

## ПІДВИЩЕННЯ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ ПРИ ПРИЙОМІ ЧМн ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ

### Вступ

Основними вимогами, що ставляться до техніки зв'язку при передачі дискретних сигналів є забезпечення високої ефективності та завадостійкості.

Сучасне телекомунікаційне обладнання працює в різних умовах, часто сигнали, що передаються, зазнають змін (атмосферні завади, багатопроменеве поширення сигналів, вплив ефекту Доплера), в той же час сучасні мобільні стандарти ставлять жорсткі вимоги до якості сигналу (наприклад, в стандарті CDMA нестабільність частоти не повинна перевищувати значення  $10^{-9}$ ) [1]. Існує суперечність між жорсткими вимогами до якості прийнятого сигналу і реальними сигналами, які надходять на вхід приймача.

Результати аналізу останніх досліджень і публікацій показали, що теорія завадостійкого прийому частотно-маніпульованих сигналів при великій кількості впливів сторонніх чинників (шумів і завад) достатньо детально розглянута в роботах радянських та українських вчених: А.Г. Зюко, І.П. Панфілова, В.К. Стеклова, Д.Д. Кловського та інших авторів. Стосовно питань сучасної теорії завадостійкого прийому цифрових сигналів, які стосуються розробки та розвитку їх загальнотеоретичного та математичного апарату, то необхідно відзначити ряд зарубіжних вчених та дослідників: Р. Kenington, D. Falconer, R. Gitlin, F. Adachi, H. Atarashi, S. Abeta, M. Sawahashi, V. Mignone, A. Morello, O. Edfors, M. Sandell, J.- J. van de Beek, S.K. Wilson, P.O. Borjesson, Y. Li, L. J. Cimini, N.R. Solenberger, T. Onizawa, M. Mizoguchi та M. Morikura. Проте застосування результатів досліджень цих авторів зв'язане з численними наближеннями при яких неминучі істотні втрати в показниках якості і завадостійкості прийому дискретних сигналів. Дослідники вважають, що частотна маніпуляція (ЧМн) знайшла широке застосування в системах передачі інформації з невеликими швидкостями [2 – 6]. На їхню думку важливим є оцінювання оптимальних значень співвідношень сигнал-шум при випадкових значеннях бітової помилки. Але вони практично не проводять оцінки бітової помилки прийнятих дискретних сигналів при мінімальних значеннях сигнал-шум.

Сучасний розвиток пристроїв відновлення ЧМн сигналів характеризується підвищенням вимог до завадостійкості їх прийому і зменшення бітової помилки прийнятого сигналу [1]. При синтезі подібних систем важливе місце відводиться визначенню імовірності помилки елементу модульованого сигналу  $P_{error}$ . Ця проблема на сьогодні мало досліджена, тому є дуже важливою розробка нових алгоритмів визначення бітових помилок при прийомі ЧМн сигналів.

### Постановка задачі

При передачі цифрових сигналів по дискретному каналу із завадами, повністю безпомилкове відновлення переданого символу повідомлення неможливе, оскільки в силу випадкової природи завад відповідність між переданим сигналом і прийнятим не однозначна [2].

Основні задачі дослідження:

- отримання залежностей для визначення ймовірності бітової помилки при проходженні ЧМн сигналу через гаусівський канал;
- оцінювання оптимальних значень співвідношень сигнал-шум при мінімальних значеннях бітової помилки;
- моделювання системи зв'язку з гаусівським каналом для визначення оптимальних значень бітової помилки при деяких значеннях С/Ш.

Поняття ефективності є досить умовним, тобто до різних систем в різних умовах ставляться різні вимоги. Наприклад, умові найкращого використання смуги частот при

заданій завадостійкості найбільш повно відповідає односмугова модуляція ОАМ. У цій же системі ОАМ досягається найбільша інформаційна ефективність  $\eta = 1$ , проте завадостійкість невисока і може бути підвищена тільки за рахунок збільшення потужності сигналу [2]. Тому частіше використовують ЧМн, яка має набагато більшу завадостійкість.

