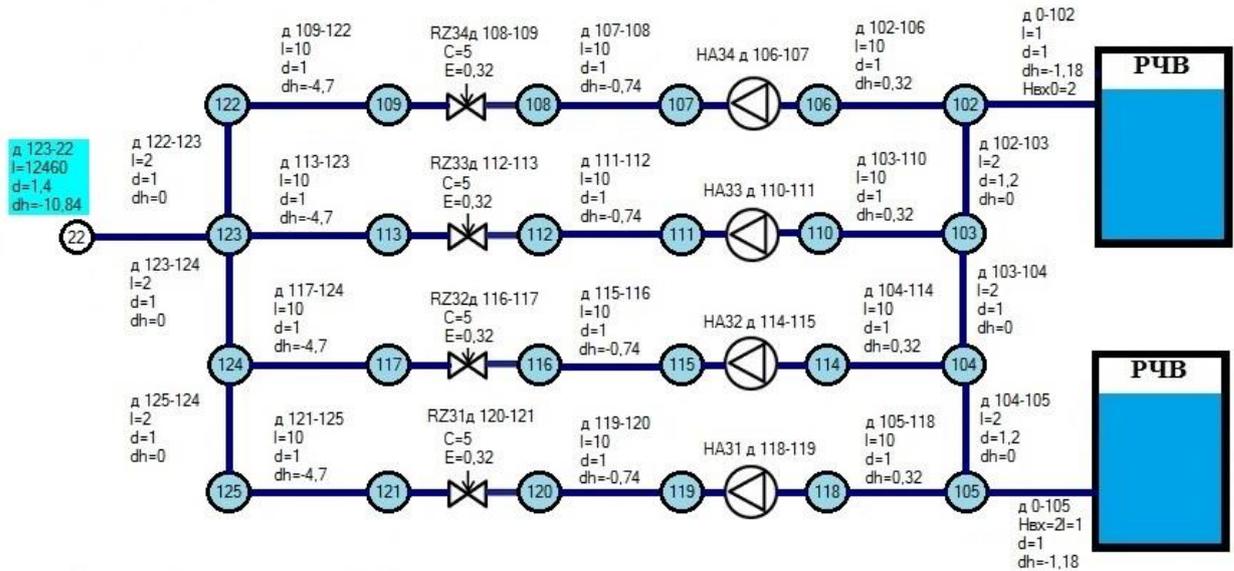


Рисунок Б.7 – Граф насосной станции НС23 и исходные данные

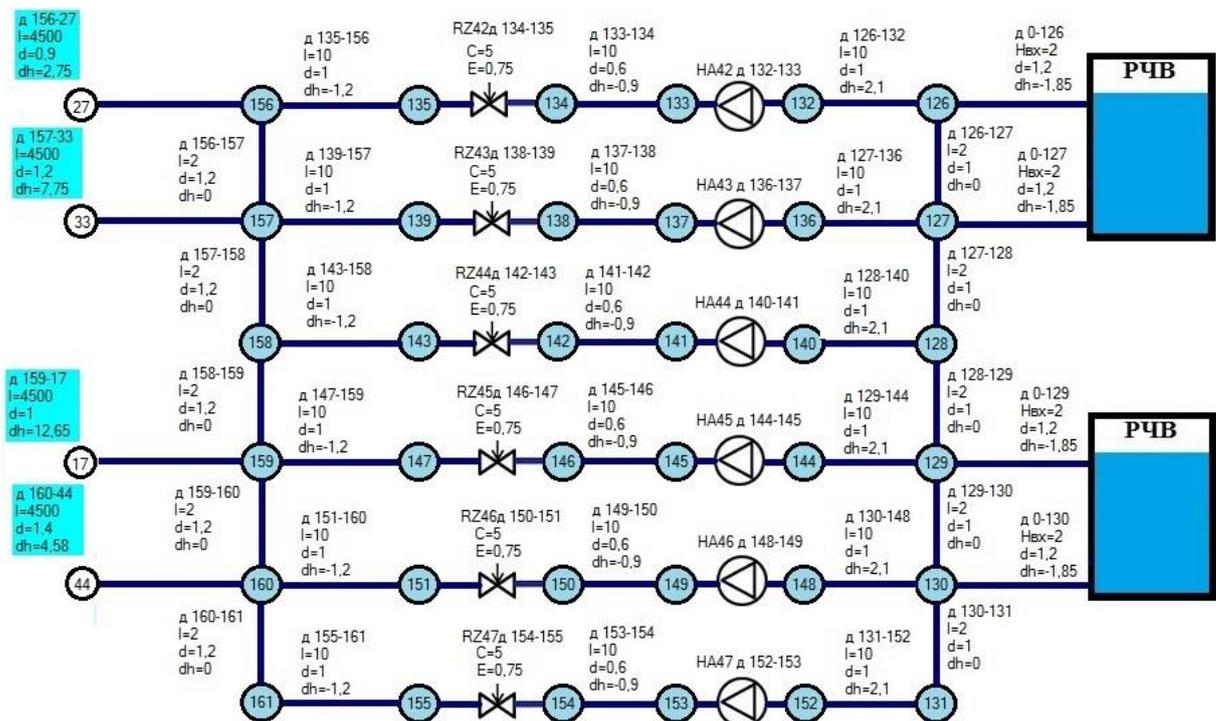


Рисунок Б.8 – Граф насосной станции НС3 и исходные данные

Оценки параметров технологических элементов МВ, а также рассчитанные оценки расходов и напоров (или потерь напора) приведены во

взаимосвязанных таблицах табл. Б.1 – табл. Б.4.

Таблица Б.1 – Оценки МО параметров и результаты расчётов по участкам, соответствующим входам МВ ( $\bar{H}_{вх}$  – уровень воды в РЧВ)

Узел 1	Узел 2	Исходные данные				Результаты расчёта	
		$\bar{H}_{вх}$ , м	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
0	48	2	1	0,75	-3,64	0,331586707	0,0027
0	49	2	1	0,75	-3,64	0,376450676	0,0035
0	50	2	1	0,75	-3,64	0,396774777	0,0038
0	51	2	1	0,75	-3,64	0,408154811	0,0041
0	72	2	1	1	-2,45	1,467056358	0,0125
0	75	2	1	1	-2,45	1,281548014	0,0095
0	76	2	1	1	-2,45	1,187405646	0,0082
0	102	2	1	1	-1,18	0,686772582	0,0027
0	105	2	1	1	-1,18	0,68675096	0,0027
0	126	2	1	1,2	-1,85	1,252220163	0,0036
0	127	2	1	1,2	-1,85	1,291325646	0,0039
0	129	2	1	1,2	-1,85	1,657321996	0,0064
0	130	2	1	1,2	-1,85	1,689411972	0,0066
0	26	2	1	0,9	-6,75	-0,70386795	-0,005
0	32	2	1	1,2	-8,2	-1,26809634	-0,004
0	43	2	1	1,4	-6,64	-2,5248282	-0,007
0	16	2	1	1	-13,11	-0,80560914	-0,004
0	39	1,45	1	1	0	0,225883718	0,0003
0	40	1,45	1	1	0	-4,14003819	-0,099

Таблица Б.2 – Оценки МО параметров и результаты расчётов для НА

НА №	Исходные данные								Результаты расчёта	
	Узел1	Узел2	$\bar{a}_0$	$\bar{a}_1$	$\bar{a}_2$	$\bar{d}_0$	$\bar{d}_1$	$\bar{d}_2$	$\bar{q}_{NA}, \text{м}^3/\text{с}$	$\bar{h}_{NA}, \text{м}$
11	64	65	85,0124	-0,154285	-15,7371429	-0,14286	96,4543	-26,1514	0,3784	82,7005
12	60	61	85,0124	-0,154285	-15,7371429	-0,14286	96,4543	-26,1514	0,3783	82,7016
13	56	57	85,0124	-0,154285	-15,7371429	-0,14286	96,4543	-26,1514	0,3783	82,7016
14	52	53	85,0124	-0,154285	-15,7371429	-0,14286	96,4543	-26,1514	0,3779	82,7066
21	77	78	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	0,7882	100,3209
22	81	82	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	0,7869	100,3297
23	85	86	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	0,7866	100,3315
24	89	90	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	0,787	100,3291
25	93	94	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	0,7873	100,3268
31	118	119	99,3881	-1,952410	-8,94861	-0,010441	154,841209	-67,0114733	0,3434	97,6623
32	114	115	99,3881	-1,952410	-8,94861	-0,010441	154,841209	-67,0114733	0,3434	97,6622
33	110	111	99,3881	-1,952410	-8,94861	-0,010441	154,841209	-67,0114733	0,3433	97,663
34	106	107	99,3881	-1,952410	-8,94861	-0,010441	154,841209	-67,0114733	0,3433	97,6631
42	132	133	99,2531	-0,223527	-4,31930413	-0,134359	92,9213066	-24,4525536	0,9905	94,7942
43	136	137	93,5006	-0,213747	-4,25547205	-0,14286	96,4543	-26,1514	0,6675	91,4621
44	140	141	101,2088	-0,225719	-4,31930413	-0,131596	91,7949927	-23,9216345	1,0882	95,8483
45	144	145	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	1,1827	96,8718
46	148	149	95,3990	-0,219145	-4,31930413	-0,139989	95,250118	-25,5666959	0,7795	92,6035
47	152	153	103,1836	-0,227910	-4,31930413	-0,128866	90,6930168	-23,4072068	1,1818	96,8813

Таблица Б.3 – Оценки МО параметров и результаты расчётов для РЗ

РЗ №	Исходные данные							Результаты расчёта	
	Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$C$ , с/м <sup>2</sup>	$E$	$\bar{q}_{RZ}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{RZ}$ , м
11	66	67	2	0,8	0	5	0,41	0,3784	11,2557
12	62	63	2	0,8	0	5	0,41	0,3783	11,2529
13	58	59	2	0,8	0	5	0,41	0,3783	11,2528
14	54	55	2	0,8	0	5	0,41	0,3779	11,2405
21	79	80	2	1	0	5	0,5	0,7882	15,7631
22	83	84	2	1	0	5	0,5	0,7869	15,7381
23	87	88	2	1	0	5	0,5	0,7866	15,733
24	91	92	2	1	0	5	0,5	0,787	15,7397
25	95	96	2	1	0	5	0,5	0,7873	15,7463
31	120	121	2	1	0	5	0,32	0,3434	16,7686
32	116	117	2	1	0	5	0,32	0,3434	16,7693
33	112	113	2	1	0	5	0,32	0,3433	16,7647
34	108	109	2	1	0	5	0,32	0,3433	16,764
42	134	135	2	1	0	5	0,75	0,9905	8,8044
43	138	139	2	1	0	5	0,75	0,6675	5,933
44	142	143	2	1	0	5	0,75	1,0882	9,6729
45	146	147	2	1	0	5	0,75	1,1827	10,5133
46	150	151	2	1	0	5	0,75	0,7795	6,9291
47	154	155	2	1	0	5	0,75	1,1818	10,5053

Таблица Б.4 – Оценки МО параметров и результаты расчётов для пассивных участков МВ (*kran* – переменная, показывающая положение крана: 10 – закрыт, 11 – открыт, 0 – кран отсутствует)

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	<i>kran</i>	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
48	49	2	0,75	0	0	-0,046831	-0,000107
49	50	2	0,75	0	11	-0,048702	-0,000116
50	51	2	0,75	0	0	-0,030248	0,000000
48	52	10	0,8	3,63	0	0,378418	0,025303
53	54	10	0,8	-2,63	0	0,378418	0,025303
55	68	10	0,8	-1,01	0	0,378418	0,025303
49	56	10	0,8	3,63	0	0,378321	0,025290

Продолжение таблицы Б.4

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$kran$	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
57	58	10	0,8	-2,63	0	0,378321	0,025290
59	69	10	0,8	-1,01	0	0,378321	0,025290
50	60	10	0,8	3,63	0	0,378321	0,025290
61	62	10	0,8	-2,63	0	0,378321	0,025290
63	70	10	0,8	-1,01	0	0,378321	0,025290
51	64	10	0,8	3,63	0	0,377907	0,025235
65	66	10	0,7	-2,63	0	0,377907	0,049199
67	71	10	0,8	-1,01	0	0,377907	0,025235
72	73	2	1	0	11	0,678904	0,005337
73	74	2	1	0	0	-0,108002	-0,000135
74	75	2	1	0	11	-0,894649	-0,009269
75	76	2	1	0	0	-0,400089	-0,001854
72	77	10	1	1,72	0	0,788153	0,035967
78	79	10	1	-0,93	0	0,788153	0,035967
80	97	10	1	-0,71	0	0,788153	0,035967
73	81	10	1	1,72	0	0,786906	0,035853
82	83	10	1	-0,93	0	0,786906	0,035853
84	98	10	1	-0,71	0	0,786906	0,035853
74	85	10	1	1,72	0	0,786648	0,035829
86	87	10	1	-0,93	0	0,786648	0,035829
88	99	10	1	-0,71	0	0,786648	0,035829
75	89	10	1	1,72	0	0,786987	0,035860
90	91	10	1	-0,93	0	0,786987	0,035860
92	100	10	1	-0,71	0	0,786987	0,035860
76	93	10	1	1,72	0	0,787317	0,035890
94	95	10	1	-0,93	0	0,787317	0,035890
96	101	10	1	-0,71	0	0,787317	0,035890
102	103	2	1,2	0	0	0,343351	0,000549
103	104	2	1	0	11	-0,000085	0,000000
104	105	2	1,2	0	0	-0,343425	-0,000549
102	106	10	1	0,32	0	0,343422	0,006829
107	108	10	1	-0,74	0	0,343422	0,006829
109	122	10	1	-4,7	0	0,343422	0,006829
103	110	10	1	0,32	0	0,343436	0,006829

