

**ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНЫЕ МИРИАДНЫЕ ФИЛЬТРЫ****Введение**

Большинство нелинейных фильтров, так же, как и линейных, модельно-ориентированы – оптимально или достаточно эффективно функционируют для определенных законов плотности распределения вероятностей (ПРВ) помех или сигнально-помеховых ситуаций. Основным недостатком неадаптивных нелинейных фильтров состоит в трудности одновременного удовлетворения противоречивых требований обработки по обеспечению высокой степени подавления шума, устранению выбросов и минимизации динамических ошибок фильтра [1 – 5]. Для преодоления противоречивости свойств нелинейных фильтров и достижения необходимого компромисса этих свойств в условиях априорной неопределенности и ограниченности знаний о модели локального поведения сигнала и характеристиках помех разработаны методы локально-адаптивной нелинейной фильтрации. В данных фильтрах учитывается поведение сигнала и уровень шума в пределах скользящего окна и соответственно происходит адаптация параметров и/или типа фильтра к локальной сигнально-помеховой ситуации.

Основная идея нелинейных локально-адаптивных фильтров (ЛАФ) заключается в следующем. В пределах скользящего окна анализируются поведение сигнала и свойства помех: вычисляются один или несколько статистических показателей – параметры локальной адаптации (ПЛА), в зависимости от которых изменяется процедура обработки текущего участка сигнала. Различают нелинейные ЛАФ с "мягким" и с "жестким" переключениями параметров. К ЛАФ с "мягким" переключением относятся фильтры, изменяемые (адаптируемые) параметры которых могут принимать любые возможные значения, – это, как правило, фильтры, для которых ПЛА входят в аналитическое выражение, описывающее выходной сигнал. К ЛАФ с "жестким" переключением относятся нелинейные фильтры, параметры которых принимают фиксированные значения: например, изменяется размер окна, тип и параметры фильтра для локальной обработки сигнала [4 – 6]

Несмотря на успешное применение нелинейных ЛАФ в различных областях обработки сигналов, до настоящего времени не разрабатывались фильтры, одновременно использующие "мягкое" и "жесткое" переключение параметров, что, в частности, актуально для локально-адаптивной мириадной фильтрации процессов. Предложены [7] мириадные ЛАФ с адаптацией параметра  $K$  в зависимости от получаемых по выборке данных в пределах скользящего окна оценок их масштаба, что позволяет изменять свойства мириадного фильтра [8-11]. Однако при этом не рассматривалась возможность улучшения эффективности данных ЛАФ за счет изменения размера окна и других параметров алгоритма мириадной фильтрации в зависимости от свойств сигнала и помех. В связи с этим актуальными являются разработка мириадных ЛАФ с изменяемыми размером окна и параметрами и анализ их эффективности для комплексной модели одномерного процесса при различных условиях помех.

**Локально-адаптивные алгоритмы мириадной фильтрации**

К наиболее популярным робастным оценкам, используемым в алгоритмах нелинейной устойчивой фильтрации, относятся  $M$ -оценки (максимума правдоподобия), в частности мириада выборки, описываемая как [7 – 13]

$$\hat{\beta} \hat{=} \text{myriad}(x_1, x_2, \dots, x_N; K) = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^N \log [K^2 + (x_i - \beta)^2], \quad (1)$$

где  $\beta$  – оцениваемый параметр распределения;  $N$  – объем выборки  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  значений случайной величины;  $K$  – вещественный параметр,  $K > 0$ .

Мириадная оценка успешно применяется для фильтрации помех, описываемых классом симметричных  $\alpha$ -стабильных распределений, заданных характеристической функцией вида

$$\varphi(t) = \exp(j\mu t - \gamma/|t|^\alpha), \quad (2)$$

где  $t$  – вещественная переменная;  $\mu$  – параметр местоположения функции ПРВ;  $\gamma$  – дисперсия распределения, характеризующая масштаб рассеивания случайной величины относительно параметра местоположения,  $\gamma > 0$ ;  $\alpha$  – характеристика экспоненты, определяющая “тяжесть” хвостов ПРВ,  $0 < \alpha \leq 2$ . Чем больше  $\alpha$ , тем более вероятно нахождение случайной величины близко от центра ее распределения и, наоборот, чем меньше  $\alpha$ , тем более тяжелые хвосты имеет функция ПРВ, т.е. больше элементов распределения сосредоточено вдали от его центра. Значение  $\alpha=2$  соответствует гауссовой ПРВ, а  $\alpha=1$  – распределению Коши. Параметр местоположения ПРВ при  $1 < \alpha \leq 2$  – это среднее значение, а при  $0 < \alpha \leq 1$  – медианное [11 – 12].

Выходной сигнал мириадного фильтра описывается выражением

$$y^{Myr}(i) = myriad\{x(i - [N - 1]/2), \dots, x(i), \dots, x(i + [N - 1]/2); K\}, \quad (3)$$

где  $N$  – размер окна фильтра;  $K$  – настроечный параметр,  $K > 0$ .

Свойства мириадного фильтра изменяются в зависимости от параметра  $K$ . При нелинейных свойствах (малые значения  $K$ ) мириадный фильтр обеспечивает высокую эффективность подавления помех, описываемых ПРВ с “тяжелыми” и “очень тяжелыми” хвостами, и устранение выбросов, сохраняет скачки функции, а при линейных (большие значения  $K$ ) достигается высокая степень подавления гауссового шума, однако, и возрастают динамические ошибки [7 – 13]. Изменчивость свойств мириадного фильтра в зависимости от параметра  $K$  позволяет разрабатывать адаптивные мириадные фильтры [7, 12], в частности в [7] предложены мириадные ЛАФ в скользящем окне данных. В данных нелинейных ЛАФ в качестве ПЛА используется казиразмах, служащий робастной (нечувствительной к выбросам) оценкой масштаба данных [5 – 7],

$$Q(i) = x^{(q)} - x^{(p)}, \quad q < p, \quad p - q \approx N/2, \quad (4)$$

где  $i$  – индекс центрального элемента скользящего окна;  $q, p$  – номера порядковых статистик упорядоченного множества данных в пределах окна размером  $N$ ,  $x^{(1)} \leq x^{(2)} \leq \dots \leq x^{(N)}$ .

Использование квазиразмаха позволяет избежать недостатка мириадных и медианных фильтров, который заключается в зависимости эффективности подавления шума от крутизны сигнала  $\Delta s = |s(i+1) - s(i)|$  [1 – 3]. При увеличении  $\Delta s$  степень подавления шума данными нелинейными фильтрами резко уменьшается, а при некотором значении крутизны сигнал становится стабильной точкой, и шум не подавляется совсем [1 – 3, 7, 8], а для мириадных фильтров, характеризующихся большей степенью нелинейности свойств, шум может даже усиливаться [7, 8]. При увеличении  $\Delta s$  значения квазиразмаха  $Q(i)$  будут большими и, соответственно, если задать прямо пропорциональную зависимость параметра  $K$  от данного ПЛА, то это обеспечит линейность свойств мириадного фильтра и, следовательно, высокую степень подавления шума на участках возрастания / убывания сигнала. Таким образом, адаптивная оценка параметра  $K$  данного мириадного ЛАФ (обозначим как  $A1$ ) вычисляется как [7]

$$K_{A1}(i) = bQ(i), \quad (5)$$

где  $b$  – некоторый коэффициент.

