

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ НАЛИЧИИ КОРРЕЛИРОВАННОЙ С СИГНАЛОМ ПОМЕХИ

Введение

В последние несколько десятилетий адаптивные антенные решетки (ААР) широко применяются в радиолокации, радио- и подводной (акустической) связи, пассивной гидроакустической локации, воздушной акустике, медицине и ряде других областей. Теория ААР

детально разработана, а также предложено большое количество эффективных алгоритмов синтеза ААР различного типа [1 – 3]. Как правило, в работах, посвященных исследованию эффективности работы ААР, предполагается некоррелированность помехи с сигналом. Однако наиболее неприятными с точки зрения подавления полезного сигнала радиоэлектронных систем являются помехи, коррелированные с сигналом [4]. Поэтому задача синтеза и анализа эффективности работы ААР при воздействии на нее коррелированной с сигналом помехи представляется актуальной.

Для поиска оптимального вектора весовых коэффициентов чаще всего используются такие критерии эффективности, как: минимум среднеквадратичной ошибки, максимум отношения средней мощности сигнала к средней мощности помехи, максимуму функции правдоподобности, минимум дисперсии шума. При использовании любого из этих критериев основная сложность ложится на обращение корреляционной матрицы (КМ) входного процесса в приемных каналах антенны.

Цель работы – задача максимизации выходной мощности ААР при нормированных весовых коэффициентах в условиях воздействия на сигнал корреляционной помехи.

Постановка и решение задачи

Рассмотрим линейную эквидистантную адаптивную антенную решетку (ЛЭААР), состоящую из N изотропных элементов. Считаем, что пространственная и временная структуры сигналов антенны разделяются.

Вектор-столбец комплексной огибающей волны $\vec{X}^T(t)$ на выходе приемных элементов решетки представляет собой аддитивную смесь полезного, помехового и шумового сигналов:

$$\vec{X}^T(t) = \dot{x}_c(t) \cdot \vec{V}_c^T + \dot{x}_n(t) \cdot \vec{V}_n^T + \vec{X}_{ш}^T(t), \quad (1)$$

где \vec{V}_c^T , \vec{V}_n^T – соответственно вектор-столбцы фазового набег полезного и помехового сигналов, обусловленные геометрией расположения элементов антенны; T – знак транспонирования.

Будем далее считать, что на вход ЛЭААР, работающей в узкополосном режиме, поступает эргодический случайный процесс с коррелированной с сигналом помехой. В этом случае комплексную огибающую помехового сигнала можно представить как линейную комбинацию сигнала $\dot{x}_c(t)$ и некоррелированную помеховую составляющую $\dot{x}_n^u(t)$ [5]:

$$\dot{x}_n(t) = \dot{\rho} \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} \dot{x}_c(t) + \dot{x}_n''(t). \quad (2)$$

Здесь $\dot{\rho} = \frac{\dot{x}_n(t) \cdot \dot{x}_c^*(t)}{\sqrt{P_n \cdot P_c}}$ – комплексный коэффициент корреляции; черта означает усреднение; * – знак комплексного сопряжения; P_n, P_c – средние мощности помехи и сигнала.

Используя соотношения (1), (2) и введя корреляционный вектор

$$\vec{V}_\kappa^T = \vec{V}_c^T + \dot{\rho} \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} \vec{V}_n^T,$$

вектор комплексной огибающей можно представить следующим образом:

$$\vec{X}^T(t) = \dot{x}_c(t) \cdot \vec{V}_\kappa^T + \dot{x}_n''(t) \cdot \vec{V}_n^T + \vec{X}_{u''}^T(t).$$

При проведении исследования влияния коэффициента корреляции $\dot{\rho}$ на эффективную работу оптимальной адаптивной антенны по критерию максимума выходной мощности полезного сигнала удобно рассматривать выходной сигнал $y(t)$, как скалярное произведение в N-мерном комплексном унитарном пространстве:

$$y(t) = (\vec{X}(t), \vec{W}) = \dot{x}_c(t) (\vec{V}_\kappa, \vec{W}) + \dot{x}_n''(t) (\vec{V}_n, \vec{W}) + (\vec{X}_{u''}, \vec{W}), \quad (3)$$

где $\vec{W} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ – вектор весовых коэффициентов (ВВК).