Продолжение таблицы Б.4

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$kran$	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
111	112	10	1	-0,74	0	0,343436	0,006829
113	123	10	1	-4,7	0	0,343436	0,006829
104	114	10	1	0,32	0	0,343340	0,006825
115	116	10	1	-0,74	0	0,343340	0,006825
117	124	10	1	-4,7	0	0,343340	0,006825
105	118	10	1	0,32	0	0,343326	0,006825
119	120	10	1	-0,74	0	0,343326	0,006825
121	125	10	1	-4,7	0	0,343326	0,006825
126	127	2	1	0	0	0,261726	0,000793
127	128	2	1	0	11	0,885591	0,009082
128	129	2	1	0	11	-0,202615	-0,000475
129	130	2	1	0	11	0,271959	0,000856
130	131	2	1	0	11	1,181843	0,016174
126	132	10	1	2,1	0	0,990494	0,056804
133	134	10	0,6	-0,9	0	0,990494	0,730510
135	156	10	1	-1,2	0	0,990494	0,056804
127	136	10	1	2,1	0	0,667461	0,025795
137	138	10	0,6	-0,9	0	0,667461	0,331722
139	157	10	1	-1,2	0	0,667461	0,025795
128	140	10	1	2,1	0	1,088206	0,068565
141	142	10	0,6	-0,9	0	1,088206	0,881748
143	158	10	1	-1,2	0	1,088206	0,068565
129	144	10	1	2,1	0	1,182748	0,080996
145	146	10	0,6	-0,9	0	1,182748	1,041613
147	159	10	1	-1,2	0	1,182748	0,080996
130	148	10	1	2,1	0	0,779528	0,035184
149	150	10	0,6	-0,9	0	0,779528	0,452466
151	160	10	1	-1,2	0	0,779528	0,035184
131	152	10	1	2,1	0	1,181843	0,080872
153	154	10	0,6	-0,9	0	1,181843	1,040020
155	161	10	1	-1,2	0	1,181843	0,080872
68	69	2	0,8	0	11	-0,325450	-0,003743
69	70	2	0,8	0	11	0,052871	0,000099
70	71	2	0,8	0	11	0,431192	0,006571

Продолжение таблицы Б.4

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$kran$	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
122	123	2	1	0	0	0,343422	0,001366
123	124	2	1	0	11	-0,686666	-0,005460
125	124	2	1	0	0	0,343326	0,001365
68	25	7455	0,9	-12	0	0,703868	36,215630
25	26	6626	0,9	11,86	11	0,703868	32,188432
26	27	476	0,9	0,9	10	0,000000	0,000000
27	28	7700	0,9	7,4	0	0,613771	28,442624
28	4	7405	0,9	-6,5	11	0,587003	25,019121
4	40	1360	0,9	13,1	11	0,384590	1,972423
71	15	13700	1	-12	0	0,809099	51,928106
15	1	3735	1	-3,96	11	0,809099	14,157042
1	16	616	1	9,46	0	0,805609	2,314771
16	2	3000	1	10	10	0,000000	0,000000
2	17	670	1	0,8	0	-0,001422	-0,000008
17	3	1000	1	1,05	0	0,729384	3,080285
3	18	8400	1	5,5	11	0,727962	25,773578
18	19	664	1	-10,02	0	0,772748	2,295740
19	13	7272	1	6,92	11	0,799516	26,914541
97	98	2	1	0	11	-1,574461	-0,028706
98	99	2	1	0	11	-0,787555	-0,007182
97	41	7000	1,4	2,51	11	2,362613	42,065076
41	42	2600	1,4	11,62	11	2,524828	17,843309
42	43	834	1,4	0,35	0	2,524828	5,723585
43	44	227	1,6	2,73	10	0,000000	0,000000
44	6	320	1,6	7,2	11	2,910600	1,496903
6	45	760	1,6	-0,7	11	1,225014	0,629759
45	47	2471	1,6	-1,93	0	4,561433	28,389257
47	5	836	1,6	-39,77	11	1,170072	0,631990
5	14	1195	1,6	0,81	0	0,053307	0,001875
99	100	2	1	0	11	-0,000907	0,000000
100	101	2	1	0	11	0,786080	0,007156
101	7	5480	1,2	3,52	11	1,573397	31,566718
7	31	2000	1,2	-1,01	0	1,503599	10,521227

Продолжение таблицы Б.4

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$kran$	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
31	8	100	1,2	0,56	11	1,341384	0,418677
8	9	1856	1,2	-6,45	0	1,271586	6,982998
9	32	4332	1,2	16,3	0	1,268096	16,209338
32	33	1240	1,2	5,9	10	0,000000	0,000000
33	34	1710	1,2	-42,72	0	1,635102	10,637956
34	35	700	1,2	46,05	0	1,525927	3,792610
35	36	50	1,2	-4,01	0	0,615329	0,044051
36	18	340	1,2	10,72	0	0,615329	0,299548
18	10	504	1,2	-23,52	0	0,570542	0,381750
10	20	1848	1,2	17,2	0	0,569146	1,392907
20	11	6747	1,2	-5,05	0	1,309516	26,921841
11	13	1156	1,2	8,27	0	0,437044	0,513783
13	40	100	1	0,65	0	0,364088	0,076752
20	12	10	1,4	0	0	-0,740370	-0,005901
47	40	78	1,6	6,19	11	3,391361	0,495360
28	19	150	1,2	-0,97	0	0,026768	0,000250
45	46	50	1,4	0	0	-3,336419	-0,599197
46	6	10	1,4	0,7	0	-1,684888	-0,030562
46	35	50	1,4	0	0	-1,651531	-0,146819
35	38	50	1,4	0	0	-0,740932	-0,029551
38	21	2385	1,4	15,11	11	0,741766	1,412734
21	12	1231	1,4	-24,6	0	0,741766	0,729172
37	38	1460	1,4	46,05	0	1,482698	3,455388
34	37	130	1,4	0	11	1,482698	0,307671
24	34	4024	1,4	-50	0	1,373524	8,172757
29	24	1892	1,4	3,02	0	1,373524	3,842658
42	29	10	1,2	0	10	0,000000	0,000000
30	29	2660	1,4	51,86	0	1,373524	5,402468
23	30	2615	1,4	-36,78	11	1,373524	5,311073
22	23	415	1,4	-2,29	0	1,373524	0,842866
123	22	12460	1,4	-10,84	11	1,373524	25,306299
31	41	100	1,2	0	11	0,162215	0,006123
15	22	50	1,2	0	10	0,000000	0,000000
22	25	100	1,2	0	10	0,000000	0,000000

Продолжение таблицы Б.4

Исходные данные						Результаты расчётов	
Узел1	Узел2	$\bar{l}$ , м	$\bar{d}$ , м	$\bar{h}^g$ , м	$kran$	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}$ , м
25	31	100	1,2	0	10	0,000000	0,000000
156	157	2	1,2	0	11	0,376723	0,000660
157	158	2	1,2	0	11	-0,590918	-0,001625
158	159	2	1,2	0	11	0,497288	0,001151
159	160	2	1,2	0	11	0,949229	0,004193
160	161	2	1,2	0	0	-1,181843	-0,006500
39	14	50	1,6	-45,15	0	0,225884	0,001409
156	27	4500	0,9	2,75	11	0,613771	16,622313
157	33	4500	1,2	7,75	11	1,635102	27,994621
159	17	4500	1	12,65	11	0,730806	13,915397
160	44	4500	1,4	4,58	11	2,910600	41,040821

Таблица Б.5 – Оценки МО параметров и результаты расчётов для участков МВ, соответствующих выходам с заданными расходами ( $\bar{q}_0$ )

Узел1	Узел2	Исходные данные	Результаты расчётов
		$\bar{q}_0$ , м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}^c$ , м
1	0	0,00348989	26,89
2	0	0,00142236	63,22
3	0	0,00142236	59,7
4	0	0,2024136	15,25
5	0	1,11676467	47,41
6	0	0,00069798	34,66
7	0	0,06979779	53,75
8	0	0,06979779	43,26
9	0	0,00348989	42,72
10	0	0,00139596	51,56
11	0	0,8724724	11,1
12	0	0,00139596	42,85
13	0	0,8724724	2,31
14	0	0,27919117	46,6

На взаимосвязанных рис. Б.9 – рис. Б.13 представлены результаты программной реализации решения задачи (Б.1) – (Б.15).

