

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

**ЖИЛА Ольга Володимирівна**



УДК 537.87

**МЕТОД ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У МОДЕЛЮВАННІ  
АСИМЕТРИЧНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ЯВИЩ У  
НЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

01.04.03 – радіофізика

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:**

доктор фізико-математичних наук, професор

**Нерух Олександр Георгійович**,

Харківський національний університет радіоелектроніки  
МОН України,

завідувач кафедри вищої математики.

**Офіційні опоненти:**

доктор фізико-математичних наук, професор

**Буц В'ячеслав Олександрович**,

ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут»  
НАН України,

керівник лабораторії.

доктор фізико-математичних наук, доцент

**Лазоренко Олег Валерійович**,

Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна  
МОН України,

завідувач кафедри загальної фізики.

Захист відбудеться «    » 2019 р. об      годині на засіданні спеціалізованої вченої ради 64.052.03 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 14, зал засідань.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 14.

Автореферат розісланий «    » 2019 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради



В.М. Безрук

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

**Актуальність теми** Дослідження взаємодії електромагнітних полів з неоднорідними нестационарними середовищами має фундаментальне значення і являється базовим процесом у багатьох прикладних задачах електродинаміки. Це сприяє розвитку лазерних технологій, оптоволоконної техніки, фотоніки, а також формуванню широкого спектра їх застосувань в екології та медицині.

Вивчення нестационарних електромагнітних явищ диктується новими сучасними проблемами комунікації. Застосування оптичних квантових генераторів, які стали новими потужними джерелами випромінювання хвиль в оптичному діапазоні, широкосмугові й завадостійкі оптичні мережі, у яких генерація, обробка та передача сигналів відбувається в оптичному діапазоні довжин хвиль, є важливими напрямками розвитку оптики. Оптичні мережі можуть застосовуватися у гідроакустичних системах зв'язку для моніторингу морського шельфу, у пристроях для керування мікрочастинками - лазерних і оптичних пінцетах, оптичних і квантових комп'ютерах та ін. Після винаходу А. Ашкіном в 1986 році першого лазерного пінцета, заснованого на одномодовому пучку Гауса, концепція лазерних пучків розвивалася за рахунок використання лазерних мод більш високого порядку. В 2018 році А. Ашкіну була присуджена Нобелівська премія з фізики « за винахід оптичного пінцета та його застосування в біологічних системах».

В 2007 році був фізично реалізований ще один тип лазерних пучків – експоненціальний світловий пучок Ейрі, що має такі унікальні властивості як самоприскорення, самовідновлення (самолікування) і недиспергуюче поширення. Цей пучок розповсюджується в просторі по параболічній траєкторії, зберігаючи свою форму. Інша не менш цікава властивість пучка Ейрі – самолікування - полягає у відновленні своєї початкової форми при проходженні через перешкоду.

Особливий інтерес викликають застосування імпульсу Ейрі в неоднорідних середовищах, а саме при проходженні імпульсів через різні прилади й обладнання (лінзи, дзеркала та ін.). Це важливо в задачах оптичного неруйнівного контролю, маніпулюванні мікрочастками та діагностиці в біохімії для сортування мікро- і наночасток, у біомедицині для керування мікропотоками рідин і для відбору живих клітин, а також у дослідженні атмосфери.

Поряд із просторовою неоднорідністю принципове значення має вплив нестационарності середовища на поширення електромагнітних імпульсів. Результати таких досліджень становлять як науковий, так і прикладний інтерес, оскільки зміна в часі може якісно впливати на структуру імпульсу.

Для детального дослідження властивостей імпульсів у неоднорідних нестационарних середовищах потрібні математичні методи, що дозволяють аналізувати такі складні електромагнітні процеси. Одним з таких методів є метод інтегральних рівнянь Вольтерра, що дозволяє будувати й досліджувати

розв'язки електродинамічних задач макроскопічної електродинаміки. Такі інтегральні рівняння містять у собі початкові й граничні умови та мають фізичну наочність, що суттєво полегшує побудову алгоритму розв'язання задач. Важливою особливістю цього методу є також його універсальність відносно вільного члена, що описує первинне електромагнітне поле. Це дозволяє застосовувати метод інтегральних рівнянь до розв'язання електродинамічних задач про перетворення різноманітних імпульсів у неоднорідному нестационарному середовищі, у тому числі й імпульсів Ейрі.

Таким чином, тема дисертаційних досліджень, спрямованих на дослідження властивостей електромагнітних імпульсів у нестационарних неоднорідних середовищах, є актуальною.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційні дослідження пов'язані з фундаментальної НДР, яка виконувалась у Харківському національному університеті радіоелектроніки в лабораторії «Електроніка - Оріон» на кафедрі фізичних основ електронної техніки (ФОЕТ): «Концепція розвитку резонансної компресії імпульсів та інструментарій для отримання потужних надкоротких мікрохвильових імпульсів у X, Ku та міліметровому діапазонах», 2017–2019 рр. (ДР № 0117U002525), у якій здобувач був виконавцем.

### **Мета і задачі роботи.**

*Метою* роботи є дослідження особливостей поширення електромагнітних імпульсів Ейрі у нестационарних неоднорідних середовищах.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити наступні *задачі*:

- дослідити властивості імпульсу Ейрі у результаті його взаємодії з нерухомою плоскою межею розділення діелектричних середовищ;
- провести дослідження властивостей імпульсу Ейрі у випадку рівномірного прямолінійного руху межі розділення середовищ;
- провести дослідження властивостей імпульсу Ейрі при рівноприскореному прямолінійному русі межі;
- дослідити перетворення імпульсу Ейрі у плоскошаруватій структурі з постійними межами;
- дослідити перетворення імпульсу Ейрі у плоскому діелектричному шарі з межами, що рівномірно рухаються відносно одна одної.

**Об'єкт дослідження** – процес деформації імпульсу Ейрі в неоднорідному нестационарному середовищі.

**Предмет дослідження** – просторово-часовий розподіл електромагнітного імпульсу Ейрі у неоднорідному нестационарному середовищі.

**Методи дослідження.** Для дослідження та моделювання імпульсу Ейрі у

нестационарних електромагнітних процесах в даній роботі застосовується метод інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду. Для розв'язання інтегральних рівнянь використовується метод резольвенти, а також інші методи математичної фізики.

### **Наукова новизна отриманих результатів.**

1. Вперше розв'язано просторово-часову задачу про перетворення імпульсу Ейрі у неоднорідному нестационарному середовищі методом інтегральних рівнянь та резольвенти.
2. Вперше отримано аналітичні вирази, які описують просторово-часову структуру імпульсу Ейрі в результаті його взаємодії з нерухомою плоскою межею з урахуванням його початкового положення у вільному просторі.
3. Вперше розв'язано задачу про перетворення імпульсу Ейрі нестационарною межею розділення середовищ, що рухається рівномірно.
4. Вперше отримано розв'язок задачі про перетворення імпульсу Ейрі нестационарною межею розділення середовищ, що рухається рівноприскорено.
5. Вперше отримано розв'язки задачі про перетворення імпульсу Ейрі після його проходження у діелектричний шар та детально досліджено його властивості на початковому етапі взаємодії із шаром.
6. Вперше отримано аналітичні вирази, які описують перетворення імпульсу Ейрі діелектричним шаром, межі якого рівномірно рухаються відносно одна одної.

### **Практичне значення отриманих результатів.**

Результати дослідження електромагнітного імпульсу Ейрі можуть бути застосовані у дистанційних методах дослідження атмосфери (створення штучних блискавок для «розрядки» хмар, пошарове дослідження атмосфери), в експериментальних дослідженнях плазмових утворень, у процесах керування мікрочастинками, в біохімії, в медицині (видалення біологічних клітин із заданої області, лазерна терапія й ін.), в обробці матеріалів, при створенні оптичних обчислювальних пристроїв та ін.