В силу представления (3) сигнала $y(t)$ и некоррелированности всех составляющих правой части равенства (3) мощность на выходе антенной решетки $P_{\text{вых}}$ можно записать как сумму мощностей:

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вых}}^c + P_{\text{вых}}^n + P_{u''}.$$

Здесь $P_{\text{вых}}^c = P_c |(\vec{V}_\kappa, \vec{W})|^2$ – мощность выходного сигнала; $P_{\text{вых}}^n = P_n |(\vec{V}_n, \vec{W})|^2$ – мощность помехи на выходе антенны; $P_{u''} = \sigma_{u''}^2 |(\vec{W}, \vec{W})|^2$ – выходная мощность собственного шума; $\sigma_{u''}^2$ – суммарная мощность шумов каналов решетки.

Путем вариации весовых коэффициентов из задачи максимизации выходной мощности сигнала

$$\max_{\vec{W}} \Rightarrow P_{\text{вых}}^c = P_c |(\vec{V}_\kappa, \vec{W})|^2 \quad (4)$$

определим оптимальный по выбранному критерию ВВК.

Максимум квадрата модуля скалярного произведения достигается только в том случае, когда вектора скалярного произведения в (4) \vec{V}_κ и \vec{W} коллинеарные. Таким образом, с точностью до постоянного множителя максимальная мощность будет достигнута, если ВВК $\vec{W} = \vec{V}_\kappa$. Проведя нормировку весовых коэффициентов ($\|\vec{W}\|^2 = (\vec{W}, \vec{W}) = 1$), получаем максимальную мощность на выходе антенны \bar{P}_c в виде

$$\bar{P}_c = P_c (\vec{V}_\kappa, \vec{V}_\kappa). \quad (5)$$

Расположим линейную эквидистантную решетку вдоль оси OZ прямоугольной системы координат (см. рис.1). Пусть $\dot{\rho} = \dot{\rho} \sqrt{\frac{P_c}{P_n}}$, тогда корреляционный вектор принимает вид

$$\vec{V}_K = \left(e^{i2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n}; e^{i4\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i4\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n}; \dots; e^{i2N\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i2N\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n} \right)$$

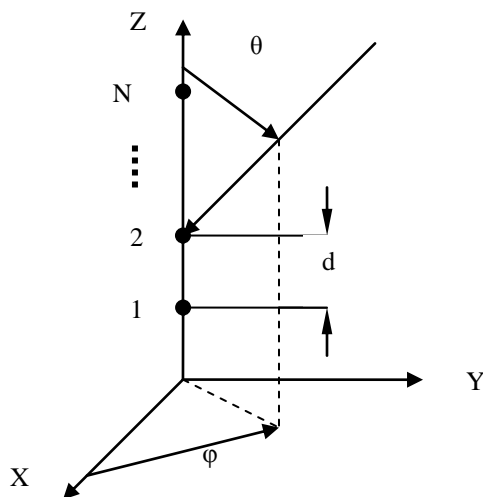


Рис. 1. Геометрия линейной антенной решетки

Здесь $\frac{d}{\lambda}$ – шаг решетки (λ – длина волны); $\theta_{c(n)}$ – угол, образованный линейкой антенны и падающим лучом сигнала (помехи). Теперь преобразуем правую часть равенства (5) к виду, удобному для анализа зависимости оптимальной выходной мощности \bar{P}_c от амплитуды и фазы коэффициента корреляции $\dot{\rho} = |\dot{\rho}|e^{i\varphi}$. Для этого, введя обобщенный параметр $a = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\cos \theta_c - \cos \theta_n)$, распишем скалярное произведение правой части (5):

$$\begin{aligned} \bar{P}_c &= P_c \left\{ \sum_{m=1}^N \left| e^{i2\pi \frac{d}{\lambda} m \cos \theta_c} + |\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} e^{i(2\pi \frac{d}{\lambda} m \cos \theta_n + \varphi)} \right|^2 \right\} = \\ &= \left| a = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\cos \theta_c - \cos \theta_n) \right| = \\ &= N \left(P_c + |\dot{\rho}|^2 P_n \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{P_c P_n} \sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi). \end{aligned}$$

Нормируем максимальную выходную мощность \bar{P}_c , разделив последнюю на мощность помехи P_n , и рассмотрим, таким образом, относительную энергетическую характеристику эффективной работы адаптивной антенной решетки $G(|\dot{\rho}|, \varphi)$ – отношение сигнал/помеха (с/п):

