УДК 621.372.834

И.Н. БОНДАРЕНКО, д-р физ.-мат. наук

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ТОНКИМИ СВЕРХПРОВОДЯЩИМИ И ОХЛАЖДАЕМЫМИ ТОКОВЫМИ КАНАЛАМИ

Введение

Развитие и достижения микро- и наноэлектроники во многом связаны с изучением и использованием свойств тонких проводящих, а также сверхпроводящих пленок и каналов, проявляющихся при их взаимодействии с токами и электромагнитными полями. В последние годы к таким объектам добавились углеродные нанотрубки и пленки графена.

В данной работе предлагается формализм, используемый для описания взаимодействия потоков электронов с ускоряющими электрическими и переменными электромагнитными полями [1], применить для описания процессов взаимодействия зарядов с электромагнитными полями в микро- и наноразмерных структурах.

Основная часть

Рассмотрим тонкий сверхпроводящий канал длиной d. Движение зарядов в таком канале в случае приложения к нему напряжения U можно описать с помощью уравнения Лондонов [2]

$$\dot{\vec{j}}_c = \frac{1}{\mu_0 \delta_L^2} \vec{E}, \tag{1}$$

где $|j_c| = |n_c \cdot e \cdot v|$ – плотность токов; n_c – объемная плотность зарядов; e – величина единичного заряда; v – скорость движения заряженных частиц; $\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}$ В·с/А·м – магнитная проницаемость вакуума; $\delta_L = \sqrt{m_0 / \mu_0 \cdot n_c \cdot e_0^2}$ – глубина проникновения поля; $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона; $e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $E = U/d$ – напряженность электрического поля.

Подставив соответствующие выражения в (1) можно получить

$$\frac{dv}{dt} = \frac{e_0}{2m_0} \frac{U}{d}. \tag{2}$$

Уравнение (2) эквивалентно уравнению движения электронов в двухсеточном зазоре [1].

Предположим теперь, что $U = U_0 + U_m \sin \omega t$. Интегрируя (2) получим следующие соотношения:

$$v = v_0 + \frac{e_0 U_0}{2m_0 d}(t - t_0) - \frac{e_0 U_m}{2\omega m_0 d}(\cos \omega t - \sin \omega t_0), \tag{3}$$

$$L = v_0(t - t_0) + \frac{e_0 U_0}{4m_0 d}(t - t_0)^2 - \frac{e_0 U_0}{2\omega^2 m_0 d}\left[\sin \omega t - \sin \omega t_0 - (\omega t - \omega t_0)\cos \omega t_0\right]. \tag{4}$$

Учитывая, что L = d, $t - t_0 = \tau$ и предполагая $v_0 = 0$, перепишем соотношения (3) и (4) в следующем виде

$$v = \frac{e_0 U_0}{2m_0 d}\tau - \frac{e_0 U_m}{2\omega m_0 d}\left[\cos\omega t - \cos(\omega t - \omega\tau)\right], \qquad (5)$$

$$d = \frac{e_0 U_0}{4m_0 d}\tau^2 - \frac{e_0 U_m}{2\omega^2 m_0 d}\left[\sin\omega t - \sin(\omega t - \omega\tau) - \omega\tau\cos(\omega t - \omega\tau)\right]. \qquad (6)$$

Предположим, что $U_m << U_0$. Тогда для угла пролета зарядов через сверхпроводящий канал можно записать

$$\theta = \omega\tau_0 = \frac{\omega d}{v_{0t_{cp}}}, \qquad (7)$$

где $v_{0t} = \frac{e_0 U_0}{2m_0 d}\tau$; $\tau = \tau_0 + \delta\tau$; $\delta\tau << \tau_0$. В этом случае из (6) можно получить $\tau_0 \approx 2d\sqrt{m_0 / e_0 U_0}$, а $v_{0t_{cp}} \approx \frac{1}{2}\sqrt{e_0 U_0 / m_0}$. Раскладывая тригонометрические функции в ряд по малому параметру $\omega\cdot\delta\tau$, подставляя их в соотношение (6) и отбрасывая малые члены, получим:

$$d \approx v_{0t}\tau - \frac{e_0 U_m}{2\omega^2 m_0 d}\left[\sin\omega t - \sin(\omega t - \theta) - \theta\cos(\omega t - \theta)\right]. \qquad (8)$$

Для тока, наводимого движущимися зарядами, можно записать [1]

$$di_{навед} = I_0 \cdot dt_0 \frac{v}{d}, \qquad (9)$$

где $I_0 = n_0 \cdot e \cdot v_{0t} \cdot S$ – постоянная составляющая тока зарядов; S – площадь слоя зарядов; dt_0 – время, за которое поступает элементарный слой зарядов.