### **Особистий внесок здобувача.**

У наукових статтях і матеріалах доповідей на конференціях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати:

у роботах [2-5,15,17-19] – одержання точних розв'язків задачі про перетворення електромагнітного імпульсу Ейрі у результаті нормального падіння на плоску межу діелектрика; розв'язання точної просторово-часової задачі про взаємодію електромагнітного імпульсу Ейрі з плоскою межею, швидкість якої поступово досягає швидкості імпульсу; аналіз отриманих аналітичних розв'язків і моделювання отриманих результатів;

у роботах [1,7-14,16] – дослідження особливостей перетворення

імпульсу Ейрі у діелектричному шарі з постійними межами, одержання точних розв'язків і моделювання результатів;

у роботі [6] – одержання точних виразів, які описують поширення імпульсу Ейрі в шарі, межі якого рівномірно рухаються; проведення порівняльного аналізу структури поля в шарі з постійними межами, та межами, що рухаються .

### **Апробація результатів дисертації.**

Викладені в дисертації результати доповідались та були обговорені на міжнародних конференціях:

- XXIII International Workshop on Optical Wave and Waveguide Theory and Numerical Modelling OWTNM – 2015 (17-18 квітня 2015, Лондон, Великобританія);

- 19-й международный молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (21-22 квітня 2015 , м. Харків, Україна);

- X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT – 2015 (21-24 квітня 2015 , м. Харків, Україна);

- Scientists Forum on Applied Physics International Young YSF-2015 (29 вересня – 2 жовтня 2015 , м. Дніпр, Україна);

- 20-й юбилейный международный молодежный форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (19-22 квітня 2016, м. Харків, Україна);

- XXIV International Workshop on Optical Wave and Waveguide Theory and Numerical Modelling OWTNM – 2015 (20-21 травня 2016 , м. Варшава, Польща);

- 9<sup>th</sup> International Kharkiv Symposium on Physician Dengineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves MSMW-2016 (20-24 червня 2016 м., Харків, Україна);

- 8<sup>th</sup> International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals UWBUSIS– 2016 (5-11 вересня 2016 , м. Одеса, Україна);

- 7<sup>th</sup> Intern. Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers CAOL-2016 (12-15 вересня 2016, м. Одеса, Україна);

- Young Scientists Forum on Applied Physics International YSF-2016 (10-14 жовтня 2016, м. Харків, Україна);

- XXV International Workshop on Optical Wave & Waveguide Theory and Numerical Modelling OWTNM – 2017 (5-6 квітня 2017, Эйндховен, Нідерланди);

- International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT – 2017 (24-27 травня 2017, м. Київ, Україна).

### **Публікації.**

Матеріали дисертації опубліковано в 19 наукових працях, серед яких 6 статей у спеціалізованих наукових журналах [1-6] (з них 3 статті в закордонних наукових виданнях [1,3,5] - Scopus), 13 тез доповідей на міжнародних конференціях [7-19] (з них [7,10,13,14,15,16] - Scopus ).

### **Структура та об'єм дисертації.**

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. Її загальний об'єм становить 161 сторінка. Дисертація містить 58 рисунків. Список використаних джерел на 18 сторінках нараховує 200 найменувань.

## **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ**

У **вступі** обґрунтовано актуальність обраної теми дисертаційної роботи, сформульовані мета, задачі, об'єкт і предмет дослідження, на підставі яких обрані методи дослідження. Показано наукову новизну отриманих результатів, їх практичне застосування та зв'язок з науковими програмами. Наведені відомості про особистий внесок автора дисертаційної роботи, а також публікації й апробації отриманих результатів.

У **першому розділі** «Імпульсні електромагнітні сигнали в неоднорідних нестационарних середовищах» наведено короткий огляд основних напрямків дослідження й розвитку імпульсної техніки, розглянуто сучасні моделі формування імпульсних сигналів, області застосування й подальшого розвитку імпульсної техніки.

Приведено огляд історії розвитку імпульсної нанотехніки та перехід до генерації надкоротких фемтосекундних імпульсів, які знаходять широке застосування в оптичних компресорах, у методах лазерного дистанційного зондування, ультразвукової томографії, акустичної й мікрохвильової мікроскопії й ін. Фемтосекундні лазери відрізняються високою точністю дії та активно використовуються сучасними офтальмологами для проведення операцій на очах.

Підкреслено актуальність вивчення властивостей електромагнітних імпульсів у неоднорідних нестационарних середовищах, зокрема імпульсу Ейрі, який поширюється практично без дифракції по параболічній траєкторії й має такі унікальні властивості як самоприскорення й самолікування. Наведені пропозиції по застосуванню цього імпульсу в сучасних дослідженнях.

**Другий розділ** «Методи розв'язання нестационарних електродинамічних задач» присвячений викладенню методу інтегральних рівнянь Вольтерра, за допомогою якого описується поширення електромагнітних хвиль у неоднорідному нестационарному середовищі. У рамках цього методу сформульовано базову початково-граничну електродинамічну задачу про випромінювання джерела електромагнітних хвиль у неоднорідному нестационарному середовищі з урахуванням відповідних початкових і граничних умов. Описано метод резольвенти для розв'язання інтегрального рівняння Вольтерра другого роду, перевага використання якого полягає в отриманні аналітичного розв'язку рівняння.

Універсальність методу інтегральних рівнянь Вольтерра відносно вільного члена дозволяє використовувати в якості первинного поля

електромагнітний імпульс Ейрі, і таким чином успішно розв'язувати задачі про перетворення імпульсу Ейрі у неоднорідному нестационарному середовищі.

Електричне поле, джерелом якого є струм  $j$ , описується неоднорідним хвильовим рівнянням

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = j, \quad (1)$$

де  $v = c / \sqrt{\varepsilon}$  - фазова швидкість електромагнітних хвиль в середовищі з діелектричною проникністю  $\varepsilon$ ,  $c$  - швидкість світла у вакуумі. Якщо поле має періодичну структуру у просторі,  $E(t, x) = F(t, x) e^{-ik|x|}$ , де  $k$  є хвильове число, то обвідна  $F(t, x)$  електромагнітного імпульсу задовольняє рівняння

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial F}{\partial x} + k^2 F = j. \quad (2)$$

Модуль у показнику експоненти дозволяє розглядати обидва напрямки розповсюдження первинного імпульсу,  $x \rightarrow \pm\infty$ . Така форма розв'язку дозволяє аналізувати перетворення первинного імпульсу в параксіальному наближенні, коли напрямок поширення випромінювання становить малий кут з віссю симетрії середовища, а для обвідної справедлива умова повільної зміни

$\left| 2ik \frac{\partial F}{\partial x} \right| \gg \left| \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right|$ . Якщо середовище неоднорідне, наприклад, має діелектричну

проникність  $\varepsilon_1$  в інтервалі  $(a \leq x \leq b)$ , то обвідна задовольняє параксіальному рівнянню:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + 2ik \frac{\partial F}{\partial x} + k^2 F = \frac{v_1^2 - v^2}{v_1^2 v^2} h(x) \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial j}{\partial t} e^{ik|x|}. \quad (3)$$

Тут,  $v_1 = c / \sqrt{\varepsilon_1}$ , функція  $h(x) = 1$  в інтервалі  $(a \leq x \leq b)$  і  $h(x) = 0$  поза ним, де діелектрична проникність дорівнює  $\varepsilon$ .

Розв'язок рівняння (3) будується шляхом використання симетричної функції Гріна:

$$G(t, x) = -\frac{i}{4\pi k} e^{ik|x|} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i \frac{\omega^2 - i\omega v^2 \sigma |x|}{v^2 k}} e^{i\omega t} d\omega. \quad (4)$$

Якщо зовнішній струм відсутній, а середовище з проникністю  $\varepsilon_1$  займає півпростір  $x > 0$ , то рівняння (3) буде мати вигляд

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + 2ik \frac{\partial F}{\partial x} + k^2 F = \frac{v_1^2 - v^2}{v_1^2 v^2} \theta(x) \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \quad (5)$$

де  $\theta(x)$  - одинична функція Хевісайда. В загальному випадку, коли середовище в області  $x > 0$ , може змінюватись у часі, електричне поле  $E(t, x)$  зручно описувати інтегральним рівнянням



$$E(t, x) = E_0(t, x) - \frac{v_1^2 - v^2}{2v_1v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dx' \theta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v}\right) E(t', x'). \quad (6)$$

Вільний член рівняння (6) являється первинним полем в однорідному середовищі з проникністю  $\varepsilon$ .