Рассмотрим модификацию данного алгоритма – ЛАФ  $A2$ , где для каждого положения окна вычисляется максимум абсолютных величин разностей элементов выборки данных

$$K(i) = \max_{k \neq j} |x(k) - x(j)| \Big|_{k,j=1}^N. \quad (6)$$

Для данного мириадного ЛАФ адаптивная оценка параметра  $K$  определяется как

$$K_{A2}(i) = bK(i). \quad (7)$$

ЛАФ  $A1-A2$  имеют высокое быстродействие, определяемое вычислительной сложностью алгоритма поиска мириады, задержка обработки (запаздывание выходного сигнала относительно входного) –  $N/2$ , где  $N$  – размер скользящего окна.

Недостаток ЛАФ  $A1$  заключается в том, что в области скачка квазиразмах (4) имеет большое значение [6, 7] и соответственно работа мириадного фильтра в режиме линейности свойств (при больших  $K$ ) приведет к сглаживанию скачка, тогда как при нелинейных свойствах (малые значения  $K$ ) мириадный фильтр [13] является оптимальным для обработки данной особой точки [8]. Для того, чтобы в области скачка значения параметра  $K$  (5) в ЛАФ  $A1$  были малыми, предложено [7] выполнять фильтрацию квазиразмаха  $Q(i)$  медианным фильтром с тем же размером окна ( $N=9$ ):

$$Q^{Med}(i) = med\{Q(i - [N - 1]/2), \dots, Q(i), \dots, Q(i + [N - 1]/2)\}, \quad (8)$$

Параметр  $K$  для данной модификации мириадного ЛАФ ( $A3$ ) вычисляется как

$$K_{A3}(i) = bQ^{Med}(i), \quad (9)$$

где  $Q^{Med}(i)$  – элемент множества значений квазиразмаха  $\{Q^f(i)\}$ , обработанных некоторым нелинейным фильтром ( $Med$  – медианным). В результате обработки значения  $Q^{Med}(i)$  и соответствующие адаптивные оценки параметра  $K(i)$  (9) в области скачка малы, таким образом, достигается оптимальная обработка данного вида сигнала [7, 8].

Процедура предварительного вычисления значений квазиразмаха для получения множества в окне данных  $\{Q(i - [N - 1]/2), \dots, Q(i), \dots, Q(i + [N - 1]/2)\}$  и его фильтрация увеличивают задержку выходного сигнала ЛАФ  $A3$  относительно входного до  $N$ , т.е. получение выходного сигнала  $y^{A3}(i)$  возможно только при условии, что на вход алгоритма поступило  $N$  последующих за  $i$ -м значений дискретного сигнала.

Несмотря на то, что предложенными ранее [7] мириадными ЛАФ  $A1, A3$  обеспечивается высокая степень подавления шума на линейных участках сигнала, данные ЛАФ используют фиксированный размер окна, который с целью улучшения динамических свойств выбирается средним ( $N=9$ ), соответственно и степень подавления шума ограничивается данным размером окна. В связи с этим, целесообразно использование локальной адаптации не только параметра  $K$  мириадного фильтра, но и размера окна  $N$  и параметра  $b$  в ЛАФ  $A1-A2$ .

Предложим мириадный ЛАФ ( $A4$ ), использующий как “мягкую” адаптацию параметра  $K$ , вычисляемого по формулам (6) – (7), так и “жесткое” адаптивное переключение выходных сигналов ЛАФ  $A2$  при различных значениях параметров  $N$  и  $b$ . Для получения локальных оценок свойств сигнала и помех будем использовать ПЛА –  $Z$ -параметры, надежно функционирующие в условиях гауссова аддитивного, аддитивного и мультипликативного шумов с априорно неизвестной дисперсией и возможного наличия выбросов [4 – 6].

В основу  $Z$ -параметров положено использование обратной связи для формирования выходного сигнала ЛАФ: сравнение соответствующих отсчетов сигнала до и после обработки некоторым нелинейным фильтром, имеющим средние свойства [6]. Выражения, описывающие  $Z$ -параметр и детектор скачка – квазиразмах данного ПЛА, следующие:

$$Z(i) = \frac{\sum_{k=i-(N-1)/2}^{i+(N-1)/2} (y^f(k) - x(k))}{\sum_{k=i-(N-1)/2}^{i+(N-1)/2} |y^f(k) - x(k)|}, \quad (10)$$

$$Q_Z(i) = Z^{(q)}(i) - Z^{(p)}(i), \quad q < p, \quad p - q \approx N/2, \quad (11)$$

где  $x(k), y^f(k)$  – соответственно  $k$ -е отсчеты входного и выходного сигналов предварительного фильтра с размером скользящего окна  $N$ ;  $i$  – индекс, соответствующий центральному положению окна;  $q, p$  – номера порядковых статистик упорядоченного множества  $Z = \{Z(i-k), \dots, Z(i+k)\}, k = \overline{1, N/2}$ , в пределах окна размером  $N$ .

Применение ПЛА  $Z$  и  $Q_Z$  позволяет адаптировать тип и параметры компонентных фильтров в ЛАФ с “жестким” переключением к ситуациям резких изменений сигнала (скачки, изломы, экстремумы), для которых динамические ошибки предварительного фильтра велики, и медленных изменений, аппроксимируемых линейными и гладкими функциями, в результате фильтрации которых превалируют ошибки, обусловленные шумом [4 – 6].

Сигнал на выходе предлагаемого ЛАФ  $A4$  представим следующим выражением:

$$y^{A4}(i) = \begin{cases} y^{A2(N=7, b=0,3)}(i), & (Z_2^t \leq Z(i) < 1) \vee (Q_Z(i) > Q_Z^t); \\ y^{A2(N=13, b=0,5)}(i), & (Z_1^t \leq Z(i) < Z_2^t); \\ y^{A2(N=15, b=1)}(i), & (0 \leq Z(i) < Z_1^t); \end{cases}, \quad (12)$$

где  $y^{A2}(i)$  – сигнал на выходе ЛАФ  $A2$  (7) с размером окна  $N$  и параметром  $b$ ;  $Z(i), Q_Z(i)$  – ПЛА (10) – (11), используемые для адаптивного переключения выходных сигналов компонентных фильтров;  $Z_1^t \approx 0,2, Z_2^t \approx 0,4, Q_Z^t \approx 0,4$  – пороги [4, 6]. Значения  $N$  и  $b$  для компонентных фильтров подобраны численным моделированием. В качестве предварительного фильтра для расчета  $Z$ -параметра используется ЛАФ  $A2$  при  $N=15$  и  $b=1$ . Задержка обработки вследствие использования детектора скачка  $Q_Z$ , требующего предварительного вычисления множества  $Z = \{Z(i-k), \dots, Z(i+k)\}, k = \overline{1, N/2}$ , составляет  $N$  отсчетов.