Подставляя в (9) соотношение (5) и интегрируя, получаем:

$$i_{навед} = \frac{I_0}{d}\left\{v_{0t}\tau - \frac{e_0 U_m}{2\omega^2 m_0 d}\left[\omega\tau\cos\omega t - \sin\omega t + \sin(\omega t - \omega\tau)\right]\right\}.$$

Используя разложение в ряд $\sin(\omega t - \omega\tau)$, запишем:

$$i_{навед} = \frac{I_0}{d}\left\{v_{0t}\tau - \frac{e_0 U_m}{2\omega^2 m_0 d}\left[\theta\cos\omega t - \sin\omega t + \sin(\omega t - \theta)\right]\right\}.$$

Подставляя величину $v_{0t}\cdot\tau$, определяемую из (8) и учитывая соотношения (7) и (1), получим выражение для переменной составляющей наведенного тока [1]:

$$i_{навед} = \frac{S\cdot U_m}{\mu_0 \delta_L^2 \omega d}\left[\Phi(\theta)\sin\omega t + \Psi(\theta)\cos\omega t\right], \qquad (10)$$

где $\Phi(\theta) = \frac{2(1-\cos\theta) - \theta\sin\theta}{\theta^2}$, $\Psi(\theta) = \frac{2\sin\theta - \theta(1+\cos\theta)}{\theta^2}$.

Из соотношения (10) видно, что переменная составляющая наведенного тока в общем случае не равна нулю и имеет активную и реактивную части. Учитывая, что переменное напряжение $U_{\approx} = U_m \sin\omega t$, для активной G_c и реактивной B_c составляющих проводимости можно записать

$$G_c = \frac{S}{\mu_0 \delta_L^2 \omega d}\left[\frac{2(1-\cos\theta)-\theta\sin\theta}{\theta^2}\right], \tag{11}$$

$$B_c = \frac{S}{\mu_0 \delta_L^2 \omega d}\left[\frac{2\sin\theta-\theta(1+\cos\theta)}{\theta^2}\right]. \tag{12}$$

Графики функций Φ(θ) и Ψ(θ) приведены на рис. 1.

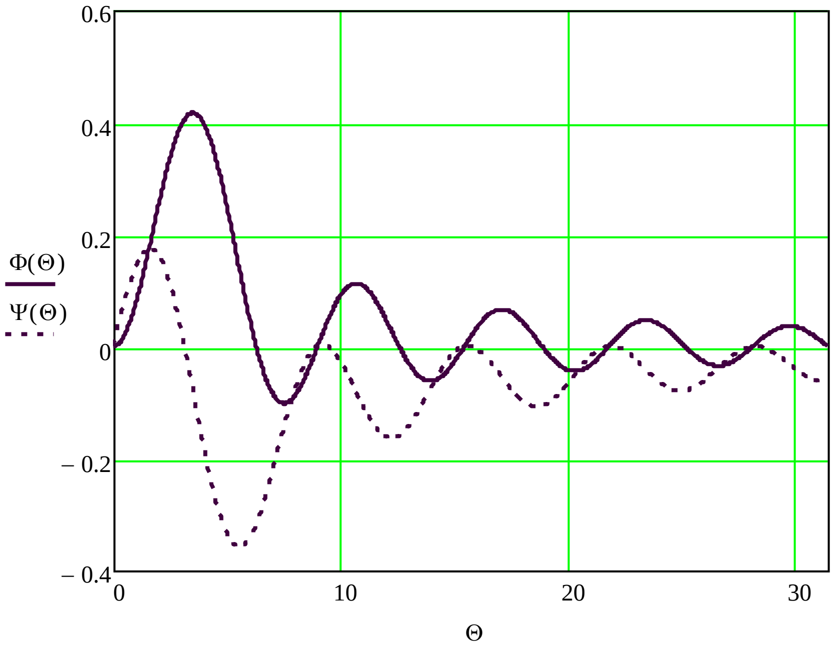

Рис. 1. Зависимости функций Φ(θ) и Ψ(θ) от угла пролета θ рад

Выражение для средней мощности, поступающей в поток заряженных частиц от генератора электромагнитных колебаний может быть записано в виде

$$P = \frac{1}{2} U_m^2 \cdot G_c. \tag{13}$$

Из графика зависимости Φ(θ) (рис. 1) можно сделать вывод, что величина G_c приобретает и отрицательные значения. Это значит, что при определенных углах пролета θ возможна отдача энергии от потока частиц во внешнюю цепь, т.е. сверхпроводящий тонкий канал в таком режиме может быть использован как усилитель или генератор электромагнитных колебаний.