Метод інтегральних рівнянь є альтернативним методом розв'язання крайових задач і достатньо ефективний у задачах розсіювання, коли внутрішнє поле виражається одразу безпосередньо через поле падаючої хвилі. Інтегральне рівняння у частотній області вперше застосовано Хижняком М.А., а пізніше у роботах Неруха О.Г. набув подальшого розвитку метод інтегральних рівнянь Вольтерра у часовій області.

Вид інтегрального рівняння (6) дозволяє розглядати первинне поле  $E_0(t, x)$  у вигляді імпульсу Ейрі:

$$E_0(t, x) = \text{Ai}\left(-\frac{t}{T} + \frac{x}{vT}\right) e^{\alpha(-t/T + x/vT)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\frac{(\omega + i\alpha)^3}{3}} e^{i\omega x/vT} e^{-i\omega t/T} d\omega, \quad (7)$$

де  $\text{Ai}(t)$  - функція Ейрі,  $T$  - часовий масштаб, параметр  $\alpha$  характеризує дисипативні властивості середовища. Імпульс Ейрі обмежений переднім фронтом і, відповідно, має несиметричну форму, чому й викликає науковий інтерес до подальшого дослідження його властивостей.

Поведінка імпульсу Ейрі у протилежних напрямках визначається асимптотичною формулою:

$$\text{Ai}(t) \approx \begin{cases} 2^{-1} \pi^{-1/2} t^{-1/4} e^{-2t^{3/2}/3}, & t \rightarrow +\infty \\ \pi^{-1/2} |t|^{-1/4} \sin\left(2|t|^{3/2}/3 + \pi/4\right), & t \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (8)$$

В силу своєї специфіки цей імпульс обмежений переднім фронтом і його початкова позиція обирається так, що він починає взаємодіяти з межею в нульовий момент часу.

Часовий хід первинного імпульсу Ейрі у двох різних точках показано на рис.1а. Розподіл амплітуди первинного імпульсу Ейрі уздовж шляху його поширення в різні моменти часу показано на рис. 1б.

У **третьому розділі** «Перетворення імпульсів плоскою межею розділення діелектричних середовищ» метод інтегральних рівнянь Вольтерра застосовано до розв'язання задачі про взаємодію імпульсу Ейрі з плоскою межею, що виникає в певний (нульовий) момент часу.

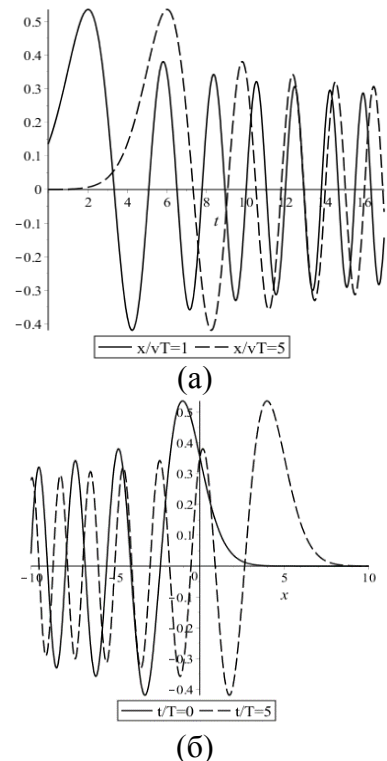


Рис.1.Просторово-часовий розподіл імпульсу Ейрі

Задача про перетворення несиметричного імпульсу ускладнюється наявністю більш ніж однієї асиметрії. Така ситуація може бути обумовлена появою межі розділення середовищ або нестационарністю середовища,

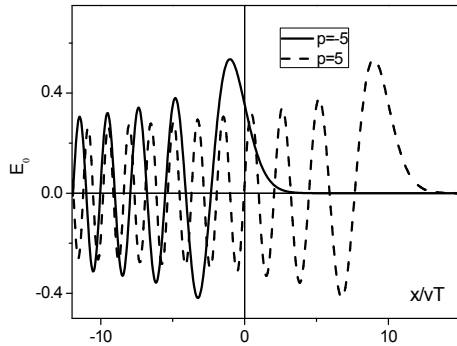


Рис.2. Розміщення первинного імпульсу Ейрі в момент часу  $t/T = 5$  для:  $p = -5$  (суцільна лінія) і  $p = 5$  (пунктирна лінія).

утворюючи при цьому потрібну асиметрію задачі. Положення імпульсу Ейрі відносно плоскої межі середовищ контролюється стартовим параметром  $p = -t_0/T + x_0/vT$ , (рис. 2), який характеризується моментом початку дії імпульсу  $t_0$  та місцем розташування джерела  $x_0$ , що генерує імпульс.

Якщо стартовий параметр  $p$  має додатне значення, то головна частина первинного імпульсу Ейрі перебуває глибоко в середовищі, де діелектрична проникність змінилась в нульовий момент часу. У протилежному випадку, при від'ємних значеннях  $p$ , передній фронт імпульсу Ейрі не досягає межі до нульового моменту часу.

Початково-гранична задача розрахунку електричного поля за наявності плоскої межі розділення діелектричних середовищ ( $x > 0$ ), що виникає в нульовий момент часу і розділяє два півпростори з діелектричними проникностями  $\varepsilon$  і  $\varepsilon_1$ , розглядається на основі інтегрального рівняння (6). До нульового моменту показник заломлення середовища в півпросторі  $x > 0$  дорівнює  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , після нульового моменту різко змінюється до значення  $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$  (рис.3).

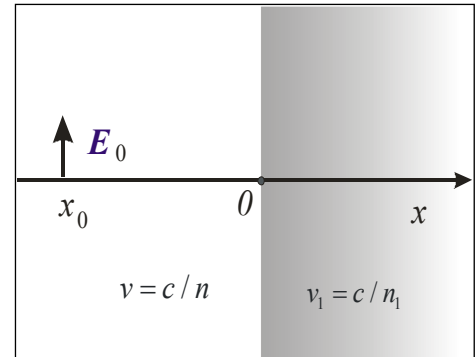


Рис.3. Геометрія задачі про перетворення імпульсу Ейрі межею розділення середовищ.

Поле імпульсу, що пройшов через межу, знаходиться шляхом розв'язання інтегрального рівняння (6) методом резольвенти:

$$\hat{R} = \theta(x)(\hat{R}_1 + \hat{R}_2)\theta(x'). \quad (9)$$

Перша частина  $\hat{R}_1$  резольвенти (9) має такий же вигляд, що і випадку необмеженого простору:

$$\langle \mathbf{x} | \hat{R}_1 | \mathbf{x}' \rangle = \frac{v_1^2 - v^2}{2v^2v_1} \theta(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v_1}\right) \theta(x'). \quad (10)$$

Друга частина  $\hat{R}_2$  резольвенти (9)

$$\langle \mathbf{x} | \hat{R}_2 | \mathbf{x}' \rangle = \frac{v_1^2 - v^2}{2v^2v_1} \theta(x) R \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta\left(t - t' - \frac{x + x'}{v_1}\right) \theta(x') \quad (11)$$

обумовлена наявністю плоскої межі розділення середовищ. Множник  $R = (v - v_1) / (v + v_1)$  співпадає з коефіцієнтом відбиття плоскої гармонічної хвилі від межі діелектричних середовищ. Такі задачі розглядались раніше для випадку плоскої монохроматичної хвилі з простою гармонійною залежністю від часу. Проте, метод резольвенти дозволяє розглядати довільне первинне поле, у тому числі, коли залежність від часу довільна.

Застосування резольвенти (9) до вільного члена інтегрального рівняння (6) дозволяє визначити поле вторинного імпульсу Ейрі, що пройшов через межу розділення середовищ. Результатом інтегрування у формулі (6) є вираз, що описує кілька імпульсів: імпульси, що пройшли через межу та імпульс, який гасить первинний імпульс згідно принципу погашення Евальда-Озеєна.

