

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКРОСКОПИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С МНОГОСЛОЙНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Введение

Развитие техники СВЧ связано с совершенствованием параметров и конструкций полупроводниковых устройств. Полупроводниковые устройства успешно применяются в диапазоне от метровых до субмиллиметровых волн. Их достоинством являются: высокое быстродействие, малые габариты и масса, незначительные мощности управления. Для управления используется свойство полупроводниковых структур менять свои параметры при действии внешнего напряжения или тока. В нижней части сантиметрового и миллиметрового диапазонов используются распределенные полупроводниковые структуры, размеры которых сравнимы с длиной волны и занимают всю высоту волновода или резонатора.

Расчет параметров таких устройств представляют собой очень интересные и сложные задачи. В настоящее время расчет их, как правило, проводится методами теории цепей, представляя полупроводниковый элемент в виде различных соединений элементов с сосредоточенными параметрами без учета геометрии полупроводника.

Постановка задачи и метод решения

В представленной статье расчет параметров прямоугольного резонатора с двухслойным полупроводниковым элементом решается методом интегральных уравнений макроскопической электродинамики [1]. Этот метод позволяет учитывать как параметры полупроводникового элемента, так и его геометрическую форму и слоистую структуру.

Рассмотрим резонатор, содержащий двухслойный полупроводниковый элемент цилиндрической формы, с заданными комплексными диэлектрическими проницаемостями каждого из слоев (рис.1).

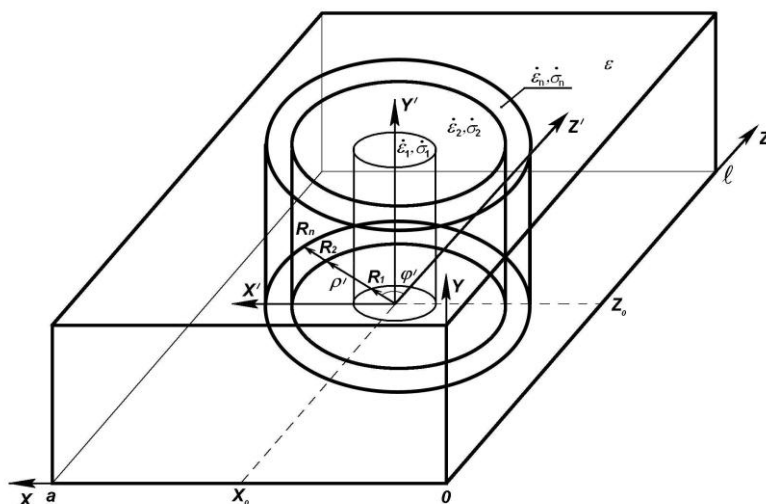


Рис. 1. Резонатор с двухслойным заполнением

Электромагнитное поле в резонаторе для k -й неоднородности удовлетворяет интегральному уравнению, которое можно записать в следующем виде [2]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \sum_{k=1}^N \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t dt' \int_{V_k} \vec{G}(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot [\varepsilon_k - \varepsilon] \cdot \vec{E}(\vec{r}', t') d\vec{r}' - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \int_{V_k} \vec{G}(\vec{r}, t, \vec{r}', t') \cdot \sigma_k \cdot \vec{E}(\vec{r}', t') d\vec{r}' \right], \quad (1)$$

где $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ – начальное поле в резонаторе; $\vec{G}(\vec{r}, t, \vec{r}', t')$ – тензорная функция Грина прямоугольного резонатора; ε – диэлектрическая проницаемость свободного пространства; k – номер неоднородности; ε_k – диэлектрические проницаемости неоднородностей; σ_k – удельные проводимости неоднородностей.

Будем считать, что цилиндрическая неоднородность по высоте совпадает с волноводом, тогда решение системы интегральных уравнений (1) можно искать относительно составляющей напряженности электрического поля, которую представим в виде собственных функций прямоугольной области:

$$E(\vec{r}, t) = \sum_{\alpha, \beta=1}^{\infty} E_{\alpha\beta}(t) \cdot \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta\pi}{l} z\right). \quad (2)$$

Для рассматриваемой структуры, однородной вдоль оси y , в общем случае тензорная функция Грина, определяется одним диагональным элементом, который удовлетворяет граничным условиям на стенках резонатора, накладываемым на соответствующую компоненту поля. Поэтому функцию Грина $G(\vec{r}, t, \vec{r}', t')$ с условием ортогональности и нормировки в области $0 \leq x \leq a$, $0 \leq z \leq b$ можно представить в виде [3]:

$$G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = \frac{4}{\varepsilon \cdot a \cdot l \cdot \varepsilon_0 \mu_0} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\omega_{mn}} \sin\left(\frac{\omega_{mn}}{\sqrt{\varepsilon_1}}(t-t')\right) \cdot \Phi_{mn}(x, z) \cdot \Phi_{mn}(x', z'), \quad (3)$$

где a, l – размеры прямоугольного резонатора; $\omega_{mn} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2}$ – собственные частоты резонатора в отсутствие неоднородностей; c – скорость света; $\Phi_{mn}(x, z) = \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)$ – собственные функции прямоугольной области.