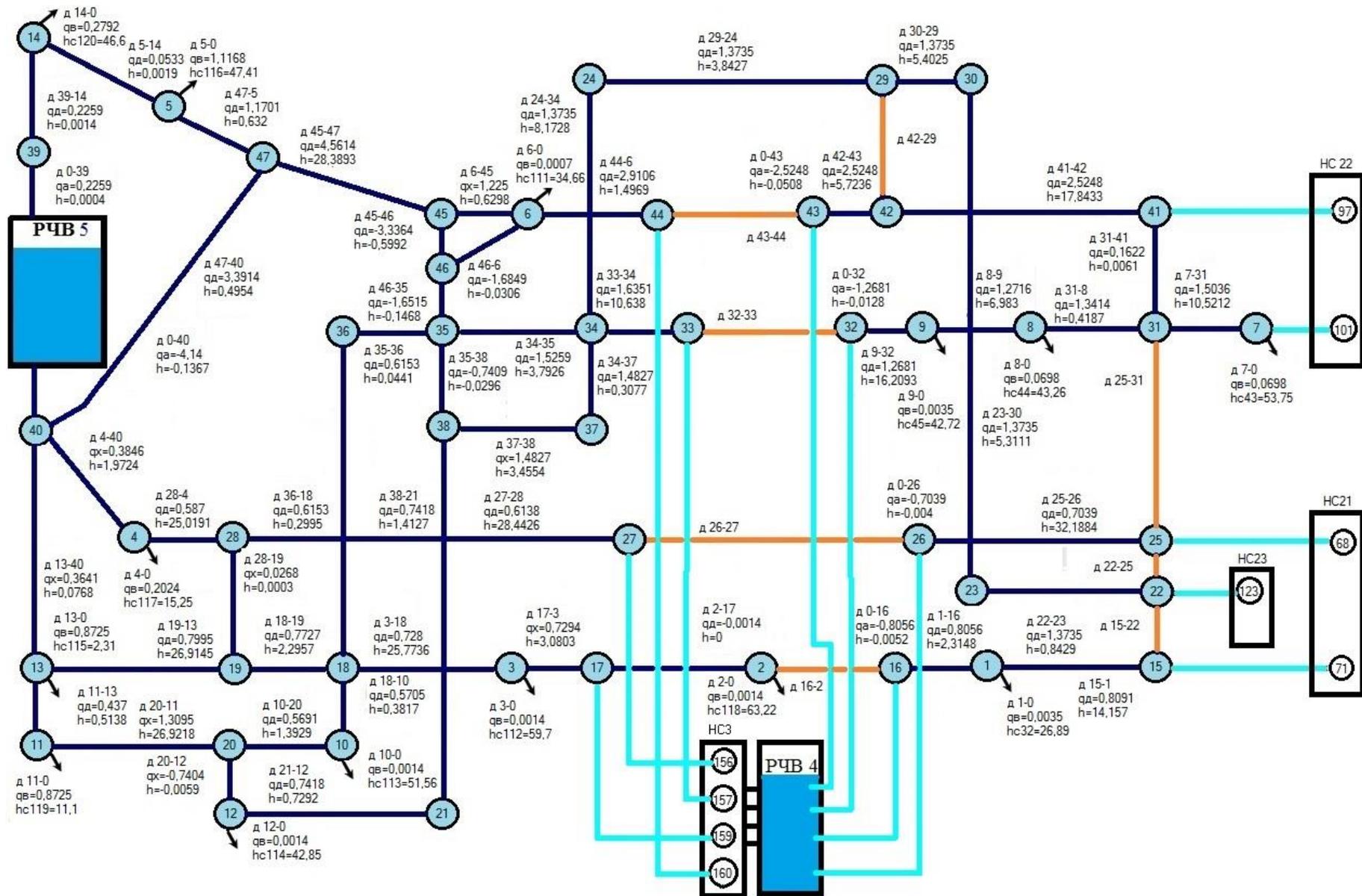


Рисунок Б.9 – Результаты расчётов для МВ

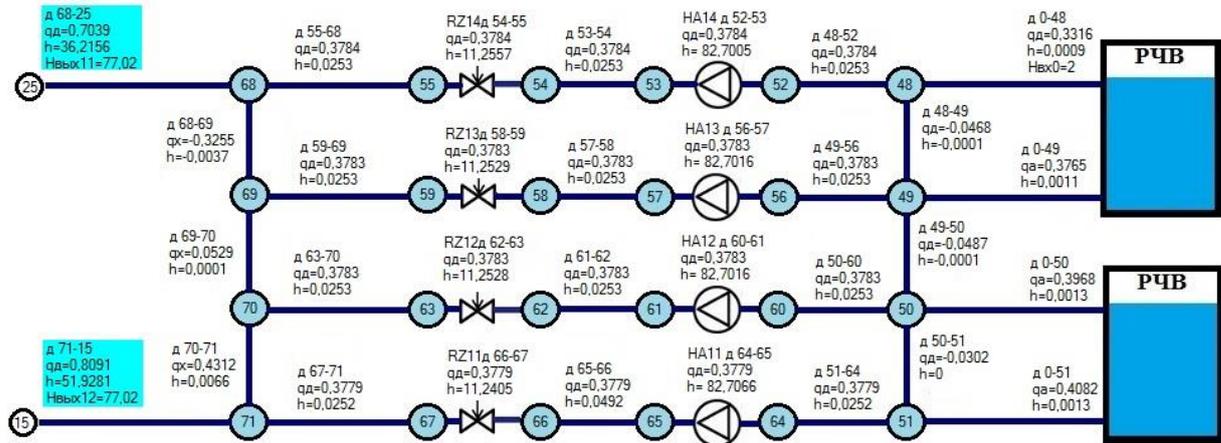


Рисунок Б.10 – Результаты расчётов для насосной станции НС21

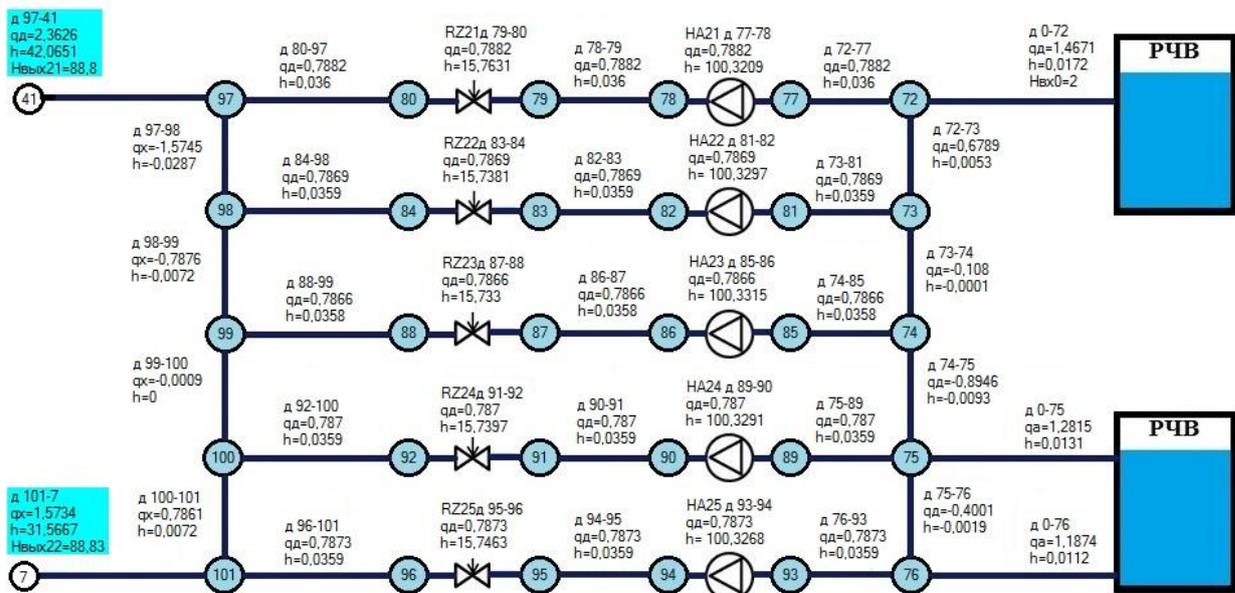


Рисунок Б.11 – Результаты расчётов для насосной станции НС22

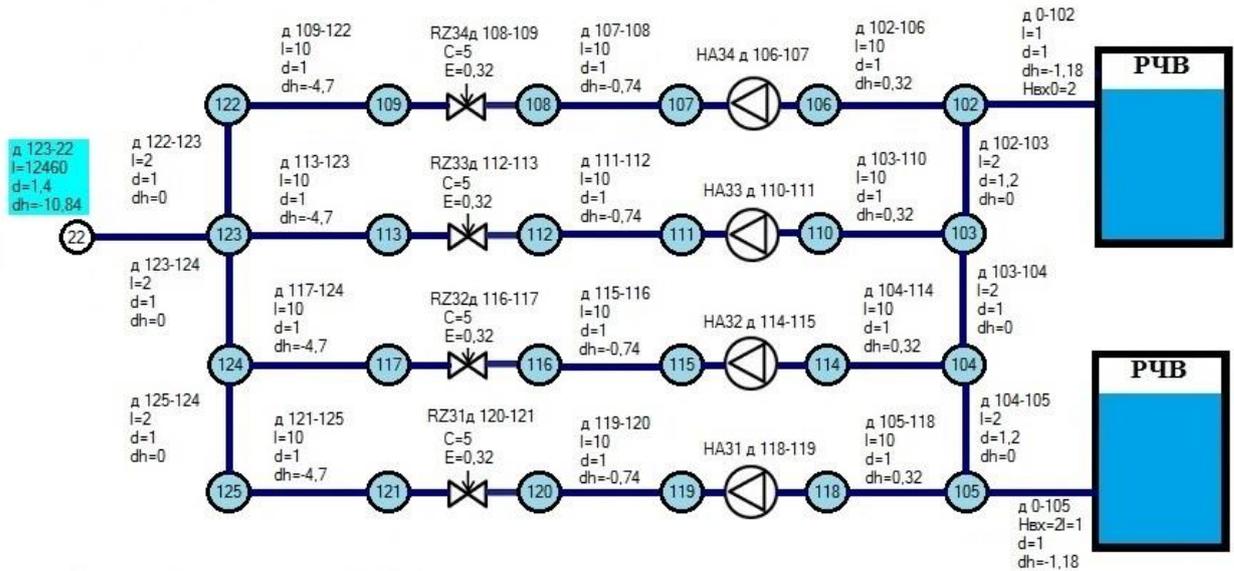


Рисунок Б.12 – Результаты расчётов для насосной станции НС23

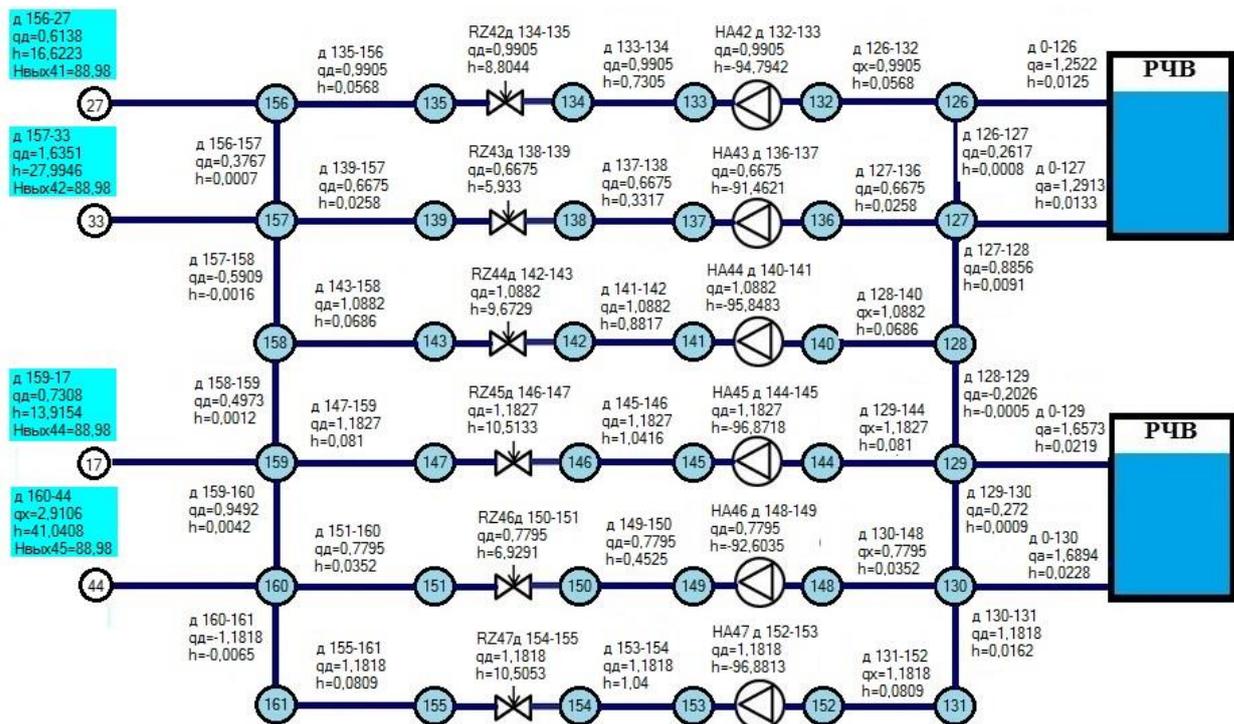


Рисунок Б.13 – Результаты расчётов для насосной станции НС3

В результате решения детерминированного эквивалента (Б.1) – (Б.15) стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ был

произведен расчёт оценок МО зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы МВ.

## Приложение В

### Расчёт дисперсий зависимых переменных в зависимости от статистических свойств параметров и независимых переменных стохастической модели квазистационарных режимов работы магистрального водовода

Таблица В.1 – Оценки дисперсий свободных напоров в узлах,  
соответствующих выходам с заданными расходами ( $\bar{q}_0$ )

Узел1	Узел2	Исходные данные		Результаты расчётов	
		$\bar{q}_0, \text{ м}^3/\text{с}$	$\sigma_{\bar{q}_0}$	$\bar{h}^c, \text{ м}$	$\sigma_{\bar{h}^c}$
1	0	0,00348989	0,00058	26,89	2,05
2	0	0,00142236	0,00024	63,22	4,80
3	0	0,00142236	0,00024	59,7	13,29
4	0	0,2024136	0,03374	15,25	13,84
5	0	1,11676467	0,18613	47,41	13,87
6	0	0,00069798	0,00012	34,66	10,14
7	0	0,06979779	0,01163	53,75	2,80
8	0	0,06979779	0,01163	43,26	4,49
9	0	0,00348989	0,00058	42,72	5,06
10	0	0,00139596	0,00023	51,56	10,14
11	0	0,8724724	0,14541	11,1	13,56
12	0	0,00139596	0,00023	42,85	10,15
13	0	0,8724724	0,14541	2,31	13,56
14	0	0,27919117	0,04653	46,6	13,87

Таблица В.2 – Оценки дисперсий расходов, соответствующих хордам с активными источниками

Узел 1	Узел 2	$H$ , м	$\sigma_H$	$q$ , м <sup>3</sup> /с	$\sigma_q$
0	48	2	0,333	0,3316	0,0635
0	49	2	0,333	0,3765	0,064
0	50	2	0,333	0,3968	0,0638
0	51	2	0,333	0,4082	0,0632
0	72	2	0,333	1,4671	0,1734
0	75	2	0,333	1,2815	0,1633
0	76	2	0,333	1,1874	0,1472
0	102	2	0,333	0,6868	0,0809
0	105	2	0,333	0,6868	0,0809
0	126	2	0,333	1,2522	0,1707
0	127	2	0,333	1,2913	0,1899
0	129	2	0,333	1,6573	0,2051
0	130	2	0,333	1,6894	0,2403
0	26	2	0,333	-0,704	0,1173
0	32	2	0,333	-1,268	0,2114
0	43	2	0,333	-2,525	0,4208
0	16	2	0,333	-0,806	0,1343
0	39	1,45	0,2116	0,2259	0,0377
0	40	1,45	0,2116	-4,14	0,5721

## Приложение Д

### Оценка эффективности методов оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей

Оценку эффективности методов оптимизации квазистационарных режимов работы водопроводных распределительных сетей рассмотрим на примере ВС, представленной на рис. Д.1.

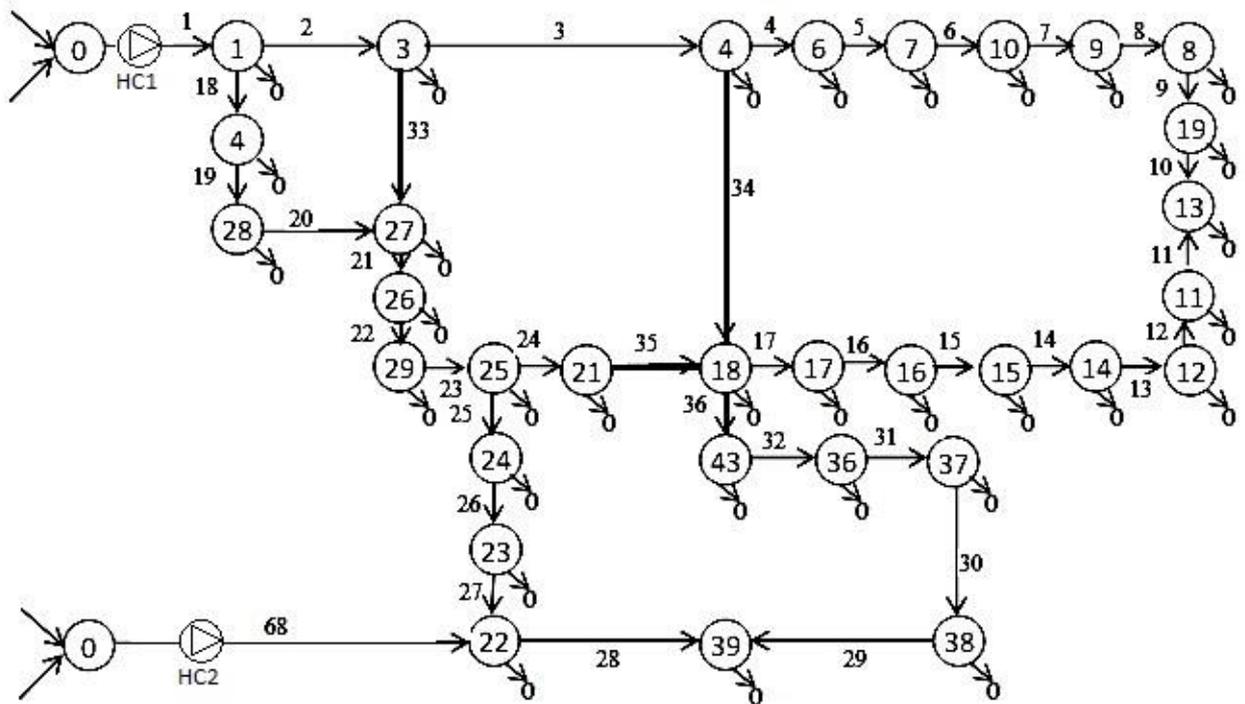


Рисунок Д.1 – Граф ВС

#### Пример решения задачи распределения нагрузки между НС

Задачу распределения нагрузки между двумя НС будем решать на интервале времени  $[t_1, t_2]$ . Рассмотрим участок ВС с двумя НС, установленными на участке 0–1 и 0–22 (рис. Д.1). Параметры ВС и исходные данные в табл. Д.1. Известны также: напор на входе  $h_1^a = 52,6\text{м}$ , дисперсия напора на входе  $D(h_1^a) = 81$ ,  $\sigma(h_1^a) = 9$ .