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = \frac{\bar{P}_c}{P_n} = N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi).$$

Так как для обобщенного параметра $a \neq 2\pi n$, $n \in Z$ сумма в правой части последнего равенства сворачивается:

$$\sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi) = \cos \left[(N+1) \frac{a}{2} \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}},$$

то максимальное значение отношения с/п принимает вид

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[(N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}}. \quad (6)$$

Полученная формула (6) полностью описывает сложную интерференционную картину, возникающую на выходе оптимальной ЛЭААР в случае наличия корреляционной связи между сигналом и помехой. Кроме того, правая часть равенства (6) показывает, что вся динамика влияния на выходной сигнал адаптивной антенны интерференции полей сигнала и помехи может быть исследована с помощью обобщенного параметра $a = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\cos \theta_c - \cos \theta_n)$ ($a \in [0; 4\pi \frac{d}{\lambda}]$), связывающем углы прихода на элементы антенны лучей сигнала и помехи, а также шага решетки. Так при совпадении направлений прихода сигнала и помехи обобщенный параметр $a = 0$ и значение отношения с/п принимает вид:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \varphi \right). \quad (7)$$

А это значит, что при синфазном сложении полей сигнала и помехи отношение с/п увеличивается на величину $2N|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}}$, а при противофазном уменьшается на эту же величину. Если обобщенный параметр a принимает значение π , то эффективность антенны при четном количестве элементов антенной решетки ($N = 2M$) не зависит от фазы коэффициента корреляции:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = 2M \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right)$$

и при слабой корреляции ($|\dot{\rho}| \ll 1$) практически не зависит и от модуля коэффициента корреляции. В то время как при нечетном количестве ($N = 2M + 1$) картина резко меняется – эффективность работы антенны становится линейной функцией от модуля коэффициента корреляции:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = (2M + 1) \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \varphi.$$

Как с теоретической, так и практической стороны представляет интерес получение значений нижних и верхних границ максимального значения отношения с/п при наличии корреляционной связи между сигналом и помехой. Так как в отсутствие корреляции ($\dot{\rho} = 0$) максимальное отношение с/п определяется величиной $N \frac{P_c}{P_n}$, то для этого достаточно сделать оценки добавки

$$\Delta G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[(N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}},$$

вызванной интерференционным явлением. Определим верхнюю границу этой добавки

$$\begin{aligned} \Delta G(|\dot{\rho}|, \varphi) &\leq N|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \left| \cos \left[(N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}} \right| \leq \\ &\leq N \left(|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Как следует из соотношения (6), верхняя оценка достигается при совпадении направлений прихода сигнала и синфазной помехи. Приведем теперь и нижнюю оценку:

$$\begin{aligned} G(|\dot{\rho}|, \varphi) &= N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[(N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}} \geq \\ &\geq N \left(|\dot{\rho}|^2 \frac{P_c}{P_n} - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Нижняя оценка также достигается при совпадений направлений прихода сигнала и противофазной помехи. Следовательно, оптимальное значения отношения с/п при любом значении обобщенного параметра $a \in \left[0; 4\pi \frac{d}{\lambda} \right]$ всегда находится в интервале:

$$N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right) \leq G(|\dot{\rho}|, \varphi) \leq N \left(\frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right).$$

Из полученных оценок (8) и (9) видно, что предельные значения оптимального значения отношения с/п не зависят от фазы коэффициента корреляции, а зависят только от его модуля. В связи с тем, что

$$|\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} = |\dot{\rho}| \left(|\dot{\rho}| - 2\sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right) \leq 0, \quad \left(\frac{P_c}{P_n} > 1, |\dot{\rho}| \in [0; 1] \right),$$

то при соответствующем наложении полей сигнала и помехи оптимальная величина с/п может по отношению к максимальному значению с/п в отсутствие корреляции не только возрастать на величину $N \left(|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right)$, но и убывать на величину $N \left(|\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right)$.

Численные исследования

Проведем более детальное исследование выходного сигнала с помощью диаграммы направленности антенной решетки, в качестве параметров выбрав: число элементов N , шаг решетки d/λ и модуль коэффициента корреляции $|\dot{\rho}|$.

