

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Залужної Галини Володимирівни

«Математичне моделювання нестационарного переносу тепла в неоднорідному середовищі з використанням інтерлінації функцій»,

що представлена на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Актуальність теми. Сьогоднішній стан математичного моделювання складних об'єктів (літаків, двигунів, реакторів атомних електростанцій тощо) і стаціонарних чи нестационарних процесів різної фізичної структури (стаціонарного чи нестационарного розподілу тепла, дифузії тощо) вимагає розв'язання диференціального рівняння теплопровідності за допомогою чисельних методів. Це приводить до необхідності розв'язання системи рівнянь, число яких може досягати десятків і навіть сотень тисяч.

Метод скінчених елементів (МСЕ) є одним з найбільш поширених та глибоко вивчених методів отримання чисельних розв'язків, що використовуються для розрахунків температурних полів реальних об'єктів. Не дивлячись на великі досягнення методу скінчених елементів, створення відповідних пакетів програм, на сьогодні залишається нерозв'язаним питання про зменшення кількості диференціальних рівнянь при розв'язанні нестационарного рівняння теплопровідності з двома та трьома просторовими змінними із забезпеченням потрібної точності. Тому актуальною є задача розробки та дослідження схем МСЕ, які використовують при збереженні необхідної точності меншу кількість скінчених елементів порівняно з кількістю в класичному МСЕ. Таку можливість надає застосування сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних за двома просторовими змінними та відповідна чисельна реалізація методу зведення до систем лінійних інтегро-диференціальних рівнянь (метод ЛІДР), опублікованого в праці І.В. Сергієнка, О.М. Литвина.

Зв'язок роботи з планами і програмами наукових досліджень в Україні. Дисертаційна робота виконувалась на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії в рамках тематики наукового міжвідомчого центру «Математичне моделювання структури неоднорідного тіла з використанням нових методів розв'язання крайових задач і методів комп'ютерної та сейсмічної томографії», створеного сумісно Інститутом кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України та Українською інженерно-педагогічною академією. Результати дисертаційної роботи частково були використані у рамках держбюджетної теми, яка входить до плану НДР кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії, а саме «Розробка і дослідження нового методу розвідки і розробки родовищ корисних копалин на основі інтерлінації функцій» (держбюджетна тема № ДР 0109U008661, 2012-2014).



Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі Залужної Г.В. отримано нові наукові результати, серед яких найбільш вагомими є такі:

– на основі сплайн-інтерлінації функцій розроблено та досліджено метод для розв’язання початково-крайової задачі для нестационарного рівняння теплопровідності з двома просторовими змінними у випадку областей складної геометричної форми. Цей метод названий інтерлінаційним методом скінченних елементів (ІМСЕ) для нестационарних задач теплопровідності і є скінченно-елементною реалізацією методу зведення до економічної системи інтегро-диференціальних рівнянь;

– подальшого розвитку набув метод скінченних елементів розв’язання нестационарної задачі теплопровідності з використанням інтерлінації функцій;

– для тестування апроксимуючих та обчислювальних властивостей ІМСЕ розроблено метод побудови точних розв’язків нестационарних задач теплопровідності для областей складної форми;

– при чисельній реалізації для розв’язання нестационарних задач теплопровідності за допомогою ІМСЕ запропоновано використовувати нумерацію вузлів елементів, яка дозволяє в системі звичайних диференціальних рівнянь $A \cdot C'(t) + B \cdot C(t) = D$, що виникає в ІМСЕ, зберегти блочно-трихдіагональну структуру матриць A і B .

Всі результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, є новими і науково обґрунтованими. Вони базуються на використанні класичних та сучасних чисельних методів, зокрема, методу інтерлінації функцій.

Вірогідність результатів дисертаційної роботи. Представлені наукові результати дисертаційної роботи повністю обґрунтовані. Вірогідність отриманих в дисертації положень та висновків забезпечується доведеними в роботі теоремами. Всі результати підтверджені відповідними обчислювальними експериментами, які проведені з використанням розроблених Залужною Г.В. програм в системі комп’ютерної математики MathCAD.

Практична цінність результатів роботи. На основі запропонованих методів та алгоритмів можна розробляти пакети прикладних програм для наближеного розв’язання нестационарних початково-крайових задач теплопровідності з двома просторовими змінними, при цьому для досягнення заданої точності розв’язувати на порядок меншу кількість диференціальних рівнянь порівняно з класичними схемами МСЕ.

Публікації та апробація результатів. Результати дисертації повністю висвітлені у наукових публікаціях автора з урахуванням встановлених вимог. За темою дисертації опубліковано 18 праць, в тому числі 5 статей в наукових журналах з Переліку наукових фахових видань України, 1 стаття в іноземному журналі, 12 доповідей, тез та статей, опублікованих в матеріалах наукових конференцій.

$C(0) = C_0$, це дозволяє використовувати для розв'язання таких систем відомі методи.

Для тестування ІМСЕ пропонується використовувати точні розв'язки, які будуються за допомогою сплайн-інтерлінації функцій. Ці точні розв'язки дозволяють підтвердити отримані реальні оцінки похибки наближеного розв'язку, одержаного ІМСЕ для тих випадків, коли точні розв'язки задач невідомі, для областей складної форми. Сформульовано та доведено відповідну теорему. Наведено покроковий алгоритм знаходження наближеного розв'язку нестационарної задачі теплопровідності з використанням ІМСЕ.