Таблица Д.1 – Исходные данные, параметры ВС, результаты расчётов ( $h^*_{изб}$ ), ( $h^*_{изб}$  – избыточный напор в узле ВС для оптимального решения,  $q_0$  – расходы в узлах ВС)

Узловая пара	$l$ , м	$d$ , м	$h^g$ , м	№ узла	$q_0$ , м <sup>3</sup> /с	$h^+$ , м	$h^*_{изб}$ , м
0-1	0	0,8	0	1	0,194	52,6	-
1-3	478	0,8	0,79	3	0,092	51,309	0,332
3-4	1036	0,8	1,19	4	0,084	49,464	0,973
4-6	600	0,6	-1,99	6	0,074	48,048	4,007
6-7	686	0,6	-4	7	0,01	51,368	4,57
7-10	1693	0,8	-6	10	0,031	46,887	14,995
10-9	566	0,25	-3	9	0,002	45,432	18,02
9-8	302	0,3	-1	8	0,005	46,401	17,777
8-19	500	0,3	-1	19	0,039	48,281	16,582
13-19	442	0,3	-1	13	0,004	49,835	14,207
11-13	313	0,3	-2	11	0,003	85	10,921
12-11	454	0,3	-1	12	0,002	50,919	10,642
14-12	445	0,3	-1	14	0,001	52,915	8,027
15-14	471	0,3	-1	15	0,004	54,946	5,427
16-15	895	0,3	-3	16	0,004	56,379	2,043
17-16	290	0,3	-3	17	0,001	52,8	3,045
18-17	209	0,3	-4,3	18	0,001	49,986	1,879
1-40	181	0,6	0,28	40	0,037	52,124	0,033
40-28	212	0,6	-4,23	28	0,054	56,198	0,195
28-27	432	0,6	-0,74	27	0,017	56,783	0,442
27-26	375	0,6	1,15	26	0,008	55,526	0,914
26-29	250	0,5	2,63	29	0,006	52,74	1,723
29-25	266	0,4	-2,1	24	0,002	49,5	11,43
25-21	300	0,4	3	23	0,003	51,568	17,039
25-24	217	0,5	-5	22	0,014	54,288	15,76
24-23	215	0,5	-6	39	0,064	48,063	24,635
23-22	305	0,7	-1	38	0,006	55,277	15,747
22-39	671	0,7	-3	37	0,005	53,842	12,075
38-39	497	0,5	-1	36	0,01	51,418	8,531
37-38	525	0,45	-4	43	0,011	50,848	1,273
36-37	274	0,4	-5	25	0,001	49,825	4,432
43-36	219	0,3	-5	21	0,016	49,876	0
3-27	400	0,6	-5,48	сумма			247,676
4-18	700	0,6	-0,69				
21-18	350	0,4	1,3				
18-43	214	0,4	-4,3				
0-22	0	0,8	0				

Результаты решения задачи перераспределения нагрузки между двумя НС на интервале времени  $[t_1, t_2]$  представлены на рис Д.2, рис. Д.3.

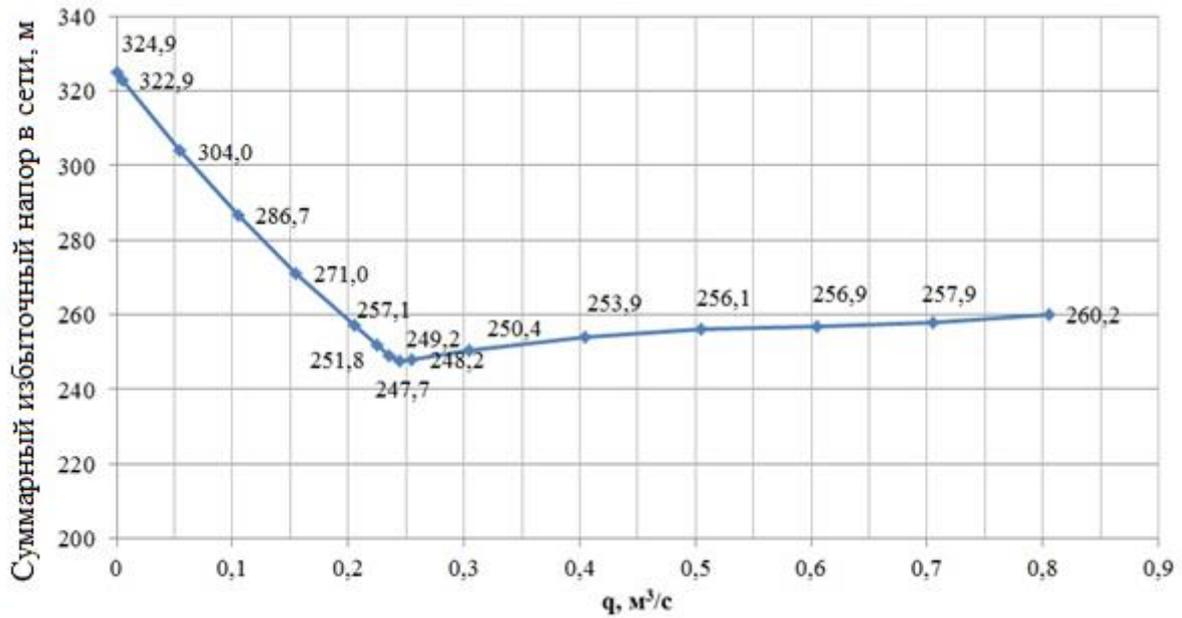


Рисунок Д.2 – Зависимость суммарного избыточного напора по ВС  $f$  от подачи НС1

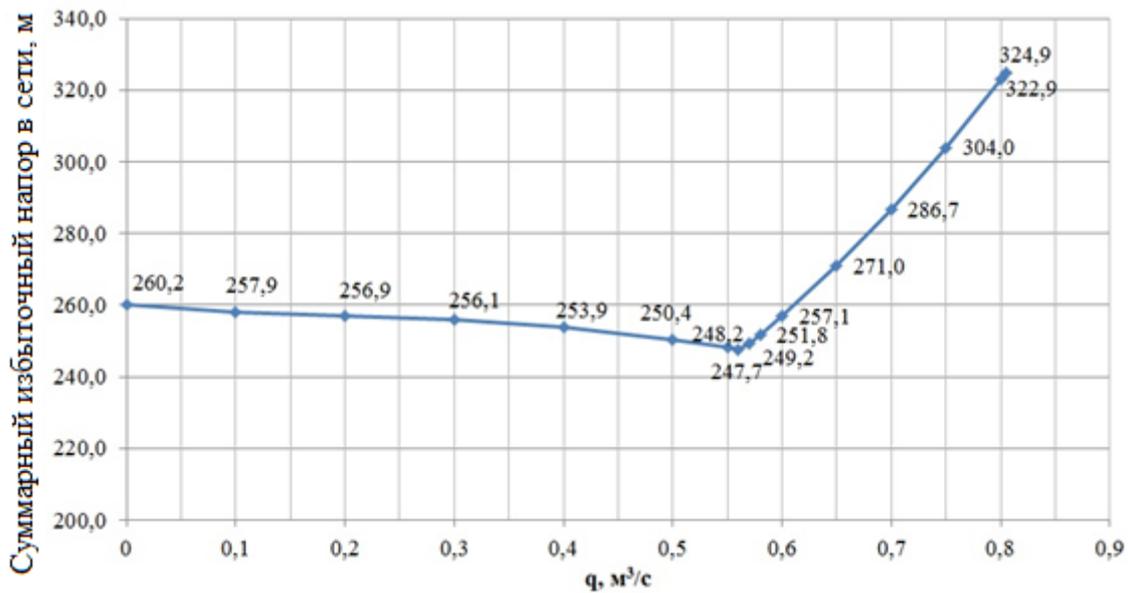


Рисунок Д.3 – Зависимость суммарного избыточного напора по ВС  $f$  от подачи НС 2

На рис. Д.2, рис. Д.3 видно, что функция  $f$  – суммарный избыточный напор в ВС, достигает максимального значения ( $f=324,9$ ), когда на сеть работает только НС2. Минимального значения  $f$  достигает ( $f=247,7$ ), когда работают обе НС с подачей  $q_1=0,245$ ;  $q_2=0,56$ .

При подаче  $q_1=0,185$ ;  $q_2=0,62$   $f$  принимает то же значение, что и при  $q_1=0,805$ ;  $q_2=0$  (работа одной НС1) –  $f=260,199$ . Т. е. при подаче НС2  $q_2 > 0,62$   $f$  резко возрастает.

Таким образом, распределение подачи воды в ВС между двумя НС влияет на суммарный избыточный напор в ВС, а значит на величину утечек.

### Пример решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС

Рассмотрим НС (рис. Д.4), состоящую из  $n=3$  параллельно соединённых НА типа АД4000-95-2.

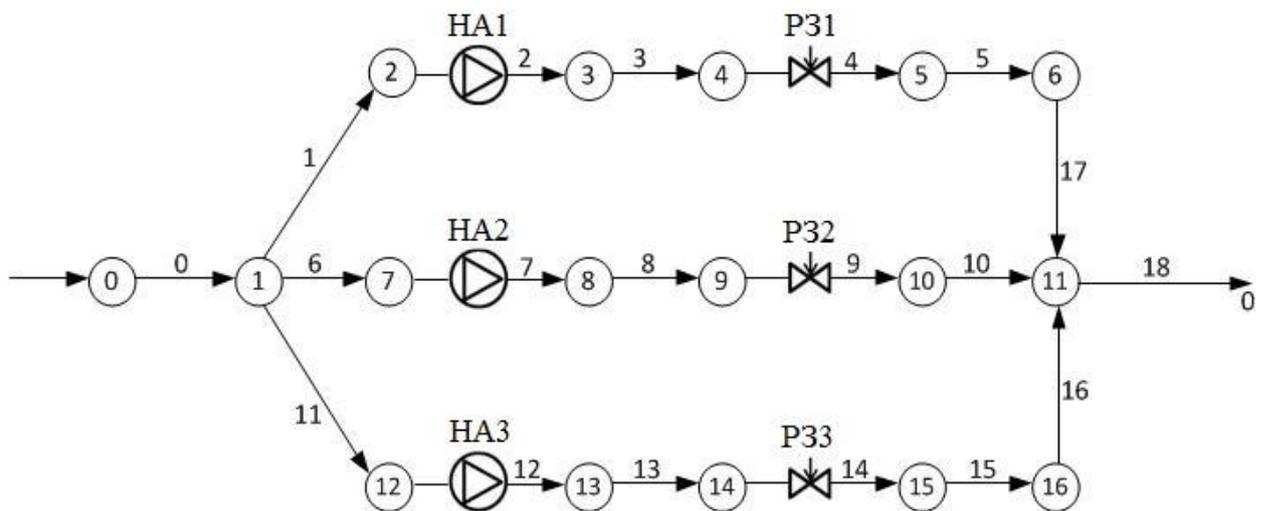


Рисунок Д.4 – Граф НС

Характеристики НА1, НА2, НА3 (Н-Q, N-Q, КПД-Q) приведены на рис. Д.5.

