

## **РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ЭЛЕМЕНТОВ ФОКУСИРОВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА ANSYS**

### **Введение**

Наличие компьютеров с большой ресурсной емкостью и новых программных средств расширяет возможности вычислительных задач. Для расчета распределения вектора магнитной индукции, вектора напряженности магнитного поля и магнитного векторного потенциала, а также основных магнитных характеристик (индуктивности и электромагнитной силы) можно использовать пакет ANSYS [1]. В Харьковском национальном университете радиоэлектроники для проведения лабораторных и практических работ разрабатывается методическое пособие “Расчет статических магнитных полей с помощью пакета ANSYS”. В пособии будет приведено решение 3D магнитостатической задачи для элементов ускорительной техники. Рассмотрены все этапы решения задачи: постановка, построение модели, решение и анализ результатов. В приложениях приведены основные функции пакета для задания свойств магнитных материалов, разбиения модели конечными элементами (КЭ), описание типов КЭ для электромагнитного анализа, просмотра данных на этапах решения задачи и получения анимации. ANSYS представляет собой совокупность программных кодов, реализующих метод КЭ для решения большого круга инженерных задач. При помощи пакета ANSYS можно производить расчеты задач различной физической природы (прочность, распределение тепла, механика жидкостей и газов, электромагнетизм). Пакет поставляется в различных конфигурациях, которые могут иметь ограничения по характеру решаемых задач и по вычислительному потенциалу (ограничение на число КЭ). С помощью графического интерфейса пакета ANSYS осуществляется диалоговый (интерактивный) режим моделирования. Данный интерфейс представляет собой совокупность окон ввода/вывода и различных меню. Реализован и пакетный режим работы. В этом режиме все действия, начиная от построения модели до нахождения результатов решения и вывода их в текстовой или графической форме в файл, осуществляются автоматически по программе, написанной на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language – язык параметрической разработки ANSYS). Этот режим не требует взаимодействия программы и человека. В любом режиме создаваемое описание задачи записывается программой в файл базы данных, который имеет расширение \*.db. Работа в пакете ANSYS делится на три основных этапа: препроцессирование или подготовка модели, решение задачи моделирования и постпроцессирование или анализ результатов. В этап препроцессирования входит построение геометрии модели, разбиение области моделирования выбранным типом КЭ, задание свойств материалов. Перед решением электромагнитной задачи моделирования задаются области с токовыми нагрузками (определяется плотность тока) и граничные условия. Постпроцессирование заключается в получении результатов расчетов: линий векторного магнитного потенциала, вектора магнитной индукции, вектора напряженности магнитного поля и т.п., причем как для скалярных значений (модулей), так и для векторов. Все эти результаты можно вывести как в графическом виде, так и в виде таблицы распределения по узлам модели. Можно вычислить интегральные параметры, например индуктивность обмотки с током, интегральную электромагнитную силу, рассчитать магнитодвижущую силу. Решение задач в пакете ANSYS производится на основе метода КЭ. Задачи магнитостатики решаются относительно Z-составляющей магнитного векторного потенциала. Полученная по методу КЭ система дифференциальных уравнений решается итерационным методом Ньютона – Рафсона.

# 1. Постановка задач расчета электромагнитного поля

Математическим описанием непрерывных в пространстве и во времени процессов распределения тепла, электромагнитного поля, механических напряжений являются дифференциальные уравнения в частных производных (уравнения математической физики). Статические процессы описываются эллиптическими уравнениями, а динамические – уравнениями параболического и гиперболического типов. Эти уравнения относительно векторов электрической  $\mathbf{D}$  и магнитной  $\mathbf{B}$  индукции, векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  и скалярного магнитного потенциала  $\varphi$  можно получить из уравнений Максвелла [2].

## 1.1. Статические задачи

Если речь идет о нелинейных средах при  $\mu \neq \text{const}$  то из уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \text{grad } \varphi \\ \text{div } \mathbf{D} = \rho \end{cases} \quad \begin{cases} \text{grad } \varphi = -\mathbf{E} \\ \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{H} \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность свободных зарядов.

Вектор-потенциал в декартовой системе координат имеет вид  $\mathbf{A} = A_x \mathbf{i}_x + A_y \mathbf{j}_y + A_z \mathbf{k}_z$  вектор плотности тока  $\mathbf{j} = j_x \mathbf{i}_x + j_y \mathbf{j}_y + j_z \mathbf{k}_z$ . Тогда уравнение Пуассона разбивается на три уравнения относительно скалярных величин  $A_x, A_y, A_z$ . Если ток и векторный потенциал имеют только Z-составляющую, то для магнитного поля можно записать уравнение Пуассона:

$$\Delta A_z = -j_z \quad (2)$$

Решив это уравнение с учетом распределения векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  по области моделирования, можно найти распределение составляющих магнитной индукции и результирующего значения (модуля) вектора магнитной индукции по уравнениям [3]:

$$\begin{cases} B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (3)$$

Наиболее часто используемые эллиптические уравнения – это уравнения Лапласа и Пуассона, которыми описываются задачи электро- и магнитостатики. Для того чтобы решение этих задач было единственным, они дополняются граничными (краевыми) условиями. На замкнутой границе  $G$  компьютерной модели могут быть заданы следующие краевые условия:

- граничные условия первого рода (Дирихле) – на границе  $G$  задается значение искомой функции –  $\varphi = f_1(X, Y, Z)$  где точки с декартовыми координатами  $X, Y, Z$  принадлежат границе  $G$ . Условие  $\varphi = 0$  является однородным;

- граничные условия второго рода (Неймана). Для них задается изменение искомой функции по нормали  $\mathbf{n}$  к границе  $G \frac{d\varphi}{dn} = f_2(X, Y, Z)$  где точки с координатами  $X, Y, Z$  принадлежат границе  $G$ . Условие  $\frac{d\varphi}{dn} = 0$  является однородным;

- граничные условия третьего рода –  $\frac{d\varphi}{dn} = f_3(X, Y, Z)$  где точки с координатами  $X, Y, Z$  принадлежат границе  $G$ .

На границе модели могут быть заданы смешанные краевые условия [4].

Простейшим эллиптическим уравнением является уравнение Лапласа  $\Delta U = 0$ , где лапласиан (оператор Лапласа)  $\Delta = \nabla^2$ . Этот оператор может быть применен к скалярным и векторным функциям. В декартовой системе координат уравнение Лапласа имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

где  $\varphi(X, Y, Z)$ —скалярная функция [5].

К уравнениям эллиптического типа также относится уравнение Пуассона, которое для линейных изотропных сред с характеристиками  $\mu, \epsilon$  имеет вид

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (5)$$

где  $\mathbf{A}$  – векторный магнитный потенциал,  $\mathbf{J}$  – вектор плотности тока,  $\mu = \mu_0 \mu_r$  – абсолютная магнитная проницаемость среды моделирования.

## 1.2. Использование метода конечных элементов

В настоящее время расчет электромагнитных устройств с различными магнитными и проводящими свойствами осуществляется численными проекционно-сеточными методами, к которым относится метод КЭ как модификация методов Рунге и Галеркина. При использовании этих методов необходимо найти “проекцию” или приближенное решение в конечномерном пространстве для непрерывного решения в бесконечномерном функциональном пространстве. Вид базисной функции и критерий вычисления коэффициентов линейной комбинации определяют метод. Дискретная модель непрерывной области строится следующим образом:

- в области моделирования фиксируется конечное число точек, которые называются узлами расчетной сетки. Значение непрерывной величины в каждой точке переменное;
- область моделирования непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узлы, аппроксимируют форму области и представляют собой расчетную или триангуляционную сетку.
- непрерывная величина аппроксимируется на каждом элементе полиномом, который определяется с помощью ее узловых значений. Для каждого элемента определяется свой полином. Он подбирается так, чтобы вдоль границ элемента величина была непрерывна.

Метод КЭ основан на аппроксимации непрерывной функции потенциала дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей. В качестве функции элемента чаще всего используется полином. Классификацию КЭ можно провести в соответствии с порядком этих полиномов. Рассматриваются три группы элементов: симплекс-, комплекс- и мультиплекс элементы.

## 2. Расчет квадрупольной линзы

Квадрупольная линза используется в ускорителях для фокусировки пучков электронов (рис.1). Она представляет собой сердечник из магнитомягкого материала, на полюсах которого расположены катушки индуктивности. Решены следующие магнитостатические задачи:

- расчет 3D поля для линейной изотропной области при  $\mu = \text{const}$
- расчет 3D поля для нелинейной области при  $\mu(H)$ .

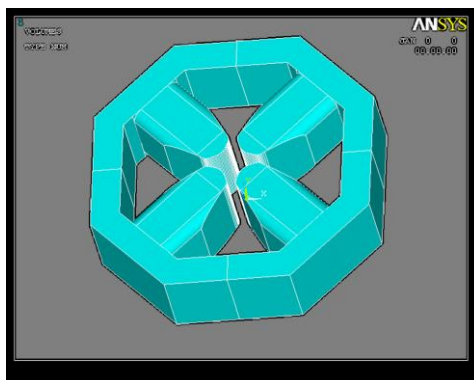


Рис.1. Сердечник квадрупольной линзы

Наилучшее приближение численного решения к параметрам реального устройства можно получить при помощи 3D моделирования. В пакете ANSYS реализованы алгоритмы для двух формулировок электромагнитных задач: векторный (Magnetic Vector Potential – MVP) и скалярный (Magnetic Scalar Potential – MSP). Как отмечается в документации по пакету, метод MVP по сравнению с MSP более труден для реализации и дает меньшую точность в моделях, содержащих области с различной магнитной проницаемостью. Он реализуется при помощи КЭ SOLID 97. При этом области тока являются частью КЭ модели, и их параметры задаются как константы (Real Constants). Уравнение области тока [6]

$$I = \int_S j_n dS \quad (6)$$

где  $S$  – площадь поверхности,  $j_n$  – объемная плотность тока,  $n$  – количество витков. А прямоугольная катушка на полюсе квадрупольной линзы создает поле с индукцией

$$B = \frac{\mu_0 n I a b}{4\pi ab} \quad (7)$$

$a$  и  $b$  – стороны поперечного сечения полюса квадрупольной линзы.