У **розділі 4** наведено опис та аналіз результатів обчислювального експерименту при розв'язанні нестационарної задачі теплопровідності за допомогою ІМСЕ для прямокутника та деяких областей складної форми. Розглянуто задачі для Т-подібної області, рівнобічної трапеції, швелера. Проведено порівняння знайдених наближених розв'язків задач з точними розв'язками та наближеними, знайденими класичним МСЕ.

Кожний розділ закінчується висновками, наведено загальні висновки дисертаційної роботи. В додатках представлений опис програмної реалізації ІМСЕ розв'язаних задач в різних областях.

Зауваження до дисертаційної роботи. До дисертації є наступні зауваження та побажання.

1. Нечітко сформульовано, як в роботі пропонується вибирати крок інтегрування при розв'язанні системи ЗДР в залежності від кроку розбиття.

2. В роботі недостатньо уваги приділено чисельній реалізації запропонованого методу у випадку областей з криволінійними границями.

3. В роботі не розглядається випадок, коли на границі області функція $u_0(x, y)$, яка приймає участь в початковій умові, не співпадає з функцією $\varphi(x, y, t)|_{\partial G}$ у граничній умові.

4. З роботи не зрозуміло, чи можна розроблений метод узагальнити на випадок нестационарної задачі теплопровідності з трьома просторовими змінними.

5. Для аналізу похибки розробленого методу в роботі вважається, що точний розв'язок $u(x, y, t)$ має неперервні похідні $\frac{\partial^{p+q} u(x, y, t)}{\partial x^p \partial y^q}$, $0 \leq p, q \leq 2$. В

якості побажання рекомендую дисертанту в майбутньому зайнятись більш детально дослідженням похибки методу для більш слабких обмежень точного розв'язку.

Вказані зауваження не впливають на загальну високу позитивну оцінку роботи.

Загальний висновок. Вважаю, що дисертаційна робота «Математичне моделювання нестационарного переносу тепла в неоднорідному середовищі з використанням інтерлінації функцій» за змістом є завершеною науковою

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації. В ньому достатньо повно відображено основні міркування, результати і висновки дисертаційної роботи.

Огляд змісту дисертаційної роботи. У вступі обґрунтовано актуальність задач, що досліджуються в роботі, сформульовано мету та задачі досліджень, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, вказано кількість публікацій та особистий внесок автора у публікації, що написані у співавторстві, та апробація роботи.

У розділі 1 дисертаційної роботи проведено аналіз відомих досліджень, присвячених наближеному розв'язанню нестационарної задачі теплопровідності. Розглянуто застосування методу сіток, варіаційних методів до розв'язання нестационарних задач теплопровідності. Відмічено, що одним із найбільш широко використовуваних методів розв'язання нестационарних задач теплопровідності на даний час є метод скінченних елементів. Основним недоліком класичних схем МСЕ є труднощі, що виникають в зв'язку з необхідністю розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) з великою кількістю рівнянь, тому важливою задачею є розробка методів, які використовують для досягнення заданої точності меншу кількість диференціальних рівнянь.

У розділі 2 викладено метод розв'язання нестационарної задачі теплопровідності з використанням сплайн-інтерлінації функцій. Наведено основні твердження теорії інтерлінації функцій. Сформульовано загальний метод побудови структур наближеного розв'язку нестационарних крайових задач, який зводить нестационарну крайову задачу до системи лінійних інтегро-диференціальних рівнянь (ЛІДР), в якій невідомими функціями є сліди наближеного розв'язку на заданій системі ліній (метод ЛІДР, запропонований в роботі Сергієнка І.В., Литвина О.М.). В дисертаційній роботі запропонована чисельна реалізація методу ЛІДР для нестационарної задачі теплопровідності, для чого побудовано оператори інтерполяції функції $u(x, y, t)$ за двома просторовими змінними. МСЕ, побудований на основі інтерполяційних формул, названий ІМСЕ. Викладено основні теоретичні твердження методу ІМСЕ розв'язання нестационарної задачі теплопровідності з двома просторовими змінними, сформульовано та доведено необхідні для обґрунтування теореми. Досліджено оцінку похибки запропонованого методу.

У розділі 3 досліджуються деякі аспекти чисельної реалізації ІМСЕ розв'язання нестационарної задачі теплопровідності. Так, досліджується вплив способу нумерації вузлів на вигляд матриць в системі ЗДР, що виникає при застосуванні ІМСЕ для розв'язання нестационарної задачі теплопровідності. Запропоновано використовувати спеціальний спосіб нумерації вузлів, який для стаціонарної задачі еліптичного типу був вперше використаний в праці Камишан В.В., Литвин О.М., Максимович О.Р. Поширення цього способу на нестационарні задачі теплопровідності дозволяє зберегти блочно-трюхдіагональну структуру матриць A і B в системі $A \cdot C'(t) + B \cdot C(t) = D$,

працею. В роботі отримані нові науково обґрунтовані результати, які представляють вагомий внесок в методи математичного моделювання розподілу тепла в двовимірних тілах.

Дисертація відповідає паспорту спеціальності та всім вимогам до кандидатських дисертацій згідно з «Порядком присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 № 567, а її автор, Залужна Галина Володимирівна, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.

Офіційний опонент,
професор кафедри прикладної математики
Харківського національного університету
ім. В.Н. Каразіна,
д.ф.-м.н., проф.



А.Г. Руткас

Підпис *А.Г. Руткас*
ЗАСВІДЧУЮ
Учений секретар Харківського національного
університету імені В.Н.Каразіна

