ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

УДК 621.372; 616.12-073.7

Н.О. ТУЛЯКОВА, канд. техн. наук, А.Н. ТРОФИМЧУК, д-р техн. наук,
Н.Н. БУДНИК, д-р техн. наук, А.Е. СТРИЖАК, д-р техн. наук

ПРИМЕНЕНИЕ ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНОЙ УСТОЙЧИВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК ЭКСТРЕМУМОВ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

Введение

Во многих приложениях цифровой обработки сигналов, в частности в области биомедицинских измерений, актуальна задача повышения точности оценок параметров сигнала, к которым относятся координаты экстремумов различной формы, в частности треугольной и параболической. В процессе первичных измерений значений исследуемой физической величины возникают ошибки, обусловленные несовершенством измерительного преобразователя, электронными шумами усилителя и аппаратуры, условиями регистрации сигнала, воздействием внешних электромагнитных полей. В биомедицинских сигналах также присутствуют сложные помехи, вызванные внутренними факторами, так как физиологическая система – сложный конгломерат нескольких систем и процессов, порождающих множество сигналов, поэтому исследуемый сигнал доступен в смеси с физиологическими помехами.

Наличие ошибок измерений и помех является причиной существенного ухудшения точности оценок параметров сигнала, в частности экстремумов. В связи с этим процесс, как правило, подвергается вторичной обработке цифровым фильтром. При выборе наиболее подходящего метода фильтрации необходимо учитывать, что помимо полезного эффекта подавления помех фильтром вносятся искажения (динамические ошибки) в информативный сигнал, причем статистические – степень подавления шума и устранение выбросов и динамические – способность сохранять сигналы различной формы свойства большинства фильтров противоречивы [1]. В связи с этим, если рассматривать задачу выбора наиболее подходящего метода фильтрации процесса, содержащего фрагменты различных экстремумов, то следует рассмотреть адаптивные фильтры, обеспечивающие приемлемый компромисс противоречия динамических и статистических свойств. К таким методам относятся нелинейные локально-адаптивные фильтры (ЛАФ) в скользящем окне данных [2, 3], обеспечивающие высокие интегральные показатели качества фильтрации процессов, содержащих элементарные сигналы различного типа. Данные ЛАФ, относящиеся к классу нелинейных устойчивых (робастных) фильтров, также способны устранять выбросы, возникающие в сигнале в результате аномальных ошибок.

Проведенные ранее исследования показали, что применение нелинейной устойчивой фильтрации приводит к существенному повышению точности оценок параметров пика и параболы: дисперсия оценок координат экстремумов в сравнении с аналогичными оценками по исходному сигналу уменьшается в единицы, а при наличии выбросов – в десятки раз [4]. При этом нелинейными ЛАФ одновременно обеспечивается высокая точность оценок координат параболического и треугольного экстремумов. Данные нелинейные ЛАФ характеризуются высокой эффективностью фильтрации процессов с различным, априорно неизвестным поведением информативной компоненты, регистрируемых с небольшой частотой дискретизации (200 – 500 Гц), не требуют времени для настройки параметров фильтра, имеют высокое быстродействие, позволяющее обрабатывать сигнал в реальном времени. Перечисленные достоинства служат основанием для дальнейшего исследования эффективности применения нелинейных ЛАФ для повышения точности оценок координат экстремумов.

Локально-адаптивные нелинейные фильтры в скользящем окне данных

Принцип локальной адаптации заключается в следующем: для каждого i-го положения скользящего окна вычисляются статистические показатели – параметры локальной адаптации (ПЛА), на основе которых выполняется адаптация алгоритма фильтрации с целью наилучшего качества обработки локального фрагмента сигнала. При этом учитывается приоритет требований вторичной обработки: алгоритм фильтрации для окрестностей с высокой динамикой сигнала должен обеспечивать высокие динамические свойства, на участках приблизительно линейного поведения сигнала характеризоваться высокой степенью подавления шума, а при промежуточных соотношениях динамических ошибок и уровня зашумленности сигнала иметь средние свойства. В результате достигаются высокие интегральные показатели эффективности фильтрации процессов с различным типом поведения информативной компоненты в условиях воздействия различного уровня шума и комплексных помех [2, 3].

Рассмотрим нелинейные ЛАФ, имеющие простые алгоритмы и скользящие окна небольшого размера [3, 5 – 7], благодаря чему, а также применению программной оптимизации, использующей параллельные потоки, синхронизацию и быстрые алгоритмы, осуществляется оперативная фильтрация дискретного процесса в реальном времени.

В [3] предложены нелинейные ЛАФ на основе ПЛА, вычисляемым по формулам:

$$Z(i) = \sum_{k=i-(N-1)/2}^{i+(N-1)/2} (y^f(k) - x(k)) / \sum_{k=i-(N-1)/2}^{i+(N-1)/2} |y^f(k) - x(k)|, \tag{1}$$

$$Q_Z(i) = Z^{(q)}(i) - Z^{(p)}(i),\ q - p \approx N/2, q > p,\ \ Z = \{Z(i-k), \ldots, Z(i+k)\},\ k = \overline{1, N/2}, \tag{2}$$

где $x(k)$, $y^f(k)$ – соответствующие k-е отсчеты входного сигнала и выходного сигнала предварительного фильтра со средними свойствами и размером окна N; i – индекс центрального положения скользящего окна; q, p – номера порядковых статистик упорядоченного множества в пределах окна размером N.

