

**АНАЛИЗ СВОЙСТВ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ
В АПЕРТУРЕ ОТКРЫТОГО КОАКСИАЛЬНОГО СЕНСОРА**

Введение

Современный уровень развития микроконтроллерной техники позволяет реализовать в средствах оперативного контроля косвенные методы измерений, которые раньше были доступны только в лабораторных условиях. В настоящее время известны или интенсивно исследуются связи между свойствами веществ и объектов с их электрофизическими характеристиками. Открытый конец коаксиальной линии, создающий в ближнем пространстве электромагнитное поле, является удобным сенсором для оперативного определения параметров веществ и объектов. Современное ПО обеспечивает инженерный расчет его передаточных функций, но для исходного выбора и анализа конкретных конструкций более удобно аналитическое решение.

Анализ свойств открытого конца коаксиальной линии имеет длительную историю [1]. Но обычно рассматривают вопросы излучения [2]. Измерительные аспекты анализируются реже [3]. При этом, как правило, подразумевают использование измерителей в лабораторных условиях [4]. Математическое описание открытого конца коаксиальной линии крайне громоздко, поэтому используют приближенные варианты [5 –]. В [8] эта задача сформулирована в строгой постановке и также в строгой постановке представлен путь ее решения.

В данной работе ставится цель развития методики определения на качественном уровне характера поведения передаточных функций открытого коаксиального сенсора (ОКС).

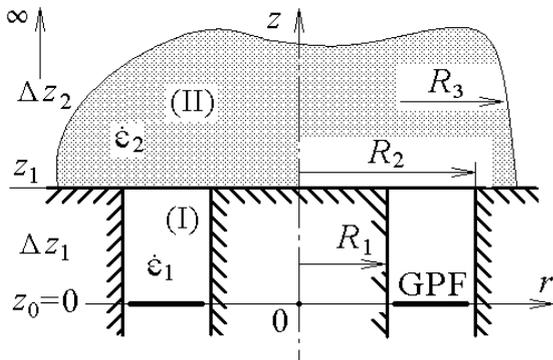


Рис. 1. Геометрическая схема открытого коаксиального сенсора:
I – коаксиальная линия,
II – исследуемый образец

Поскольку это объемная задача, то здесь ограничимся анализом исходных приближений и свойств ядра интегрального уравнения, их связями с физическими свойствами сенсора.

Уравнение поля коаксиальной апертуры

В [8] получено интегральное уравнение относительно радиальной компоненты электрического поля $E_r(z_1, r)$ в апертуре ОКС в виде открытого конца коаксиальной линии в плоском экране (рис. 1). Далее сохранены принятые в [8] обозначения. Полученное уравнение в приближении заданного поля имеет следующий вид:

$$\int_{R_1}^{R_2} E_r(z_1, r') [\epsilon_2 \dot{S}_3(r, r') + \epsilon_1 \dot{S}_2(r, r')] r' dr' = \epsilon_1 \int_{R_1}^{R_2} E_r(z_0, r') \dot{S}_1(r, r') r' dr' , \tag{1}$$

где

$$\dot{S}_1(r, r') = \sum_n \frac{2\pi r' E_r(r', z_0) \text{csh}(\gamma_n^c \Delta z_1)}{\eta_n^c (k_n^c)^2 \gamma_n^c} \frac{\partial(\chi_n^c(r))}{\partial r} \frac{\partial(\chi_n^c(r'))}{\partial r'};$$

$$\dot{S}_2(r, r') = \sum_n \frac{2\pi r' E_r(r', z_0) \text{cth}(\gamma_n^c \Delta z_1)}{\eta_n^c (k_n^c)^2 \gamma_n^c} \frac{\partial(\chi_n^c(r))}{\partial r} \frac{\partial(\chi_n^c(r'))}{\partial r'};$$