Так как прямоугольный резонатор является системой с высокой добротностью, то изменение энергии за период незначительно по сравнению с энергией запасенной в резонаторе. В этом случае в резонаторе будут происходить колебания близкие к гармоническим и поэтому функцию $E_{\alpha\beta}(t)$ можно представить в виде

$$E_q(t) = \sum_{r=1}^{\infty} U_{rq} \cdot e^{j\omega_r t}, \quad (4)$$

где $\omega_r = \omega'_r + j \cdot \omega''_r$ – комплексная частота r -го типа колебаний; $q = \beta + \beta(\alpha - 1)$ – совокупность индексов α и β .

Подстановка выражений (2) – (4) для рассматриваемой структуры в (1) приводит к системам алгебраических уравнений. Первая система, коэффициенты которой пропорциональны $\exp(j\omega_p t)$ является однородной и позволяет вычислить комплексные частоты резонатора и отношения амплитуд возбуждаемых колебаний. Вторая система, коэффициенты которой

пропорциональны $\exp(j\omega_p t)$, является неоднородной и позволяет определить абсолютные значения амплитуды колебаний, возбуждаемых в резонаторе при заданном поле $E_0(r, t)$.

Рассмотрим однородную систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\infty} \left[\left(\left(\frac{\varepsilon_k - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} - j \frac{\sigma_k}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\omega_r}{\omega_r^2 - \tilde{\omega}_p^2} \right) A_{pq}^{(k)} + \delta_{pq} \right) U_{rq} \right] = 0, \quad (5)$$

где $p = 1, 2, 3, \dots$; δ_{pq} – символ Кронекера; $\tilde{\omega}_p = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon}}$.

Второе слагаемое в системе (5) показывает, что рассматриваемая структура является неконсервативной и в зависимости от знака действительной части проводимости может быть как действительной (при $\delta' > 0$) с потерей энергии, так и активной (при $\delta' < 0$) с выделением энергии.

Численные результаты

Так как размеры полупроводникового элемента сравнимы с размерами резонатора и резонансной длиной волны, то получить решение системы (5) в замкнутом виде не представляется возможным. Поэтому решение СЛАУ проводилось численно.

Большое число типов полупроводниковых диодов сантиметрового диапазона имеет патронную конструкцию, основным элементом которой служат латунные ниппели, осуществляющие контакт со стенками резонатора и керамический корпус цилиндрической формы. Поэтому для расчетов выбрана конструкция, показанная на рис. 1, где внутренний цилиндр представляет полупроводник с параметрами ε_1' и комплексной проводимостью σ_1' , а внешний цилиндр является диэлектриком с параметрами ε_2' и $tg(\delta_\varepsilon)$.

В полупроводниковых диодах в зависимости от режима работы проводимость р-п перехода может изменяться в широких пределах, принимая как положительные так и отрицательные значения [4].

На рис. 2, 3 приведены значения нормированной комплексной частоты (действительной $\frac{\omega' a}{c}$ и мнимой $\frac{\omega'' a}{c}$) в зависимости от параметров полупроводникового элемента.

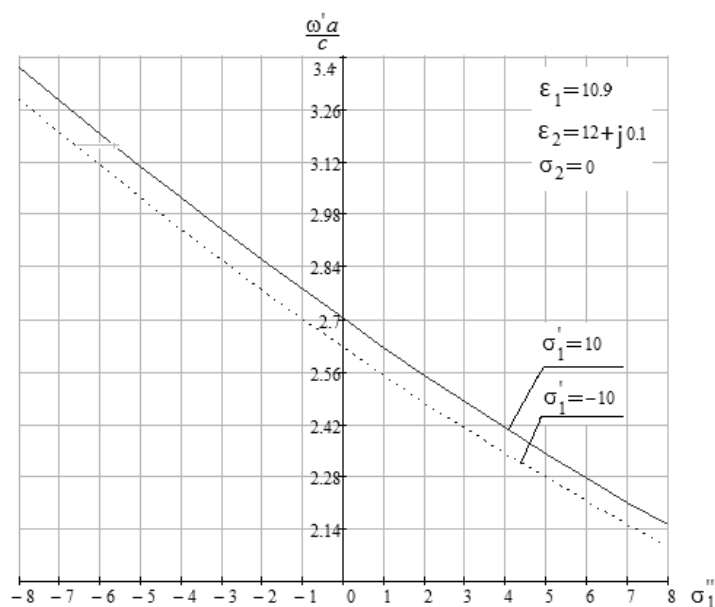


Рис. 2. Зависимость собственной частоты резонатора от мнимой части проводимости

Величина $\frac{\omega' a}{c}$ характеризует частоту основного типа колебаний резонатора, а величина $\frac{\omega'' a}{c}$ является декрементом затухания, когда она положительна и лежит в верхней полуплоскости графика на рис. 3 или инкрементом нарастания колебаний, когда она отрицательна и лежит в нижней полуплоскости.

