

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКГ СИГНАЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЕРДЕЧНОГО РИТМА ПЛОДА В АБДОМИНАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИИ

Введение

В последние десятилетия значительно увеличилось количество беременностей с осложнениями, что приводит к проблемам со здоровьем в последующей жизни ребенка. Одним из таких осложнений является дистресс, или страдание плода, обусловленное внутриутробной гипоксией. Степень кислородного голодания плода можно диагностировать по активности его симпатической автономной нервной системы (АНС), которая отражается в изменении сердечного ритма плода [2]. Определение сердечного ритма электрокардиографическими (ЭКГ) методами основано на измерении временного положения QRS-комплексов, соответствующих моментам сердечных сокращений. Существующие методы [3 – 6] детектирования QRS комплексов, рассчитанные на применение в стандартных электрокардиографических приложениях, не учитывают информацию о модели временных изменений их взаимного положения, что является причиной их недостаточной устойчивости в условиях низких отношений сигнал-шум, характерных для задач абдоминальной электрокардиографии плода.

В работе предлагается новая параметрическая модель ЭКГ сигнала, учитывающая как вариации сердечного ритма, так и особенности формы сигнала. Модель может быть использована при разработке алгоритмов обнаружения, фильтрации и анализа ЭКГ сигналов в условиях низких отношений сигнал-помеха.

Материалы и методы исследования

Поскольку предполагается цифровая обработка сигнала, будем считать, что регистрируемый ЭКГ сигнал дискретен по времени с периодом дискретизации $T_s = t_k - t_{k-1}$. Определим его – рис. 1, а, как $U_k = U(t_k)$, и представим в виде суммы

$$U_k = S_k + \eta_k, \quad (1)$$

где S_k – квазипериодическая последовательность одинаковых на отдельных периодах QRS-комплексов – рис. 1, б; η_k – некоторый сигнал, включающий в себя шумы регистрации, а также вариации формы реального ЭКГ сигнала на отдельных периодах – рис. 1, в.

Модель разрабатывается для применения в абдоминальной электрокардиографии плода, для которой характерны низкие отношения сигнал-шум. Поэтому составляющую η_k , обусловленную вариациями формы ЭКГ сигнала от комплекса к комплексу, можно считать сравнимой с уровнем шумов, или даже меньше их уровня. Поэтому в дальнейшем сигнал η_k будем считать случайным процессом с корреляционной функцией, определяемой характером шумов регистрации ЭКГ.

Квазипериодический сигнал (1) можно представить как свертку одного его периода с квазипериодической последовательностью δ -импульсов – рис. 2:

$$S_k = J(t_k) \otimes A_l = \sum_{l=-L}^L J(t_k - l \cdot T_s) \cdot A_l, \quad J(t) = \sum_{r=1}^R \delta(\tau_r - t), \quad (2)$$

где A_l – модель ЭКГ сигнала, соответствующего одному сердечному сокращению; $l = -L, \dots, -1, 0, 1, \dots, L$; $J(t)$ – квазипериодическая последовательность δ -функций, положение во времени τ_r , которых соответствует положению QRS комплексов; R – количество QRS комплексов.