### Модель сигнала и помех. Критерий эффективности

Большинство сигналов информационных систем не стационарны: могут содержать как участки, описываемые гладкими функциями, так и резкие изменения информативной компоненты. В связи с этим для исследований выбрана комплексная модель тестового воздействия, включающая различные характерные для реальных систем виды элементарных сигналов (рис.1 – 3): изопотенциальный (“плоский”) участок – отсчеты 1-50, скачок – 40-60, излом – 90-110, линейно изменяющийся сигнал – 110-140, пик – 140-160, окрестность точки стыка “плоского” участка и параболы – 240-260, гладкий экстремум – 265-285.

Модель помех представим как

$$n(i) = n_a(i) + n_\mu(i) + n_u(i), \quad (13)$$

где  $n_a(t_i)$  – гауссов шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_a^2$ ;  $n_\mu(i)$  – мультипликативный шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_\mu^2$ , зависящей от амплитуды сигнала  $s(i)$  по закону  $\sigma_\mu^2 = k_0(s^2(i))$ , коэффициент  $k_0 \in [0; 0,1]$ ;  $n_u(i)$  –

импульсная помеха с вероятностью  $P_u$  принимающая значения  $|n_u| > 3\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_\mu^2}$ .

Для анализа эффективности мириадных ЛАФ применим общепринятый критерий среднеквадратической ошибки (СКО) [1]:

$$\chi_{i_1-i_2} = \sum_{i=i_1}^{i_2} [y^f(i) - s(i)]^2 / [i_2 - i_1 + 1], \quad (14)$$

где  $y^f(i)$  –  $i$ -й отсчет сигнала на выходе фильтра;  $s(i)$  – тестовый сигнал в отсутствие помех;  $i_1, i_2$  – индексы отсчетов, задающие интервал оценки эффективности.

## Анализ результатов исследования

Проанализируем эффективность мириадных ЛАФ для комплексной модели одномерного сигнала на основании полученных в результате компьютерного моделирования статистически усредненных для большого числа реализаций  $N_R$  численных оценок эффективности по критерию СКО (14) в широком диапазоне изменения дисперсии аддитивного гауссова шума, аддитивного и мультипликативного шумов и при возможном наличии выбросов (табл). Для сравнения приведем оценки эффективности для медианного (*Med*) при размере окна  $N=9$ ,  $\alpha$ -урезанного (*Alfa*) при  $N=9$ ,  $N=13$  и параметрах соответственно  $[\alpha N]=2$ ,  $[\alpha N]=3$ , мириадного (*Myr*) при  $N=9$  и параметрах  $K=0,2$ ,  $K=1$ ,  $K=10$  фильтров [1 – 3, 8].

Тип фильтра	$\chi_t$	$\chi_{10-40}$	$\chi_{40-60}$	$\chi_{90-110}$	$\chi_{110-140}$	$\chi_{140-160}$	$\chi_{240-260}$	$\chi_{265-285}$
1) низкий уровень аддитивного гауссова шума: $\sigma_a^2=0,003$ ; $N_R=200$ ;								
Исходный	0,00299	0,00307	0,00307	0,00293	0,00285	0,00296	0,00287	0,00298
Med9	0,00109	0,00052	0,00118	0,00090	0,00110	0,00211	0,00190	0,00093
Alfa9(2)	0,00328	0,00039	0,02022	0,00054	0,00051	0,00152	0,01294	0,00059
Alfa13(3)	0,00507	0,00028	0,02871	0,00056	0,00036	0,00333	0,02214	0,00086
Myr9(0,2)	0,00511	0,00035	0,00064	0,00054	0,00043	0,00150	0,03736	0,00062
Myr9(1)	0,00378	0,00033	0,02496	0,00051	0,00031	0,00144	0,01482	0,00060
Myr9(10)	0,00647	0,00036	0,03537	0,00050	0,00034	0,00148	0,03170	0,00064
A1(N=9, b=0,5)	0,00170	0,00052	0,00613	0,00083	0,00102	0,00201	0,00493	0,00095
A1(N=9, b=0,7)	0,00259	0,00045	0,01495	0,00068	0,00067	0,00162	0,00905	0,00068
A1(N=9, b=1)	0,00365	0,00039	0,02221	0,00055	0,00053	0,00153	0,01491	0,00060
A2(N=9, b=0,3)	0,00117	0,00047	0,00181	0,00071	0,00085	0,00196	0,00350	0,00078
A2(N=9, b=0,7)	0,00379	0,00037	0,01969	0,00051	0,00036	0,00143	0,01763	0,00065
A2(N=9, b=1)	0,00493	0,00034	0,02682	0,00053	0,00036	0,00142	0,02350	0,00054
A3(Med9, b=0,7)	0,00125	0,00046	0,00045	0,00072	0,00076	0,00184	0,00523	0,00066
A4	0,00080	0,00022	0,00164	0,00061	0,00022	0,00148	0,00244	0,00092
2) средний уровень аддитивного гауссова шума: $\sigma_a^2=0,01$ ; $N_R=200$ ;								
Исходный	0,00998	0,01023	0,01025	0,00978	0,00950	0,00986	0,00958	0,00992
Med9	0,00278	0,00174	0,00392	0,00217	0,00235	0,00360	0,00536	0,00222
Alfa9(2)	0,00442	0,00129	0,02197	0,00145	0,00151	0,00262	0,01486	0,00159
Alfa13(3)	0,00608	0,00095	0,03050	0,00123	0,00107	0,00433	0,02437	0,00181
Myr9(0,2)	0,00591	0,00123	0,00187	0,00148	0,00145	0,00262	0,03675	0,00174
Myr9(1)	0,00464	0,00111	0,02605	0,00128	0,00105	0,00221	0,01593	0,00132
Myr9(10)	0,00726	0,00119	0,03610	0,00124	0,00113	0,00228	0,03261	0,00140
A1(N=9, b=0,5)	0,00319	0,00173	0,00799	0,00207	0,00226	0,00337	0,00729	0,00242
A1(N=9, b=0,7)	0,00382	0,00150	0,01623	0,00184	0,00179	0,00286	0,01069	0,00183
A1(N=9, b=1)	0,00469	0,00131	0,02313	0,00150	0,00158	0,00268	0,01625	0,00164
A2(N=9, b=0,3)	0,00261	0,00157	0,00393	0,00177	0,00195	0,00339	0,00627	0,00204
A2(N=9, b=0,7)	0,00490	0,00122	0,02302	0,00136	0,00114	0,00229	0,01930	0,00166
A2(N=9, b=1)	0,00588	0,00113	0,02900	0,00139	0,00117	0,00224	0,02465	0,00130
A3(Med9, b=0,7)	0,00266	0,00152	0,00198	0,00207	0,00214	0,00320	0,00792	0,00186
A4	0,00188	0,00070	0,00378	0,00138	0,00072	0,00281	0,00496	0,00259
3) высокий уровень аддитивного гауссова шума: $\sigma_a^2=0,03$ ; $N_R=200$ ;								
Исходный	0,02994	0,03068	0,03074	0,02933	0,02849	0,02958	0,02873	0,02975
Med9	0,00707	0,00522	0,01177	0,00554	0,00566	0,00701	0,01309	0,00567
Alfa9(2)	0,00740	0,00387	0,002631	0,00395	0,00423	0,00542	0,01943	0,00427
Alfa13(3)	0,00853	0,00284	0,03446	0,00289	0,00292	0,00663	0,02926	0,00399
Myr9(0,2)	0,00877	0,00431	0,00841	0,00450	0,00468	0,00600	0,03428	0,00535
Myr9(1)	0,00711	0,00335	0,02916	0,00351	0,00317	0,00443	0,01923	0,00344
Myr9(10)	0,00950	0,00358	0,03831	0,00336	0,00339	0,00456	0,03504	0,00361
A1(N=9, b=0,5)	0,00714	0,00518	0,01436	0,00532	0,00552	0,00667	0,01310	0,00631
A1(N=13, b=0,5)	0,00680	0,00369	0,01830	0,00437	0,00429	0,00748	0,01553	0,00555
A1(N=9, b=0,7)	0,00717	0,00449	0,02074	0,00485	0,00477	0,00586	0,01525	0,00485