Оскільки основним завданням приймального пристрою є винесення рішення про передані символи, тому його іноді називають пристроєм рішення [3]. Завдання приймача полягає в тому, щоб за прийнятою реалізацією  $x(t)$  визначити, який з сигналів  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_m(t)$  міститься в  $x(t)$ . По суті мова йде про перевірку статистичних гіпотез  $H_1$  (прийнятий  $S_1$ ),  $H_2$  (прийнятий  $S_2$ ) і  $H_m$  ( $S_m$ ). Від прийнятого рішення буде залежати якість цифрового приймача.

Коли передаються дискретні повідомлення, складені з  $m$ -х символів алфавіту  $A=(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m)$ , то кожному символу  $a_i$  ставиться у однозначну відповідність сигнал  $S_i(t)$ , імовірність появи якого дорівнює  $P(S_i)$ , а тривалість дорівнює  $T$ . Протягом тактового інтервалу на вхід приймального пристрою надходить коливання, яке внаслідок впливу завад у каналі не співпадає ні з одним із сигналів  $S_i(t)$ . Це відбувається за рахунок того, що сигнал який проходив через дискретний канал зв'язку був спотворений завадами.

### Основна частина

Найбільш простим критерієм оптимального прийому є критерій В.А. Котельникова. Позначимо через  $P(S_i/x)$  умовну ймовірність того, що при дії на вході коливання  $x(t)$ , яке являє собою суміш невідомого нам сигналу і шуму, був переданий корисний сигнал  $S_i(t)$ . Ця ймовірність називається апостеріорною (після дослідною) або зворотною. Критерій Котельникова вимагає, щоб всякий раз при прийомі коливання  $x(t)$  виносилось рішення, що передавався сигнал  $S_i(t)$ , для якого апостеріорна ймовірність  $P(S_i/x)$  має максимальне значення. Коротко можна сказати, що це є критерій максимуму апостеріорної ймовірності [3]. Функціональна схема пристрою обробки сигналів згідно з цим критерієм (рис. 1) містить пристрої обчислення  $e_1$  і  $e_2, \dots, e_m$ , а також пристрій порівняння  $x_1$  і  $x_2$ . Інакше кажучи, для  $m$ -мірної (скінченної) системи дискретних сигналів правило прийняття рішення зводиться до перевірки нерівності:

$$P(S_1/x) > P(S_2/x) > \dots > P(S_m/x). \quad (1)$$

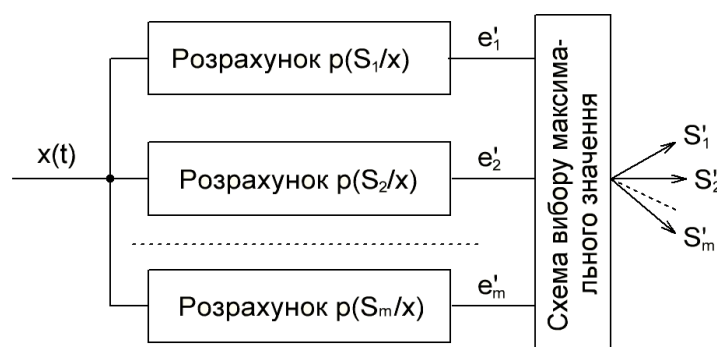


Рис. 1. Функціональна схема обробки сигналів згідно критерію максимуму апостеріорної ймовірності В.А. Котельникова

Розрахунок умовного параметру  $P(S_i/x)$  виконується на основі відомої з теорії ймовірностей формули Баєса

$$P(S_i / x) = \frac{P(S_i)P(x / S_i)}{P(x)} \quad (2)$$

де  $P(x)$  – ймовірність прийому реалізації коливання  $x(t)$ ;  $P(x/S_i)$  – ймовірність прийому коливання  $x(t)$  за умови, що переданий корисний сигнал  $S_i(t)$ ;  $P(S_i)$  – апіорна ймовірність передачі символу  $a_i$ .