$\dot{S}_3(r, r') = \int_0^\infty J_1(\kappa r) J_1(\kappa r') \frac{\kappa}{\gamma_2(\kappa)} d\kappa$; k_n^c – при $n = 1, 2 \dots$ n -й корень уравнения:

$$\begin{aligned} Y_0(k_n^c R_2) \cdot J_0(k_n^c R_1) - Y_0(k_n^c R_1) \cdot J_0(k_n^c R_2) &= 0; \\ \chi_n^c(r) &= Y_0(k_n^c R_1) \cdot J_0(k_n^c r) - Y_0(k_n^c r) \cdot J_0(k_n^c R_1); \\ \eta_n^c &= \frac{2\pi}{v_0} \left[0,5 \cdot R_2^2 \cdot \left[Y_0(k_n^c R_1) \cdot J_1(k_n^c R_2) - Y_1(k_n^c R_2) \cdot J_0(k_n^c R_1) \right]^2 - \right. \\ &\quad \left. - 0,5 \cdot R_1^2 \cdot \left[Y_0(k_n^c R_1) \cdot J_1(k_n^c R_1) - Y_1(k_n^c R_1) \cdot J_0(k_n^c R_1) \right]^2 \right]; \end{aligned}$$

v_0 – коэффициент ряда Фурье азимутальных компонент, $v_m = 1$ при $m = 0$ и $v_m = 2$ при $m > 1$;

$$\gamma_n^c = \sqrt{(k_n^c)^2 - \varepsilon_1 k_0^2};$$

при $n = 0$: $\chi_0^c(r) = \ln(k_0 r)$, $\gamma_0^c = \sqrt{-\varepsilon_1 k_0^2}$, $\eta_0^c = \frac{2\pi}{v_0} \ln(R_2/R_1)$.

Процедура алгебраизации (1) детально показана в [8]. Она приводит к системе уравнений

$$e_n (a_{m,n} + b_{m,n}) = u_m d_m, \quad (2)$$

где e_n – коэффициенты разложения $E_r(z_1, r')$; $a_{m,n}$, $b_{m,n}$, d_m – получены на основании разложений $\dot{S}_3(r, r')$, $\dot{S}_2(r, r')$ и $\dot{S}_1(r, r')$.

В общем случае произвольного задания поля $E_r(z_0, r')$ коэффициенты u_m представляют его разложение по базису цилиндрических функций. Но наибольший практический интерес представляет задание источника в плоскости заданного поля (Given Field Plane – GFP) в виде основной моды (TEM) [7]: $E_r(z_0, r) = U_0 r^{-1}$, где U_0 – произвольное напряжение. В этом случае в правых частях (2) отличен от нуля только $u_0 d_0$.

Выбор условий анализа

Для определенности выберем $R_1 = R_2 / 2$ и будем считать, что $R_2 = 2$ мм, $R_1 = 1$ мм. Диэлектрическую проницаемость линии ε'_1 возьмем равной 1. Диэлектрическая проницаемость образца ε'_2 в процессе исследований должна меняться. Потерями в стенках линии и в экране пренебрежем, а потери в диэлектрической вставке, закрывающей коаксиальную линию, и в образце можно считать небольшими.

Оценка вклада высших гармоник заданного поля

Анализ начнем с оценки возможного вклада высших составляющих при произвольном распределении $E_r(z_0, r)$. Для этого проведем анализ непосредственно членов исходного ряда $\dot{S}_1(r, r')$ в (1) и оценим возможное влияние ее высших гармоник на результаты расчета e_n . На рис. 2 представлено поведение действительных частей слагаемого ряда $\dot{S}_1(r, r')$ с нулевым номером (рис. 2, а) и суммы остальных (рис. 2, б). По осям x и y отложены значения величин r и r' , при этом «0» на графиках соответствует значению R_1 , «20» – R_2 .