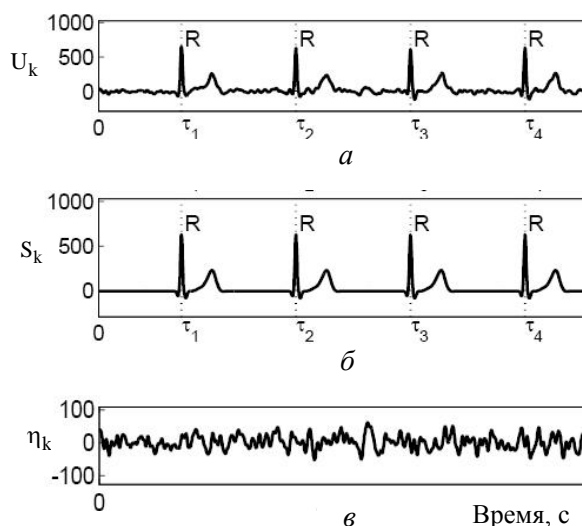


Рис. 1

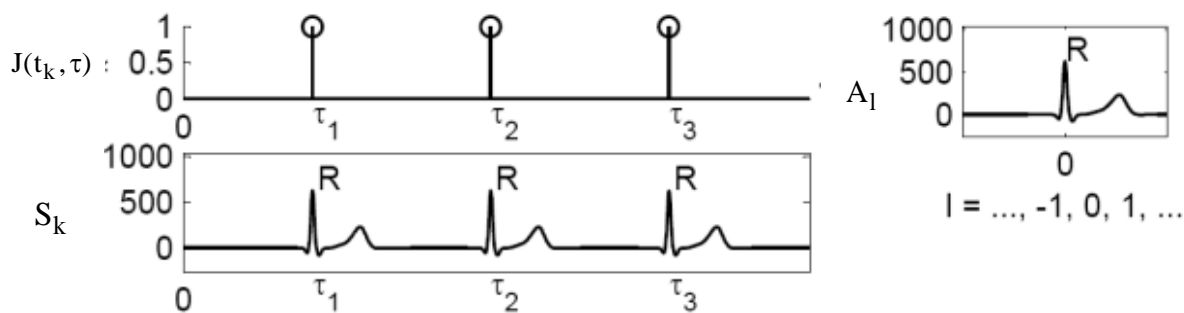


Рис. 2

Определим параметры этой модели, обеспечивающие ее наилучшее совпадение с реально регистрируемым сигналом $U_k = U(t_k)$. Предположим сначала, что положения во времени QRS комплексов τ_{mr} на участке ЭКГ сигнала \vec{U}_{pm} известны. Тогда, полагая η_k в (1) независимыми нормальными случайными величинами с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 , величины A_{ml} можем оценить по методу максимального правдоподобия. Запишем функцию правдоподобия для оценки A_{ml} :

$$\begin{aligned}
 p(\vec{U}_m / \vec{A}_m) &= C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \left(U_{mk} - \sum_{l=-L}^L J_m(t_k - l \cdot T_s) A_{ml} \right)^2 \right\} = \\
 &= C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \left(U_{mk} - \vec{A}_m^T \cdot \vec{J}_{mk} \right)^2 \right\}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

где

$$\vec{U}_m = \begin{pmatrix} U_{m1} \\ \vdots \\ U_{mk} \\ \vdots \end{pmatrix}, \vec{A}_m = \begin{pmatrix} A_{m,-L} \\ \vdots \\ A_{m,l} \\ \vdots \\ A_{m,L} \end{pmatrix}, \vec{J}_{mk} = \begin{pmatrix} J_m(t_k + L \cdot T_s) \\ \vdots \\ J_m(t_k - l \cdot T_s) \\ \vdots \\ J_m(t_k - L \cdot T_s) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Оптимальная оценка $\tilde{\vec{A}}_m$ может быть найдена как положение максимума функции правдоподобия (3) или любого монотонного преобразования от нее. Будем искать максимум логарифма функции правдоподобия (3), для этого продифференцируем его и приравняем к нулю:

$$\frac{\partial \ln p(\vec{U}_m / \vec{A}_m)}{\partial \vec{A}_m^T} = \frac{1}{2\sigma_{\eta}^2} \sum_k \vec{J}_{mk} [U_{mk} - \vec{A}_m^T \cdot \vec{J}_{mk}]; \quad (5)$$

$$\sum_k \vec{J}_{mk} [U_{mk} - \vec{J}_{mk}^T \cdot \tilde{\vec{A}}_m] = \vec{0}; \quad (6)$$

$$\tilde{\vec{A}}_m = \underline{Q}^{-1} \cdot \vec{P}, \quad \underline{Q} = \sum_k \vec{J}_k \cdot \vec{J}_k^T, \quad \vec{P} = \sum_k \vec{J}_k \cdot U_k, \quad (7)$$

где $\tilde{\vec{A}}_m$ – оценка \vec{A}_m .