Z-параметр (1) применяется в нелинейных ЛАФ с “жестким” переключением параметров, обеспечивающих высокую эффективность подавления шума, описываемого гауссовой или близкой к гауссовой плотностью распределения вероятностей (ПРВ), и устойчиво функционирует в условиях априорной неопределенности модели изменения сигнала и дисперсии шума, что является важным для практических ситуаций достоинством данного ПЛА [2, 3, 8]. Квазиразмах Q_Z (2) служит детектором скачка и применяется в комплексе с Z-параметром.

Один из наилучших вариантов нелинейных ЛАФ с “жестким” переключением построен на следующих компонентах [3]: медианном фильтре (*Med – Median filter*) с малым размером окна N=5, имеющем высокие динамические свойства, и α-урезанных фильтрах (*Alfa* – α-*trimmed filter*) со средним N=9 и большим N=13 размерами окна, характеризующимися соответственно средними свойствами и высокой степенью подавления шума. Данный ЛАФ (обозначим как $A1$) имеет высокие динамические и робастные свойства [3, 5, 8]. Выражение, описывающее выходной сигнал ЛАФ $A1$, имеет следующий вид:

$$y^{A1}(i) = \begin{cases} y^{Med5}(i), (Z_2^t \le Z(i) < 1) \vee (Q_Z(i) > Q_Z^t); \\ y^{Alfa9(2)}(i), (Z_1^t \le Z(i) < Z_2^t); \\ y^{Alfa13(3)}(i), (0 \le Z(i) < Z_1^t), \end{cases}, \tag{3}$$

где $y^{Med5}(i)$ – выходной сигнал медианного фильтра с размером скользящего окна N=5; $y^{Alfa9(2)}(i)$, $y^{Alfa13(3)}(i)$ – сигналы на выходах α-урезанных фильтров с размерами окон N=9, N=13 и значениями параметра урезания $[\alpha N]$=2, $[\alpha N]$=3 соответственно; $Z_1^t \approx 0{,}2$, $Z_2^t \approx 0{,}4$, $Q_Z^t \approx 0{,}4$ – пороговые значения для ПЛА $Z(i)$ и $Q_Z(i)$. В качестве предварительного фильтра для вычисления Z-параметра (1) применяется компонент с промежуточными свойствами – α – урезанный фильтр со средним размером окна N=9 и параметром $[\alpha N]$=2 (*Alfa9*(*2*)).

Предложен [5] нелинейный ЛАФ, в котором адаптивно переключаются выходные сигналы гибридных нелинейных фильтров с экстраполирующими КИХ-субапертурами 0-го и 1-го порядков. Данный ЛАФ (обозначим как *A*2) обеспечивает высокую степень подавления гауссова и смешанного аддитивного и сигнально зависимого шумов и хорошее сохранение треугольных и полиномиальных сигналов [8]. Сигнал на выходе ЛАФ А2 описывается как

$$y^{A2}(i) = \begin{cases} y^{PFMH13}(i), (Z_2^t \le Z(i) < 1) \vee (Q_Z(i) > Q_Z^t); \\ y^{OSFH13(0,4)}(i), (Z_1^t \le Z(i) < Z_2^t); \\ y^{FAH13(1)}(i), (0 \le Z(i) < Z_1^t); \end{cases} \quad , \qquad (4)$$

где $y^{PFMH13}(i)$ – выходной сигнал экстраполирующего КИХ-гибридного медианного фильтра (*PFMH – Predictive FIR Median Hybrid filter*) с размером окна N=13; $y^{OSFH13(0,4)}(i)$ – выходной сигнал КИХ-гибридного фильтра на порядковых статистиках (*OSFH – Ordered Statistics FIR Hybrid filter*) с размером окна N=13 и промежуточным значением параметра нелинейности свойств фильтра p=0,4, варьированием параметра $p \in [0, 1]$ изменяют степень нелинейности *OSFH* от линейного КИХ фильтра при p=0 до экстраполирующего КИХ-гибридного медианного при p=1; $y^{FAH13(1)}(i)$ – сигнал на выходе КИХ-гибридного α-урезанного фильтра (*FAH – FIR α-trimmed Hybrid filter*) с размером окна N=13 и параметром урезания $[\alpha N]$=1, данный нелинейный фильтр также используется как предварительный.

Мириадные локально-адаптивные фильтры

Мириадный фильтр (*Myr – Myriad filter*) относится к классу *М*-оценивателей (максимума правдоподобия) [1], имеет оптимальные свойства для семейства α-стабильных распределений [9], к которым относятся ПРВ Гаусса и Коши. Симметричным α-стабильным распределением моделируется ряд важных для практики процессов, порождаемых как суперпозиция множества малых независимых импульсных эффектов. Характеристика $\alpha \in (0; 2]$ определяет импульсивность (“вес” хвостов) распределения; значение α=2 соответствует ПРВ Гаусса, а α=1 – ПРВ Коши.

Мириадный фильтр в скользящем окне данных описывается выражением

$$\hat{\beta} \triangleq myriad(K; x_1, x_2, ..., x_N) = \arg\min_{\beta} \sum_{i=1}^{N} \log[(x_i - \beta)^2 + K^2], \qquad (5)$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_N$ – последовательность отсчетов в пределах окна размером N; K – параметр, называемый параметром линейности, $K > 0$.

Достоинством мириадного фильтра является возможность гибкой настройки свойств посредством изменения параметра K. При $K \to \infty$ мириадная оценка преобразуется в среднее выборки, а при $K \to 0$ имеет более высокую степень нелинейности свойств, чем медиана, являясь робастной оценкой моды выборки [9]. При больших значениях K мириадный фильтр как линейный усредняющий (*Mean– Mean filter*) обеспечивает высокую степень подавления гауссова шума, однако вносит большие ошибки в области резких изменений сигнала, а при малых K становится устойчивым к импульсному шуму, сохраняет скачки, однако недостаточно подавляет шум, в особенности на участках линейного изменения сигнала [10].