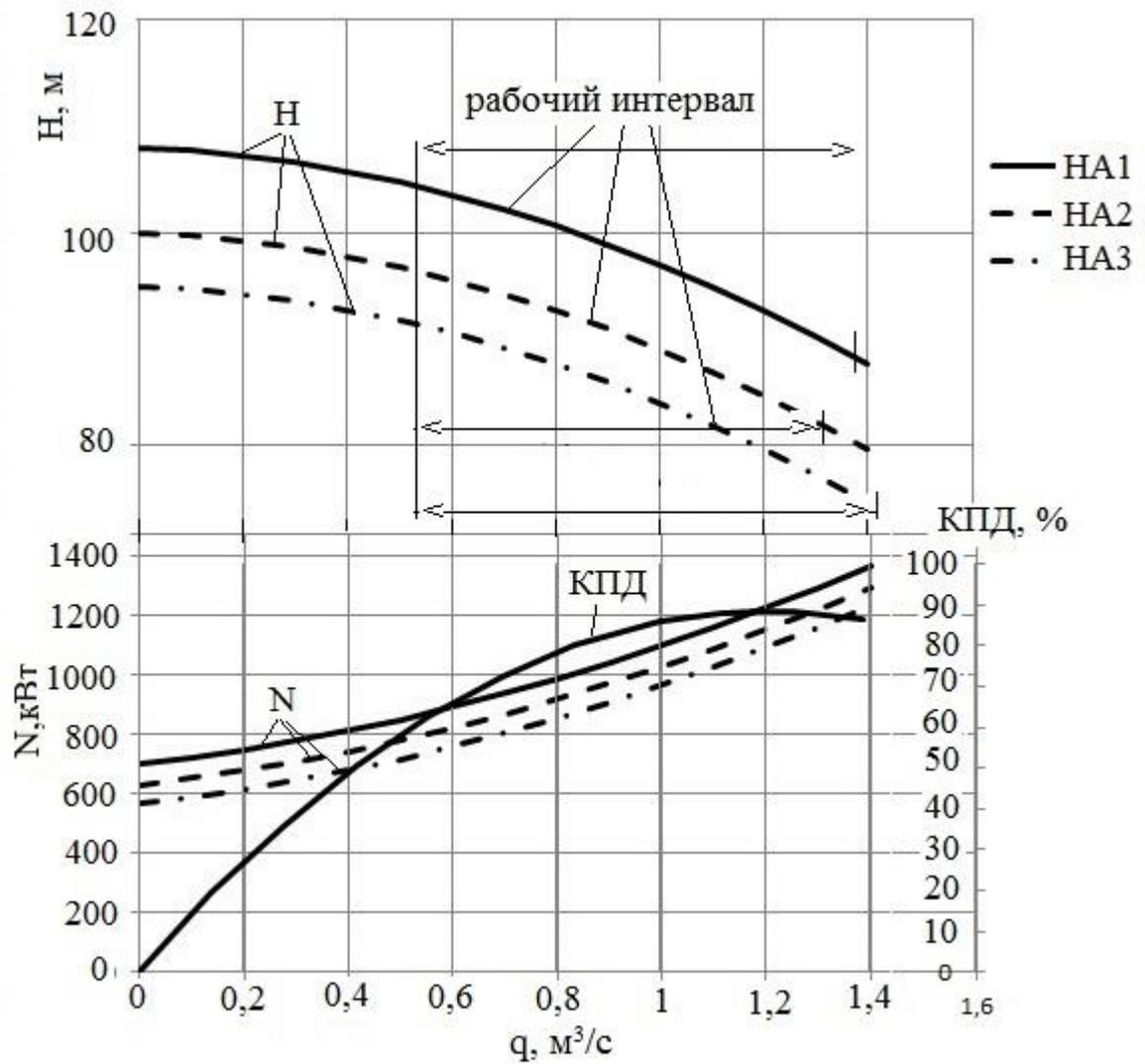


Рисунок Д.5 – Характеристики НА

В табл. Д.2 приведены оценки коэффициентов аппроксимации характеристик НА.

Таблица Д.2 – Оценки коэффициентов аппроксимации характеристик НА

НА	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$d_0$	$d_1$	$d_2$
НА1	108	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796
НА2	100	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796
НА3	95	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796

Задачу оптимизации квазистационарных режимов работы НС будем решать на интервале времени  $[0, T]$  (одни сутки). В соответствии с типовым графиком водопотребления (подачи воды насосной станцией) (рис. Д.6) интервал  $[0, T]$  условно разбивается на четыре подынтервала:  $[t_1, t_2]$  – режим минимального водопотребления,  $[t_2, t_3]$  – переход с минимального на максимальный режим водопотребления,  $[t_3, t_4]$  – режим максимального водопотребления,  $[t_4, t_5]$  – переход с максимального на минимальный режим водопотребления.

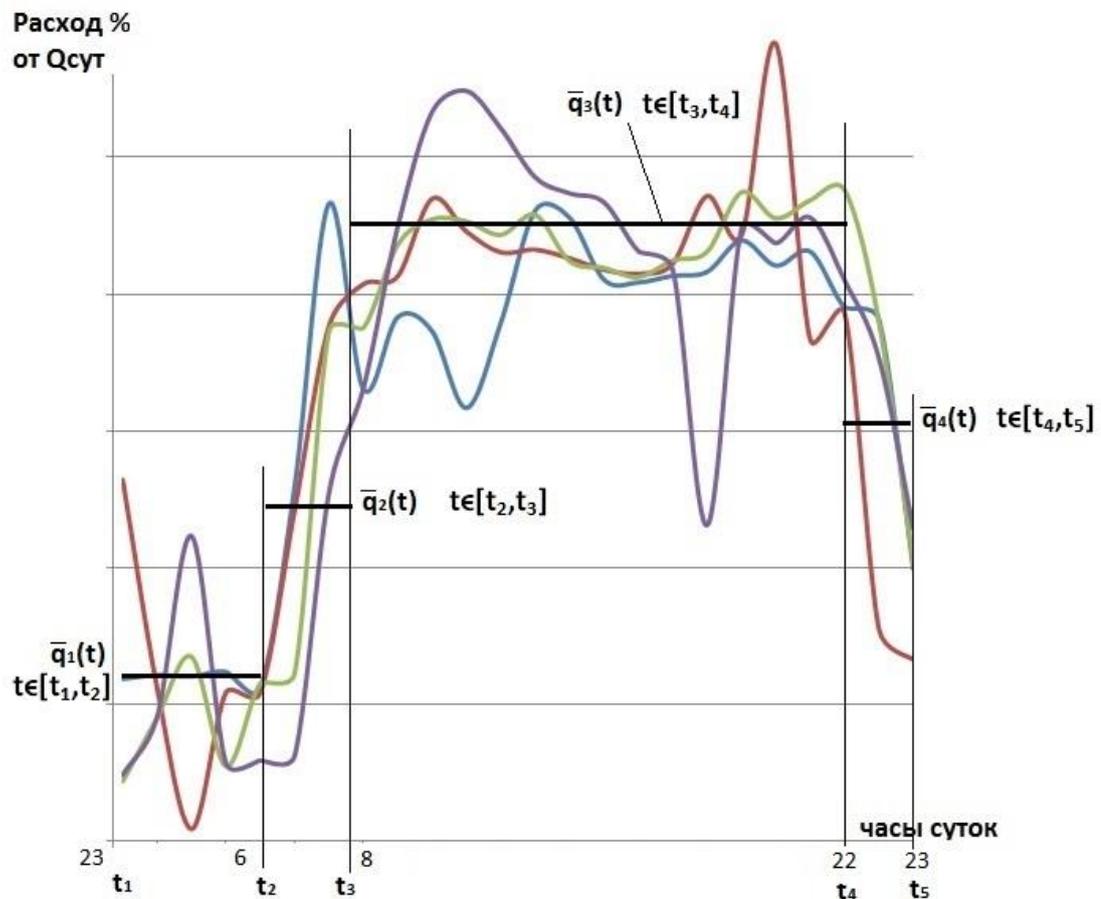


Рисунок Д.6 – Типовой график суточного водопотребления/ подачи воды насосной станцией

Энергозатраты НС за интервал  $[0, T]$  будем считать как сумму энергозатрат для каждого из выделенных подынтервалов.

В табл. Д.3 приведены МО и дисперсии режимных параметров (расхода

и напора) на выходе НС.

Таблица Д.3 – Планируемые режимы работы насосной станции

Параметры НС	$[t_1, t_2]$	$[t_2, t_3]$	$[t_3, t_4]$	$[t_4, t_5]$
$q \pm 3\sigma_q$ , м <sup>3</sup> /с	1±0,4	2,5±0,7	3,5±0,5	2,5±0,7
$h \pm 3\sigma_h$ , м	65±2	75±3	80±4	70±3

Параметры участков трубопроводов:  $l=10$  м;  $d=0,5$  м;  $h^g=0$  м. Напор воды на входе НС  $h_{vh}=2$  м. Параметры регулирующих задвижек:  $l=2$  м;  $d=0,5$  м;  $C=1,8$ .

Результаты решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС на сутки приведены в табл. Д.4.

Таблица Д.4 – Результаты решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы насосной станции

НА	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	$q_1=1,343$ м <sup>3</sup> /с $E_1=0,6$ КПД <sub>1</sub> =87,3%	$q_1=1,318$ м <sup>3</sup> /с $E_1=0,75$ КПД <sub>1</sub> =87,7%	-----
НА2	-----	-----	$q_2=1,174$ м <sup>3</sup> /с $E_2=1$ КПД <sub>2</sub> =88,5%	$q_2=1,221$ м <sup>3</sup> /с $E_2=0,55$ КПД <sub>2</sub> =88,5%
НА3	$q_1=1$ м <sup>3</sup> /с $E_1=0,405$ КПД <sub>3</sub> =85,9%	$q_3=1,157$ м <sup>3</sup> /с $E_3=0,931$ КПД <sub>3</sub> =88,4%	$q_3=1,009$ м <sup>3</sup> /с $E_3=0,995$ КПД <sub>3</sub> =86,2%	$q_3=1,279$ м <sup>3</sup> /с $E_3=0,853$ КПД <sub>3</sub> =88,2%
F, кВт	947,9	2353,5	3357,25	2220,38
Потенциал энергосбережения, $\Delta F$ , кВт	217,17	213,24+72,8= =286,04	144,2+68,84+ +44,09=257,12	191,92+110,25= =302,17
$\sum_{i=1}^4 F = 8879,03$ ; $\sum_{i=1}^4 \Delta F = 1062,5$ (экономия 11,9%)				

Для каждого интервала времени вычисляется значение потенциала энергосбережения, т.е. количество энергозатрат, которое можно сэкономить, если использовать в качестве управления НА не РЗ, а регулируемый привод:

$$\Delta F_k = \sum_{i=1}^3 \frac{9,81 \cdot \bar{q}_{NAik}}{\bar{\eta}_{NAik}} (\bar{h}_{NAik} - \bar{h}_{vihk}).$$

На рис. Д.7 приведена область допустимых режимов работы НС.

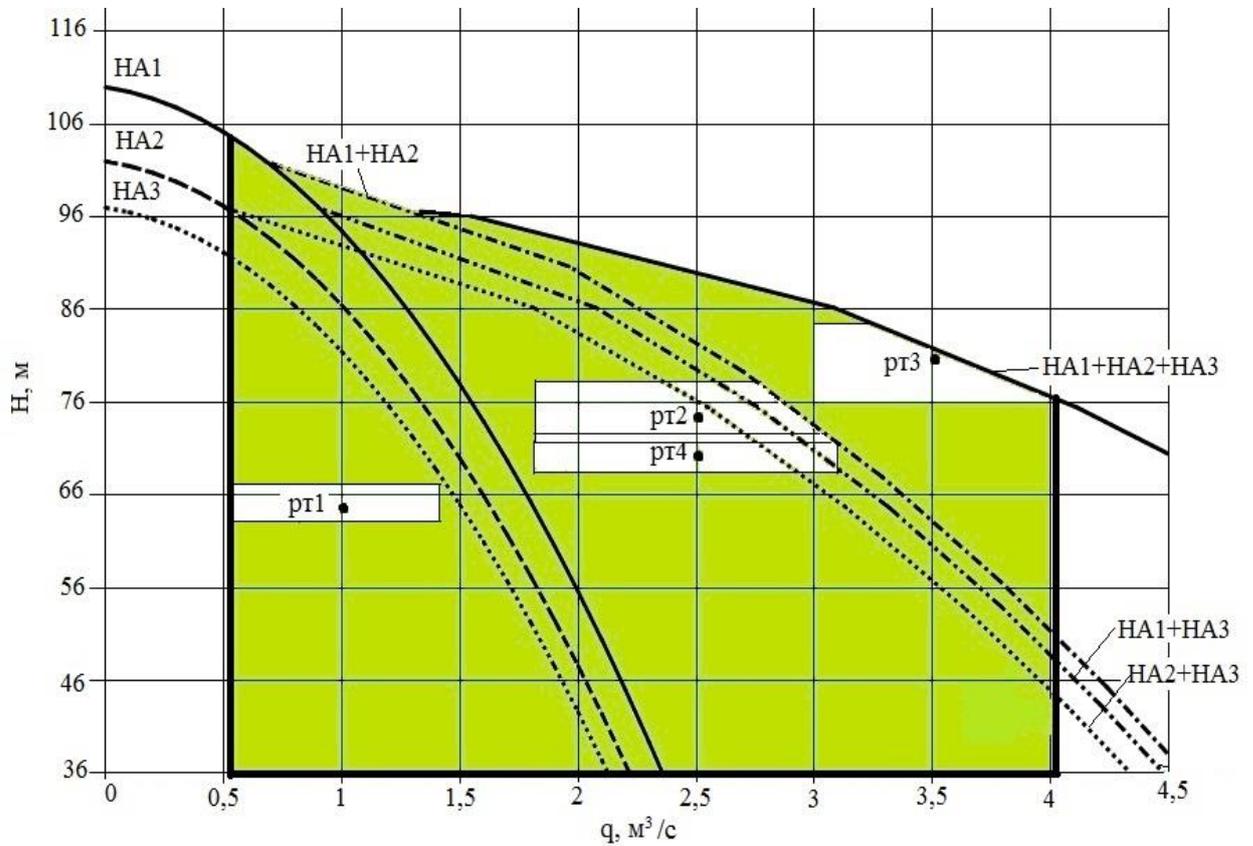


Рисунок Д.7 – Область допустимых режимов работы НС (pt1, pt2, pt3, pt4 – рабочие точки для каждого интервала планирования, белая область вокруг pt показывает дисперсию напора и расхода)

На рис. Д.8 – диапазон изменения значений функции энергозатрат для каждого интервала времени.