Оскільки приймач повинен здійснювати порівняння  $P(S_i/x)$  при даному  $x(t)$  і різних  $S_i(t)$ , то постійний, при цьому порівнянні, множник  $1/P(x)$  у правій частині рівняння (2) значення не має і замість значень  $P(S_i/x)$  можна порівнювати величини  $P(S_i) P(x/S_i)$ , тобто

$$P(S_1)P(x/S_1) > P(S_2)P(x/S_2) > \dots > P(S_m)P(x/S_m) \quad (3)$$

Правило порівняння (3) можна переписати інакше

$$\frac{P(x/S_1)}{P(S_2) \cdot \dots \cdot P(S_{m-1}) \cdot P(x/S_m)} > \frac{P(x/S_2)}{P(S_1) \cdot \dots \cdot P(S_{m-1}) \cdot P(x/S_m)} > \dots > \frac{P(S_m)}{P(S_1) \cdot P(S_2) \cdot \dots \cdot P(S_{m-1})} \quad (4)$$

Відношення в лівій частині (4) називається відношенням правдоподібності. У разі, якщо  $P(S_1) = P(S_2) = \dots = P(S_m)$  правило (4) спрощується:

$$\Lambda = \frac{P(x/S_1)}{P(S_2) \cdot \dots \cdot P(S_{m-1}) \cdot P(x/S_m)} > 1 \quad (5)$$

Оскільки у загальноприйнятій реалізації може міститися  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_m(t)$ , то

$$P(S_1/x) + P(S_2/x) + \dots + P(S_m/x) = 1 \quad (6)$$

Якщо  $P(S_1/x) > P(S_2/x) > \dots > P(S_m/x)$ , то за переданий приймається сигнал  $S_1(t)$ , тоді ймовірність помилки

$$P_{error} = P(S_1)P(S_2 \cdot \dots \cdot S_m/S_1) + P(S_2)P(S_1 \cdot \dots \cdot S_m/S_2) + \dots + P(S_m)P(S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_{m-1}/S_m) = \min \quad (7)$$

Критерій мінімуму середньої ймовірності помилки часто називають критерієм ідеального спостерігача Котельникова.

Завдостійкість приймача дискретних сигналів визначають ймовірністю помилки елемента модульованого сигналу  $P_{error}$  (7). Ймовірності помилки  $P_{error}$  залежать від методу модуляції, способу прийому, відношення середньої енергії сигналів до питомої потужності завади та характеристик каналу зв'язку.

Якщо перешкода являє собою адитивний білий гаусів шум (AWGN)

$$w(\xi) = \exp\left(-\xi^2 / [2\sigma^2]\right) / (\sqrt{2\pi}\sigma) = \exp\left(-[x(t) - S_i(t)]^2 / [2\sigma^2]\right) / (\sqrt{2\pi}\sigma),$$

то для дискретного сигналу (ЧМн) ймовірність помилки визначається:

$$p = 0,5 \cdot (1 - \Phi(x)) \quad (8)$$

де

$$\Phi(x) = 1 - 1,3 \cdot e^{-0,44 \cdot (\sqrt{E_s/N_0} + 0,75)^2} \quad (9)$$

де  $E_s/N_0$  – відношення середньої енергії сигналів, що витрачається на передачу одного символу, до питомої потужності шуму.

Формула (8) визначає ймовірність помилки дискретного символу, при передачі багатопозиційних сигналів по гаусовому каналу зв'язку з постійними параметрами. Перерахунок ймовірності помилки елемента модульованого сигналу  $P_{error}$  в ймовірність помилки двійкового символу  $p$  було зроблено в припущенні, що використовується маніпуляційний код Грея.

$$E_s = P_s T_6, \quad (10)$$

де  $P_s$  – середня потужність сигналу;  $T_6$  – тривалість двійкового символу  $T_6 = 3,333 \cdot 10^{-3}$  с.