В [6, 7] предложены мириадные ЛАФ, в которых для каждого i-го положения скользящего окна выполняется адаптация параметра мириадной оценки K в зависимости от локальных (в окрестности текущего отсчета) свойств сигнала, определяемых на основе вычисления ПЛА. В мириадном ЛАФ [7] благодаря изменению размера скользящего окна дополнительно достигнута более высокая эффективность подавления шума на линейных участках сигнала.

В мириадном ЛАФ [6] (обозначим как $A3$) в качестве ПЛА предложено использовать параметр квазиразмаха $Q(i)=x^{(p)}-x^{(q)}$, $q<p$, p-$q \approx N/2$, где i – индекс центрального элемента скользящего окна; q, p – номера порядковых статистик выборки данных в пределах окна размером N. Адаптивная оценка параметра мириадного фильтра вычисляется как $K_{A3}(i)=bQ^f(i)$, где b – постоянный коэффициент; $Q^f(i)$ – значения квазиразмаха, обработанные медианным фильтром с тем же размером окна N. Для улучшения динамических свойств мириадного ЛАФ выбраны средние значения размера скользящего окна N=9 и коэффициента b=0,7 [6].

В мириадном ЛАФ [7] (обозначим как $A4$) используется аналогичное адаптивное вычисление оценки параметра мириады для каждого i-го положения скользящего окна как $K_A(i)=bK(i)$, только вместо квазиразмаха находится значение максимума абсолютных разностей элементов выборки данных $K(i)=\max\limits_{k\neq j} x(k)-x(j)\,||_{k,\,j=1}^{N}$, где N – размер окна. Предложено для локальной адаптации размера скользящего окна N в мириадном ЛАФ [7] использовать идею “жесткого” переключения выходных сигналов нелинейных фильтров с различными свойствами на основе получаемых для каждого i-го положения окна в результате вычисления Z-параметра (1) оценок локального отношения динамической ошибки предварительного фильтра и ошибки, обусловленной шумом. Таким образом, различаются ситуации, когда для обработки окрестности текущего отсчета следует применить нелинейный фильтр с высокими динамическими свойствами, и когда более целесообразна обработка фильтрами, характеризующимися высокой степенью подавления шума или средними свойствами [2, 3]. В мириадном ЛАФ [7] адаптивно переключаются выходные сигналы адаптивных мириадных фильтров с изменяемыми в зависимости от крутизны сигнала параметрами K и различными значениями размера скользящего окна N и коэффициента b. Выходной сигнал данного мириадного ЛАФ описывается по формуле

$$y^{A4}(i)=\begin{cases} y^{AMyr\,(N=7,\,b=0{,}3)}(i), (Z_2^t \le Z(i)<1)\vee(Q_Z(i)>Q_Z^t); \\ y^{AMyr\,(N=13,\,b=0{,}5)}(i), (Z_1^t \le Z(i)<Z_2^t); \\ y^{AMyr\,(N=15,\,b=1)}(i), (0 \le Z(i)<Z_1^t); \end{cases}, \qquad (6)$$

где $y^{AMyr}=myriad(K_A;\, x_1, x_2, \ldots, x_N)$ – выходной сигнал адаптивного мириадного фильтра (*AMyr* – *Adaptive Myriad filter*) с гибким изменением параметра мириадной оценки K_A и фиксированными значениями коэффициента b и размера скользящего окна N. Для предварительной обработки и вычисления Z-параметра (1) применяется *AMyr* с параметрами N=15, b=1.

Параметры нелинейных ЛАФ подобраны численным моделированием по критериям минимума среднеквадратической ошибки и максимума отношения сигнал-шум для комплексной модели одномерного сигнала при воздействии различного уровня гауссова шума.

Модели сигналов и помех. Методы измерения координат экстремумов. Статистические оценки точности.

Модели сигнала $s(i)$ в области максимумов пика и параболы описываются выражениями

$$s(i)=\begin{cases}a_0+b_{01}[i-i_{\max}],\ i\le i_{\max};\\ a_0+b_{02}[i_{\max}-i],\ i>i_{\max},\end{cases},\ s(i)=a_0\pm b_0[i-i_{\max}]^2,$$

где i – индекс отсчетов дискретного сигнала $s(i)$; a_0, b_0, b_{01}, b_{02} – постоянные коэффициенты; $i_{\max}$ – точка истинного положения экстремума.

Модель помехи представим в виде $n(i)=n_a(i)+n_s(i)$, где $n_a(i)$ – аддитивный гауссов шум с нулевым математическим ожиданием (МО) и дисперсией σ_a^2; $n_s(i)$ – импульсная помеха с вероятностью P_s принимающая значения $n_s(i)>3\sigma_a$.

Координаты экстремумов будем определять прямым методом нахождения точек максимумов и методом сечений, который существенно повышает точность оценок координат экстремумов [4].

Прямой метод определения координаты максимума задается выражением

$$\hat{i}_{\max}=\max_i\{x(i)\}_{i=1}^N,\ if\ [x(\hat{i}_{\max})>x(\hat{i}_{\max-1})]\wedge[x(\hat{i}_{\max})>x(\hat{i}_{\max+1})],\qquad(7)$$

где $\{x(i)\}$– последовательность отсчетов в окне размером N.