Поле, що пройшло через межу, визначається чотирма імпульсами:

$$E_T(t, x) = \theta(x) \left[ \theta(t - x/v_1)(E_{T_1} + E_{T_4}) + E_{T_2} + \theta(x/v_1 - t)E_{T_3} \right], \quad (12)$$

де  $E_{T_1} = 2v_1 / (v_1 + v) \cdot \text{Ai}(-t/T + x/v_1T - p)$ ,  $E_{T_2} = v_1(v_1 - v) / 2v^2 \cdot \text{Ai}(v_1/vT(t + x/v_1) - p)$ ,

$$E_{T_3} = v_1(v_1 + v) / 2v^2 \text{Ai}(-v_1/vT(t - x/v_1) - p),$$

$$E_{T_4} = -v_1(v - v_1)^2 / 2v^2(v + v_1) \text{Ai}(v_1/vT(t - x/v_1) - p).$$

Перший імпульс  $E_{T_1}(t, x)$  описує проходження первинного імпульсу через межу, яка виникла в нульовий момент часу. Він поширюється в тому ж напрямку, що й первинний імпульс, але з новою швидкістю, що відповідає середовищу з новим показником заломлення. Наступні два імпульси,  $E_{T_2}(t, x)$  і  $E_{T_3}(t, x)$ , є результатом розщеплення первинного імпульсу  $E_0(t, x)$  на два інших у результаті різкої зміни діелектричної проникності у часі. Вони поширюються в протилежних напрямках, але імпульс  $E_{T_3}(t, x)$  існує тільки в області  $x > v_1t$ , тому що він утворився вже після зміни діелектричної проникності. Цей імпульс зберігає той же напрямок, що й первинний імпульс Ейрі, але має протилежний напрямок у порівнянні з імпульсом  $E_{T_2}(t, x)$ , який поширюється у напрямку до межі, що утворилась. Імпульс  $E_{T_2}(t, x)$ , відбиваючись від межі, утворює відбитий імпульс  $E_{T_4}(t, x)$ , що існує в області  $0 < x < v_1t$ . Знайдене поле (12) за допомогою формули (6) дозволяє обчислити відбитий від межі імпульс, який складається з двох імпульсів Ейрі:

$$E_R(t, x) = \theta(t)\theta(-x)\theta\left(t + \frac{x}{v}\right) \left( E_{R_1} + E_{R_2} \right), \quad (13)$$

де компоненти  $E_{R_1}(t, x) = (v_1 - v) / (v + v_1) \cdot \text{Ai}(-t/T + x/vT - p)$ ,

$E_{R_2}(t, x) = v_1(v_1 - v) / v(v + v_1) \cdot \text{Ai}(v_1/v(t + x/v) / T - p)$ .

Аналіз впливу стартового параметра  $p$  показує, що характер розміщення вторинних імпульсів значною мірою залежить від вибору знака цього параметра (рис.4а). Якщо стартовий параметр має додатне значення, обидві компоненти відбитого поля,  $E_{R1}(t,x)$  і  $E_{R2}(t,x)$ , присутні, але відбитий імпульс зі зміненою фазою займає тільки область, обумовлену нерівностями  $x/v+t-pTv/v_1 < 0$  й  $x/v+t > 0$  (показано на рис.4а подвійним штрихуванням). У випадку, коли стартовий параметр приймає від'ємне значення ( $p < 0$ ), перехідна область є смугою у просторі координати-час ( $x/v+t-pT < 0$ ,  $x/v+t > 0$ ), як показано на рис.4б.

Еволюцію вторинних імпульсів біля межі розділення середовищ показано на рис. 5 для різних значень стартового параметра та моментів часу  $t/T = 5$  (суцільна лінія),  $t/T = 10$  (пунктирна лінія)

Фізична картина значно ускладнюється, коли нестационарна межа рухається. У випадку зустрічного руху імпульсу Ейрі зі швидкістю  $v_1$  та межі зі швидкістю  $u$  просторово-часова картина задачі ділиться на дві частини: до нульового моменту часу, коли межа була нерухомою, і після нульового моменту, коли розпочався її рух.

Результатом такої взаємодії у випадку, коли швидкість імпульсу більша за швидкість межі, утворюється імпульс

$$E_{T1}(t,x) = \alpha^- \beta_1 v_1 / v \cdot \text{Ai}[\alpha^- (-v_1 t + x) / vT], \quad (14)$$

що існує тільки в області  $x < v_1 t$ . У протилежному випадку, коли швидкість межі більша за швидкість імпульсу, після їх взаємодії утворюється два імпульси:

$$E_{T2}(t,x) = \beta \alpha^- v_1 / v \cdot \text{Ai}[\alpha^- (-v_1 t + x) / vT] + \alpha^+ v_1 / \beta v \cdot \text{Ai}[\alpha^+ (-v_1 t - x) / vT], \quad (15)$$

де

$\beta = 2v / (v + v_1), \beta_1 = 2v_1 / (v + v_1), \alpha^\pm = (v - u) / (v_1 \pm u)$  На рис. 6 показано перетворення імпульсу Ейрі межею, яка рухається йому назустріч з меншою (а) та більшою (б) швидкістю.

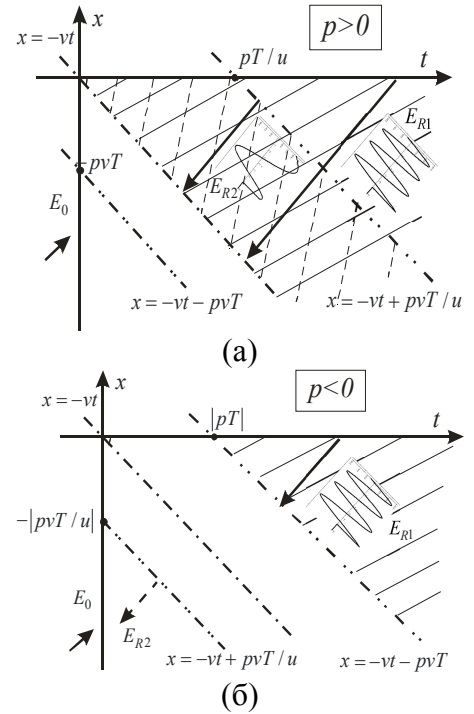
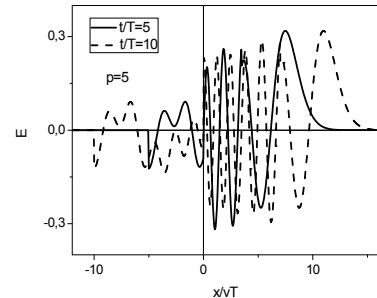
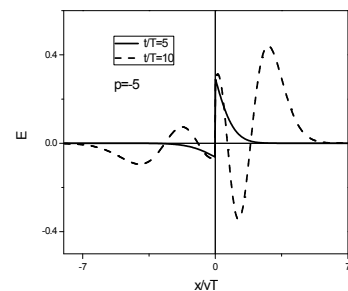


Рис.4. Розміщення відбитих від межі імпульсів залежно від значень стартового параметра



(а)  $p > 0$



(б)  $p < 0$

Рис.5. Еволюція вторинних імпульсів після взаємодії з межею

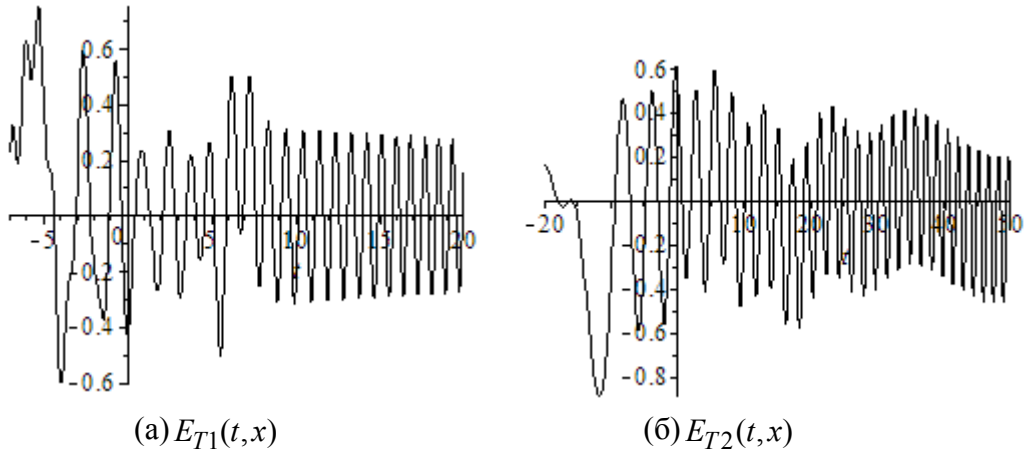


Рис.6. Перетворення імпульсу Ейрі в точці  $x/vT = 1$  межею, що рухається йому назустріч

У випадку, коли  $v_1 < u$  (рис.6б), імпульс «відчуває» різку зміну параметрів середовища у часі, на відміну від протилежного випадку при  $v_1 > u$  (рис.6а). Тому поле  $E_{T2}(t, x)$  складається з двох імпульсів Ейрі, що утворились у результаті різкої зміни діелектричної проникності, у той час, коли поле  $E_{T1}(t, x)$  складається з одного імпульсу, який має такий же напрямок руху, що і первинний.