A1(N=9, b=1)	0,00759	0,00394	0,02650	0,00406	0,00439	<b>0,00558</b>	0,01999	0,00441
A2(N=9, b=0,3)	0,00636	0,00471	<b>0,01101</b>	0,00469	0,00495	0,00684	<b>0,01240</b>	0,00523
A2(N=9, b=0,7)	0,00771	0,00366	0,02886	0,00370	<b>0,00337</b>	<b>0,00468</b>	0,02339	0,00440
A2(N=9, b=1)	0,00837	0,00340	0,03309	0,00377	<b>0,00349</b>	<b>0,00459</b>	0,02744	<b>0,00347</b>
A2(Med9)(b=0,7)	0,00633	0,00455	<b>0,00827</b>	0,00534	0,00527	0,00634	<b>0,01411</b>	0,00477
A3(Med13, b=0,7)	<b>0,00594</b>	0,00323	<b>0,00814</b>	0,00347	0,00387	0,00769	0,01736	<b>0,00443</b>
A4	<b>0,00467</b>	<b>0,00207</b>	<b>0,01241</b>	<b>0,00273</b>	<b>0,00207</b>	0,00637	<b>0,01099</b>	0,00565

Окончание табл.

Тип фильтра	$\chi_t$	$\chi_{10-40}$ —	$\chi_{40-60}$ ┌	$\chi_{90-110}$ └	$\chi_{110-140}$ /	$\chi_{140-160}$ ^	$\chi_{240-260}$ ┐	$\chi_{265-285}$ ∩
4) высокий уровень аддитивного и мультипликативного шумов: $\sigma_a^2=0,03$ ; $k_0=0,006$ ; $N_R=200$ ;								
Исходный	0,06049	0,03619	0,04627	0,05703	0,08206	0,01500	0,05509	0,12412
Med9	0,01247	0,00605	<b>0,01734</b>	0,00999	0,01474	0,02085	<b>0,01994</b>	0,02118
Alfa13(3)	0,01174	<b>0,00332</b>	0,03794	<b>0,00551</b>	<b>0,00807</b>	<b>0,01419</b>	0,03370	<b>0,01261</b>
Myr13(0,2)	0,01622	0,00392	<b>0,01465</b>	<b>0,00737</b>	0,01241	0,02151	0,06499	0,01903
Myr13(1)	0,01110	<b>0,00273</b>	0,04179	<b>0,00492</b>	<b>0,00665</b>	<b>0,01393</b>	0,03081	<b>0,01130</b>
Myr13(10)	0,01576	<b>0,00282</b>	0,05402	<b>0,00471</b>	<b>0,00676</b>	<b>0,01170</b>	0,06504	<b>0,01038</b>
A1(N=9, b=0,5)	0,01272	0,00582	0,01839	0,01009	0,01602	0,02191	<b>0,01942</b>	0,01948
A1(N=9, b=0,7)	0,01182	0,00535	0,02399	0,00876	0,01289	0,01830	<b>0,02088</b>	0,01848
A1(N=9, b=1)	0,01186	0,00469	0,02933	0,00831	0,01092	<b>0,01614</b>	0,02356	0,01696
A2(N=9, b=0,3)	0,01151	0,00577	<b>0,01666</b>	0,00907	0,01324	0,01995	<b>0,02030</b>	0,01815
A2(N=9, b=0,7)	0,01143	0,00427	0,03091	<b>0,00666</b>	0,01023	<b>0,01453</b>	0,02752	<b>0,01422</b>
A2(N=9, b=1)	0,01192	0,00409	0,03542	<b>0,00682</b>	<b>0,00936</b>	<b>0,01283</b>	0,03050	<b>0,01514</b>
A3(Med13, b=0,7)	<b>0,00992</b>	0,00394	<b>0,01546</b>	<b>0,00655</b>	<b>0,00935</b>	0,01662	0,02448	<b>0,01333</b>
A4	<b>0,00888</b>	<b>0,00265</b>	<b>0,02333</b>	<b>0,00491</b>	<b>0,00575</b>	<b>0,01363</b>	<b>0,02190</b>	<b>0,01214</b>
5) средний уровень шума и невысокая вероятность выбросов: $\sigma_a^2=0,01$ ; $k_0=0,001$ ; $P_u=0,01$ , $n_u=1$ ; $N_R=500$ ;								
Исходный	0,02531	0,01980	0,02236	0,02486	0,02899	0,03442	0,02522	0,03691
Med9	0,00429	0,00190	<b>0,00663</b>	0,00299	0,00407	0,00621	<b>0,00886</b>	0,00517
Alfa9(2)	0,00539	0,00154	0,02356	<b>0,00213</b>	<b>0,00276</b>	<b>0,00437</b>	0,01639	<b>0,00366</b>
Alfa13(3)	0,00695	<b>0,00101</b>	0,03198	<b>0,00188</b>	<b>0,00201</b>	0,00553	0,02671	<b>0,00362</b>
Myr9(0,2)	0,00697	<b>0,00134</b>	<b>0,00439</b>	<b>0,00223</b>	0,00311	0,00534	0,03795	0,00407
Myr9(1)	0,00581	0,00168	0,02681	<b>0,00231</b>	<b>0,00262</b>	<b>0,00419</b>	0,01789	<b>0,00341</b>
Myr9(10)	0,00892	0,00252	0,03786	0,00290	0,00316	<b>0,00464</b>	0,03370	<b>0,00381</b>
A1(N=9, b=0,5)	0,00439	0,00182	0,00967	0,00296	0,00395	0,00606	0,01021	0,00488
A1(N=9, b=0,7)	0,00495	0,00167	0,01742	<b>0,00250</b>	0,00328	0,00521	0,01308	0,00445
A1(N=9, b=1)	0,00564	0,00157	0,02442	<b>0,00216</b>	0,00281	0,00449	0,01764	<b>0,00376</b>
A2(N=9, b=0,3)	<b>0,00388</b>	0,00166	0,00702	<b>0,00257</b>	0,00337	0,00519	<b>0,00945</b>	0,00451
A2(N=9, b=0,7)	0,00604	0,00159	0,02426	<b>0,00247</b>	<b>0,00265</b>	<b>0,00442</b>	0,02156	<b>0,00364</b>
A2(N=9, b=1)	0,00720	0,00177	0,03021	<b>0,00256</b>	0,00291	<b>0,00421</b>	0,02715	<b>0,00335</b>
A3(Med9, b=0,7)	<b>0,00406</b>	0,00164	<b>0,00523</b>	0,00277	0,00363	0,00575	0,01155	0,00434
A4	<b>0,00346</b>	<b>0,00102</b>	0,00850	<b>0,00231</b>	<b>0,00167</b>	0,00558	<b>0,00914</b>	0,00466
б) аддитивные, мультипликативные и импульсные помехи: $\sigma_a^2=0,03$ ; $k_0=0,003$ ; $P_u=0,03$ , $n_u=1$ ; $N_R=500$ .								
Исходный	0,07543	0,06313	0,06649	0,07246	0,08591	0,10177	0,07562	0,11031
Med9	0,01150	0,00597	<b>0,01825</b>	0,00856	0,01137	0,01522	<b>0,02204</b>	0,01519
Alfa13(3)	0,01138	<b>0,00326</b>	0,03938	<b>0,00511</b>	<b>0,00622</b>	<b>0,00975</b>	0,03706	<b>0,00860</b>
Myr13(0,2)	0,01473	<b>0,00335</b>	0,02179	<b>0,00579</b>	0,00828	0,01401	0,06208	0,01232
Myr13(1)	0,01147	0,00400	0,04353	<b>0,00605</b>	<b>0,00630</b>	<b>0,00920</b>	0,03433	<b>0,00757</b>
Myr13(10)	0,01764	0,00567	0,05618	0,00812	<b>0,00754</b>	<b>0,01060</b>	0,06831	<b>0,00800</b>
A1(N=9, b=0,5)	0,01094	0,00563	<b>0,01915</b>	0,00836	0,01118	0,01489	<b>0,02119</b>	0,01391
A1(N=9, b=0,7)	0,01072	0,00524	0,02432	0,00730	0,00958	0,01314	<b>0,02204</b>	0,01331
A1(N=9, b=1)	0,01082	0,00507	0,03057	0,00661	0,00892	<b>0,01127</b>	0,02454	0,01153
A2(N=9, b=0,3)	<b>0,01021</b>	0,00508	<b>0,01990</b>	0,00726	0,00957	0,01235	<b>0,02183</b>	0,01280
A2(N=9, b=0,7)	0,01167	0,00535	0,03243	0,00760	0,00876	<b>0,01182</b>	0,03027	<b>0,01084</b>
A2(N=9, b=1)	0,01296	0,00616	0,03690	0,00798	0,00946	<b>0,01152</b>	0,03436	<b>0,01027</b>
A3(Med13, b=0,7)	<b>0,00958</b>	<b>0,00356</b>	<b>0,01952</b>	<b>0,00565</b>	<b>0,00748</b>	0,01218	0,02573	<b>0,01046</b>
A4	<b>0,00954</b>	0,00340	0,03015	<b>0,00606</b>	<b>0,00550</b>	<b>0,01133</b>	<b>0,02324</b>	<b>0,00887</b>