Для дискретної модуляції (ЧМн) розраховуємо та будуємо графік залежності  $p =$

$f(E_s/N_0)$ . При побудові графіка масштаб для  $p$  логарифмічний, а для значень  $E_s/N_0$ , виражених у децибелах ( $E_s/N_0 [\text{дБ}] = 10 \lg E_s/N_0$ ), – лінійний. При розрахунках збільшуємо  $E_s/N_0$  з кроком 2 дБ, починаючи з 2 дБ, до того, як  $p$  не виявиться меншим за значення  $p_6 = 10^{-9}$  (див. таблицю).

$E_s/N_0, \text{дБ}$	2	4	6	8	10	12	14	16
$E_s/N_0, \text{рази}$	1,58	2,51	3,98	6,301	10	15,85	25,12	39,811
$p$	0,11	0,06	0,02	0,0006	$7,73 \cdot 10^{-4}$	$3,43 \cdot 10^{-5}$	$2,95 \cdot 10^{-7}$	$1,9 \cdot 10^{-10}$

Згідно отриманих даних по формулі (8) і даних, занесених в таблицю, побудуємо графік залежності ймовірності помилки на виході демодулятора, від співвідношення сигнал/шум (див. рис. 2).

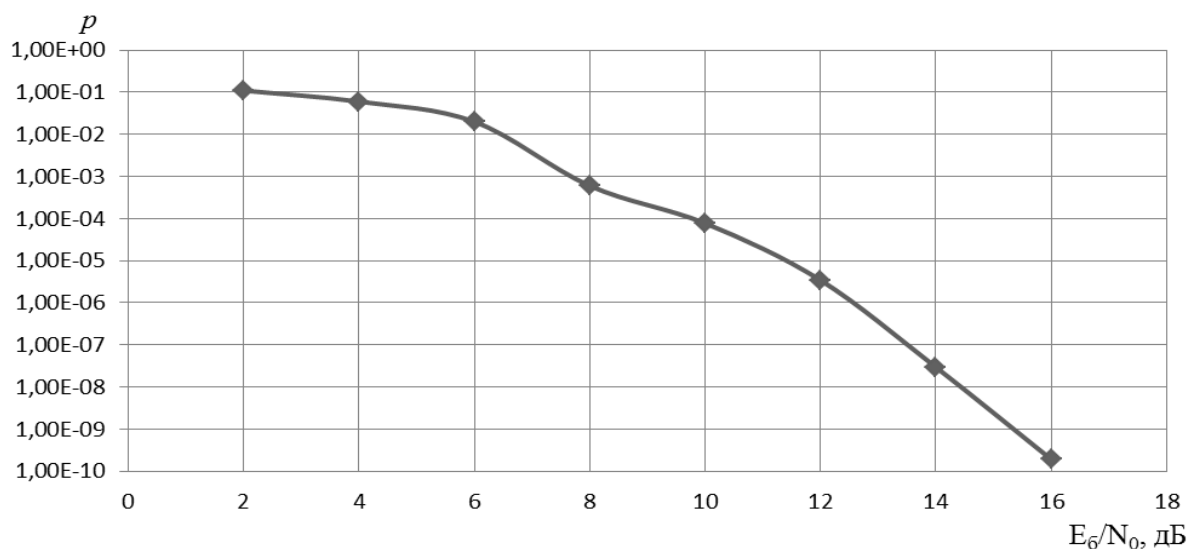


Рис. 2. Залежність біткової помилки на виході приймача дискретних сигналів від співвідношення С/Ш

Якщо в каналі зв'язку не використовується завадостійке кодування, то допустима ймовірність помилки символу на виході демодулятора дорівнює значенню  $p_6$ . З рис. 2 визначаємо необхідне відношення сигнал/шум для системи передачі без кодування  $E_s/N_0$ , при якому  $p = p_6 = 10^{-9}$  ( $E_s/N_0 = 14 \text{ дБ}$ ).