Проведено дослідження впливу прискореного руху на поширення імпульсу Ейрі, а саме, коли нестационарна межа рухається за релятивістським рівноприскореним законом. Це випадок плавної нестационарності, коли швидкість межі поступово змінюється від нульового значення до значення швидкості імпульсу.

Закон зустрічного руху межі та електромагнітної хвилі визначається співвідношенням  $x_s(t) = -v(\sqrt{\xi^2 + t^2} - \xi)$ , де  $\xi = c/w$ ,  $w$  - прискорення у власній системі відліку. Властивості середовища не змінюються після початку руху межі у нульовий момент часу, тому в області  $T'_3: x > v_1 t$  (рис.7) поле, що пройшло через межу буде таким же, як і до нульового моменту часу при рівномірному русі.

Резольвента задачі у випадку рівноприскореного руху має вигляд :

$$\langle x | \hat{R} | x' \rangle = -\theta(x, t) \psi \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[ \theta \left( t - t' - \frac{|x - x'|}{v_1} \right) + R_u(\tau) \theta \left( \varphi(\tau) - t' - \frac{x}{v_1} \right) \right] \right\} \theta(x', t'), \quad (16)$$

де  $\psi = (v^2 - v_1) / 2v_1 v^2$ ,  $\Theta(x, t) = \theta(x - x_s(t))$ ,  $\varphi(\tau) = 2t_1 - \tau$  - точка перетину нижньої характеристики резольвенти зі світовою лінією межі,

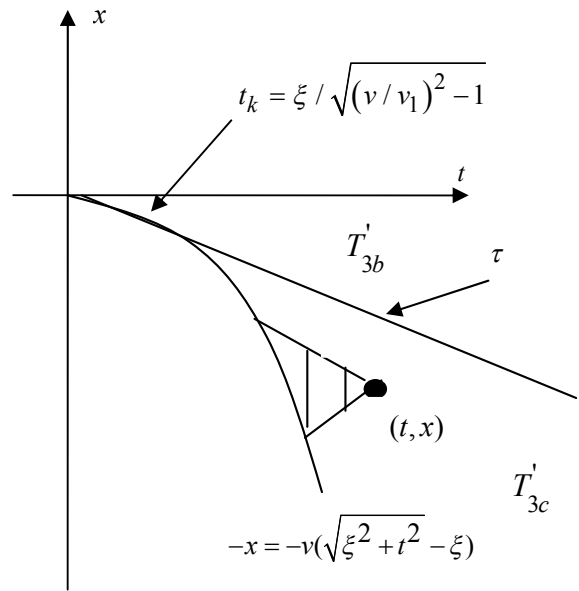


Рис.7. Просторово-часові зони у випадку рівноприскореного руху межі

$R_u(\tau) = (v - v_1)(v_1 - u_1(\tau)) / (v + v_1)(v_1 + u_1(\tau))$  - функція точки спостереження. Світловий конус резольвенти показано вертикальним штрихуванням на рис.7. Промінь  $\tau = t + x/v_1 = \xi[(v^2 + 1)/v_1\sqrt{v^2 - v_1^2} - v/v_1]$  відтинає від області  $T'_3$  підобласть  $T'_{3b}$ , де відсутні вклади характеристик резольвенти. З іншого боку цей промінь відтинає підобласть  $T'_{3c}$ , де обидві лінії характеристики резольвенти перетинаються з межею середовищ.

Поле в підобласті  $T'_{3b}$  складається з двох імпульсів:

$$E_{3b}(t, x) = \frac{v_1}{2v} (1 + \Omega^-) \text{Ai} \left[ -k^+ \left( \lambda^- - \xi + \sqrt{\xi^2 + 2\xi v \lambda^- / v_1 + (\lambda^-)^2} \right) \right] - \frac{v_1}{2v} (1 - \Omega^-) \text{Ai} \left[ -k^- \left( \lambda^- + \xi + \sqrt{\xi^2 + 2\xi v \lambda^- / v_1 + (\lambda^-)^2} \right) \right], \quad (17)$$

а в підобласті  $T'_{3c}$  в результаті розщеплення початкових імпульсів, обумовлених «історією» поля до нульового моменту часу, утворюється чотири імпульси:

$$E_{3c}(t, x) = E_{3b}(t, x) - \frac{v_1}{2v} (1 - \Omega^+) \text{Ai} \left[ k^- \left( \lambda^+ - \xi - \sqrt{\xi^2 - 2\xi v \lambda^+ / v_1 + (\lambda^+)^2} \right) \right] + \frac{v_1}{2v} (1 + \Omega^+) \text{Ai} \left[ k^+ \left( \lambda^+ + \xi + \sqrt{\xi^2 - 2\xi v \lambda^+ / v_1 + (\lambda^+)^2} \right) \right], \quad (18)$$

де  $\lambda^\pm = v_1 / (v \pm v_1)$ ,  $k^\pm = t \pm x / v_1$ ,  $\Omega^- = (v\xi / v_1 + \lambda^-) / \sqrt{\xi^2 + 2v\xi\lambda^- / v_1 + (\lambda^-)^2}$ ,  $\Omega^+ = (-v\xi / v_1 + \lambda^+) / \sqrt{\xi^2 - 2v\xi\lambda^+ / v_1 + (\lambda^+)^2}$ .

У випадку, коли швидкість межі досягає швидкості імпульсу, утворюється два нескінченні розриви поля, обумовлені областю визначення функцій Ейрі у виразах (17)-(18). По одну сторону від межі залишається основна частина головного пелюстка імпульсу, а по іншу сторону – осцилюючий хвіст (рис.8). Наявність особливостей у виразах (17)-(18) пояснює розриви поля у момент взаємодії імпульсу і межі. Крім того, лінії розривів утворюють дві просторово-часові смуги, що перетинаються. В області перетину цих смуг електромагнітне поле дорівнює нулю.

У четвертому розділі «Перетворення імпульсу Ейрі нестационарним плоским шаром діелектрика» досліджено перетворення імпульсу Ейрі нестационарним шаром діелектрика з постійними межами та межами, що

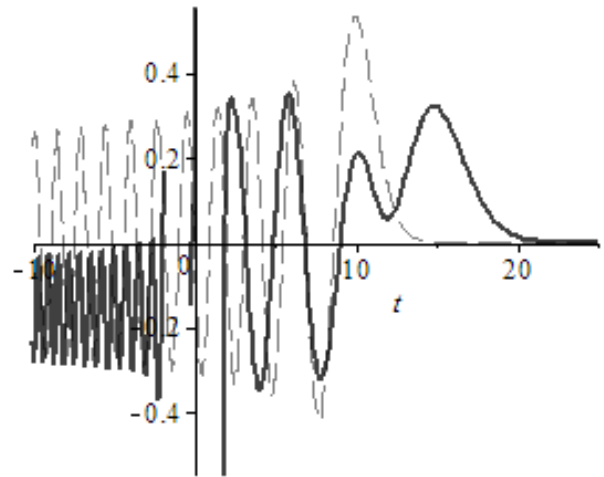


Рис.8. Зустрічний рух імпульсу Ейрі та межі у момент зрівняння їх швидкостей

рівномірно рухаються назустріч одна одній.