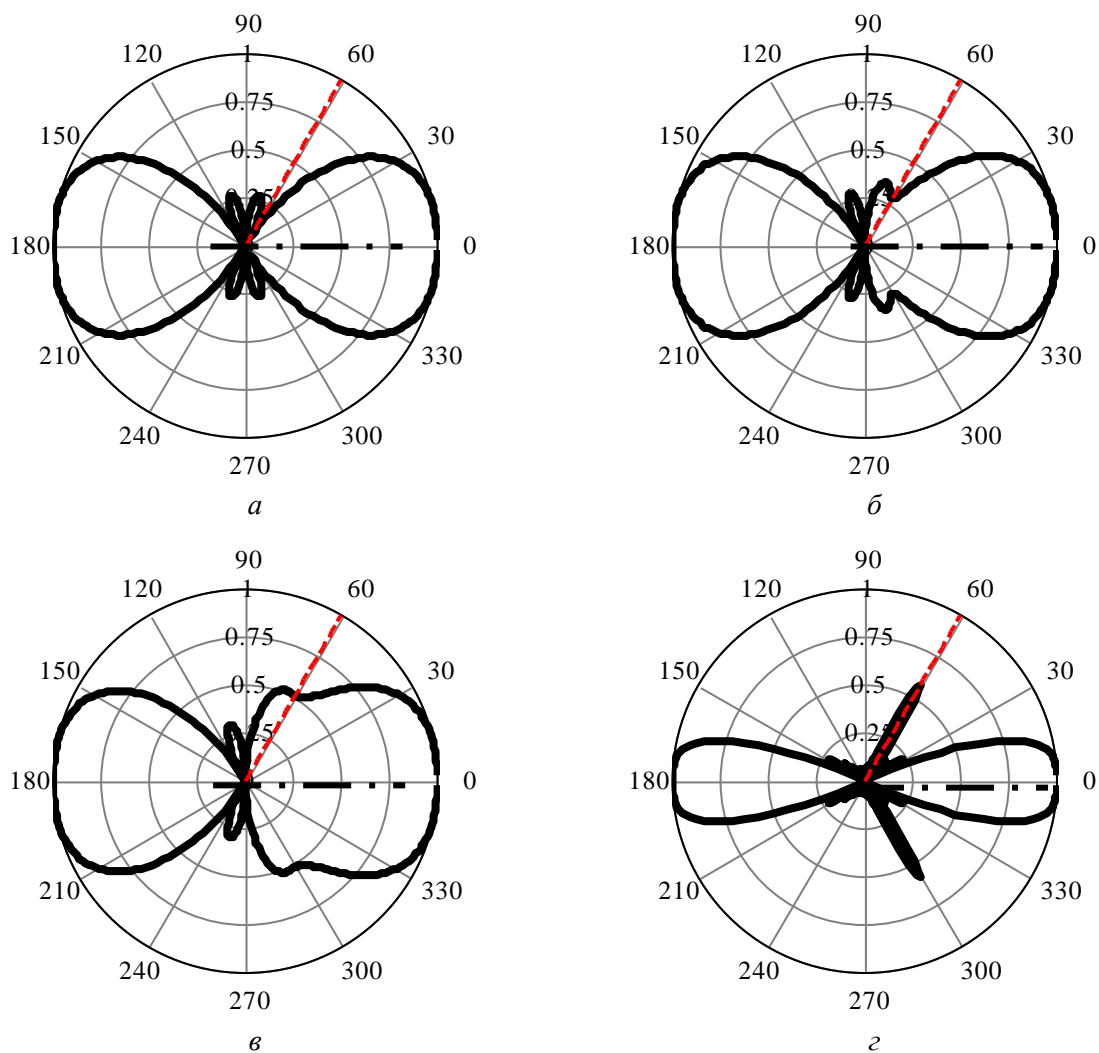


Рис.2. Диаграмма направленности антенной решетки: - . - . - - направление прихода сигнала; - - - - направление прихода помехи

На рис. 2, а, б, в представлены диаграммы направленности (ДН) по полю оптимальной ЛЭААР для числа элементов решетки $N = 4$, шага решетки $d / \lambda = 0,5$, отношения сигнал/помеха на входе антенны $P_c / P_n = 3$, фазы коэффициента корреляции $\varphi = \pi / 4$ и соответственно модуля коэффициента корреляции: а) – $|\rho| = 0,1$; б) – $|\rho| = 0,5$; в) – $|\rho| = 0,9$. Как видно из представленных графиков ДН, с ростом корреляционной зависимости между сигналом и помехой происходит деформация главного лепестка с перекачкой мощности сигнала боковых лепестков в направлении прихода помехи. С увеличением количества элементов решетки (рис.2г, $N=20$) при сильной корреляции ($|\rho| = 0,9$) происходит сужение главного лепестка ДН в направлении прихода помехи одновременно с формированием большого бокового лепестка в направлении прихода помехи. При этом, как показали дальнейшие расчеты, с увеличением N уровень бокового лепестка неуклонно возрастает. А это значит, что с увеличением числа элементов при наличии корреляции эффективность оптимальной ЛЭААР падает и при значительной корреляции работа антенны становится мало эффективной.