Подставляя в выражение для матрицы \underline{Q} (размером $2L+1 \times 2L+1$ и с элементами Q_{pq}) выражение для $J_m(t)$, получим:

$$Q_{pq} = \sum_k J_m(t_k - p \cdot T_s) \cdot J_m(t_k - q \cdot T_s) = \sum_k \left[\sum_{r=1}^R \delta(\tau_{mr} - t_k + p \cdot T_s) \sum_{i=1}^R \delta(\tau_{mi} - t_k + q \cdot T_s) \right]. \quad (8)$$

Используя фильтрующее свойство δ -функции, получим:

$$Q_{pq} = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^R \delta(\tau_{mi} - \tau_{mr} - p \cdot T_s + q \cdot T_s), \quad (9)$$

$$Q_{pq} = \begin{cases} N, & p = q; \\ 0, & p \neq q. \end{cases} \quad (10)$$

Подставляя в выражение для вектора \vec{P} (длиной $2L+1$ и элементами P_l) формулу для $J_m(t)$, получим:

$$P_l = \sum_k J_m(t_k - l \cdot T_s) \cdot U_{mk} = \sum_k \sum_{r=1}^R \delta(\tau_{mr} - t_k + l \cdot T_s) \cdot U_{mk}. \quad (11)$$

Сделав замену $\tau_{mr} - t_k + l \cdot T_s = z$ и пользуясь фильтрующим свойством δ -функции, получим

$$P_l = \sum_{r=1}^R \sum_z \delta(z) \cdot U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s - z) = \sum_{r=1}^R U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s). \quad (12)$$

В результате, выражение для оценки \bar{A}_m можно записать в виде

$$\tilde{A}_{ml}(\bar{\tau}_m) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s). \quad (13)$$

Таким образом, если положение R-пиков QRS – τ_{mr} известно (или найдено), то оптимальная оценка по методу максимального правдоподобия для A_{ml} находится как усредненный на интервале наблюдения QRS-комплекс ЭКГ.

Оценку параметров τ_r модели (2) также можно выполнить методом максимального правдоподобия. Если η_k – нормальная случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 , η_k и η_p – независимые случайные величины для любых k и p , $k \neq p$, то можно записать функцию правдоподобия:

$$p(\bar{u}/\bar{A}, \bar{\tau}) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \left(U_k - \sum_{l=-L}^L J(t_k - l \cdot T_s) \cdot A_l \right)^2 \right\}, \quad (14)$$

где $\bar{\tau} = (\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_R)^T$.

Подставив вместо A_l их оценку $\tilde{A}_l(\bar{\tau})$ (13) и используя выражение (2), получим:

$$p(\bar{u}/\bar{\tau}) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \left(U_k - \sum_{l=-L}^L \sum_{r=1}^R \delta(\tau_r - t_k + l \cdot T_s) \cdot \tilde{A}_l(\bar{\tau}) \right)^2 \right\}. \quad (15)$$

Произведя замену $\tau_r - t_k + l \cdot T_s = z$ и пользуясь фильтрующим свойством δ -функции, имеем

$$p(\bar{u}/\bar{\tau}) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \left(U_k - \sum_{r=1}^R \tilde{A}_{\frac{t_k - \tau_r}{T_s}}(\bar{\tau}) \right)^2 \right\}, \quad \left| \frac{t_k - \tau_r}{T_s} \right| \leq L. \quad (16)$$

Представим сигнал U_k в виде суммы сигналов U_{τ_r} , где U_{τ_r} – это участок ЭКГ-сигнала содержащий PQRS-комплекс с R-пиком в точке τ_r :

$$U_k = \sum_{r=1}^R U_{\tau_r}(t_k - \tau_r), \quad U_{\tau_r}(t_k - \tau_r) \neq 0 \text{ при } -\frac{\tau_r + \tau_{r-1}}{2} < t_k - \tau_r \leq \frac{\tau_{r+1} + \tau_r}{2}, \quad (17)$$

и выражение для функции правдоподобия можно записать в виде

$$p(\bar{u}/\bar{\tau}) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \sum_{r=1}^R \left(U_{\tau_r}(t_k - \tau_r) - \tilde{A}_{\frac{t_k - \tau_r}{T_s}}(\bar{\tau}) \right)^2 \right\}, \quad \left| \frac{t_k - \tau_r}{T_s} \right| \leq L. \quad (18)$$