Аналіз поля опирається на просторово-часову структуру поля, яка визначається структурою резольвенти і являє собою систему просторово-часових зон, занумерованих індексами  $mn$ , показаних на рис.9 для діелектричного шару товщиною  $a$ . Індекс  $m$  показує кількість відбиттів вторинних імпульсів від освітленої межі шару, а індекс  $n$  - від тіньової. Перша частина резольвенти (9) інтегрального рівняння (6) має такий самий вигляд, як і у випадку необмеженого півпростору (10), а друга частина обумовлена наявністю другої межі шару і будується з урахуванням відбиттів світових ліній від меж шару :

$$\hat{R}_{mn} = (v^2 - v_1^2)v_1 / 2(v_1v)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \sum_{k=1}^m R^k \theta \left[ v_1(t-t') - x + (-1)^{k-1} (a/2 - x') - (2k-1)a/2 \right] + \sum_{k=1}^m R^k \theta \left[ v_1(t-t') + x + (-1)^k (a/2 - x') - (2k+1)a/2 \right] \right\}, \quad (19)$$

де  $R = (v - v_1) / (v + v_1) < 1$ . Зі збільшенням номера зони члени, пропорційні степені цього коефіцієнта, будуть давати внесок в електромагнітне поле, який зменшується з ростом номера зони. Тому, доцільно розглядати еволюцію поля в просторово-часових зонах з невеликими номерами.

У зоні 00, що обмежена лініями  $x' = v_1 t$  та  $x' = -v_1 t + a$  імпульс «не відчуває» впливу меж шару і поле в цій зоні має вигляд:

$$E_{00}(t, x) = \theta(-x/vT - v_1 t/vT) \left[ v_1(v_1 - v) / 2v^2 \cdot \text{Ai}(v_1 t/vT + x/vT - p) + v_1(v_1 + v) / 2v^2 \cdot \text{Ai}(-v_1 t/vT + x/vT - p) \right] \theta(-x/vT - v_1 t/vT - a/vT), \quad (20)$$

де функції Хевісайда описують межі зони 00. Поле складається з двох імпульсів Ейрі, які утворились у результаті різкої зміни значення діелектричної проникності в нульовий момент часу, та переміщуються у різних напрямках.

В зоні 11 поле має більш складну структуру і складається з чотирьох імпульсів:

$$E_{11}(t, x) = \theta(-x/vT + v_1 t/vT) \theta(x/vT + v_1 t/vT - a/vT) \times \left[ -\text{Ai}(-t/T + x/vT - p) + 2v_1 / (v + v_1) \cdot \text{Ai}(-t/T + x/v_1 T - p) + Rv_1(v_1 + v) / 2v^2 \cdot \text{Ai}(-v_1 t/vT - x/vT + 2a/vT - p) + Rv_1(v - v_1) / 2v^2 \cdot \text{Ai}(v_1 t/vT - x/vT - p) \right] \times \theta(-x/vT - v_1 t/vT + 2a/vT) \theta(x/vT - v_1 t/vT + a/vT). \quad (21)$$

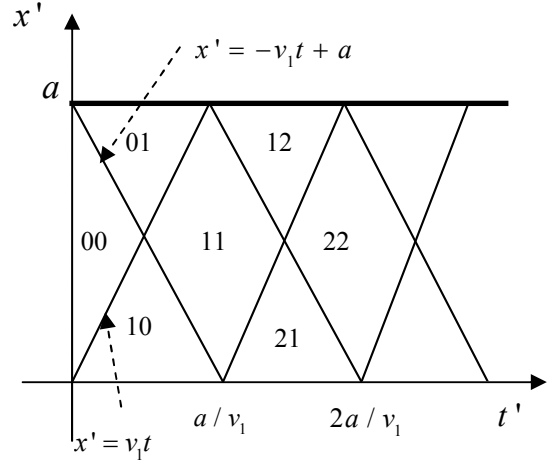


Рис.9. Просторово-часові зони для випадку діелектричного шару.

Перші два імпульси утворились після проходження первинного імпульсу в зону 11, один з яких переміщується з новою швидкістю  $v_1$ , а інший гасить падаючий імпульс згідно теореми Евальда-Озесна. Імпульси, що утворились у результаті стрибка діелектричної проникності у нульовий момент часу, після одного відбиття від обох меж шару описуються двома останніми членами у формулі (21).

На основі проведених досліджень отримано загальну формулу для обчислення поля в будь-якій точці діелектричного шару.

Рух імпульсів Ейрі у зонах 00 та 11 показано на рис. 10 при параметрі  $p > 0$  в різних його точках:  $x/vT = 5$  (суцільна лінія),  $x/vT = 10$  (пунктирна лінія),  $x/vT = 15$  (точкова лінія). За скінченний проміжок часу від  $t_0 = 0$  до  $t_1 = av/2v_1$ , де  $a = 20$  товщина шару, у зону 00 «встигає» пройти лише передній фронт імпульсу, що добре видно в точках  $x/vT = 5$  та  $x/vT = 10$ . Враховуючи динаміку переміщення імпульсу, можна сказати, що в точку  $x/vT = 15$ , близьку до тіньової межі шару, імпульс попаде в момент часу, який буде перевищувати часовий інтервал зони 00. З цього випливає, що імпульс переходить до сусідньої зони, а в зоні 00 відсутній.

Просторово-часова структура імпульсу значно ускладнюється, якщо межі шару не постійні, а рівномірно рухаються відносно одна одної зі швидкістю  $u$ , починаючи з нульового моменту часу, і зникаються в одній точці в момент часу  $t_c = a/2u$ . У цьому випадку просторово-часова картина шару також розбивається на занумеровані просторово-часові зони, тільки тепер зони звужуються так, що їх тривалість змінюється за законом  $t_n - t_{n-1} = g^{1-n} / (v_1 + u)$ , де  $g = (v_1 + u) / (v_1 - u)$ .

Аналітичний вираз для поля в будь-якій точці шару дозволяє детально дослідити структуру поля в різних зонах. Більш детально проведемо дослідження в зонах з невеликими номерами. Поле імпульсу в зоні 00 має такий же вигляд, як і у випадку шару з постійними межами, формула (20), а в зонах 11 і 22 описується формулами:

$$\begin{aligned} E_{11}(t, x) = & sv_1 / vC_0 \cdot \text{Ai}[s(-v_1t + x) / vT + p] + \\ & + R_1 C_1 \cdot \text{Ai}[w(-v_1T / vT - x / v_1T) + q la / vT + p] \\ & + R_1 C_2 \cdot \text{Ai}[w(v_1T / vT - x / v_1T) + wqla / vT + p], \end{aligned} \quad (22)$$

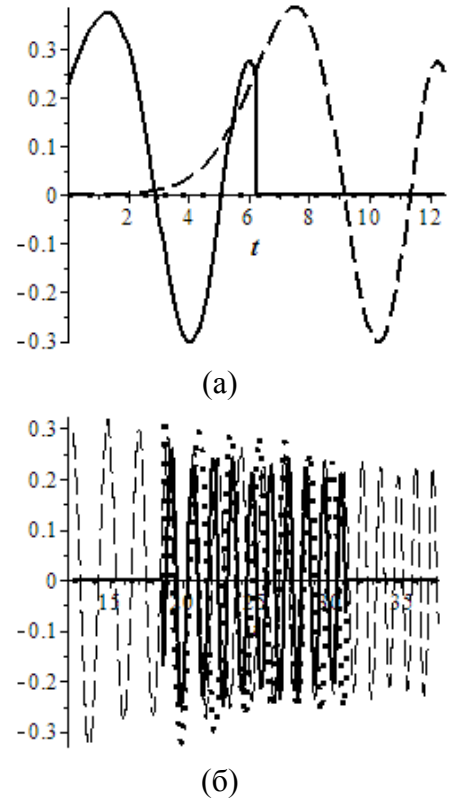


Рис.10. Еволюція імпульсу Ейрі в зонах 00 (а) та 11(б) діелектричного шару



$$\begin{aligned}
E_{22}(t, x) = & v_1 s / v C_0 \cdot \text{Ai}[s(-v_1 t + x) / vT + p] + \\
& + R_1 v_1 s C_0 / v \cdot \text{Ai}[ws(-v_1 t - x) / vT + qsla / vT + p] + \\
& + R_1^2 C_1 \cdot \text{Ai}[w(-v_1 t / v - x / v_1) / T + qla / vT + p] + \\
& + R_1^2 C_2 \cdot \text{Ai}[w(v_1 t / v - x / v_1) / T + wqla / vT + p],
\end{aligned} \tag{23}$$

де  $C_0 = 2v_1 / (v + v_1)$ ,  $C_{1,2} = v_1(v_1 \pm v) / 2v^2$ ,  $R_1 = wr = (v_1 + u)(v_1 - u) / (v - v_1)(v + v_1)$ ,  $r = (v - v_1)(v + v_1) / (v_1 - u)(v_1 + u)$ ,  $q = 2v_1 / (v_1 - u)$ ,  $s = (v - u) / (v_1 + u)$ ,  $l = (1 - \sqrt{w}) / (1 - w^2)$ .