Розглянуті критерії оцінки завадостійкості по максимуму апостеріорної ймовірності та мінімуму середньої ймовірності помилки використовуються при прийомі дискретних повідомлень в системах зв'язку, коли будь-які помилкові переходи однаково небажані [3]. Отримані результати підтверджують необхідність розглядати дискретні сигнали, як багатомірні системи невідомих величин.

### Моделювання

Моделювання роботи приймачів дискретних сигналів є важливою частиною проектування пристроїв обробки і відновлення багатомірних дискретних сигналів (ЧМн). Моделювання використовується перед завершальною проектувальною частиною, оскільки потрібно достеменно визначити і перевірити всі закладені характеристики нового приймача і його окремих блоків [7].

Пакет SimuLink дозволяє здійснювати моделювання поведінки динамічних систем, в тому числі і моделювання передавально-приймальних систем обробки дискретних сигналів.

У пакеті SimuLink введення характеристик досліджуваних систем проводиться в діалоговому режимі, шляхом графічного збирання схеми, з'єднання елементарних

стандартних ланок. У результаті такої збірки формується модель досліджуваної системи. Модель зберігається у файлі з розширенням – Mdl. Створення моделей в пакеті SimuLink засноване на використанні технології Drag-and-Drop [7]. У якості "цеглинок" для побудови моделі застосовуються модулі або блоки, що зберігаються в бібліотеці SimuLink. Будь-яка модель може мати ієрархічну структуру, тобто складатися з моделей більш низького рівня, причому число рівнів ієрархії практично не обмежене. У ході моделювання є можливість спостерігати за процесами, що відбуваються в системі. Для цього використовуються спеціальні вікна перегляду, що входять до бібліотеки SimuLink. Склад бібліотек SimuLink може бути поповнений користувачем за рахунок розробки власних блоків [7].

Для дослідження характеристик завадостійкості приймача дискретних сигналів у діалоговому вікні SimuLink складемо схему системи прийому-передачі дискретних сигналів (ЧМн) (рис. 3). Ця схема призначена для визначення основних характеристик систем передачі і приймання дискретних сигналів. За рахунок блоку, який реалізує алгоритм демодуляції ЧМн сигналу.