Метод сечений описывается как

$$\hat{i}_{\max}=(i_k+i_j)/2,\ if\ [x(j-1)\le\hat{x}_{\max}k_0<x(j)]\wedge[x(k-1)\le\hat{x}_{\max}k_0<x(k)],\ k>j\ ,\qquad(8)$$

где $\hat{x}_{\max}$ – предварительно оцененное значение функции в точке экстремума; $k_0\in[0;\ 1[$ – постоянный коэффициент.

Для анализа точности вычисляются численные характеристики: МО $M(i_{\max})=\sum_{j=1}^{N_R}\hat{i}_{\max}/N_R$, дисперсия $\sigma^2_{i_{\max}}=\sum_{j=1}^{N_R}[\hat{i}_{\max}-M(i_{\max})]^2/[N_R-1]$ и приведенная ошибка $\delta_{\hat{i}_{\max}}=[i_{\max}-M(i_{\max})]^2+\sigma^2_{i_{\max}}$, где $\hat{i}_{\max}$– оценка координаты экстремума пика (*peak*) и параболы (*parab*); $i_{\max}$ – истинное положение экстремума; N_R – количество реализаций для операции статистического усреднения.

При несимметричности пика ($|b_{01}|\ne|b_{02}|$) для метода сечений имеет место систематическая погрешность, проявляющаяся в смещении МО оценок координат, которое в случае квазипериодичности сигнала практически не оказывает влияния на статистические характеристики оценок временных интервалов, поэтому для данного метода будем основное внимание обращается на дисперсию оценок.

В присутствии импульсных помех описанные выше методы определения координат экстремумов не применимы. В связи с этим, применение робастных фильтров для предварительной обработки сигнала является наиболее целесообразным.

Анализ результатов исследования

Проанализируем эффективность применения нелинейных ЛАФ и неадаптивных фильтров для повышения точности оценок экстремумов по обработанному сигналу. Моделировались условия различного уровня гауссова шума и наличия импульсных помех (таблица).

При определении координаты пика прямым методом (7) наилучшими динамическими свойствами обладают нелинейные фильтры с экстраполирующими КИХ-субапертурами (*PFMH*, *OSFH*, *FAH*), о чем свидетельствуют близкие к истинному положению экстремума значения МО оценок координаты по обработанному сигналу. Наименьшие значения дисперсии также обеспечиваются данным классом нелинейных фильтров и мириадными фильтрами с линейными свойствами: при низком – среднем уровне шума наиболее эффективно применение *OSFH13*(*0,2*), *OSFH13*(*0,4*), *Myr9*(*10*), а при высоком – *FAH13*(*1*), *Myr13*(*10*), при наличии выбросов наиболее эффективны *FAH15*(*1*), *FAH13*(*1*), *Myr13*(*1*) и робастные медианный *Med9* и α-урезанный *Alfa9*(*2*) фильтры. Соответственно, среди нелинейных ЛАФ лучшие статистические характеристики точности имеет вариант *A*2 (4).

Применение метода сечений для определения координат пика в несколько раз, а для некоторых фильтров практически на порядок уменьшает дисперсию оценок. Как замечалось выше, для квазипериодических сигналов можно не учитывать систематическую погрешность, влияющую на показатели МО оценок координат, а показатели дисперсии в большей мере определяются эффективностью подавления шума фильтром. Так, среди неадаптивных фильтров наименьшую дисперсию в отсутствие импульсных помех обеспечивают линейный усредняющий фильтр (*Mean*, *N*=13) и мириадный фильтр с линейными свойствами (*Myr*, *N*=13, *K*=10), а среди нелинейных ЛАФ наилучший мириадный ЛАФ *A*4 (6), чем подтверждается его наиболее эффективное подавление шума на линейных участках сигнала [8].