Структура поля у шарі, межі якого рухаються, складніша, ніж у випадку, коли його межі постійні. По-перше, ускладнюється множник, що описує амплітуду імпульсу. По-друге, ускладнюється часова залежність в аргументах функцій Ейрі. І, по-третє, у випадку шару з межами, що рухаються, залежність від товщини визначається співвідношенням між швидкістю імпульсу та швидкістю меж шару. На рис.12 показано еволюцію імпульсу Ейрі при переміщенні із однієї просторово-часової зони шару з межами, що рухаються, в іншу. Еволюція показана в точці  $x/vT = 10$  при товщині шару  $a/vT = 20$ . Форма вторинного імпульсу значно складніша у порівнянні з імпульсом, що пройшов в шар з постійними межами, рис.11. При проходженні зони 00, де відсутній вплив меж шару, форма імпульсу не змінюється. Після одноразового та дворазового відбиття від меж шару в структурі імпульсу з'являються вторинні пелюстки і вони стають порізаними додатковими коливаннями амплітуди поля. Нескінченна кількість таких відбиттів вкладається в скінчений проміжок часу, за який межі шару зникають.

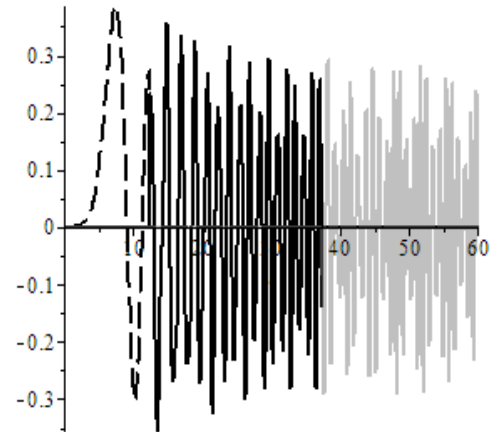


Рис.11. Еволюція імпульсу Ейрі в зонах 00 (пунктирна лінія), 11 (чорна суцільна лінія) та 22 (сіра суцільна лінія) в шарі з постійними межами

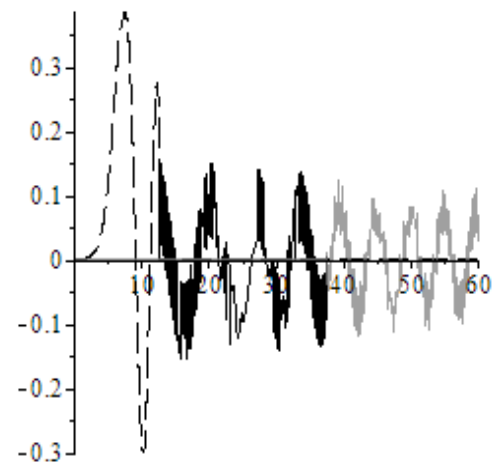


Рис.12. Еволюція імпульсу Ейрі в зонах 00 (пунктирна лінія), 11 (чорна суцільна лінія) та 22 (сіра суцільна лінія) в шарі з рухомими межами

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну наукову задачу перетворення електромагнітного імпульсу Ейрі у нестационарному середовищі з плоскими межами. Шляхом застосування резольвентного оператора до побудови розв'язку задачі про взаємодію електромагнітного сигналу з неоднорідним нестационарним середовищем отримано аналітичні вирази перетворених імпульсів Ейрі та проведено їх всебічний аналіз на базі строгого опису їх властивостей та комп'ютерного моделювання досліджуваних процесів. Це дозволить більш обґрунтовано застосовувати імпульси Ейрі до вирішення практичних задач.

1. Сформульовано початково-граничну електродинамічну задачу про перетворення електромагнітного сигналу у неоднорідному нестационарному середовищі у вигляді інтегрального рівняння Вольтерра 2-го роду із включеними граничними й початковими умовами. Отримано симетричну функцію Гріна початково-граничної задачі в параксіальному наближенні. За допомогою неї розглянуто параксіальне наближення такого рівняння і застосовано до задачі про взаємодію імпульсу Ейрі з нестационарним діелектричним шаром. Отримано спектри імпульсів, що пройшли в шар і відбилися від нього. Проведено аналіз спектрів у середовищах з різною оптичною щільністю, досліджено залежність спектрів від товщини шару. Показано, що при збільшенні товщини шару на деякій частоті виникає складова поля, амплітуда якої значно виділяється з-поміж складових поля з іншими частотами. Також відбувається зміщення максимуму спектру відбитого імпульсу Ейрі в область малих частот.

2. Сформульовано просторово-часову задачу про взаємодію імпульсу Ейрі з плоскою межею нестационарного діелектрика, що утворюється в деякий момент часу. Показано, що така задача містить потрібну асиметрію, а саме: по-перше, асиметрія, що полягає в асиметричності первинного імпульсу Ейрі, який має неперіодичну структуру у вигляді головного пелюстка і осцилюючого хвоста, що затухає при збільшенні значень аргументу. По-друге, асиметрія полягає в асиметричності об'єкта дифракції, а саме, в наявності межі розділення середовищ з різними параметрами. По-третє, асиметрична поведінка в часі первинного імпульсу. Вона характеризується тим, що імпульс починає взаємодіяти з неоднорідністю в певний момент часу.

3. Досліджено характер поширення імпульсів, що пройшли через межу і відбилися від неї. Цей процес контролюється вибором значення стартового параметра. При від'ємних значеннях цього параметра передній фронт імпульсу не досягає межі до нульового моменту часу й імпульс «не відчуває» неоднорідності. У протилежному випадку, коли стартовий параметр має додатній знак, головний пелюсток і частина «хвоста» імпульсу Ейрі перебувають глибоко в нестационарному середовищі. Обчислено й проаналізовано потоки енергії, що переносяться імпульсом. Проведено аналіз

асимптотичної формули для великих від'ємних значень аргументу функції Ейрі. Шляхом числового інтегрування промодельоване переміщення максимуму потоків енергії як первинного, так і того, що пройшов імпульсів.

4. Досліджено випадок, коли межа, починаючи з нульового моменту часу, рухається рівномірно назустріч імпульсу. Показано, що процес взаємодії імпульсу Ейрі з рухомою межею, легко контролювати вибором значення стартового параметра. Шляхом вибору оптимальних значень стартового параметра наочно проілюстровано процес взаємодії імпульсу Ейрі з межею.

5. Детально досліджено більш складний тип руху, а саме випадок, коли межа рухається по релятивістському рівноприскореному закону. Отримано аналітичні вирази для трансформованих імпульсів Ейрі рухомою межею та показано, що в момент досягнення межею швидкості імпульсу, утворюється два нескінченні розриви. Встановлено, що в цей момент відбувається розрив «хвоста» імпульсу так, що по одну сторону від межі залишається відсічений головний пелюсток імпульсу, а з іншої сторони – осцилюючий хвіст. Такі розриви пояснюються наявністю особливих точок у виразах, що описують електромагнітне поле в момент взаємодії імпульсу та межу.

6. Проведено аналіз розподілу поля в шарі залежно від положення точки спостереження у випадку наявності двох границь (шару). Показано, що в шарі з постійними межами утворюються чотири імпульси, один з яких гасить первинний імпульс згідно принципу погашення, другий переміщується в тому ж напрямку, що і первинний, а два останніх, що утворились у результаті стрибка діелектричної проникності, переміщуються у протилежних напрямках. Отримано загальну аналітичну формулу для обчислення електромагнітного поля у будь-якій точці шару та більш детально досліджено властивості імпульсу на початковому етапі взаємодії з шаром.