На рис. 3 представлена общая картина зависимости оптимального значения сигнал/помеха от обобщенного параметра a и фазы коэффициента корреляции ρ .

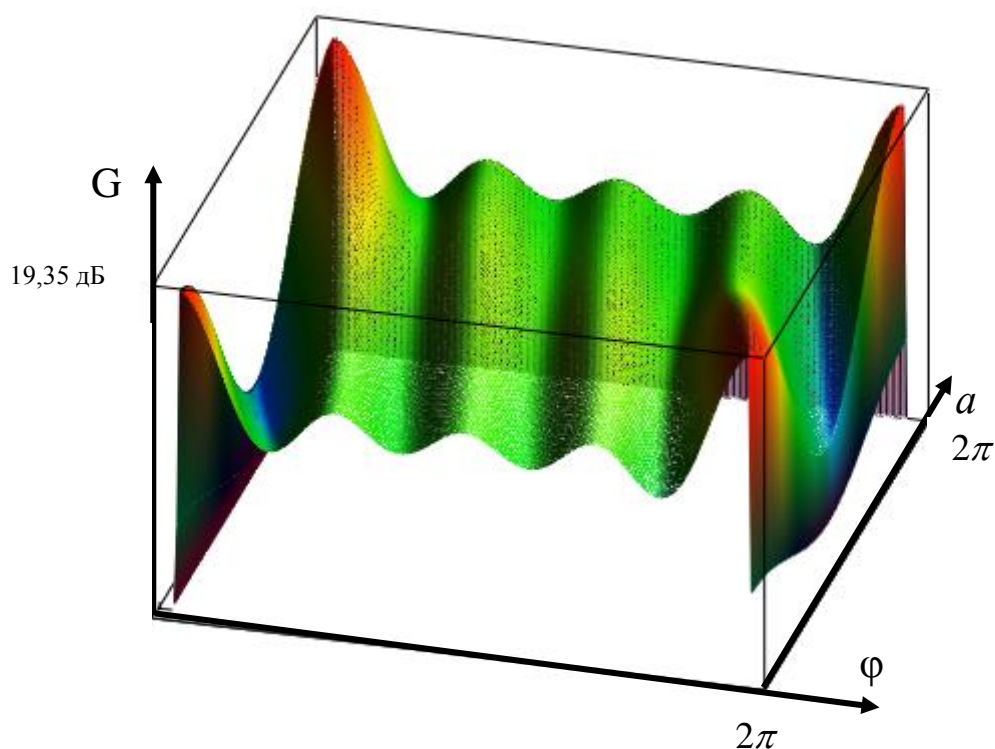


Рис. 3. Зависимость максимального значения с/п от a и φ для $N = 4$

Выводы

В работе поведено исследование влияние корреляционной помеховой составляющей на максимальное значение выходной мощности сигнала адаптивной антенной решеткой. Проведенные исследования показали:

- при проектировании ААР с учетом появления корреляционной зависимости между сигналом и помехой целесообразно брать четное количество элементов решетки;
- наличие количества элементов решетки порядка несколько десятков и более в указанной сигнально помеховой обстановке может привести к потере эффективности работы ААР;
- полученные предельные значения для максимального значения отношения сигнал/помеха позволяют оценить возможности эффективной работы ААР в условиях наличия корреляции между сигналом и помехой.

Список литературы: 1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. – М. : Радио и связь, 1986. – 442 с. 2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1989. – 440 с. 3. Комpton Р. Т.мл. Адаптивная антенная решетка в широкополосной системе связи // ТИИЭР, 1978. – Т.66, №3. – С.23 – 34. 4. Попов А.С. Уровни сигнала и помехи в антенной решетке с оптимальной диаграммой направленности // Известия вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. – 1985. – №2. – С.103 – 104. 5. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 650 с.

Харьковский национальный