Метод	Прямой метод						Метод сечений					
Сигнал	Треугольный			Параболический			Треугольный			Параболический		
Фильтр	$M(i_{peak})$	$\sigma^2_{i_{peak}}$	$\delta_{\hat{i}_{peak}}$	$M(i_{parab})$	$\sigma^2_{i_{parab}}$	$\delta_{\hat{i}_{parab}}$	$M(i_{peak})$	$\sigma^2_{i_{peak}}$	$\delta_{\hat{i}_{peak}}$	$M(i_{parab})$	$\sigma^2_{i_{parab}}$	$\delta_{\hat{i}_{parab}}$
1) низкий уровень шума: σ^2_a=0,003; i_{peak}=150, i_{parab}=275, N_R=200;												
None	149,7	0,756	0,85	275,17	5,23	5,26	148,1	0,523	4,13	275,04	0,234	0,24
Mean9	149,1	0,523	1,33	274,94	1,341	1,34	148,0	0,088	4,09	275,01	**0,01**	**0,01**
Mean13	148,7	0,579	2,27	275,11	**0,808**	**0,82**	148,0	**0,061**	**4,06**	275,02	0,107	0,11
Med9	149,4	0,524	0,88	275,19	1,521	1,56	147,9	0,339	4,75	274,99	0,181	0,18
Med13	149,2	0,689	1,33	275,02	1,257	1,26	148,0	0,265	4,27	275,04	0,165	0,17
Myr9(0,2)	149,1	0,489	1,30	275,11	1,334	1,35	147,9	0,185	4,59	274,99	0,135	0,14
Myr13(0,2)	148,9	0,746	1,96	274,94	1,036	1,04	147,9	0,176	4,59	274,99	0,117	0,12
Myr9(1)	149,1	0,523	1,33	274,94	1,341	1,34	148,0	0,090	4,09	275,01	**0,011**	**0,01**
Myr13(1)	148,7	0,536	2,23	275,12	**0,742**	**0,76**	148,0	0,079	4,08	274,99	0,066	0,07
Myr9(10)	149,0	**0,438**	1,44	275,23	1,597	1,65	148,0	0,102	4,10	274,98	0,023	0,02
Myr13(10)	148,8	0,534	1,97	274,98	1,034	1,03	148,0	**0,067**	**4,07**	274,97	0,104	0,10
Alfa9(2)	149,2	0,531	1,17	275,17	1,379	1,41	147,9	0,181	4,59	275,02	0,061	0,06
Alfa13(3)	149,0	0,586	1,59	274,84	**1,004**	**1,03**	147,9	0,109	4,52	274,99	0,034	0,03
PFMH9	**149,9**	1,241	1,25	274,86	5,49	5,51	148,0	0,377	4,38	275,01	0,142	0,14
PFMH13	**149,8**	0,614	0,65	274,88	5,92	5,93	147,9	0,318	4,73	275,01	0,115	0,12
OSFH9(0,2)	**149,8**	0,681	0,72	**275,01**	4,21	4,21	147,9	0,208	4,62	274,96	0,150	0,15
OSFH13(0,2)	**149,6**	**0,366**	**0,53**	274,93	2,675	2,68	147,9	0,151	4,56	275,01	0,081	0,08
OSFH9(0,4)	149,5	0,529	0,78	275,29	3,374	3,46	147,9	0,239	4,65	275,00	0,118	0,12
OSFH13(0,4)	**149,9**	**0,445**	**0,45**	275,14	3,87	3,89	147,9	0,177	4,59	274,96	0,118	0,12
FAH9(1)	149,5	0,64	0,89	275,04	2,294	2,30	147,9	0,166	4,58	275,01	0,072	0,07
FAH13(1)	149,7	0,588	0,68	274,94	1,741	1,74	147,9	0,138	4,55	274,99	0,052	0,05
A1	149,6	0,547	0,71	**274,97**	3,009	3,01	147,9	0,153	4,56	275,01	**0,086**	**0,09**
A2	**149,8**	**0,501**	**0,54**	274,8	4,918	4,96	148,0	0,153	**4,15**	274,99	0,131	0,13
A3	149,4	1,963	2,32	274,9	**2,506**	**2,52**	147,9	0,263	4,67	275,01	0,132	0,13
A4	149,4	1,314	1,67	275,05	2,963	2,97	147,9	**0,103**	4,51	275,00	0,175	0,18
2) средний уровень шума: σ^2_a=0,01; i_{peak}=150, i_{parab}=275, N_R=200;												
None	149,4	2,306	2,67	275,15	9,314	9,34	148,3	1,277	4,17	275,05	0,604	0,61
Mean9	149,2	1,278	1,92	274,82	2,928	2,96	148,0	0,275	4,28	275,00	**0,110**	**0,11**
Mean13	148,7	1,118	2,81	275,09	**1,922**	**1,93**	147,9	**0,185**	4,59	275,02	0,125	0,13
Med9	149,2	1,035	1,68	275,22	3,616	3,66	147,9	0,692	5,10	275,02	0,290	0,29
Med13	149,0	1,484	2,48	275,1	2,652	2,66	148,0	0,556	4,56	275,06	0,272	0,28
Myr9(0,2)	149,2	1,551	2,19	**275,03**	2,874	2,87	147,9	0,500	4,91	275,03	0,234	0,23
Myr13(0,2)	148,8	2,094	3,53	274,81	2,037	2,07	147,9	0,374	4,78	274,99	0,252	0,25
Myr9(1)	149,2	1,278	**1,92**	274,82	2,928	2,96	148,0	0,285	4,29	275,02	0,129	0,13
Myr13(1)	148,7	1,222	2,91	275,04	**1,624**	**1,63**	147,9	0,22	4,63	274,99	**0,092**	**0,09**
Myr9(10)	**149,0**	**1,015**	2,02	275,14	3,317	3,34	147,9	0,256	4,67	274,97	0,114	0,11

Myr13(10)	148,8	1,121	2,56	274,87	**1,913**	**1,93**	147,9	**0,169**	4,58	274,98	0,127	0,13
Alfa9	149,1	1,387	2,20	275,03	3,294	3,29	147,9	0,450	4,86	275,03	0,142	0,14
Alfa13	148,8	1,152	2,59	274,82	**2,046**	**2,08**	147,9	0,244	4,65	274,97	0,133	0,13
PFMH9	149,7	2,730	2,82	274,95	8,86	8,86	148,0	0,902	4,90	275,05	0,311	0,31
PFMH13	149,6	2,836	3,00	**275,02**	10,70	10,7	148,0	0,726	4,73	274,99	0,242	0,24
OSFH13(0,2)	**149,6**	**0,929**	**1,09**	274,77	4,870	4,92	147,9	0,417	4,83	275,03	0,164	0,16
OSFH13(0,4)	149,6	1,417	1,58	275,37	6,313	6,45	147,9	0,513	4,92	274,95	0,154	0,16
FAH13(1)	149,5	**1,018**	1,27	274,86	2,764	2,78	147,9	0,361	4,77	275,00	0,161	0,16
FAH15(1)	149,4	1,253	1,61	275,16	2,271	2,30	147,9	0,273	4,68	274,99	0,150	0,15
A1	149,5	1,579	1,83	274,89	4,985	5,00	147,9	0,379	4,79	274,98	**0,170**	**0,17**
A2	**149,7**	**1,274**	**1,36**	**274,91**	7,726	7,73	147,9	0,335	4,74	274,98	0,218	0,22
A3	149,2	2,339	2,98	275,12	**4,782**	**4,80**	147,9	0,562	4,97	275,02	0,218	0,22
A4	149,4	1,721	2,08	275,12	6,52	6,53	147,9	**0,276**	4,69	275,02	0,306	0,31