или

$$p(\bar{u}/\bar{\tau}) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{r=1}^R \sum_{l=-L}^L \left(U_{\tau_r}(l \cdot T_s) - \tilde{A}_l(\bar{\tau}) \right)^2 \right\}. \quad (19)$$

Максимум функции (19) будет соответствовать искомым оценкам параметров $\tilde{\tau}$. Максимизация такой функции правдоподобия равносильна минимизации среднеквадратичной ошибки:

$$e = \sum_{r=1}^R \sum_{l=-L}^L \left(U_{\tau_r}(l \cdot T_s) - \tilde{A}_l(\tilde{\tau}) \right)^2. \quad (20)$$

Поиск максимума функции правдоподобия (15) – (20) затруднен тем, что эта функция по параметрам τ_r имеет множество локальных максимумов, поэтому градиентный поиск максимума можно использовать только когда параметры модели τ_r находятся вблизи действительных положений R-пиков ЭКГ-сигнала.

Другой подход к поиску максимума функции правдоподобия – это перебор всех возможных вариантов значений параметров $\tilde{\tau}$ модели (2) с некоторым шагом. Количество вариантов для перебора в таком случае растет экспоненциально с увеличением числа R-пиков ЭКГ-сигнала на интервале наблюдения. Таким образом, практически реализовать такой перебор при большом R также невозможно.

Чтобы в какой-то мере ограничить сложность задачи разобьем ЭКГ-сигнал U_k по времени на участки $U_{nk} = U_n(t_k)$, длиной T_U , включающих небольшое число сердечных сокращений:

$$U_k = U_n(t_k), \text{ при } T_U \cdot (n-1) \leq t_k < T_U \cdot n, \quad (21)$$

где n – номер участка ЭКГ-сигнала $n = 1, 2, \dots, N$.

Соответственно модель (2) для n -го участка ЭКГ-сигнала будет выглядеть следующим образом:

$$U_{nk} = \sum_{l=-L}^L J_n(t_k - l \cdot T_s) \cdot A_{nl} + \eta_{nk}, \quad (22)$$

$$J_n(t) = \sum_{r=1}^{R_n} \delta(\tau_{nr} - t), \quad (23)$$

где R_n – количество R-пиков находящихся на n -м участке ЭКГ-сигнала.

Кроме этого, воспользуемся подходом, который был предложен в [7], – представим электрокардиографический сигнал с изменяющимися во времени интервалами между очередными сердечными сокращениями как некий сигнал с интегральной импульсно-частотной модуляцией (IPFM), модуляция которого осуществляется непрерывной функцией $m_n(t)$, представляющей собой регулирующее воздействие автономной нервной системы (АНС) на сердечный ритм. Тогда положения во времени сердечных сокращений τ_r будут связаны с порядковым номером очередного сердечного сокращения r следующей интегральной зависимостью

$$r = \int_{\theta_n}^{\tau_{nr}} \frac{1 + m_n(t)}{T_{HRn}} dt = \int_{\theta_n}^{\tau_{nr}} M_n(t) dt, \quad (24)$$

где T_{HRn} – средний период повторений сердечных сокращений на n -м участке ЭКГ-сигнала; $m_n(t)$ – модулирующая функция; r – номер R-пика расположенного в точке τ_{nr} ; θ_n – момент времени соответствующий началу n -го участка ЭКГ-сигнала.

Принимая во внимание, что частота сердечных сокращений, регулируемая в основном симпатическим отделом АНС, изменяется достаточно медленно, удобно функцию $M_n(t)$ представить в виде разложения в ряд в окрестности n -го участка ЭКГ-сигнала, ограничиваясь первыми $P+1$ членами ряда:

$$M_n(t) = \mu_{n0} + \mu_{n1} \cdot t + \mu_{n2} \cdot t^2 + \dots + \mu_{nP} \cdot t^P, \quad (25)$$

$$\mu_{n0} = \frac{1}{T_{HRn}}, \quad m_n(t) = T_{HRn} \cdot (\mu_{n1} \cdot t + \mu_{n2} \cdot t^2 + \dots + \mu_{nP} \cdot t^P). \quad (26)$$