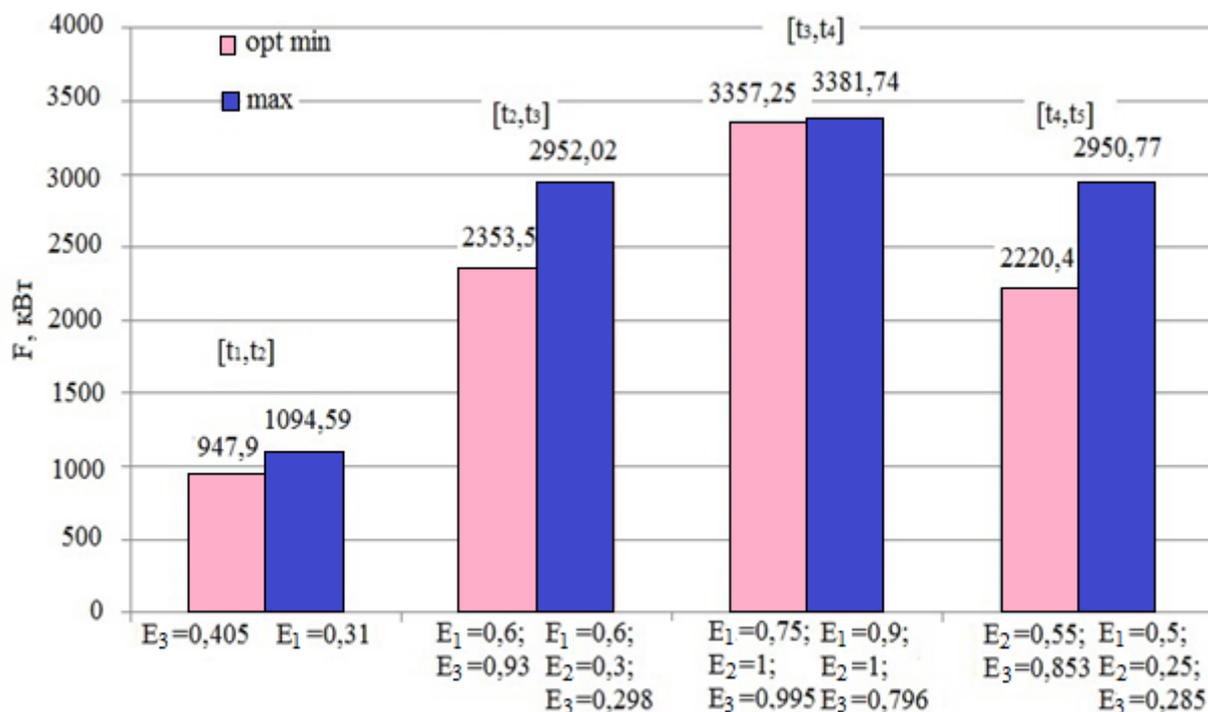


Рисунок Д.8 – Максимальное и минимальное значения функции энергозатрат для каждого режима работы НС

Таким образом, для данного примера потенциал оптимизации составляет 11,9% от энергозатрат.

### Оценка потенциала энергосбережения НС при использовании регулируемого привода для НА

Результаты решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС, если

- один НА оборудован регулируемым приводом, остальные регулируются РЗ;
- все три НА оборудованы регулируемым приводом;
- приведены в табл. Д.5, табл. Д.6.

Таблица Д.5 – НА3 с регулируемым приводом.

НА	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	$q_1=1,293 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,55$ КПД <sub>1</sub> =88%	$q_1=1,318 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,75$ КПД <sub>1</sub> =87,7%	-----
НА2	-----	-----	$q_2=1,162 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,95$ КПД <sub>2</sub> =88,4%	$q_2=1,221 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,55$ КПД <sub>2</sub> =88,5%
НА3	$q_1=1 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=622$ КПД <sub>3</sub> =85,9%	$q_3=1,207 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=679$ КПД <sub>3</sub> =88,5%	$q_3=1,02 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=679$ КПД <sub>3</sub> =86,5%	$q_3=1,279 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=671$ КПД <sub>3</sub> =88,2%
$F$ , кВт	947,9	2339,517	3355,698	2220,3
Потенциал энергосбережения, $\Delta F$ , кВт	0	222,12	215,6	191,92
$\sum_{i=1}^4 F = 8863,415$ ; $\sum_{i=1}^4 \Delta F = 629,64$ (экономия 7,1%)				

Таблица Д.6 – Все НА с регулируемым приводом

НА	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	$q_1=1,439 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=688$ КПД <sub>1</sub> =85,2%	$q_1=1,379 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=697$ КПД <sub>1</sub> =86,7%	-----
НА2	-----	-----	$q_2=1,148 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=647$ КПД <sub>2</sub> =88,3%	$q_2=1,325 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=634$ КПД <sub>2</sub> =87,6%
НА3	$q_1=1 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=622$ КПД <sub>3</sub> =85,9%	$q_3=1,061 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=667$ КПД <sub>3</sub> =87,3%	$q_3=0,973 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=676$ КПД <sub>3</sub> =85,3%	$q_3=1,175 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=662$ КПД <sub>3</sub> =88,5%
$F$ , кВт	947,9	2293,275	3341,86	2097,177
$\sum_{i=1}^4 F = 8680,212$				

На рис. Д.9 приведена диаграмма для функции энергозатрат при разных способах управления работой НА.

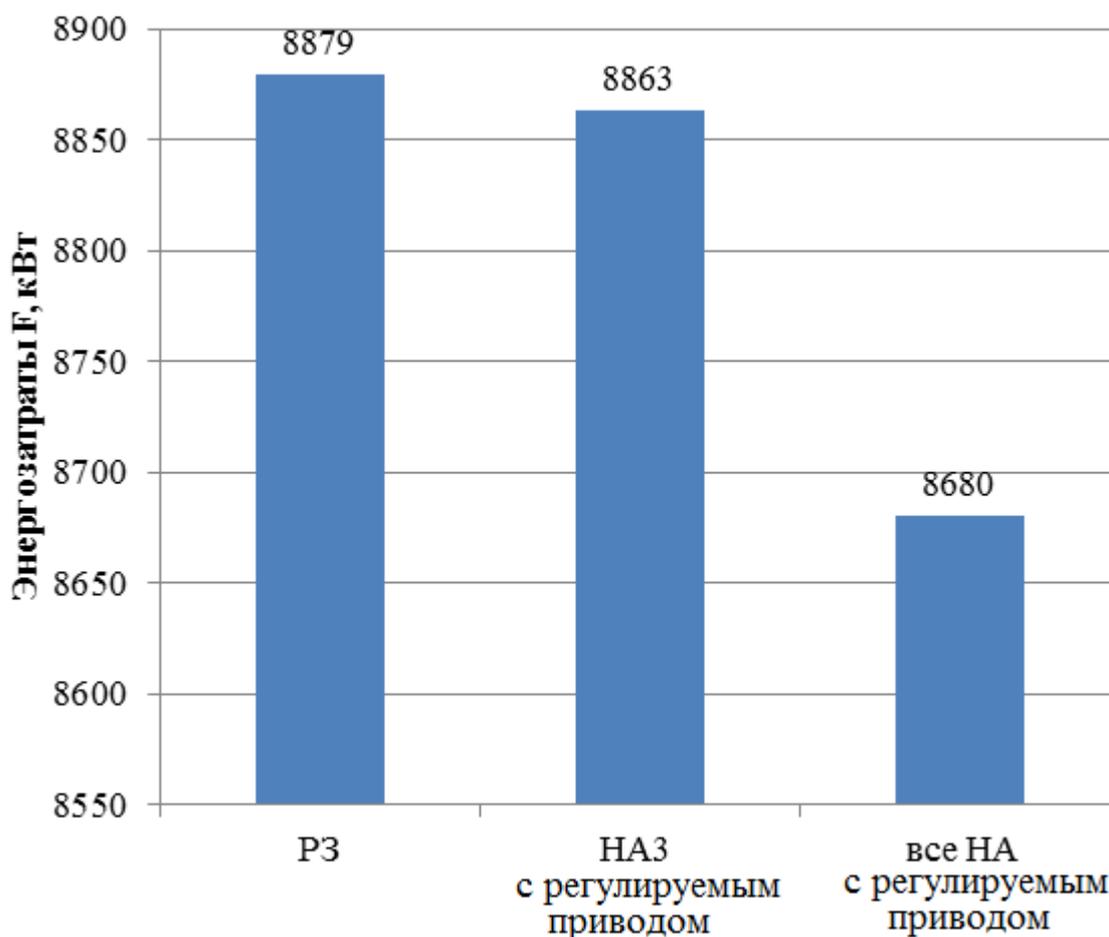


Рисунок Д.9 – Энергозатраты НС при разных способах управления НА

Из рис. Д.9 видно, что использование регулируемого привода позволяет снизить энергозатраты НС.

Полученные результаты подтверждают, что понизить нерациональные энергозатраты возможно путём решения задачи оптимизации квазистационарных режимов работы НС. Использование РЗ для регулирования работы НА оставляет потенциал для энергосбережения. Наиболее эффективный метод управления работой НА – внедрение современных систем частотного регулирования электроприводов.

## Приложение Е

### Оценка эффективности метода зонирования водопроводных распределительных сетей

В качестве примера рассмотрим участок ВС (рис. Е.1) с двумя НС – НС1 и НС2, каждая из которых состоит из  $m=3$  параллельно соединённых НА типа АД4000-95-2. Схемы НС1 и НС2 приведены на рис. Е.2, параметры НА приведены в табл. Е.1, параметры ВС приведены в табл. Е.2.

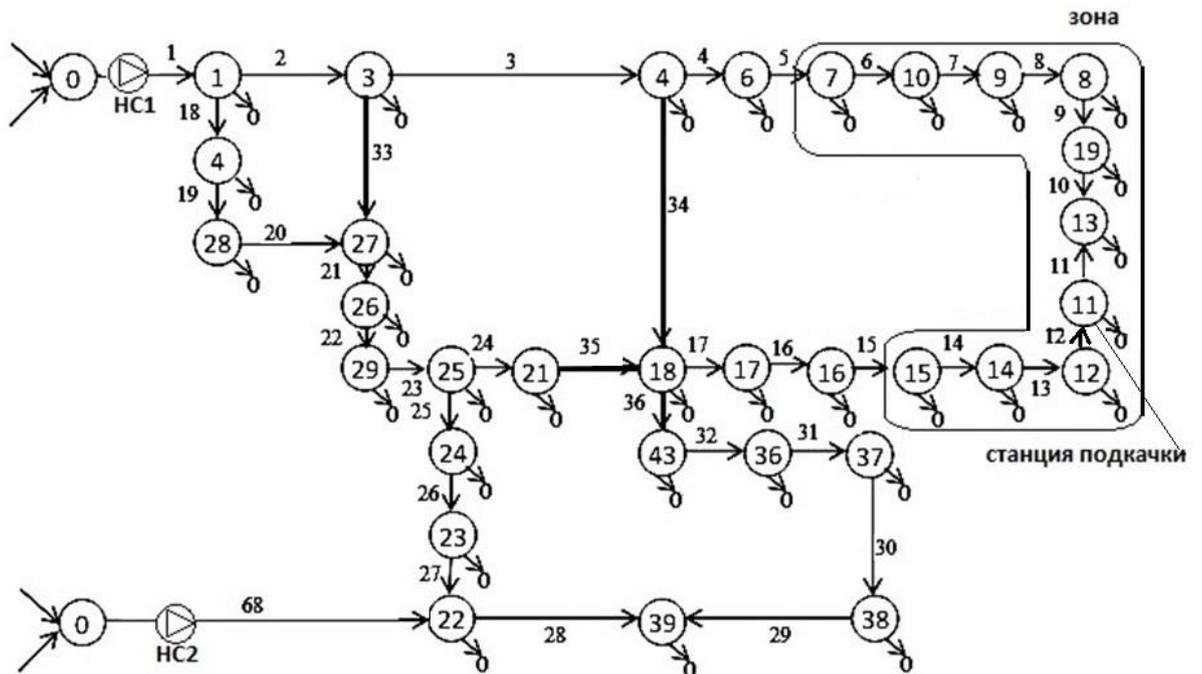


Рисунок Е.1 – Граф ВС с двумя НС (НС1 и НС2)

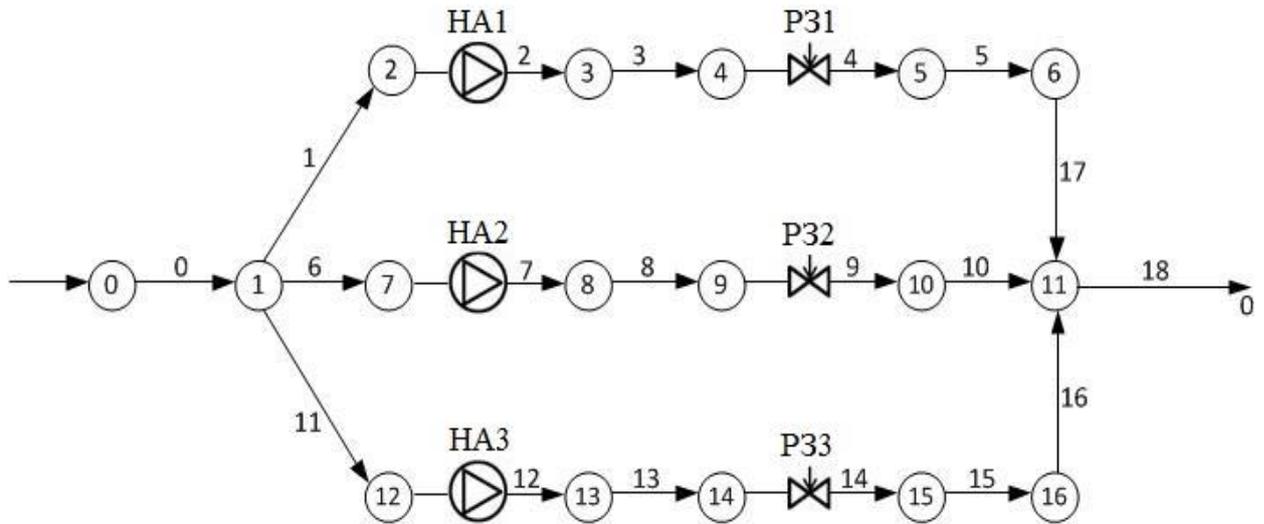


Рисунок Е.2 – Схема насосных станций НА1 и НА2

Таблица Е.1 – Оценки коэффициентов аппроксимации характеристик НА

НА	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$d_0$	$d_1$	$d_2$
НА1	108	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796
НА2	100	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796
НА3	95	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,030796

Таблица Е.2 – Параметры ВС ( $l, d, h^g$  – длина, диаметр и геодезическая отметка участка ВС;  $h^+, q_{i0}$  – минимальный допустимый напор и прогнозируемый расход воды в узлах ВС.)