Окончание таблицы

Метод	Прямой метод						Метод сечений					
Сигнал	треугольный			Параболический			Треугольный			Параболический		
Фильтр	$M(i_{peak})$	$\sigma^2_{i_{peak}}$	$\delta_{\hat{i}_{peak}}$	$M(i_{parab})$	$\sigma^2_{i_{parab}}$	$\delta_{\hat{i}_{parab}}$	$M(i_{peak})$	$\sigma^2_{i_{peak}}$	$\delta_{\hat{i}_{peak}}$	$M(i_{parab})$	$\sigma^2_{i_{parab}}$	$\delta_{\hat{i}_{parab}}$
3) высокий уровень шума: σ^2_a =0,03; i_{peak} =150, i_{parab} =275, N_R=200;												
None	149,0	6,445	7,45	274,94	19,10	19,1	148,7	2,773	4,46	274,94	3,153	3,16
Mean9	**149,2**	2,234	2,87	274,83	6,19	6,22	148,1	0,699	4,31	275,07	0,293	0,30
Mean13	148,6	2,216	4,18	275,16	**4,061**	**4,09**	147,9	**0,459**	4,87	274,97	**0,232**	**0,23**
Med9	148,9	2,437	3,65	275,13	6,626	6,64	148,0	1,171	5,17	275,03	0,423	0,42
Med13	148,9	**2,148**	3,36	274,95	5,066	5,07	148,1	1,135	4,75	275,06	0,465	0,47
Myr9(0,2)	149,3	3,502	3,99	275,20	7,377	7,42	147,9	1,437	5,85	275,01	0,441	0,44
Myr13(0,2)	148,8	4,508	5,95	274,75	4,918	4,98	147,9	1,153	5,56	275,04	0,466	0,47
Myr9(1)	**149,2**	**2,202**	**2,84**	274,85	6,411	6,43	148,1	0,726	4,34	275,07	0,299	0,30
Myr13(1)	148,8	2,375	3,81	**274,97**	**3,509**	**3,51**	147,9	0,641	5,05	275,03	**0,219**	**0,22**
Myr9(10)	148,9	2,256	3,47	**275,03**	6,639	6,64	147,9	0,642	5,05	274,99	0,291	0,29
Myr13(10)	148,8	**2,144**	3,58	274,78	**3,73**	**3,78**	147,9	**0,534**	**4,94**	274,98	**0,225**	**0,23**
Alfa9(2)	149,1	2,531	3,34	275,14	6,405	6,42	147,9	1,107	5,52	275,04	0,340	0,34
Alfa13(3)	148,8	2,826	4,27	274,80	**3,981**	**4,02**	147,9	0,658	5,07	274,98	0,298	0,30
PFMH9	149,5	4,737	4,99	274,76	14,43	14,5	148,2	2,031	5,27	275,06	0,627	0,63
PFMH13	**149,8**	5,878	5,92	274,79	13,54	13,6	148,0	1,52	5,52	275,00	0,448	0,45
OSFH13(0,2)	**149,5**	2,629	2,88	274,75	10,56	10,6	147,9	1,178	5,59	274,99	0,312	0,31
OSFH13(0,4)	149,4	3,126	3,49	275,33	10,70	10,8	147,9	1,275	5,68	274,89	0,315	0,33
FAH13(1)	149,1	**1,904**	**2,71**	274,98	6,06	6,06	147,9	0,939	5,35	275,02	0,335	0,34
FAH15(1)	149,2	2,264	2,90	275,06	4,60	4,60	147,9	0,702	5,11	275,00	0,310	0,31
A1	149,1	3,471	4,28	**274,99**	8,052	8,05	148,0	0,995	**5,00**	275,01	**0,332**	**0,33**
A2	**149,3**	**2,804**	3,29	274,80	8,303	8,34	147,9	1,021	5,43	274,99	0,381	0,38
A3	149,1	3,062	3,87	**274,96**	**6,898**	**6,90**	147,8	1,227	6,07	275,01	0,416	0,42
A4	149,2	3,111	3,75	275,07	10,18	10,2	147,9	**0,607**	5,02	275,04	0,502	0,50
4) аддитивные и импульсные помехи: σ^2_a =0,03; P_s=0,03; n_s=1; i_{peak} =150, i_{parab} =275, N_R=500.												
None	148,6	54,14	56,1	275,02	43,34	43,3	148,4	43,18	45,7	275,06	15,57	15,6
Mean9	149,2	3,87	4,51	274,93	8,954	8,96	147,9	1,142	5,55	274,98	0,336	0,34
Mean13	148,7	3,234	4,92	**275,02**	6,216	6,22	147,9	1,022	5,43	274,99	**0,304**	**0,30**
Med9	**149,1**	**3,133**	**3,94**	275,29	8,788	8,87	147,9	1,406	5,82	275,02	0,509	0,51
Med13	148,7	3,162	4,85	275,14	**4,385**	4,40	148,0	1,152	5,15	274,96	0,477	0,48
Myr9(0,2)	149,0	3,555	4,56	274,96	8,947	8,95	147,9	1,273	5,68	274,98	0,484	0,48
Myr13(0,2)	148,8	4,689	6,13	275,05	6,332	6,33	147,9	1,198	5,61	275,01	0,467	0,47
Myr9(1)	**149,2**	**3,316**	**3,96**	274,99	8,376	8,38	147,9	**0,883**	5,29	274,99	0,324	0,32
Myr13(1)	148,7	**3,215**	4,91	274,91	5,994	6,00	147,8	**0,749**	5,59	274,99	0,305	0,31
Myr9(10)	149,1	3,714	4,52	275,14	9,580	9,60	147,9	1,512	5,92	274,98	**0,302**	0,30
Myr13(10)	148,7	3,450	5,14	275,07	6,063	6,07	147,8	1,015	5,85	274,99	**0,301**	0,30
Alfa9(2)	**149,0**	**3,121**	**4,12**	274,94	8,797	8,80	147,9	1,086	5,50	275,00	0,343	0,34
Alfa13(3)	148,8	3,453	4,89	275,04	**5,476**	**5,48**	147,9	**0,800**	5,21	275,00	0,308	0,31