Чтобы найти положение r -го R-пика τ_{nr} , подставим выражение для $M_n(t)$ в (24) и произведем интегрирование, получим алгебраическое уравнение степени P относительно τ_{nr} . Таким образом, модель (25) теперь полностью определяет положения R-пиков $\bar{\tau}_n$ через параметры $\bar{\mu}_n = (\mu_{n0} \quad \mu_{n1} \quad \dots \quad \mu_{nP})^T$. И, следовательно, функцию правдоподобия (18) можно максимизировать относительно параметров $\bar{\mu}_n$, и функцию правдоподобия (19) можно записать в следующем виде:

$$p(\bar{U}_n / \bar{\mu}_n) = \frac{1}{\sigma_\eta \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k (U_k - A_l(t_k, \mu_0, \mu_1))^2 \right\}. \quad (27)$$

Для дальнейшего упрощения модели ограничим число параметров $\bar{\mu}_n$ двумя ($P=1$): μ_{n0} , тем самым ограничиваем модель линейным изменением периода сердечных сокращений. Чтобы качественно оценить величину возникающих при этом ошибок определения R-пиков, проведем кусочно-линейную аппроксимацию последовательности R-R интервалов реального сигнала ЭКГП – рис. 3.

Изменяя параметры μ_{n0} и μ_{n1} , построим графики функции (27) – рис. 4, 5 соответственно.

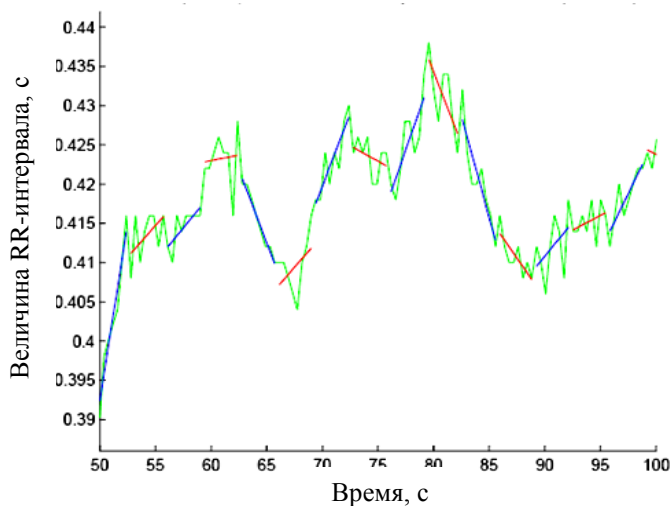


Рис. 3

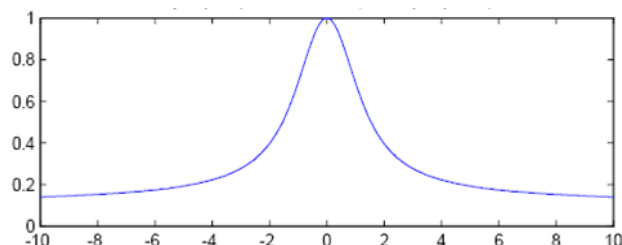


Рис. 4

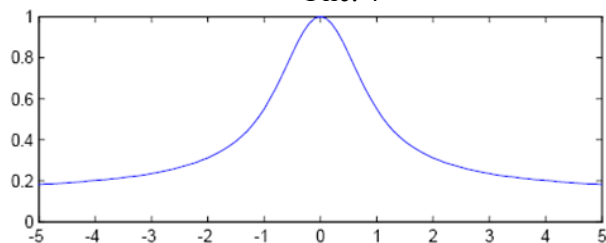


Рис. 5

Нетрудно определить, что среднеквадратичная ошибка такой аппроксимации, если длина участков составляет $R \leq 7$, в среднем не превышает 4 мс, что в 3-4 раза меньше ширины R-пика ЭКГП. Зададим также величину шага $\Delta\mu_{n0}$ и $\Delta\mu_{n1}$ по параметрам μ_{n0} и μ_{n1} соответственно: $\Delta\mu_{n0} = 0.002\text{с}$ и $\Delta\mu_{n1} = 0.001 \text{ с/RR}$.