Произведем некоторые оценки с учетом свойств сверхпроводников.

Скорость движения зарядов в сверхпроводнике не может превышать некоторого критического значения. Критическую скорость можно найти, используя правило Сильсби [2]

$$I_{кр} = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot H_{кр}, \tag{14}$$

где $I_{кр} = n_c \cdot e \cdot v_{кр} \cdot S$ – критический ток; $H_{кр}$ – напряженность критического магнитного поля; a – характерный размер тонкого сверхпроводящего канала (в случае его цилиндрической формы a = r, где r – радиус).

Соотношение (14) справедливо при a >> δ_L. Подставляя соответствующие значения в (14) найдем выражение для критической скорости

$$v_{кр} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot H_{кр}}{n_c \cdot e \cdot S} = \frac{H_{кр}}{2 \cdot n_c \cdot e_0 \cdot \delta_L}. \quad (15)$$

Поскольку величина Φ(θ) максимальное отрицательное значение принимает при $\theta = \frac{5}{2}\pi$, то можно получить соотношение для генерируемой частоты

$$f = \frac{5}{4}\frac{v_{кр}}{d} = \frac{5 \cdot H_{кр}}{8 \cdot d \cdot n_c \cdot e_0 \cdot \delta_L}. \quad (16)$$

С учетом температурных зависимостей [2, 3]:

$$H(T) = H(0) \cdot (1 - t^2), \qquad \delta_L(T) = \delta_L(0) \cdot (1 - t^4)^{-1/2}, \qquad n_c = n(1 - t^4),$$

где $t = T/T_{кр}$ – приведенная температура; n – объемная плотность свободных зарядов в используемом материале, соотношение (16) можно привести к следующему виду:

$$f = \frac{5H_{кр}(0)}{8 \cdot d \cdot n \cdot e_0 \cdot \delta_L(0)} \frac{1 - t^2}{(1 - t^4)^{1/2}} = f(0) \cdot \frac{1 - t^2}{(1 - t^4)^{1/2}}. \quad (17)$$

Для скорости заряженных частиц в сверхпроводящем канале с учетом соотношения (15) можно записать

$$v_{0t} = \sqrt{\frac{e_0 \cdot U_0}{m_0}} \le \frac{H_{кр}(0)}{2 \cdot n \cdot e_0 \cdot \delta_L(0)}. \quad (18)$$

Отсюда соответственно

$$U_0 \le \frac{\mu_0 \cdot H_{кр}^2(0)}{2 \cdot n \cdot e_0}. \quad (19)$$

С помощью выражений (18) и (19) можно оценить величины v_{0t} и U_0 для олова и свинца, например. Получим: $v_{0t}(Sn) \le 149$ м/с, $U_0(Sn) \le 2{,}33 \cdot 10^{-7}$ В ($H_{кр}(0) \sim 2{,}44 \cdot 10^4$ А/м, $\delta_L(0) \sim 5{,}1 \cdot 10^{-8}$ м, $n = 10^{28}$ м$^{-3}$ [3]); $v_{0t}(Pb) \le 514$ м/с, $U_0(Pb) \le 1{,}62 \cdot 10^{-6}$ В ($H_{кр}(0) \sim 6{,}4 \cdot 10^4$ А/м, $\delta_L(0) \sim 3{,}9 \cdot 10^{-8}$ м [3]).

Подставляя соответствующие значения в соотношение (11) получим: $G_c(Sn)|_{<0max} =$ -= $3{,}2 \cdot 10^4$ 1/Ом, $G_c(Pb)|_{<0max} = -1{,}2 \cdot 10^4$ 1/Ом. Выбирая $U_m \sim U_0/10$ из (13) вычислим величину генерируемой мощности: $P(Sn) \le 0{,}9 \cdot 10^{-9}$ Вт, $P(Pb) \le 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ Вт.