PFMH9	149,4	7,223	7,58	274,82	16,19	16,2	148,0	2,209	6,21	274,95	0,759	0,76
PFMH13	149,4	7,284	7,64	275,29	18,15	18,2	147,9	2,029	6,44	275,01	0,569	0,57
OSFH13(0,2)	149,3	4,447	4,94	275,05	13,32	13,3	147,8	2,054	6,89	275,00	0,329	0,33
OSFH13(0,4)	149,4	4,713	5,07	275,27	14,19	14,3	147,8	1,932	6,77	275,01	0,381	0,38
FAH13(1)	149,1	3,269	4,08	275,22	8,17	8,22	147,8	1,182	6,02	275,03	0,307	0,31
FAH15(1)	**149,3**	**3,093**	**3,58**	275,25	6,454	6,52	147,8	1,114	5,95	275,03	**0,264**	**0,26**
A1	149,1	4,236	5,05	275,15	12,22	12,2	148,0	1,169	5,17	275,04	**0,357**	**0,36**
A1′	149,3	3,822	4,31	**275,01**	10,48	10,4	147,9	1,264	5,67	275,05	0,407	0,41
A2	149,3	4,368	4,86	275,2	13,86	13,9	147,8	1,233	6,07	275,05	0,393	0,40
A2′	**149,7**	**3,668**	**3,76**	274,97	13,63	13,6	147,9	1,187	5,60	275,00	0,413	0,41
A3	149,2	4,265	4,91	**275,07**	**7,818**	**7,82**	147,9	1,345	5,75	275,01	0,442	0,44
A4	149,2	3,786	4,43	275,14	10,23	10,3	147,8	**0,764**	5,60	275,04	0,416	0,42
A4′	**149,3**	**3,251**	**3,74**	275,25	11,37	11,4	147,8	**0,953**	5,79	275,02	0,550	0,55

При использовании прямого метода определения координаты параболического экстремума наиболее эффективно применение мириадного фильтра с параметрами N=13, K=1 (*Myr13*(*1*)), немного уступают ему линейный усредняющий (*Mean13*), мириадный (*Myr13*(*10*)) и α-урезанный (*Alfa13*(*3*)) фильтры с одинаковым размером окна N=13. Среди нелинейных ЛАФ небольшое преимущество имеет мириадный ЛАФ *A*3. При использовании метода сечений также наилучшие мириадные фильтры со средним значением параметра K=1 и размерами окна N=9 (*Myr9*(*1*)) при низком уровне шума и N=13 (*Myr13*(*1*)) при большей дисперсии помех, а также линейные фильтры *Mean9*, *Mean13*, а среди нелинейных ЛАФ наиболее эффективен вариант *A*1 (3).

Присутствие импульсных помех приводит к резкому снижению точности оценок координат экстремумов по исходному сигналу. В то же время выбросы практически не влияют на статистические показатели точности при использовании нелинейной устойчивой фильтрации: сравним дисперсии оценок при одинаковом уровне шума при наличии выбросов и при их отсутствии (табл.). Применение детектора импульсных помех на основе совместного анализа Z-параметра (1) и аналогичного параметра Z^S, использующего знаки разностей соответствующих отсчетов входного и отфильтрованного сигналов, – варианты ЛАФ *A*1′, *A*2′, *A*4′ [3, 5, 8], немного улучшают показатели точности при определении координат прямым методом.

Даже при низком уровне шума применение нелинейной устойчивой фильтрации, в частности ЛАФ, приводит к существенному повышению точности в сравнении с оценками координат по исходному сигналу. При использовании прямого метода в широком диапазоне изменения дисперсии гауссова шума дисперсия оценок координаты пика в отсутствие выбросов уменьшается в единицы (2 – 3,5) раз, а при их наличии – в десятки раз, отклонение МО оценок координаты составляет десятые доли интервала дискретизации процесса Δi=1. В области параболического экстремума при прямом методе определения координат применение фильтрации в отсутствии выбросов в разы (7 – 5,5 раз), а при их наличии на порядок и более уменьшает дисперсию оценок, а отклонение МО оценок координаты вершины параболы от истинного значения составляет сотые доли интервала дискретизации Δi. Применение метода сечений существенно (в несколько раз) уменьшает дисперсию оценок в сравнении с прямым методом, а предварительная нелинейная фильтрация приводит к уменьшению дисперсии оценок координаты пика в единицы, а при наличии импульсных помех в десятки раз, а параметров экстремума параболы в десятки – сотни раз (см. таблицу).

Выводы

Таким образом, рассмотренные локально-адаптивные алгоритмы нелинейной фильтрации являются не только высокоэффективными робастными (устойчивыми к выбросам) методами подавления помех с нестационарными, априорно неизвестными характеристиками, но и существенно (в единицы – десятки раз) повышают точность оценок координат экстремумов треугольного и параболического сигналов.