Результаты и обсуждение

Для исследования разработанной модели, был реализован алгоритм оценки параметров (13) и (28) в математической среде программирования MATLAB. Пример сигнала, полученного в результате оценки параметров модели по реальному ЭКГ сигналу при отношении сигнал-помеха близким к единице, приведен на рис. 6.

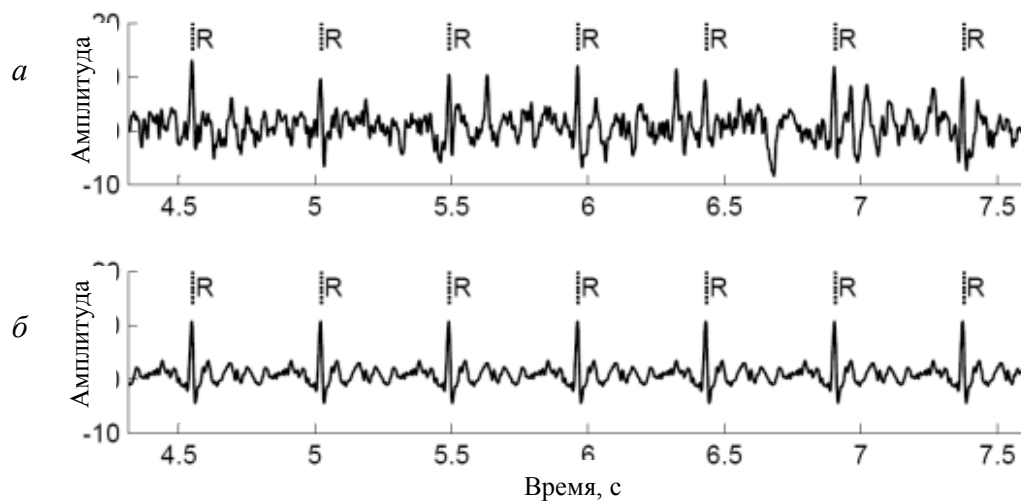


Рис. 6

Здесь *a* – реальный ЭКГ сигнал после удаления ЭКГ матери; *б* – сигнал, сформированный с использованием оцененных параметров

Для исследования качества предлагаемой модели при решении задачи определения параметров сердечного ритма плода к ней применялась процедура детектирования QRS-комплексов. Сравнение проводилось при применении процедуры детектирования QRS к исходному сигналу и модели. Результаты приведены на рис. 7.