Метод MSP реализуется при помощи КЭ типа SOLID 96 и SOLID 98. При этом области тока не являются частью модели, а задаются специальными КЭ типа SOURS 36. Для этого существует макрос, при помощи которого задается катушка. Для решения задач на основе скалярного магнитного потенциала используются:

- Reduced Scalar Potential (RSP) Strategy – стратегия упрощенного скалярного потенциала;
- Difference Scalar Potential (DSP) Strategy – стратегия разностного скалярного потенциала;
- General Scalar Potential (GSP) Strategy – стратегия обобщенного скалярного потенциала.

Исследуется 3D модель в декартовой системе координат. Дифференциальные уравнения для магнитного поля  $\mathbf{H}$  записываются относительно скалярного магнитного потенциала  $\varphi$ . Для сокращения времени вычислительного процесса и получения результатов при ограниченном числе КЭ делается расчет четверти модели. Полученные результаты расчета при соответствующих граничных условиях на плоскостях симметрии позволяют интерпретировать их как результаты расчета для полной модели. Для расчета распределения модуля вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  и напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  при токе 5000 А витков используется раздел Flux & gradient (рис. 2 и 3). Алгоритм расчета реализуется следующими командами: Preferences > Magnetic > Nodal; Preprocessor > Element Type > Scalar Tet 98 > Material Props; Material Models > Electromagnetic > Relative Permeability or BH; Modeling > Create > Volumes > By Dimension; Meshing > Mesh Attributes > Mesh Tool > Smart Size; Size Control > Manual Size > Global > Mesh Tool; Modeling > Create > Racetrack Coil; Solution > Solve > Current LS.

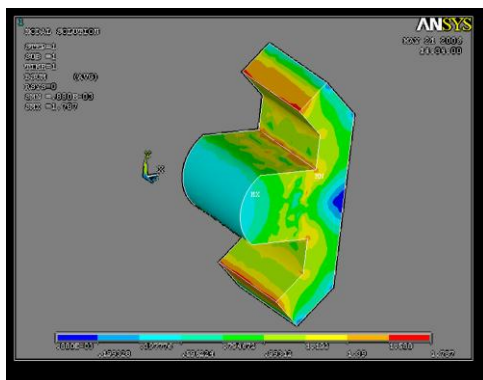


Рис. 2. Распределение модуля магнитной индукции  $B$

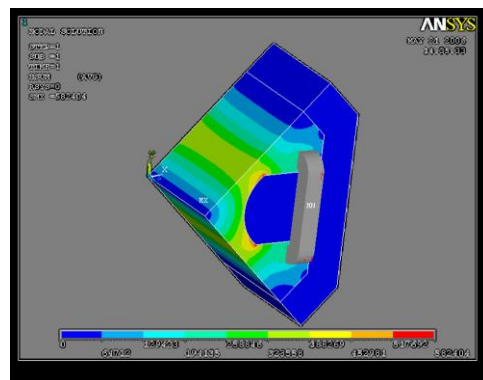


Рис. 3. Распределение модуля магнитного поля  $H$

## Выводы

Дана характеристика компьютерной программы ANSYS, которая представляет собой совокупность программных кодов, построенных по методу КЭ. При помощи пакета ANSYS можно производить расчеты задач различной физической природы. Практическое значение статьи заключается в том, что в ней рассмотрены этапы решения задачи расчета квадрупольной линзы для фокусировки пучка заряженных частиц в ускорителях: постановка, построение модели, решение и анализ результатов. Цель статьи – показать основные функции пакета для задания свойств магнитных материалов и разбиения модели на КЭ.

**Список литературы:** 1. *Chernyshov, N.N., Peev, F.A., Sheiko, S.V.* Method selection for determination of the material property's for the N-100m magnet system // Societies East Ukraine Joint Chapter / VIII международный семинар по ускорителям. ННЦ "ХФТИ", 2003. – Р.134. 2. *Бессонов, Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М. : Высш. шк., 1978. – 231с. 3. *Андреева, Е.Г., Шамец, С.П., Колмогоров, Д.В.* Конечно-элементный анализ магнитных полей с помощью программного пакета ANSYS : учеб. пособие. – Омск : Изд. ОмГТУ, 2002. – 92с. 4. ANSYS advantage // Электроника. – М. : Рус. редакция. – 2009. – №12. – 48с. 5. *Чернышов, Н.Н., Слипченко, Н.И., Панченко, А.Ю., ЛюЧан, Щербак, Е.Л., Фурсова, Е.В.* Компьютерное моделирование влияния магнитного поля на физические процессы в фотоэлектрических преобразователях // Міжнар. наук. конф. "Фізико-хімічні основи формування і модифікації мікро- та наноструктур". Зб. ФММН. – 2009. – №2. – С.510-512. 6. *Кузьмичев, В.Е.* Законы и формулы физики : справочник. – К. : Наук. думка, 1989. – С. 310-315.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 20.03.2016