Узловая пара	$l, \text{ м}$	$d, \text{ м}$	$h^{(g)}, \text{ м}$	№ узла	$h^+, \text{ м}$	$q_{i0}, \text{ м}^3/\text{с}$			
						$[t_1, t_2]$	$[t_2, t_3]$	$[t_3, t_4]$	$[t_4, t_5]$
0-1	0	0,8	0	-	-	-	-	-	-
1-3	478	0,8	0,79	1	52,6	0,1143	0,2857	0,4	0,3077
3-4	1036	0,8	1,19	3	51,309	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
4-6	600	0,6	-8,99	4	49,464	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
6-7	686	0,6	-12	6	48,048	0,1143	0,2857	0,4	0,3077
7-10	1693	0,8	-6	7	51,368	0,0114	0,0286	0,04	0,0308
10-9	566	0,25	-3	10	46,887	0,0069	0,0171	0,024	0,0185
9-8	302	0,3	-1	9	45,432	0,0023	0,0057	0,008	0,0062
8-19	500	0,3	-1	8	46,401	0,0057	0,0143	0,02	0,0154

Продолжение таблицы Е.2

13-19	442	0,3	-1	19	48,281	0,0033	0,0084	0,0117	0,0090
11-13	313	0,3	-2	13	49,835	0,0046	0,0114	0,016	0,0123
12-11	454	0,3	-2	11	85 (50)	0,0034	0,0086	0,012	0,0092
14-12	445	0,3	-1	12	50,919	0,0023	0,0057	0,008	0,0062
15-14	471	0,3	-1,99	14	52,915	0,0011	0,0029	0,004	0,0031
16-15	895	0,3	-4	15	54,946	0,0003	0,0007	0,001	0,0008
17-16	290	0,3	-10	16	56,379	0,0046	0,0114	0,016	0,0123
18-17	209	0,3	-10	17	52,8	0,0011	0,0029	0,004	0,0031
1-40	181	0,6	0,28	18	49,986	0,0011	0,0029	0,004	0,0031
40-28	212	0,6	-4,23	40	52,124	0,2286	0,5714	0,8	0,6154
28-27	432	0,6	-0,74	28	56,198	0,1429	0,3571	0,5	0,3846
27-26	375	0,6	1,15	27	56,783	0,0857	0,2143	0,3	0,2308
26-29	250	0,5	2,63	26	55,526	0,0914	0,2286	0,32	0,2462
29-25	266	0,4	2	29	52,74	0,1143	0,2857	0,4	0,3077
25-21	300	0,4	-0,1	24	49,5	0,1143	0,2857	0,4	0,3077
25-24	217	0,3	0,1	23	51,568	0,1429	0,3571	0,5	0,3846
24-23	215	0,3	0	22	54,288	0,2857	0,7143	1	0,7692
23-22	305	0,3	0,1	39	48,063	0,1429	0,3571	0,5	0,3846
22-39	671	0,25	-0,1	38	55,277	0,1371	0,3429	0,48	0,3692
38-39	497	0,3	0,1	37	53,842	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
37-38	525	0,3	0	36	51,418	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
36-37	274	0,3	0,1	43	50,848	0,0823	0,2057	0,288	0,2215
43-36	219	0,3	0	25	49,825	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
3-27	400	0,6	-5,48	21	49,876	0,0286	0,0714	0,1	0,0769
4-18	700	0,6	-0,69	сумма	-	2,02	5,04	7,06	5,43
21-18	350	0,4	0,3	-	-	-	-	-	-
18-43	214	0,4	-0,3	-	-	-	-	-	-

Результаты решения задачи оптимального распределения нагрузки между НС1 и НС2 для каждого интервала планирования в табл. Е.3.

Таблица Е.3 – Планируемые режимы НС1 и НС2 ( $\bar{h}_{NSi}$  – МО напора НС ( $i=1,2$ );  $\bar{q}_{NSi}$ ,  $\bar{Q} = \bar{q}_{NS1} + \bar{q}_{NS2}$  – МО расхода воды на НС и в ВС )

Интервал планирования	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$
НС1	$\bar{h}_{NS1} = 57,94$ м $\bar{q}_{NS1} = 1,02$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS1} = 65,65$ м $\bar{q}_{NS1} = 2,54$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS1} = 74,97$ м $\bar{q}_{NS1} = 3,56$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS1} = 67,205$ м $\bar{q}_{NS1} = 2,74$ м <sup>3</sup> /с
НС2	$\bar{h}_{NS2} = 57,168$ м $\bar{q}_{NS2} = 1$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS2} = 67,1$ м $\bar{q}_{NS2} = 2,5$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS2} = 78,61$ м $\bar{q}_{NS2} = 3,5$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{h}_{NS2} = 68,92$ м $\bar{q}_{NS2} = 2,69$ м <sup>3</sup> /с
Общая подача ВС	$\bar{Q} = 2,02$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{Q} = 5,04$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{Q} = 7,06$ м <sup>3</sup> /с	$\bar{Q} = 5,43$ м <sup>3</sup> /с

Задачу зонирования будем решать для режима максимального водопотребления:  $\bar{Q} = 7,06$  м<sup>3</sup>/с,  $\bar{h}_{NS1} = 74,97$  м,  $\bar{q}_{NS1} = 3,56$  м<sup>3</sup>/с,  $\bar{h}_{NS2} = 78,61$  м,  $\bar{q}_{NS2} = 3,5$  м<sup>3</sup>/с.

В рассматриваемой ВС (рис. Е.1) для порогового значения величины избыточного напора  $Porog = 23$  была выделена зона Р\* (выделена в таблице Е.4 и на рис. Е.1).

В узле №11 предусмотрена станция подкачки.

В результате решения задачи распределения нагрузки между регуляторами давления, установленными на входах в зону, определили величину давления регуляторов «после себя» на входах в зону  $h_{R1} = 41,47$ ,  $h_{R2} = 52,59$  м, и на основании этих данных определили тип регулятора давления: Honeywell D15P.

Напор станции подкачки в узле 11  $H_{st} = 26,944$  м.

Результаты решения задачи зонирования для каждого подынтервала приведены в табл. Е.4, табл. Е.5.

Таблица Е.4 – Результаты решения задачи зонирования для режимов минимального и максимального водопотребления ( $h^c$ ,  $h^{c*}$  – свободные напоры в узлах ВС изначально и после зонирования (м);  $h_{izb}$ ,  $h_{izb*}$  – избыточный напор в узлах ВС изначально и после зонирования (м))

№узла	$h^c$	$h_{izb}$	$h^{c*}$ (по зоне)	$h_{izb*}$	$h^c$ , $h_{izb}$ , $h^{c*}$ (по зоне), $h_{izb*}$			
					$h^c$	$h_{izb}$	$h^{c*}$ (по зоне)	$h_{izb*}$
	[ $t_3, t_4$ ] max				[ $t_1, t_2$ ] min			
1	74,962	22,362	-	22,362	57,941	5,341	-	5,341
3	66,283	14,974	-	14,974	56,491	5,182	-	0,66
4	59,904	10,44	-	10,44	54,822	5,358	-	1,237
6	64,915	16,867	$h_{R1}=41,47$	16,867	63,437	15,389	-	11,278
7	76,674	25,306	53,226	1,858	75,41	24,042	41,595	2,2
10	82,611	35,724	59,162	12,275	81,402	34,515	53,568	12,673
9	82,921	37,489	59,472	14,04	84,11	38,678	59,56	16,836
8	83,53	37,129	60,081	13,68	85,065	38,664	62,268	16,822
19	84,407	36,126	60,959	12,678	86,05	37,769	63,223	15,926
13	83,406	33,571	59,957	10,122	85,049	35,214	64,207	13,371
11	81,505	31,505	58,056	0	83,059	33,059	63,206	3,032
12	79,915	28,996	56,466	5,547	81,102	30,183	61,216	8,34
14	79,557	26,642	56,108	3,193	80,169	27,254	59,259	5,411
15	78,395	23,449	54,946	0	78,265	23,319	58,326	1,476
16	76,042	19,663	$h_{R2}=52,59$	19,663	74,435	18,056	-	14,224
17	67,031	14,231	-	14,231	64,536	11,736	-	7,93
18	57,841	7,855	-	7,855	54,619	4,633	-	0,846
40	64,783	12,659	-	12,659	56,842	4,718	-	0,099
28	66,684	10,486	-	10,486	60,858	4,66	-	0,193
27	67,136	10,353	-	10,353	61,563	4,78	-	0,388
26	63,384	7,858	-	7,858	60,166	4,64	-	0,488
29	60,075	7,335	-	7,335	57,464	4,724	-	0,754
24	63,222	13,722	-	13,722	55,861	6,361	-	5,561
23	72,858	21,29	-	21,29	56,731	5,163	-	6,323
22	78,607	24,319	-	24,319	57,168	2,88	-	4,716
39	68,557	20,494	-	20,494	56,392	8,329	-	9,664
38	55,634	0,357	-	0,357	55,277	0	-	0
37	53,842	0	-	0	55,089	1,247	-	0,167
36	53,628	2,21	-	2,21	55,153	3,735	-	1,912
43	53,913	3,065	-	3,065	55,18	4,332	-	0,974
25	60,463	10,638	-	10,638	55,691	5,866	-	3,696
21	59,061	9,185	-	9,185	55,635	5,759	-	2,697

Таблица Е.5 – Результаты решения задачи зонирования для переходных режимов

№узла	$[t_2, t_3] \uparrow$				$[t_4, t_5] \downarrow$			
	$h^c$	$h_{izb}$	$h^{c*}$	$h_{izb*}$	$h^c$	$h_{izb}$	$h^{c*}$	$h_{izb*}$
1	65,643	13,043	-	13,043	67,205	14,605	-	14,605
3	60,827	9,518	-	9,518	61,734	10,425	-	10,425
4	56,993	7,529	-	7,529	57,467	8,003	-	8,003
6	63,949	15,901	-	15,901	64,099	16,051	-	16,051
7	75,816	24,448	53,468	2,1	75,947	24,579	53,44	2,072
10	81,78	34,893	59,432	12,545	81,906	35,019	59,399	12,512
9	83,296	37,864	60,948	15,516	83,212	37,78	60,706	15,274
8	84,076	37,675	61,728	15,327	83,963	37,562	61,456	15,055
19	85,004	36,723	62,655	14,374	84,881	36,6	62,374	14,093
13	84,002	34,167	61,653	11,818	83,879	34,044	61,372	11,537
11	82,054	32,054	59,705	1,515	81,938	31,938	59,431	1,25
12	80,272	29,353	57,923	7,004	80,188	29,269	57,681	6,762
14	79,614	26,699	57,265	4,35	79,58	26,665	57,073	4,158
15	78,064	23,118	55,716	0,77	78,095	23,149	55,588	0,642
16	74,941	18,562	-	18,562	75,1	18,721	-	18,721
17	65,467	12,667	-	12,667	65,703	12,903	-	12,903
18	55,898	5,912	-	5,912	56,197	6,211	-	6,211
40	60,314	8,19	-	8,19	61,061	8,937	-	8,937
28	63,356	7,158	-	7,158	63,909	7,711	-	7,711
27	63,94	7,157	-	7,157	64,468	7,685	-	7,685
26	61,458	5,932	-	5,932	61,767	6,241	-	6,241
29	58,461	5,721	-	5,721	58,711	5,971	-	5,971
24	59,121	9,621	-	9,621	59,755	10,255	-	10,255
23	64,128	12,56	-	12,56	65,508	13,94	-	13,94
22	67,079	12,791	-	12,791	68,917	14,629	-	14,629
39	61,996	13,933	-	13,933	63,016	14,953	-	14,953
38	55,277	0	-	0	55,277	0	-	0
37	54,31	0,468	-	0,468	54,18	0,338	-	0,338
36	54,236	2,818	-	2,818	54,087	2,669	-	2,669
43	54,387	3,539	-	3,539	54,269	3,421	-	3,421
25	57,72	7,895	-	7,895	58,142	8,317	-	8,317
21	57,015	7,139	-	7,139	57,328	7,452	-	7,452

Анализ полученных результатов в табл. Е.6 и на рис. Е.3.