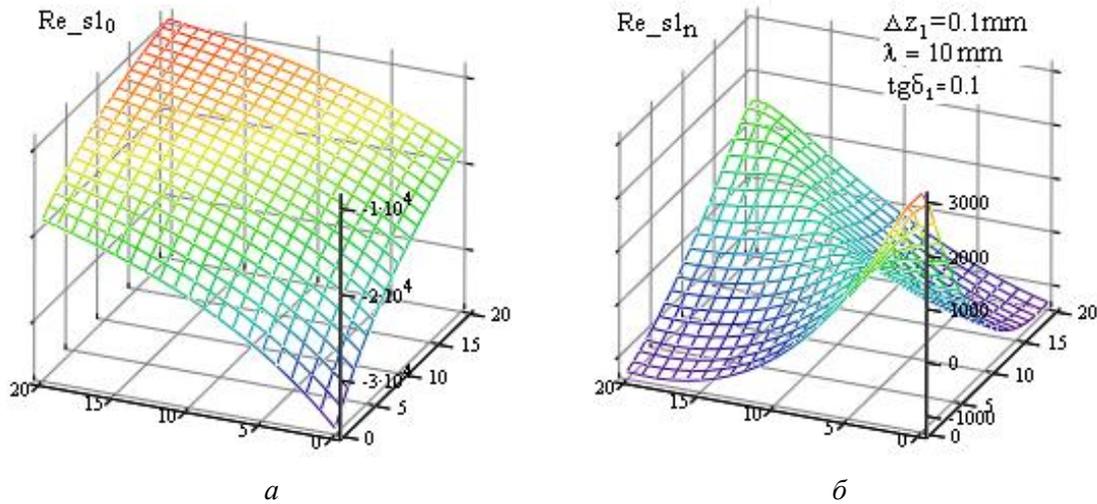


Рис. 2. Соотношение действительных частей слагаемых ряда $\dot{S}_1(r, r\phi)$ с нулевым номером (а) и суммы остальных (б)

Для этих расчетов выбраны параметры, которые указаны на рис.2, б. Эти значения можно считать предельными в случаях, представляющих ценность на практике. При увеличении длины волны или отрезка Δz_1 действительная часть суммы высших слагаемых (рис.2, б) уменьшается, что соответствует физическим представлениям. Отношения суммы величин мнимых частей слагаемых с высшими номерами и мнимой части слагаемого с нулевым номером к их действительным частям в первом приближении относятся как $\text{tg } \delta_1$. Это также обосновано, поскольку в этом отрезке существуют только тепловые потери.

В первом приближении соотношение вкладов высших и основной гармоник $E_r(z_0, r)$ определяется гиперболическими косекансами в слагаемых $\dot{S}_1(r, r')$. При больших значениях действительных частей аргументов ($>3 \dots 10$) поведение гиперболических косекансов практически экспоненциальное. Величины действительных частей обусловлены значениями корней k_n^c в γ_n^c . Чтобы численно оценить поведение γ_n^c воспользуемся выражением коэффициента

распространения γ_2 в образце, которое имеет ту же структуру, что и γ_n^c . На рис. 3 представлены зависимости действительной и мнимой части γ_2 при $\lambda = 10\text{мм}$ и двух значения потерь: $\text{tg } \delta_2 = 10^{-3}$, $\text{tg } \delta'_2 = 0.3$.

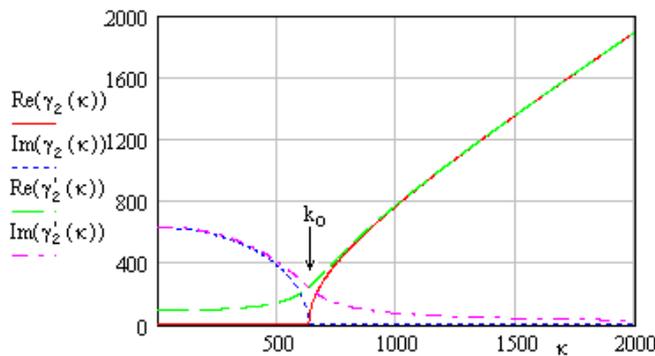


Рис. 3. Зависимости действительной и мнимой части коэффициента распространения γ_2 : при $\gamma_2(\kappa, \text{tg } \delta_2 = 10^{-3})$ и при $\gamma'_2(\kappa, \text{tg } \delta'_2 = 0.3)$

Значения корней k_n^c с номерами $n=1 \dots 3$ равны соответственно: 3123, 6273 и 9418. Эти значения лежат за пределами области изображенной на рис. 3. При малых значениях Δz_1 , например, как на рис. 2 ($\Delta z_1 = 0.01\lambda$), значение $\text{csh}(\gamma_n^c \Delta z_1)$ еще велико, и уменьшение определяется остальными сомножителями

в членах ряда $\dot{S}_1(r, r')$. Но уже здесь уменьшение настолько быстрое, что исключена диагональная особенность на распределениях $\dot{S}_1(r, r')$ (рис.2, а, б).

Таким образом, даже при произвольных $E_r(z_0, r)$ вклад высших гармоник поля источника можно сделать исчезающе малым. В частности, положение плоскости заданного поля можно выбрать из условия $\Delta z_1 > 0.01\lambda$. При дальнейшем рассмотрении доминирующих составляющих в данном отрезке коаксиальной линии без нагрузки можно пользоваться приближением «идеального холостого хода» (ИХХ) для основной гармоники поля. То есть не рассматривать высшие гармоники в GFP и при этом иметь основание, как и ранее, считать, что вся отраженная энергия передается полем основной гармоники [9].