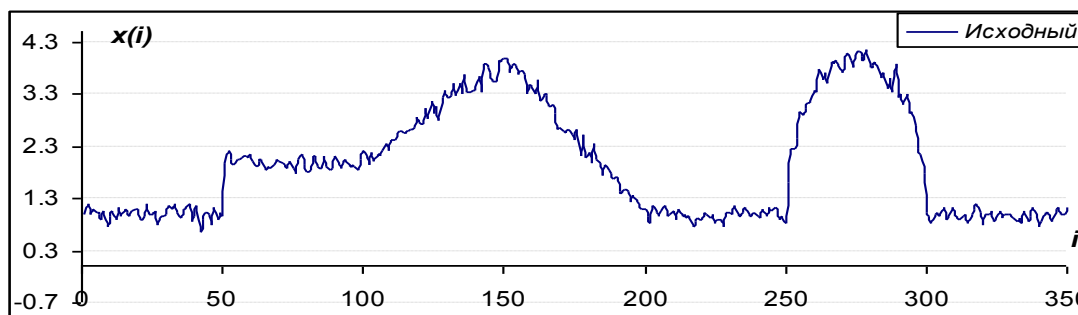
ЛАФ  $A1$  (4) – (5) и  $A2$  (6) – (7) имеют более высокое быстродействие и меньшую задержку обработки в сравнении с ЛАФ  $A3$ - $A4$ . Как показывает численное моделирование (таблица), вместо рекомендуемого в [7] мириадного ЛАФ  $A1$  с параметром  $b=0,5$  предпочтительней использовать модификацию ЛАФ  $A2$  при  $b=0,3$  в связи с лучшими интегральными и локальными показателями эффективности. Увеличение коэффициента  $b$  приводит к лучшему подавлению шума, однако, и к ухудшению динамических свойств.

ЛАФ  $A3$  (8) – (9) [7], как и мириадный фильтр (3) с нелинейными свойствами ( $K=0,2$ ) [8, 13], является оптимальным – наилучшим для обработки скачка. При высоком уровне шума для ЛАФ  $A3$  целесообразно увеличить размер окна ( $N=13$ ). Если в отсутствие или при небольшой вероятности импульсных помех ЛАФ  $A3$  заметно уступает по эффективности ЛАФ  $A4$ , то при сильной засоренности ПРВ помех выбросами ( $P_u > 0,03$ ) преимущество ЛАФ  $A4$  над вариантом  $A3$  по интегральным значениям СКО утрачивается. Поэтому, принимая во внимание наилучшее качество обработки скачка и устойчивость к импульсным помехам, можно говорить, что ЛАФ  $A3$  имеет более высокую нелинейность свойств.