Нелинейные ЛАФ *А*1 [3] и *А*3 [6] имеют небольшое преимущество по показателям точности в области параболического экстремума, при этом мириадный ЛАФ *А*3 имеет лучшие динамические и робастные свойства и соответственно показатели точности определения координаты вершины параболы прямым методом, а ЛАФ *А*1 более эффективно подавляет шум, в связи с чем обеспечивает наименьшие значения дисперсии оценок координат вершины параболы при использовании метода сечений. На основании полученных статистических оценок точности определения координат экстремумов в широком диапазоне изменения дисперсии гауссова шума и при воздействии импульсных помех нелинейный ЛАФ *А*1 может быть рекомендован для обработки квазипериодических сигналов при приоритете требований по обеспечению высокой точности оценок интервалов времени между координатами параболических экстремумов.

Нелинейный ЛАФ *А*2 [5] хорошо сохраняет параметры сигналов треугольной формы при различном уровне шума, что следует из наиболее близких к истинному положению пика значений математического ожидания и наименьших значений дисперсии оценок координаты данного типа экстремума при прямом методе нахождения координат. Учитывая более высокое быстродействие данного ЛАФ, его можно рекомендовать для оперативной фильтрации процессов, содержащих фрагменты сигналов треугольной формы, с целью повышения точности оценок их параметров в результате применения фильтрации.

Мириадный ЛАФ *А*4 [7] при использовании метода сечений обеспечивает наименьшую дисперсию оценок координаты пика по обработанному сигналу. Данные результаты подтверждают наилучшую, определяемую размером скользящего окна (N=13-15), способность данного ЛАФ подавлять шум на линейно изменяющихся участках сигнала и позволяют
рекомендовать его применение для фильтрации процессов, содержащих треугольные экстремумы, в особенности при их квазипериодичности.

Метод сечений и применение нелинейной устойчивой фильтрации существенно повышает точность оценок координат: для пика – в несколько раз, для параболы – более чем на порядок. В связи с этим применение метода сечений для определения координат экстремумов по обработанному сигналу более предпочтительно.

Достоинством применения локально-адаптивной нелинейной устойчивой фильтрации является одновременное достижение высоких показателей точности оценок координат экстремумов как треугольной, так и параболической формы, при этом наличие выбросов практически не влияет на показатели точности. Статистические показатели точности оценок координат пика и вершины параболы в результате применения нелинейной локально-адаптивной фильтрации близки к наилучшим для определенного типа экстремума показателям однопроходных фильтров и хорошо согласуются с полученными ранее оценками эффективности по критериям среднеквадратической ошибки и отношения сигнал-шум [3, 5 – 8].

Список литературы: 1. *Astola, J., Kuosmanen, P.* Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering . – USA : CRC Press LLC, 1997. – 276 p. 2. *Локально-адаптивные* устойчивые алгоритмы обработки радиоизображений / А.А. Зеленский, Г.П. Кулемин, В.В. Лукин, В.П. Мельник. – Х. : Препр. / АН Украины. Ин-т радиоэлектрон., 1993. – 39 с. 3. *Лукин, В.В.* Анализ поведения показателей локальной активности для нелинейных адаптивных фильтров // Радиофизика и электроника : сб. науч. тр. НАН Украины. Ин-т радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова.– Х., 1998. – Вып.3., №2. – С. 80 – 89. 4. *Тулякова, Н.О.* Применение нелинейной фильтрации для повышения точности измерения координат экстремумов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи : зб. наук. пр. Нац. аерокосм. ун-ту ім. М.Є. Жуковського "ХАІ". – №2(21). – Х., 2007. – С. 82 – 89. 5. *Бых, А.И., Тулякова, Н.О.* Методы локально-адаптивной устойчивой фильтрации с линейными субапертурами с конечной импульсной характеристикой // Радіоелектронні і комп'ютерні системи : зб. наук. праць Нац. аерокосм. ун-ту ім. М.Є. Жуковського "ХАІ". – №2(54). – Х., 2012. – С. 25 – 34. 6. *Abramov, S.K.* Adaptive myriad filter // CD-ROM Proc. of NSIP'2001. – Baltimore (USA), 2001. – 5 p. 7. *Тулякова, Н.О.* Локально-адаптивные мириадные фильтры // Радіотехніка. – 2014. – Вип.179. – С. 50 -59. 8. *Тулякова, Н.О, Трофимчук, А.Н., Будник, Н.Н., Стрижак, А.Е.* Сравнительный анализ локально-адаптивных нелинейных фильтров для комплексной модели одномерного сигнала // Радіоелектронні і комп'ютерні системи : зб. наук. пр. Нац. аерокосм. ун-ту ім. М.Є. Жуковського "ХАІ". – №2(72). – Х., 2015. – С. 97 – 111. 9. *Gonzalez, J.G., Arce, GR.* Statistically-Efficient Filtering in Impulsive Environments: Weighted Myriad Filters // EURASIP Journal on Applied Signal Processing – 2002.– Vol.1, №1. – P. 4 – 20. 10. *Тулякова, Н.О., Трофимчук, А.Н., Стрижак, А.Е.* Алгоритмы мириадной фильтрации // Радіоелектронні і комп'ютерні системи : зб. наук. праць Нац. аерокосм. ун-ту ім. М.Є. Жуковського "ХАІ". – №4 (68). – Х., 2014. – С.76 – 83.

Институт прикладной физики НАН Украины,
Институт телекоммуникаций
и глобального информационного пространства
НАН Украины,
Институт кибернетики имени В.М. Глушкова
НАН Украины

Поступила в редколлегию 28.10.2015