7. Показано, що просторово-часова структура імпульсу значно ускладнюється, якщо межі шару не постійні, а рівномірно рухаються відносно одна одної. Отримано аналітичний вираз для обчислення поля і будь-якій точці шару. Із аналізу отриманих результатів випливає, що структура поля в такому шарі складніша, ніж у випадку, коли його межі постійні. По-перше, ускладнюється вираз для амплітуди імпульсу. По-друге, ускладнюється часова залежність в аргументах функцій Ейрі. І, по-третє, у випадку шару з межами, що рухаються, залежність від товщини шару набагато складніша, ніж у шарі з постійними межами. Після одноразового та дворазового відбиття від меж шару структура імпульсу ще більш ускладнюється появою вторинних пелюстків та додатковими коливаннями. Нескінченна кількість таких відбиттів вкладається в шар за скінчений проміжок часу, так як межі шару замикаються.

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Nerukh A., Zolotariov D., Kuryzheva O., Benson T. Dynamics of decelerating pulses at a dielectric layer, *Optical and Quantum Electronics* 2016, vol. 48, № 2, pp. 88-96

2. Курыжева. О.В., Нерух А.Г. Преобразование импульса Эйри на плоской границе диэлектрика// Прикладная радиоэлектроника (AppliedRadioElectronics), 2016, vol. 15, N 4, с.321-326

3. Nerukh A., Kuryzheva O., Benson T., Time-spatial structure of Airy pulse in non-stationary environment// Optical and Quantum Electronics, 2018, Issue 2, Articles 52, pp. 1-10

4. Курыжева О.В., Нерух А.Г. Преобразование импульса Эйри на временном скачке диэлектрической проницаемости среды// Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник Радиотехника, Харьков, Украина, 2017, вып.192, с.94-101

5. Nerukh A.G., Kuryzheva O.V. Transformation of the Airy pulse by a jump-like change of the medium permittivity in time// Telecommunications and Radio Engineering (English translation of Elektrosvyaz and Radiotekhnika), 2018,77(12), с. 1017-1028

6. Kuryzheva O., Nerukh A. Conversion of an Airy pulse by dielectric layer, whose boundaries are converging// Scientific and Technical Journal «Applied Radio Electronics», 2018, vol 17, №1,2, pp. 55-59.

7. Nerukh A., Zolotariov D., Kuryzheva O., Benson T. Dynamics of decelerating pulses at a dielectric layer// XXIII International Workshop on Optical Wave & Waveguide Theory and Numerical Modelling (OWTNM), London, UK, 2015, Abstract book, p. 99

8. Курыжева О.В., Нерух А.Г. Решение задачи дифракции импульса в параксиальном приближении посредством интегрального уравнения// Материалы 19-го международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 2015, с. 66-67.

9. Nerukh A. G., Zolotariov D. A., Kuryzheva O. V. Radiation of accelerating pulses with specified envelopes// 2015 International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), Kharkiv, 2015, pp. 1-3.

10. Kuryzheva O. V., Nerukh A. G. Nonparaxial Airy pulses at a dielectric layer// 2015 International Young Scientists Forum on Applied Physics (YSF), Dnipropetrovsk, 2015, pp. 1-4.

11. Курыжева О.В., Нерух А.Г. Исследование импульса Эйри в диэлектрическом слое методом интегральных уравнений Вольтерра// Материалы 20-го юбилейного международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 2016, с. 96-97.

12. Kuryzheva O., Nerukh A., Benson T. Resonances excited by an Airy pulse in a dielectric layer// XXIV International Workshop on Optical Wave & Waveguide Theory and Numerical Modelling (OWTNM), Warsaw, Poland, 2016,p-04 (38).

13. Kuryzheva O., Tkach A., Nerukh A. Spectral features of a dielectric layer in paraxial approximation// 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), Kharkiv, 2016, p. 1-4.

14. Kuryzeva O. V., Tkach A. D., Nerukh A. G. Implementation of the extinction theorem in a problem of Airy pulse scattering by a dielectric layer// 8th International

Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), Odessa, 2016, pp. 97-100.

15. Kuryzheva O. V., Nerukh A. G. Evolution of an Airy pulse energy flow induced by a dielectric plane boundary// 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), Odessa, 2016, pp. 57-59.

16. Kuryzheva O. V., Nerukh A. G. Changing of an Airy pulse form due to re-reflections inside a dielectric layer// II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), Kharkiv, 2016, pp. 183-186.

17. Курьжева О.В. Трансформация импульса Эйри при взаимодействии с плоской границей диэлектрика// Материалы 21-го международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 2017, с. 86-87.

18. Nerukh A., Kuryzheva O., Benson T. Time-spatial structure of Airy pulse in non-stationary environment// XXV International Workshop on Optical Wave & Waveguide Theory and Numerical Modelling (OWTNM), 2017, Eindhoven, the Netherlands, p.18

19. Nerukh A. G., Kuryzheva O. V. Airy pulse transformation on time-spatial jumps of refractive index// International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), Kyiv, Ukraine , 2017, p. 122-124

## АНОТАЦІЯ

Жила О.В. Метод інтегральних рівнянь у моделюванні асиметричних електромагнітних явищ у неоднорідному середовищі – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2019.

У роботі розв'язана актуальна наукова задача про перетворення електромагнітного імпульсу неоднорідним нестационарним середовищем. Уперше методом інтегральних рівнянь Вольтера досліджене перетворення електромагнітного імпульсу Ейрі в результаті нормального падіння на межу діелектрика. Показано, що характер поширення відбитого імпульсу, та того, що пройшов через межу, контролюється вибором значення стартового параметра. Детально досліджений випадок, коли межа починає рівномірний рух назустріч імпульсу й поступово досягає значення швидкості імпульсу. Розв'язана точна задача про взаємодію імпульсу Ейрі з діелектричним шаром. Проведений аналіз поля в шарі залежно від положення точки спостереження й випадку з однією й двома межами (шаром). Уперше отримані точні вирази, які описують поширення імпульсу Ейрі в діелектричному шарі, межі якого рівномірно рухаються та проведено порівняння з результатами, отриманими для шару з постійними межами.

**Ключові слова:** діелектричний шар, нестационарне середовище, інтегральне рівняння Вольтерра, резольвента, імпульси Ейрі.

## АННОТАЦИЯ

Жила О.В. Метод интегральных уравнений в моделировании асимметричных электромагнитных явлений в неоднородной среде. – Рукопись.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 – радиофизика. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, 2019.

В работе решена актуальная научная задача о преобразовании электромагнитного импульса в неоднородной нестационарной среде. Впервые методом интегральных уравнений Вольтерра исследовано преобразование электромагнитного импульса Эйри в результате нормального падения на плоскую границу диэлектрика. Показано, что характер распространения прошедшего и отраженного импульсов контролируется выбором значения стартового параметра. Детально исследован случай, когда граница начинает равномерное движение навстречу импульсу и постепенно достигает значения скорости импульса. Решена точная задача о взаимодействии импульса Эйри с диэлектрическим слоем. Проведен анализ поля в слое в зависимости от положения точки наблюдения и случая с одной и двумя границами (слоем). Впервые получены точные выражения, которые описывают распространение импульса Эйри в диэлектрическом слое, границы которого равномерно перемещаются и проведен сравнительный анализ с результатами, полученными для слоя с постоянными границами.

**Ключевые слова:** диэлектрический слой, нестационарная среда, интегральное уравнение Вольтерра, резольвента, импульсы Эйри.

## ABSTRACT

Zhylya Olga. Integral equation method in modeling of asymmetric electromagnetic phenomena in an inhomogeneous medium. – Manuscript.

Thesis for science degree in physics and mathematics by speciality 01.04.03 – radiophysics. – Kharkiv national university of radio electronics, Kharkiv, 2019.

An actual scientific problem on electromagnetic pulse transformation in a non-uniform and non-stationary environment is solved. For the first time the transformation of the Airy electromagnetic pulse as a result of normal falling on a flat dielectric boundary is investigated. The solution is obtained by the Volterra integration method. It is shown that nature of distribution of the transmitted and reflected impulses is controlled by a starting parameter value. The case when the boundary begins uniform movement towards to the pulse and gradually achieves value of the pulse's speed is investigated in details. The exact problem of interaction of the Airy pulse with a dielectric layer is solved. The analysis of the field in a layer depending on the observation point position and a case with one and two boundaries (layer) is performed. Exact expressions describing distribution of the Airy pulse in a dielectric layer which boundaries move uniformly are analyzed. The comparative analysis with the results obtained for a layer with constant boundaries is carried out.

**Keywords:** dielectric layer, non-stationary environment, Volterra integral equation, resolvent, Airy pulses.