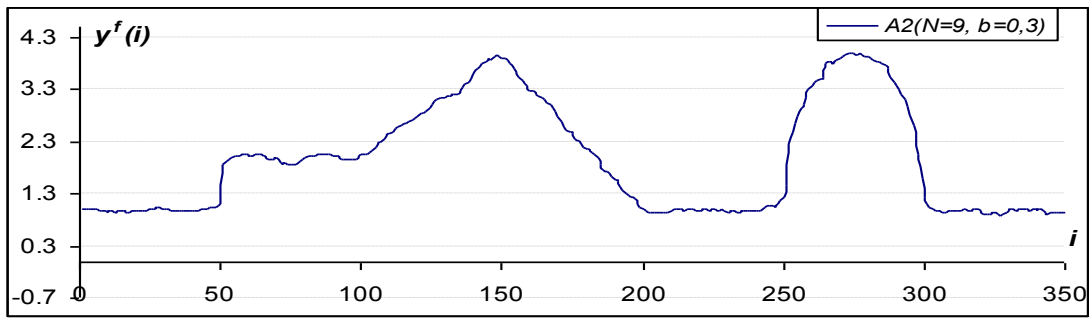
ЛАФ  $A4$  (12) в сравнении с предложенным в [7] наилучшим вариантом мириадного ЛАФ  $A3$  ( $N=9$ ,  $b=0,7$ ) обеспечивает существенное повышение эффективности обработки комплексного одномерного сигнала при небольшой вероятности импульсных помех ( $P_u < 0,03$ ): улучшение по интегральным показателям СКО составляет 20 – 60 %. Возросла степень подавления шума на “плоском участке” в 2,1 – 2,2 раз, на линейно изменяющемся – в 2,3 – 3,5 раз, в области стыка “плоского” участка и параболы при низком уровне шума СКО в 2,2 раза меньше, однако при возрастании дисперсии шума преимущество уже меньше – 60 % и менее. Вследствие более высокой степени подавления шума на линейных участках ЛАФ  $A4$  выигрывает у ЛАФ  $A3$  и в области изломов, но хуже сохраняет скачок: значения СКО для ЛАФ  $A4$  в 3,6 – 1,5 раз больше. Однако несмотря на проигрыш варианту  $A3$  эффективность ЛАФ  $A4$  в области скачка можно считать достаточно высокой, принимая во внимание то, что нелинейные фильтры ( $\alpha$ -урезанный при  $N=13$ ,  $[\alpha N]=3$ , мириадный при  $K=10$ ) и ЛАФ  $A1$ ,  $A2$  (при  $b=0,7..1$ ), характеризующиеся высокой степенью подавления шума, в области скачка не только не эффективны, но и вносят существенные динамические ошибки.

Робастные свойства мириадных ЛАФ, особенно вариантов  $A2$  ( $b=0,3$ ),  $A3$  ( $b=0,5..0,7$ ), высоки, о чем свидетельствуют меньшие интегральные значения СКО в сравнении с робастными медианным, мириадным ( $K=0,2$ ),  $\alpha$ -урезанным ( $N=13$ ,  $[\alpha N]=3$ ) фильтрами (таблица).

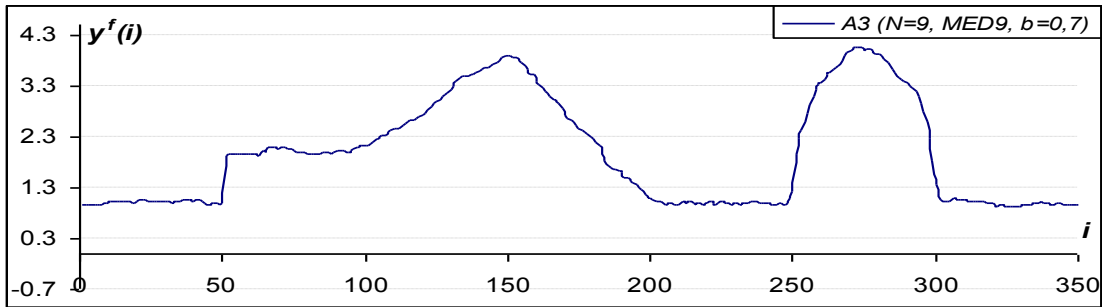
Как видим из анализа выходных сигналов мириадных ЛАФ при среднем и высоком уровнях аддитивного и мультипликативного шумов и при наличии выбросов, приведенных на рис.1 – 3, где  $a$  – исходный сигнал;  $b$  – сигнал на выходе ЛАФ  $A2$ ;  $c$  – сигнал на выходе ЛАФ  $A3$ ;  $d$  – сигнал на выходе ЛАФ  $A4$ ; наилучшее качество обеспечивается ЛАФ  $A4$ , что подтверждается численными оценками (таблица).



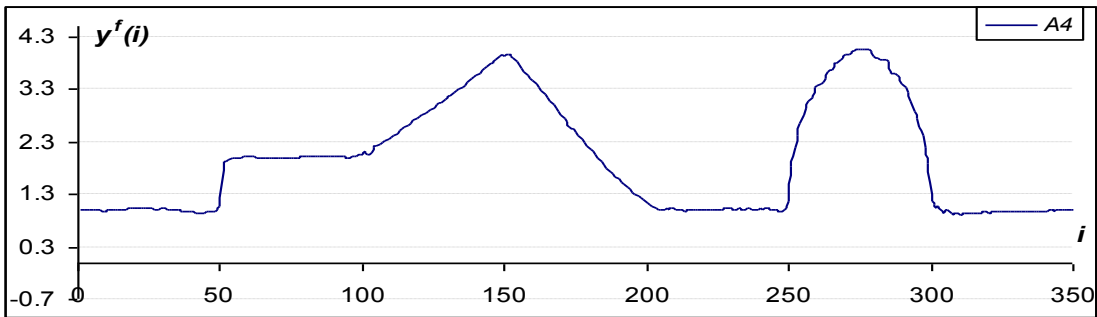
*a*



$\bar{b}$   
Рис. 1

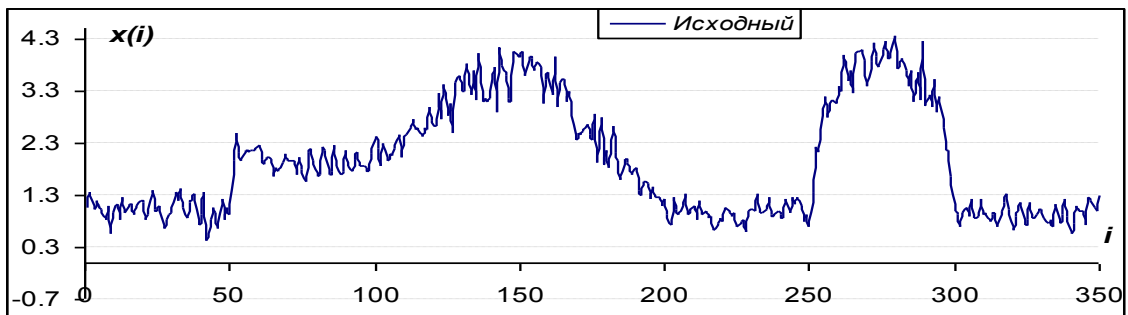


$\bar{b}$

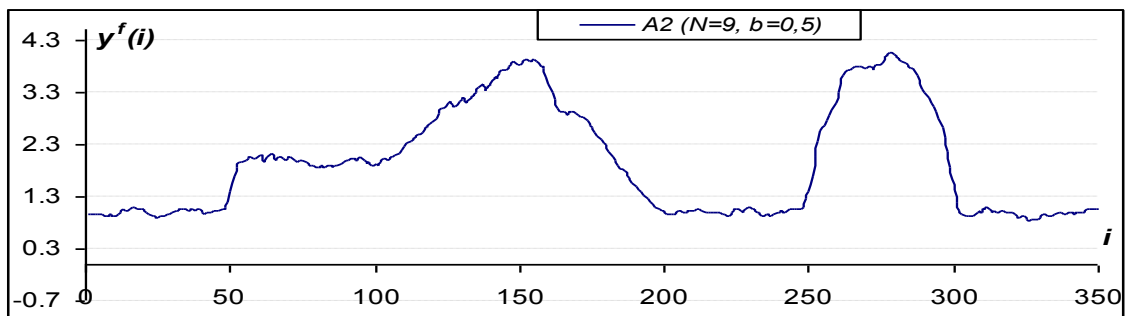


$\bar{z}$

Рис.1 (Продолжение)