Анализ компонент ядра интегрального уравнения

Ядро интегрального уравнения содержит две составляющие, полученные на основании сумм $\dot{S}_2(r, r')$ и $\dot{S}_3(r, r')$. На рис.4, а, б в координатах r и r' (аналогично рис. 2) представлены действительная и мнимая части $\dot{S}_2(r, r')$. Параметры графиков следующие: $\Delta z_1 = 1$ мм и $\lambda = 30$ мм, $\varepsilon'_2 = \varepsilon'_1 = 1$, $\text{tg } \delta_1 = \text{tg } \delta_2 = 0.001$.

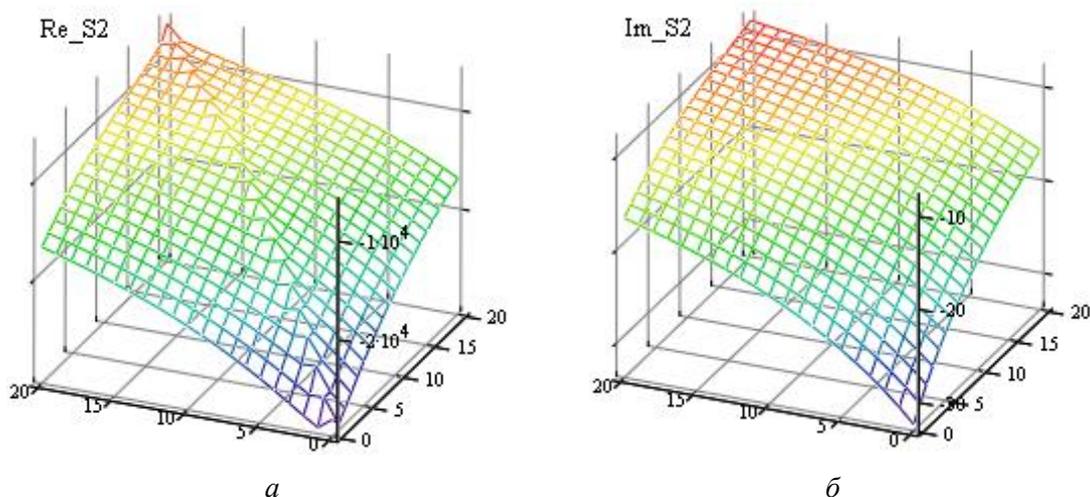


Рис. 4. Действительная (а) и мнимая (б) части $\dot{S}_2(r, r')$

На рис. 4, а присутствует диагональная особенность ядра. Это обусловлено тем, что в членах ряда $\dot{S}_2(r, r') \text{cth}(\gamma_n^c \Delta z_1) \rightarrow 1$, поэтому их величины определяются γ_n^c в знаменателях. В первом приближении они пропорциональны номеру n . Тем менее, эта особенность выражена слабо, так как первый член ряда существенно больше остальных. Это указывает на то, что вклад высших компонент, по сравнению с нулевой незначителен, что еще раз доказывает допустимость использования ИХХ приближения. Дальнейшие расчеты (при $\lambda = 10$ мм) показали, что с уменьшением длины волны этот вклад увеличивается. На мнимой компоненте $\dot{S}_2(r, r')$ особенность не просматривается ни при $\lambda = 30$ мм, ни при $\lambda = 10$ мм. Это соответствует аналитическому представлению, поскольку значения мнимых частей сомножителей γ_n^c в знаменателях слагаемых $\dot{S}_2(r, r')$ при $k_n^c > k_0$ быстро стремятся к нулю (рис. 3). А общий уровень мнимой компоненты этого составляющего уравнения (1) будет определяться мнимой частью $\dot{\varepsilon}_1$.

На физическом уровне особенность действительной части (рис.4, а) можно интерпретировать как вклад источника $E_r(z_1, r')$ в распределение интенсивности поля в плоскости апертуры. Но даже в этом случае основная мода доминирует. При ее отсутствии характер графиков существенно изменяется. Это показывает поведение действительной и мнимой частей $\dot{S}_3(r, r')$ (рис.5 а, б).