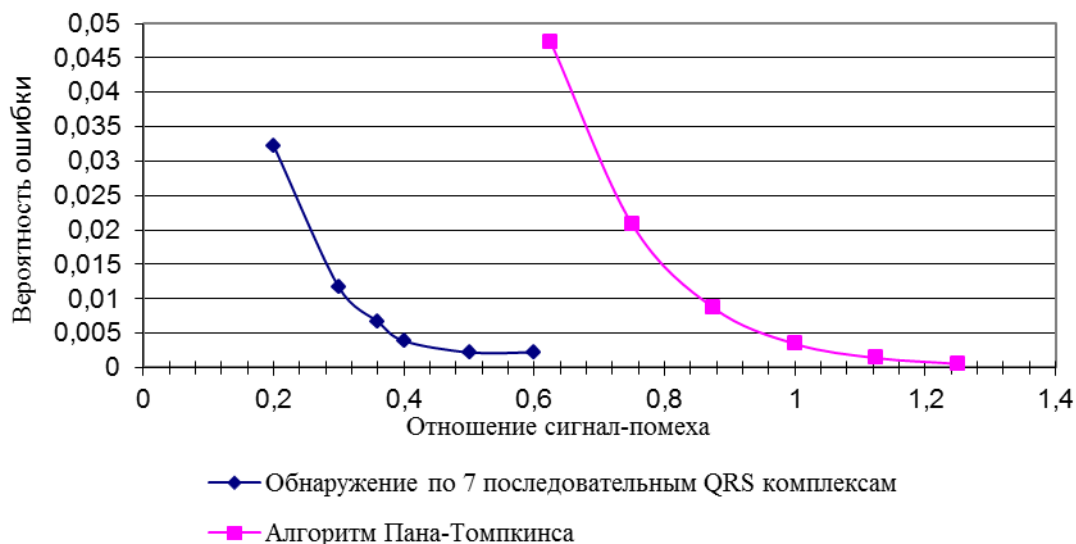


Рис. 7

Для того чтобы можно было получить количественные оценки характеристик обнаружения, сам исходный сигнал и накладываемый на него шумы синтезировались с использованием метода, предложенного в работе [8]. При этом рассматривалось поведение алгоритма в условиях помехи, спектральное распределение мощности которой соответствует наблюдаемому на реальных ЭКГ сигналах. Алгоритм тестировался на десяти отрезках ЭКГ сигнала длительностью 600 секунд. Количественно алгоритмы сравнивались по вероятности ошибки

определения положения QRS комплексов при разном соотношении сигнал-помеха на входе. При этом считалось, что если ошибка определения положения QRS комплекса больше его ширины (порядка 10 мс), то QRS комплекс обнаружен неверно. Из рис. 7 видно значительное повышение (примерно в три раза по требуемому отношению сигнал-шум при одинаковой вероятности ошибки) помехоустойчивости детектирования QRS при использовании предлагаемой модели.

Выводы

Предложена параметрическая модель ЭКГ сигнала, учитывающая особенности формы сигнала и модель изменений сердечного ритма. Показано, что модель может быть использована при разработке алгоритмов обнаружения, фильтрации и анализа ЭКГ сигналов плода, регистрируемых на абдоминальной поверхности в условиях низких отношений сигнал-шум. На основе предложенной модели разработан алгоритм оценки обнаружения и измерения временного положения QRS комплексов. Алгоритм реализован в математической среде программирования MATLAB. Проведено экспериментальное исследование алгоритма обнаружения. Результаты исследования показали значительно более высокую устойчивость обнаружения QRS-комплексов при использовании алгоритма, базирующегося на предлагаемой модели, при высоком уровне шумов по сравнению со стандартными методами.

Список литературы: 1. *Deaths: Final data for 2004* / A.M. Minino, M.P. Heron, S.L. Murphy, K.D. Kochanek // National Vital Statistics Reports. – 2007. – Vol. 55. – № 19. – 120 pp. 2. *Hobel, C.J.* Intrapartum clinical assessment of fetal distress / C.J. Hobel // Am J. Obstet. Gynecol. – 1971. – Vol. 110. – № 3. – P. 336–342. 3. *Okada, M.* A digital filter for the QRS complex detection / M. Okada // IEEE Trans. Biomed. Eng. – 1979. – Vol. BME-26. – № 12. – P. 700–703. 4. *Pan, J.* Real-Time QRS Detection Algorithm / J. Pan, W. J. Tompkins // IEEE Transactions on biomedical engineering. – 1985. – Vol. BME-32. – № 3. – P. 230-236. 5. *A Comparison of the Noise Sensitivity of Nine QRS Detection Algorithms* / G. M. Friesen [et al.] // IEEE Transactions on biomedical engineering. – 1990. – Vol. 37. – № 1. – P. 85-98. 6. *Afonso, V.X.* ECG QRS Detection / V. X. Afonso // Biomedical Digital Signal Processing / V. X. Afonso; edited by W. J. Tompkins. – Prentice Hall, 1993. – Ch. 12– P. 236-264. 7. *Laguna, L.* Improved Heart Rate Variability Signal Analysis from the Beat Occurrence Times According to the IPFM Model / P. Laguna, J. Mateo // IEEE Transactions on biomedical engineering. – 2000. – Vol. 47. – № 8. – P. 985-996. 8. *Model-based filtering, compression and classification of the ECG* / G. D. Clifford, A. Shoeb, P. E. McSharry, B. A. Janz // IJBEM. – 2005. – Vol. 7. – № 1. – P. 158-161.

Национальный аэрокосмический
университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ»

Поступила в редколлегию 27.01.2015