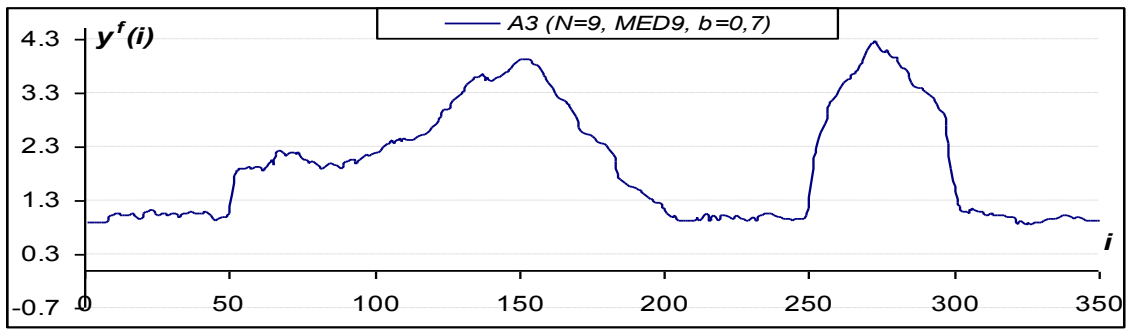


$\bar{a}$



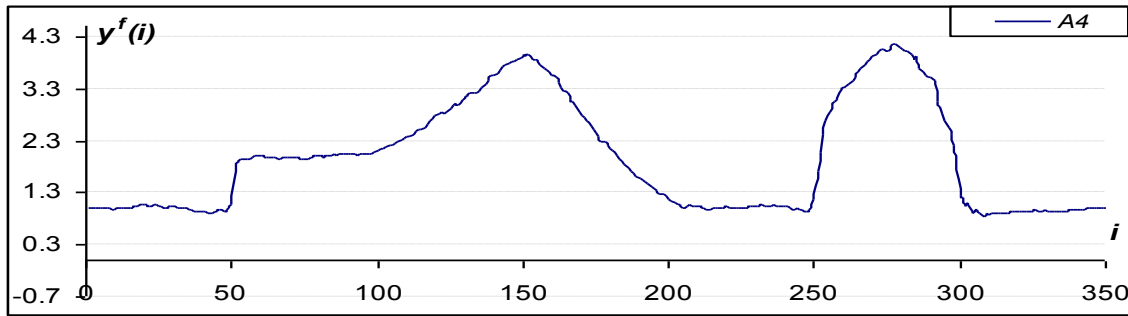
$\bar{b}$





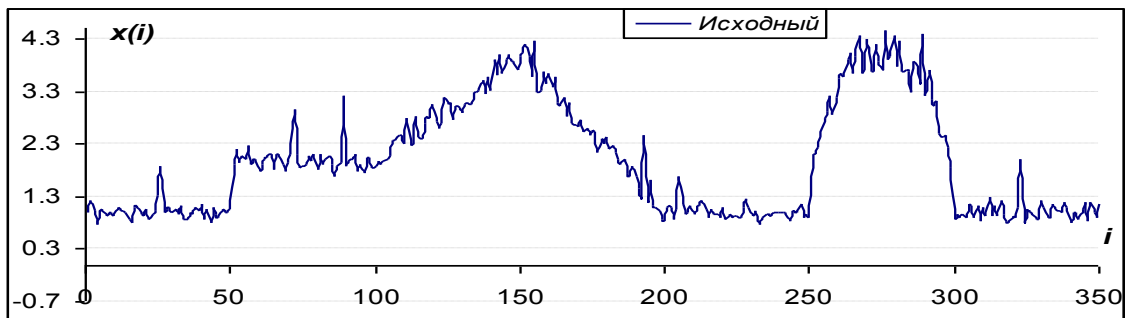
*B*

Рис. 2

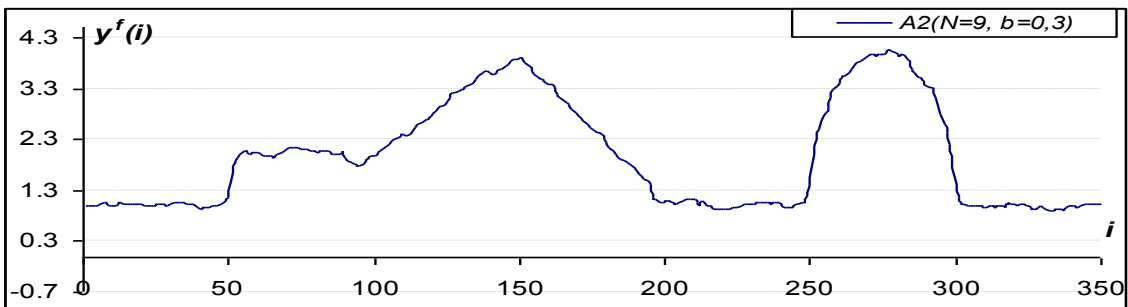


*2*

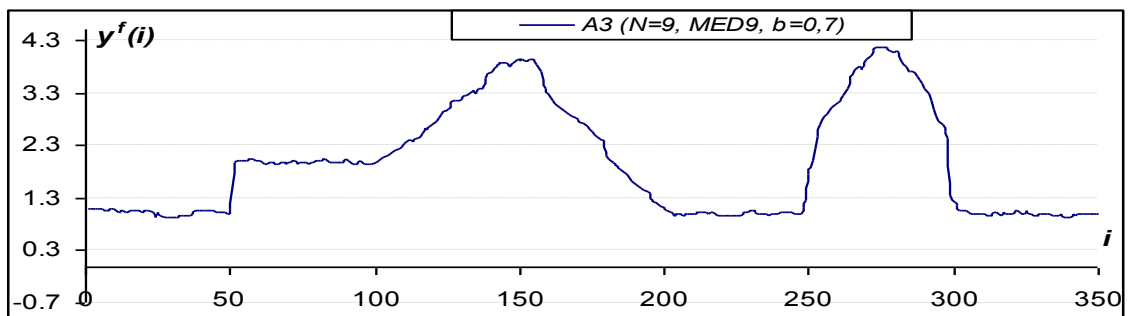
Рис. 2 (Продолжение)