Особенностью всех графиков является линейная зависимость как действительной так и мнимой частей комплексной частоты от проводимости р-п перехода полупроводника.

Точки пересечения прямых с осью абсцисс на графиках (рис. 2, 3) соответствуют условию, когда потери высокочастотной энергии за период компенсируются выделением ее полупроводниковым элементом, что соответствует режиму регенерации.

Область расположенная слева от точки пересечения соответствует нарастающему процессу с частотой ω_r' и декрементом ω_r'' которые вычисляются из системы (5).

Изменение потерь в системе (разные значения $\text{tg}(\delta)$) приводят лишь только к параллельному перемещению прямых в плоскости параметров $\left(\frac{\omega_r'' a}{c}, \sigma_r'\right)$ и $\left(\frac{\omega_r' a}{c}, \sigma_r''\right)$.

Рассмотренный метод позволяет определять комплексные частоты резонатора с n -слойным цилиндрическим полупроводником с разными параметрами слоев.

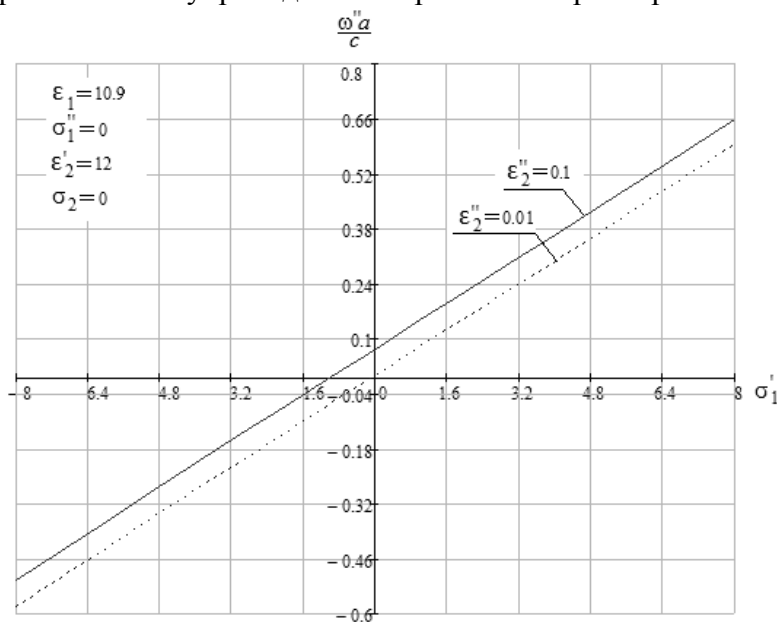


Рис. 3. Мнимая часть нормированной комплексной частоты резонатора

Выводы

Рассмотрено развитие метода интегральных уравнений макроскопической электродинамики, позволяющего строго решать электродинамические задачи для резонаторных структур с произвольным числом неоднородностей.

С помощью метода интегральных уравнений вычислены комплексные частоты низшего типа колебаний резонатора с двухслойной цилиндрической вставкой, представляющей модель полупроводникового диода.

Показано, как влияют параметры вещества из которого изготовлены вставки на комплексную частоту резонаторной структуры и установлена линейная зависимость как действительной так и мнимой частей комплексной частоты от проводимости р-п перехода полупроводника.

Метод позволяет оптимизировать параметры резонатора при решении конкретных практических вопросов в зависимости от геометрии и параметров полупроводниковых и диэлектрических структур.

Список литературы: 1. *Хижняк, Н.А.* Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – К. : Наук. думка, 1986. – 279 с. 2. *Бондарев, В.П.* К устойчивости электромагнитных колебаний в резонаторе, заполненном нестационарной средой // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1986. – Т. 29, №4. – С. 470-476. 3. *Bondaryev, V. P., Samoylyk, S.S.* Proper frequencies of a rectangular resonator with multilayer semiconductor cylinder heterogeneity : Proceedings of the Sixth Kharkov International Symposium [«Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves – MSMW’2007»], (Ukraine, Kharkov, June 25 – 30, 2007) / Scientific Council of the National Academy of Sciences of Ukraine on Radio-Physics and Microwave electronics. Kharkov : Kharkov State University. – 2007. – Vol. 1. – P. 366-368. 4. *Касаткин, Л.В., Чайка, В.Е.* Полупроводниковые устройства диапазона миллиметровых волн. – Севастополь : Вебер, 2006. – 319 с.

Запорожский национальный технический университет

Поступила в редколлегию 08.04.2016