Таблица Е.6 – Результаты зонирования ( $f$  – сумма квадратов избыточных напоров во всех узлах ВС)

$f, \text{м}^2$	$[t_1, t_2]$	$[t_2, t_3]$	$[t_3, t_4]$	$[t_4, t_5]$	Сумма	$f, \%$
$f$ изначально	11881	12410	14352	12644	51286	100%
$f$ после зонирования	1911	3144	4969	3370	13394	26,12%

В результате зонирования, установки регуляторов давления на входах в выделенную зону и станции подкачки сумма квадратов избыточных напоров в узлах ВС уменьшилась на 74,88% (рис. Е.3).

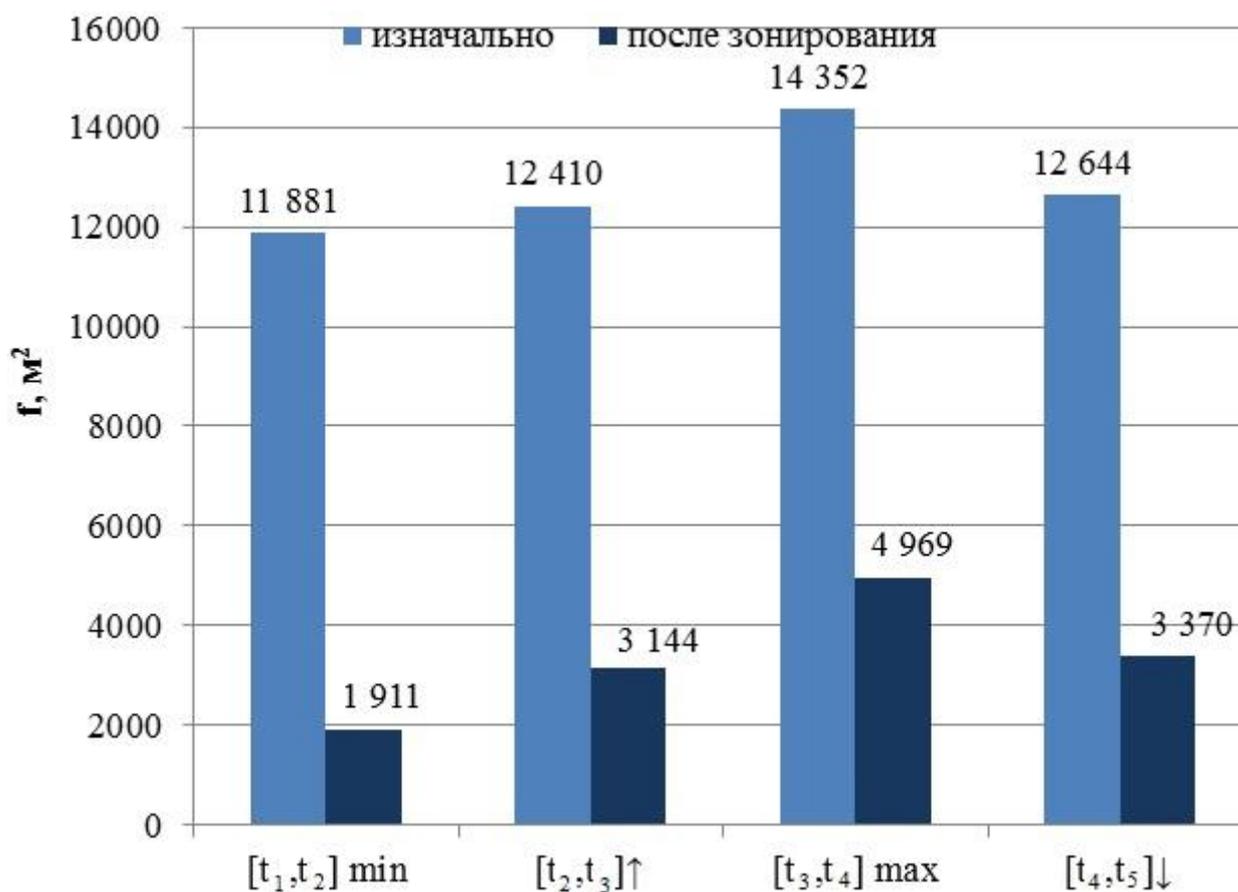


Рисунок Е.3 – Результаты зонирования ВС СЦВ

В табл. Е.7 – табл. Е.9 – результаты решения задачи оперативного планирования режимов работы НС1 и НС2.

Таблица Е.7 – Результаты решения задачи оперативного планирования работы НС1 (регулирование задвижками). ( $q_i$  – расход воды на  $i$ -ом НА,  $E_i$  – степень открытия регулируемой задвижки ( $i=1, 2, 3$ ))

НС1				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$q_1=1,155 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,45$	$q_1=0,731 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,25$
НА2	-----	$q_2=1,213 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,5$	$q_2=1,238 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,75$	$q_2=0,93 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,35$
НА3	$q_3=1,02 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,351$	$q_3=1,327 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,841$	$q_3=1,167 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,969$	$q_3=1,079 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,481$
$F$ , кВт	967,8	2215,97	3392,8	2952,9
НС2				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$q_1=1,254 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,6$	$q_1=1,368 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,5$
НА2	-----	$q_2=1,229 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,5$	$q_2=1,19 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,9$	-----
НА3	$q_3=1 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=590$	$q_3=1,271 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,672$	$q_3=1,055 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,99$	$q_3=1,322 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_3=0,892$
$F$ , кВт	958,7	2245,7	3376,76	2500,57

Таблица Е.8 – Результаты решения задачи оперативного планирования работы насосной станции (один НА3 с регулируемым приводом).

( $n_1$  – обороты НА3 ( $\text{мин}^{-1}$ ))

НС1				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$q_1=1,232 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,5$	$q_1=1,324 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,45$
НА2	-----	$q_2=1,213 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,5$	$q_2=1,26 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,8$	-----
НА3	$q_3=1,02 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=596$	$q_3=1,327 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=660$	$q_3=1,068 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=666$	$q_3=1,416 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=675$
$F$ , кВт	750,2	2177,9	3370,98	2508,4

Продолжение таблицы Е.8

НС2				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$q_1=1,206 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,55$	$q_1=1,368 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_1=0,5$
НА2	-----	$q_2=1,229 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=0,5$	$q_2=1,216 \text{ м}^3/\text{с}$ $E_2=1$	-----
НА3	$q_3=1 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=590$	$q_3=1,271 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=660$	$q_3=1,079 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=680$	$q_3=1,322 \text{ м}^3/\text{с}$ $n_1=671$
$F, \text{ кВт}$	958,7	2178,6	3365,6	2468,5

Таблица Е.9 – Результаты решения задачи оперативного планирования работы насосной станции (все НА оснащены регулируемым приводом)

НС1				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$n_1=682$	-----
НА2	-----	$n_1=621$	$n_1=633$	$n_1=639$
НА3	$n_1=596$	$n_1=649$	$n_1=661$	$n_1=668$
$F, \text{ кВт}$	750,24	2072,95	3253,49	2330,74
НС2				
Интервал времени	$[t_1, t_2]$ min	$[t_2, t_3]$ ↑	$[t_3, t_4]$ max	$[t_4, t_5]$ ↓
НА1	-----	-----	$n_1=692$	-----
НА2	-----	$n_1=624$	$n_1=643$	$n_1=641$
НА3	$n_1=590$	$n_1=652$	$n_1=671$	$n_1=671$
$F, \text{ кВт}$	730,7	2069,4	3332,9	2316,7

$$F - \text{ функция энергозатрат } F = \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^3 \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAi} \cdot \bar{q}_i}{\bar{\eta}_{NAi}}$$

Таблица Е.10 – Функция энергозатрат за сутки при различных способах регулирования работы насосных станций

НС	Регулирование с помощью РЗ $F$ , кВт	Один НАЗ с регулируемым приводом $F$ , кВт	Все НА с регулируемым приводом $F$ , кВт
НС1	9529,5	8807,48 (уменьшилась на 7,6%)	8407,42 (уменьшилась на 11,8%)
НС2	9081,73	8971,4 (уменьшилась на 1,2%)	8449,7 (уменьшилась на 7%)

Рассмотренный в работе подход к решению проблемы ресурсо- и энергосбережения в СЦВ за счет оптимального реинжиниринга ВС путем их зонирования и оптимального управления потокораспределением в ВС является эффективным средством ресурсо- и энергосбережения в СЦВ. Полученные результаты подтверждают, что повысить эффективность работы СЦВ возможно:

- за счёт зонирования ВС СЦВ и установки регуляторов давления на входах в изолированные зоны;
- установки станций подкачек для ВЗ, попавших в выделенную зону;
- за счёт оптимизации режимов работы НС.

Показано, что использование разработанного метода зонирования ВС рассмотренных структур позволяет снизить МО суммарного избыточного напора в ВС с 2 053 м до 1 065 м, т. е. на 48,11%; снизить МО суммарного избыточного напора в выделенной зоне с 1 272 м до 338 м, т. е. на 73,42%.

**Приложение Ж****Акты внедрения результатов диссертационной работы**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Г.в.о. ректора  
Харківського національного  
університету радіоелектроніки  
Рубін Е. Ю.  
2016 р.



АКТ

Про впровадження результатів дисертаційної роботи Матвієнко Ольги Іванівни за темою «Математичне моделювання та оптимізація режимів роботи систем водопостачання», представлену на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – «математичне моделювання та обчислювальні методи», у НДР.

Комісія у складі:

голови – д.т.н., проф., зав. каф. ПМ Тевяшева А. Д., наукового керівника НДР № 16-3;

членів: – к.т.н., проф. каф. ПМ Гусарової І. Г.;

– с.н.с. каф. ПМ Долгоброд О. Г.;

склала даний акт у тому, що результати дисертаційної роботи Матвієнко Ольги Іванівни, а саме:

– стохастична модель квазістаціонарних режимів роботи системи подачі та розподілу води, яка враховує стохастичну невизначеність як об'єкта управління, так і оточуючого середовища, і більш адекватно описує процеси транспорту та розподілу води в системі подачі та розподілу води на заданому інтервалі часу;

– задача оптимального стохастичного управління режимами роботи системи подачі та розподілу води для трьохзонного тарифу на електроенергію;

– чисельний метод розв'язання задачі оптимального стохастичного управління режимами роботи системи подачі та розподілу води;

– програмна реалізація розробленої математичної моделі та метода розв'язання задачі оптимального стохастичного управління режимами роботи системи подачі та розподілу води, оцінка її економічної ефективності;

– програма модернізації технологічного обладнання та структури водоводу «Донець» відокремленого підрозділу комунального підприємства «Харківводоканал»

впроваджені у НДР № 16-3 «Оцінка потенціалу ресурсозбереження водоводів комплексу водопідготовки «Донець» відокремленого підрозділу комунального підприємства «Харківводоканал».

Голова комісії

Члени комісії

 А. Д. Тевяшев

 І. Г. Гусарова

 О. Г. Долгоброд

Згідно з оригіналом

Секретар вченої ради Д 64.052.02

Підпис

Л.В. Колесник

Печатка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-методичної роботи  
Харківського національного  
університету радіоелектронікиІгнат'єв С. Є.  
« » 2016 р.

АКТ

Про впровадження результатів дисертаційної роботи Матвієнко Ольги Іванівни за темою «Математичне моделювання та оптимізація режимів роботи систем водопостачання», представлену на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – «математичне моделювання та обчислювальні методи» в навчальний процес за спеціальностями 113 – Прикладна математика та 124 – Системний аналіз.

Комісія у складі:

голови – д.т.н., проф., зав. каф. ПМ Тевяшева А. Д. ;  
членів: – к.т.н., проф. каф. ПМ Гусарової І. Г. ;  
– к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ Сидорова М. В. ;

підтверджує, що результати дисертаційної роботи Матвієнко Ольги Іванівни, а саме:

– стохастична модель квазістаціонарних режимів роботи системи подачі та розподілу води, яка враховує стохастичну невизначеність як об'єкта управління, так і оточуючого середовища і більш адекватно описує процеси транспорту та розподілу води в системі подачі та розподілу води на заданому інтервалі часу;

– задача оптимального стохастичного управління режимами роботи магістрального водоводу

використані в курсовому та дипломному проектуванні, при підготовці практичних занять та лабораторних робіт з курсів «Оптимальне стохастичне керування системами енергетики», «Стохастичне програмування».

Це дозволило підвищити рівень як фундаментальної, так і прикладної підготовки спеціалістів за спеціальностями 113 – «Прикладна математика», 124 – «Системний аналіз».

Голова комісії

Члени комісії

 А. Д. Тевяшев  
 І. Г. Гусарова  
 М. В. Сидоров

Згідно з оригіналом

Секретар вченої ради Д 64.052.02

Підпис

Л.В. Колесник

Печатка