*a*



*б*



*2*

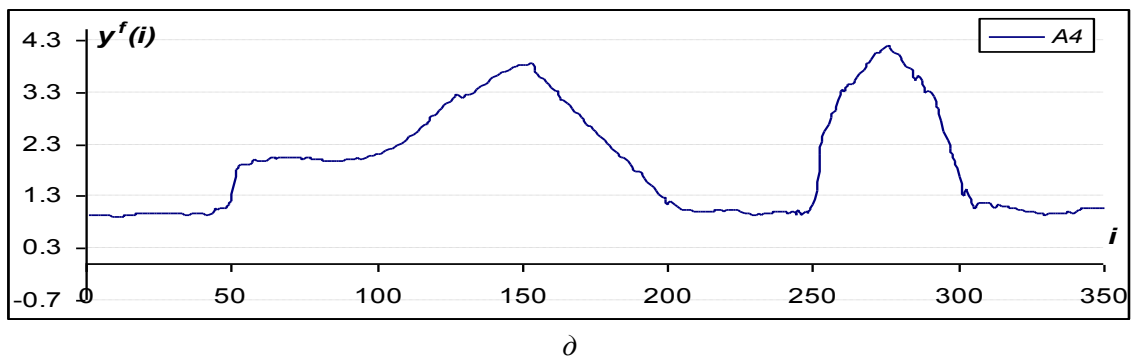


Рис. 3

## Заключение

Для комплексной модели одномерного процесса, содержащей участки линейного сигнала, скачок, излом, пик, параболический экстремум, и условий воздействия различного уровня аддитивного гауссова шума, аддитивного и мультипликативного шумов и наличия выбросов, получены статистические оценки эффективности по критерию СКО.

Предложено в мириадном ЛАФ (вариант *A1*) для адаптивной оценки параметра мириады  $K$  вместо квазиразмаха вычислять максимум абсолютных разностей элементов выборки в окне данных (модификация *A2*), что позволило немного улучшить локальные (для набора элементарных сигналов) и интегральные показатели эффективности. Данный ЛАФ характеризуется высокой робастностью – устойчивостью к выбросам и малой задержкой обработки.

Предложен мириадный ЛАФ, в котором в зависимости от получаемых для каждого положения скользящего окна оценок свойств сигнала и помех изменяются размер окна  $N$  и коэффициент  $b$ , используемый при адаптивном вычислении параметра мириады  $K$ . В качестве параметров локальной адаптации для получения оценок сигнально-помеховой ситуации в пределах окна используются параметр  $Z$  и детектор скачка  $Q_Z$  на основе квазиразмаха данного параметра [4], а для получения адаптивной оценки параметра мириады выборки  $K$  вычисляется максимум абсолютных разностей элементов в окне данных. Данный мириадный ЛАФ (*A4*), не используя более сложных вычислений в сравнении с разработанным ранее наилучшим вариантом (*A3*) [7], для всех моделируемых ситуаций широкого диапазона изменения дисперсии аддитивного гауссова шума, аддитивного и мультипликативного шумов и наличия выбросов имеет наилучшие интегральные показатели эффективности обработки одномерного сигнала, включающего различные типы сигналов. В отсутствие или при небольшой вероятности выбросов интегральные значения СКО уменьшаются в 4 – 8 раз. Данный ЛАФ также обеспечивает оптимальную, определяемую размером окна ( $N=13 - 15$ ), степень подавления шума на линейных участках сигнала, причем высокая эффективность сохраняется и при большой крутизне сигнала, что не присуще мириадным и медианным фильтрам.

**Список литературы:** 1. *Astola J., Kuosmanen P.* Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering.– USA : CRC Press LLC, 1997. – 276 p. 2. *Abramov S.K., Tulyakova N.O., Lukin V.V., Melnik V.P.* Dynamic Characteristics of Some Nonlinear 1-D Filters // FINSIG'99: Proc. of the 1999 Finnish Signal Processing Symposium, May 31, 1999. – Oulu (Finland), 1999.– P.184 – 188. 3. *Лукин В.В.* Динамические и статистические свойства алгоритмов нелинейной фильтрации одномерных информационных сигналов // Авиационная и ракетно-космическая техника : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 1998.– Вып. 7. – С. 134 – 141. 4. *Lukin V.V., Zelensky A.A., Tulyakova N.O., Melnik V.P.* Adaptive method for 1-D signal processing based on nonlinear filter bank and Z-parameter // NSIP'99: Proc. of the IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing, June 20 – 23, 1999. – Antalya (Turkey), 1999. – Vol. I. – P. 287 – 291. 5. *Зеленский А.А., Кулемин Г.П., Лукин В.В., Мельник В.П.* Локально – адаптивные устойчивые алгоритмы обработки радиоизображений – Препринт АН Украины. Ин-т радиоэлектрон. 93 – 143. – Харьков, 1993. – 39 с. 6. *Лукин В.В.* Анализ поведения показателей локальной активности для нелинейных адаптивных фильтров // Радиопизика и электроника : сб. науч. тр. НАН Украины. Ин-т радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова. – Харьков, 1998. – Вып.3., № 2. – С. 80-89. 7. *Abramov S.K., Lukin V.V., Astola J.* Adaptive myriad filter // CD-ROM Proc. of NSIP'2001. – Baltimore (USA), 2001. – 5 p. 8. *Abramov S.K., Lukin V.V., Astola J.* Myri-

ad Filter Properties and Parameter Selection // Proc. of the Fifth All-Ukrainian Intern. Conf. UkrOBRAZ'2000 "Signal/Image Processing and Pattern Recognition", Nov. 2000. – Kiev (Ukraine), 2000. – P.159 – 171. 9. *Gonzalez JG., Arce GR.* Statistically-Efficient Filtering in Impulsive Environments: Weighted Myriad Filters // EURASIP Journal on Applied Signal Processing. – 2002. – Vol.1, №1. – P.4 – 20. 10. *Kalluri S., Arce GR.* Robust frequency-selective filtering using weighted myriad filters admitting real-valued weights // Proc. of the IEEE Trans. on Signal Processing. – 2001. – Vol. 49. – P. 2721 – 2733. 11. *Carrillo R.E., Aysal T.C., Barner K.E.* A Generalized Cauchy Distribution Framework for Problems Requiring Robust Behavior // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2010. – 19 p. 12. *Kalluri S., Arce GR.* Adaptive weighted myriad filter algorithms for robust signal processing in  $\alpha$ -stable noise environments // Proc. of the IEEE Trans. on Signal Processing. – 1998. – Vol. 46, № 2. – P.322 – 334. 13. *Абрамов С.К.* Алгоритм реализации мириадной фильтрации // Авиационно-космическая техника и технология : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Харьков, 2000. – Вып. 21. – С.143 – 147.

*Институт телекоммуникаций и глобального  
информационного пространства НАН Украины*

*Поступила в редколлегию 12.11.2014*