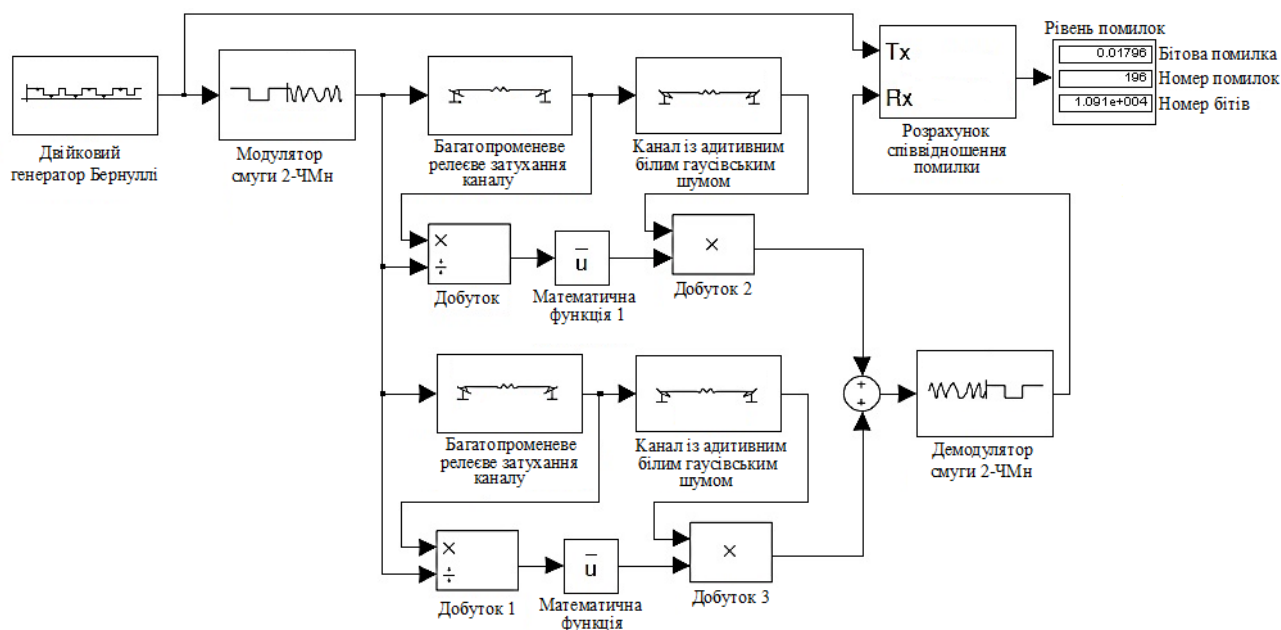


Рис. 3. Модель системи зв'язку

Згідно приведених діаграм в пакеті Simulink виведемо графік залежності бітової помилки на виході демодулятора від співвідношення сигнал/шум, результати моделювання, див. рис. 4.

З використанням розробленої моделі було проведено дослідження залежності величини ймовірності символної (бітової) похибки  $p_n$  від відношення енергії сигналу до спектральної щільності потужності шуму  $E_b/N_0$ .

Отже, як видно із проведеного моделювання, графіки залежності ймовірності бітової похибки від відношення сигнал/шум на виході демодулятора мають такі ж самі результати як і теоретичний розрахунок. Це показує, що розроблена структура прийому-передачі дискретних сигналів відповідає всім поставленим вимогам до завадостійкості і ефективності відновлення дискретних сигналів в каналах зв'язку.

Для визначення оптимального значення співвідношення сигнал – шум потрібно співставити результати теоретичного дослідження і результати моделювання. В результаті такого співставлення отримуємо графік, див. рис. 5. З отриманого графіка видно, що при одних і тих же значеннях сигнал-шум значення бітової помилки виходять на порядок більшими. Це пояснюється тим, що при теоретичному розрахунку враховується тільки гаусівський шум, а при моделюванні враховується і розподіл релее у каналі зв'язку.