Пользуясь соотношением (16), можно оценить длину d сверхпроводящего канала, необходимую для генерации определенных частот. Например, при f = 10 ГГц − d(Sn) ~ 20 нм, d(Pb) ~ 64 нм. На рис. 2 приведены графики зависимости частот усиления (генерации) от приведенной темпратуры, построенные с учетом соотношений (16) и (17).

Для каналов большей длины частота генерации будет соответственно понижаться. Из графика зависимости Φ(θ) (рис. 1) также следует, что величина G_c приобретает отрицательное значение и при больших углах пролета. В этих случаях генерация на частоте 10 ГГц может проявиться для второго отрицательного максимума, например, при d(Sn) ~ 80 нм, d(Pb) ~ 260 нм и т.д.

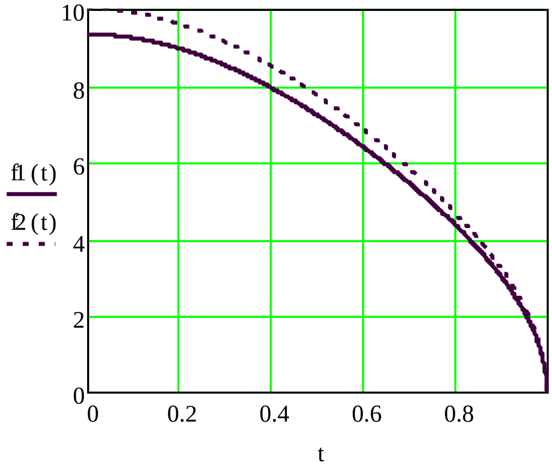

Рис. 2. Зависимости изменения частоты (ГГц) от приведенной температуры для каналов из олова f1 и свинца f2

Поскольку в чистых нормальнопроводящих металлах, охлажденных до температур кипения жидкого гелия, длина свободного пробега может достигать величин ~ 10^{-2} м [4], уравнение движения свободных электронов также может быть использовано и в этом случае. В результате его решения для нормальнопроводящих тонких каналов приходим к следующим соотношениям:

$$G_e = \frac{S \cdot \sigma}{\omega \cdot d \cdot \tau} \Phi(\theta), \tag{20}$$

$$B_e = \frac{S \cdot \sigma}{\omega \cdot d \cdot \tau} \Psi(\theta), \tag{21}$$

где σ – проводимость металла; $\tau = l/v_F$ – время релаксации; l – длина свободного пробега; v_F – скорость Ферми; $\theta = \omega \cdot d/v_{0cp}$ – угол пролета; $v_{0cp} = \sqrt{e \cdot U_0 / 2m_0}$ – средняя скорость электрона в нормальнопроводящем канале; S – площадь сечения проводника, в котором движутся заряды.

Таким образом, и в охлаждаемых нормальнопроводящих каналах при определенных условиях возможны усиление и генерация электромагнитных колебаний.

Для нормально проводящего канала нет ограничений по величине критического значения скорости как в случае сверхпроводников и, соответственно, ее максимальное значение будет определяться электрической прочностью тонкого токового канала. При этом средняя скорость движения зарядов может быть значительно выше. С учетом выражения (7) для угла пролета и характера изменения функции $\Phi(\theta)$ можно прогнозировать возникновение режимов усиления (генерации) на более высоких частотах при больших длинах токовых каналов (порядка единиц-десятков мкм).

Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

– в пленочных и канальных сверхпроводящих структурах, взаимодействующих с высокочастотными электромагнитными полями, возможно проявление эффектов усиления и генерации;

– такие же эффекты могут наблюдаться в пленочных и канальных структурах из чистых глубокоохлажденных металлов.

Достоверность выносимых на обсуждение утверждений может быть закреплена более глубоким теоретическим анализом рассматриваемых процессов, а также экспериментальными исследованиями.

Список литературы: 1. *Лебедев, И.В.* Техника и приборы СВЧ, т.2 – М. : Высш. шк., 1972. – 375с. 2. *Шмидт, В.В*. Введение в физику сверхпроводников. – М. : Наука, 1982. – 238с. 3. *Менде, Ф.Ф., Бондаренко, И.Н., Трубицын, А.В.* Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы. – К. : Наук. думка, 1976. – 272с. 4. *Китель, Ч*. Введение в физику твердого тела. – М. : Наука, 1978. – 791с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники
Поступила в редколлегию 17.07.2015