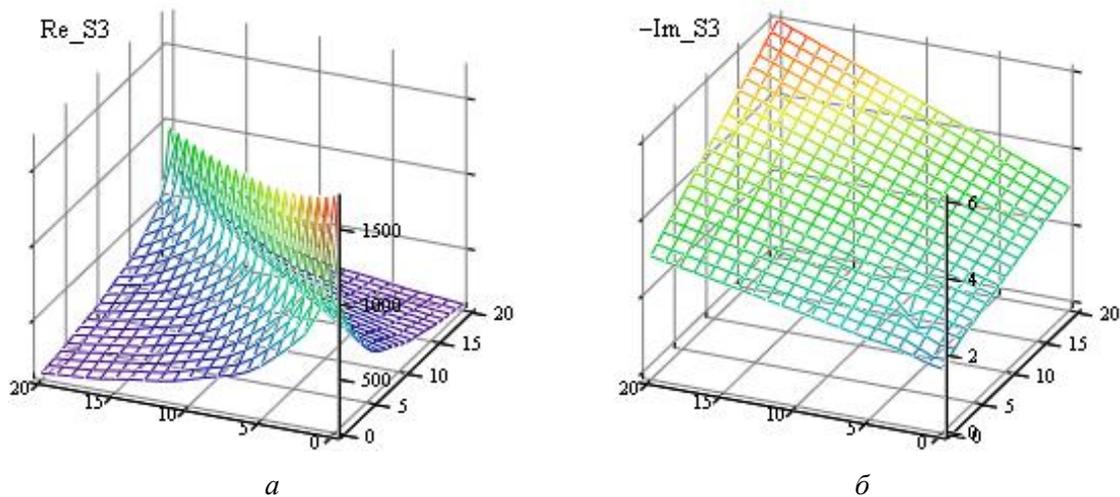


Рис. 5. Действительная (а) и мнимая (б) части $\dot{S}_3(r, r')$

Действительная часть $\dot{S}_3(r, r')$ определяет реактивную мощность поля в образце. Ее форма определяется только высшими компонентами. Общая величина существенно меньше, чем величина действительной части $\dot{S}_2(r, r')$. По их соотношению можно оценить точность приближения ИХХ для апертуры.

Поведение мнимой части $\dot{S}_3(r, r')$ более сложно. Поверхности мнимых частей $\dot{S}_2(r, r')$ и $\dot{S}_3(r, r')$ имеют разное направление наклона. Это соответствует физическим представлениям. Тепловые потери выше у центрального проводника, а вклад излучаемого поле возрастает с увеличением внешнего радиуса апертуры. Это справедливо при $2R_2 < \lambda$, что в данном случае выполняется. Но и при произвольных R_1 и R_2 апертура является излучателем. В его ближнем поле доминирует одна гармоника. Ее наиболее простое представление, как и поля в коаксиальной линии, будет в цилиндрической системе. Дальнейшая трансформация излученного поля и появление сферических гармоник происходит при переходе к дальней зоне. Уровень излученного поля существенно падает с увеличением λ . Но если потери в диэлектрике линии и в образце ($\text{tg } \delta_1$ и $\text{tg } \delta_2$) соизмеримы, то он меньше потерь в линии, так как поле в ней определяется ТЕМ модой, уровень которой существенно превосходит остальные составляющие.

Действительная и мнимая части ядра уравнения (1) представлены на рис.6, а,б.