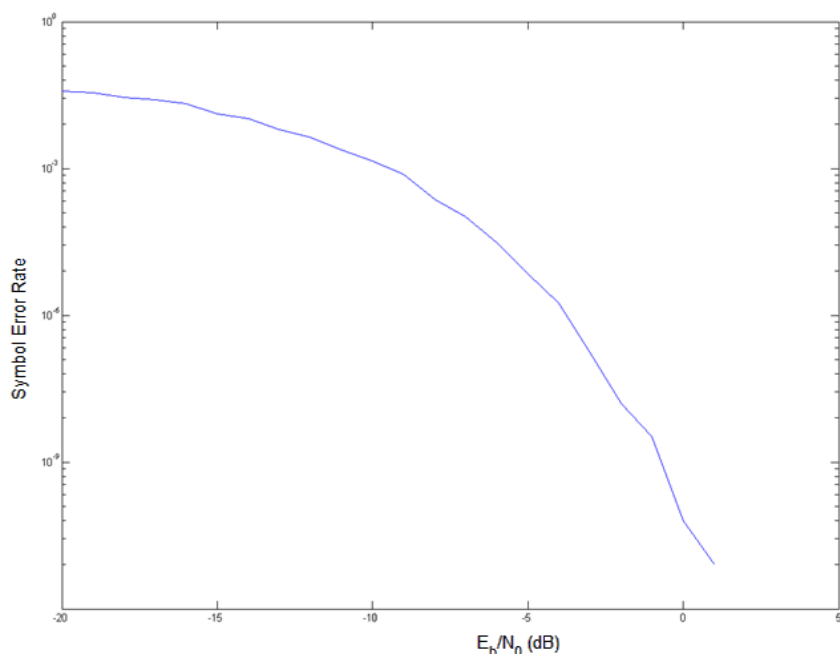


Рис. 4. Графік залежності бітової помилки від співвідношення С/Ш

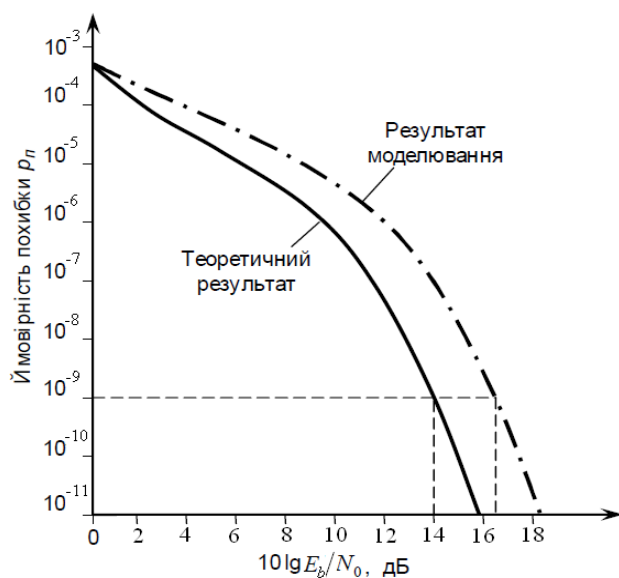


Рис. 5. Порівняльний графік залежності ймовірності бітової похибки від відношення С/Ш на виході приймача

Отже, як видно з отриманого графіка, оптимальним значенням бітової помилки при співвідношення сигнал-шум 14 - 16 дБ є  $10^{-9}$ .

### Висновки

Отримано співвідношення для визначення ймовірності бітової помилки при проходженні ЧМн сигналу через гаусівський канал. При цьому було визначено оптимальні значення співвідношення сигнал-шум при забезпеченні мінімальних значень бітової помилки на виході приймача.

Моделювання системи зв'язку з гаусівським каналом для визначення оптимальних значень бітової помилки при деяких значеннях С/Ш показало, що за рахунок впливу гаусівського шуму та введених завмирань в каналі оптимальне значення співвідношення сигнал-шум становить 16 дБ.

**Список літератури:** 1. *Підвищення завадостійкості при прийомі дискретних сигналів* / В.М. Кичак, В.Д. Тромсюк // Матеріали міжнар. наук.-техн. конф. «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи – 2014» ; Київ, 10-16 березня 2014 р. – Київ, 2014. – С. 183 – 185. 2. *Теория электрической связи* : учеб. пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко ; под общ. ред. К.К. Васильева. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – 452 с. 3. *Зюко, А.Г., Фалько, А.И., Панфилов, И.П., Банкет, В.Л., Иващенко, П.В.*, Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. – М. : Радио и связь, 1985. – 272с. 4. *Скопа, О.О.* Синтез адаптивного приемача цифрового сигнала для інформаційних радіосистем підвищеної надійності. – Одеса, 2011. – №7. – С: 21 – 26. 5. *Ерохин, В. Ф.* Оптимальная демодуляция цифрового сигнала при аддитивном воздействии подобной мощной помехи / В. Ф. Ерохин // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, №9. – С: 17 – 29. 6. *Falconer, D.D., Gitlin, R.D.* Optimum Reception of Digital Data Signals in the Presence of Timing-Phase Hits. Manuscript received March 29, 1978. -28 p. 7. *Дьяконов, В.П.* MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения. Сер. «Библиотека профессионала» / В. П. Дьяконов. – М. : СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.

*Вінницький національний технічний університет*

*Надійшла до редколегії 25.08.2014*