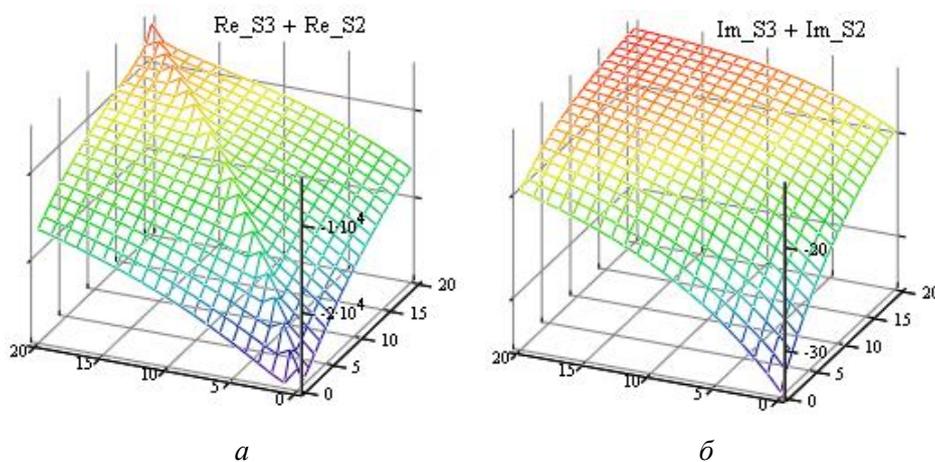


Рис. 6. Действительная (а) и мнимая (б) части ядра интегрального уравнения

Составляющие первого порядка малости определяют особенность реальной части суммы $\dot{S}_2(r, r')$ и $\dot{S}_3(r, r')$. Физически она соответствует суммарной (активной и реактивной) мощности электромагнитного поля, прошедшего через апертуру. Но и в этом случае основной вклад вносит поле ТЕМ волны. Это существенно упрощает решение ряда частных задач, в частности, емкости свободной и нагруженной апертуры, что было сделано ранее [10]. В этих задачах в первом приближении в качестве источника также было допустимо использовать заданное поле в виде $E_r(r) = U_0 r^{-1}$ при некотором заглублении GFP в коаксиальную линию. По результатам настоящей работы можно сказать, что в целом точность таких приближений при любом положении GFP в глубине линии будет достаточна для предварительной оценки свойств ОКС.

Выводы

Поскольку малая апертура ОКС будет работать в режиме близком к «идеальному холостому ходу», то в качестве вторичного преобразователя необходимо использовать высокодобротный резонатор. Иные преобразователи – многозондовая линия, измеритель КСВ – не обеспечат высокую точность.

Возможно упрощение расчетов, поскольку высшие составляющие поля будут ослаблены участком коаксиальной линии даже при неглубоком положении GFP.

Работа также показывает, что основные элементы конструкции и параметры ОКС можно точно определить, используя аналитическое представление.

Данная работа выполнена благодаря поддержке со стороны проектов No. XDB2014-18 и No. NDJY15Z13 Хэйлунцзянского Бауи аграрного университета (КНР).

Список литературы: 1. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. – М. : Изд-во иностр. лит., 1954. – 584с. 2. *Думин А. Н.* Дифракция нестационарной ТЕМ-волны на открытом конце коаксиального волновода / А.Н. Думин, В.А. Катрич, Н.Н. Колчигин, С.Н. Пивненко, О.А. Третьяков // Радиофизика и радиоастрономия. – 2000. – Т. 5, № 1. – С. 55-67. 3. *Лаунец В. Л.* Исследование ближнеполевого взаимодействия открытого конца коаксиального волновода / В. Л. Лаунец, В. В. Олейник // Материалы 13-й Междунар. Крымской конференции "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 2003. – 836 с. 4. *Иванов В.К.* Определение комплексной диэлектрической проницаемости жидкостей коаксиальными зондами с использованием подложек из метаматериала / В.К. Иванов, А.О. Силин, А.М. Стадник // Радіофізика та електроніка. – 2011. – Т.2(16), No 1. – С.91-98. 5. *Детинко М.В.,* Электродинамическая модель СВЧ- резонатора с кольцевым измерительным отверстием, нагруженного на многослойную полупроводниковую структуру / М.В.Детинко, С.А. Хоптяр // Изв. вузов. Физика. – 1993. – №9. – С. 53-58. 6. *Гордиенко Ю.Е.* Оценка численно-аналитических моделей СВЧ резонаторных сенсоров (датчиков) с коаксиальной измерительной апертурой / Ю.Е. Гордиенко, В.В. Петров, Фади Мохамад Хаммуд // Радиотехника. – 2005. – № 140. – С. 156-162. 7. *Гордиенко Ю.Е.* Приближение заданного поля в задачах определения характеристик резонаторных СВЧ-датчиков апертурного типа / Ю.Е. Гордиенко, А.Ю. Панченко, Р.С. Фар // Радиотехника. – 1998. – Вып. 107. – С. 93-103. 8. *Лю Чан.* Интегральное уравнение для распределения поля в плоскости апертуры коаксиального сенсора / Чан Лю, А.Ю. Панченко, Н.И. Слипченко // Радиотехника. – 2015.– Вып. 183. – С. 84-89. 9. *Panchenko A.Yu.* Modeling a Small Aperture Resonator Type Microwave Meter of Substance Parameter / A.Yu. Panchenko // Telecommunications and Radio Engineering. – 1998. – Vol.52, N8. – P.42-44. 10. *Panchenko A.Yu.* On the development of a practical technique of theoretical calibration of resonant sensors for near-field microwave diagnostics / A.Yu. Panchenko, N.I. Slipchenko, A.N Borodkina // Telecommunication and Radio Engineering. – 2014. – №73(15). – P.1397-1407.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 23.02.2016