УДК 519.87

АЛЬ-АЗАВИ РАЗИ ДЖАБУР ШГИТ

МОДЕЛЬ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КАТАСТРОФАХ

Введение

За последние десять лет системы типа «Человек – Машина – Среда» (ЧМС), часто называемые также «эргатическими», выделились в особый класс человеко-машинных систем (ЧМС), включающий некоторые важные системы экономики, экологии, военного дела и безопасной жизнедеятельности. Эти элементы всегда входили в большинство кибернетических систем, но рассматривались только с точки зрения автоматизированного управления, с применением ограниченного круга методов исследования, например СМО и теория надежности. Наиболее актуальными из ЧМС являются системы с защитой и восстановлением
работоспособности в результате действий оператора. Они составляют отдельный класс систем, в большинстве случаев обладают марковским свойством, но не могут быть полностью описаны с помощью методов СМО (за неимением такого понятия как «очередь») или теории надежности (отсутствует понятие «резерва»). Проблема, следовательно, актуальна с теоретической и с практической точек зрения.

Постановка проблемы и анализ литературы

Рассматривается замкнутая система типа «человек – машина – среда», в которой имеется, возможно, нестационарный источник событий, влияющих на работу подсистемы «машина» и здоровье подсистемы «человек», задача которого эту аварию, либо катастрофу, ликвидировать. Использован подход, который может быть уподобен подходу термодинамики, а именно – мы хотим описывать поведение сложных систем с помощью макроскопически наблюдаемых величин. Методом для достижения этой цели послужит принцип максимума информационной энтропии, разработанный в общем виде Джейнсом [9]. Трудность проблемы обобщения этого принципа на системы, далекие от теплового равновесия, и на нефизические системы, кроется именно в адекватном выборе ограничений [10].

В качестве базовой модели для всей системы «человек – машина – среда» использованы системы с Марковским свойством [2] и, возможно, переменными интенсивностями событий [7]. Продуктивность такого подхода подтверждается тем, что формулы типа Эрланга для переменного времени обслуживания в СМО доказаны и применяются уже полвека [2].

Цель работы – определение вероятностей состояний и характеристик системы ЧМС с защитной подсистемой в целом.

Для достижения этой цели решены следующие задачи:

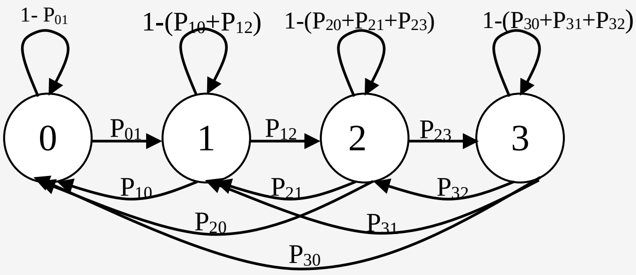
- исследование устойчивых стационарных решений динамики систем с защитой и переходных процессов в них;
- проведение численных экспериментов для получения вероятностей состояний в ЧМС-системах различной структуры.

Методы исследования включают теорию марковских цепей с дискретным пространством состояний и непрерывным временем, решение систем дифференциальных уравнений Колмогорова и алгебраических систем для предельных вероятностей, а также численный анализ.

Статическая модель

Рассмотрим команду профессионалов, которые ликвидируют некоторое повреждение в подсистеме «Машина» за n этапов (рисунок, не нарушая общности, пусть n=3).

Система в данной постановке полностью статическая и цепь дискретна, как по состояниям, так и по времени.



Граф-схема состояний восстановления системы за три этапа

Матрица вероятностей переходов такой системы приведена в работе [6].

Вероятности P_{01} и вероятности всех «обратных» переходов P_{32}, P_{31}, P_{21} (см. рис.1) являются наблюдаемыми переменными, и определяются частотой и мощностью аварии, а все остальные – управляемыми.

Как следует из теории марковских эргодических цепей, матрица переходов для такой ЧМС за k шагов – P^k – быстро сходится, в частности с пригодной для практических целей погрешностью в 1% – при $k<10$ (по результатам численной прогонки для 10 реальных систем). В пределе – это стохастическая матрица с одинаковыми строками.

Предельные вероятности состояний определяют среднее нормированное время нахождения в данном состоянии, а следовательно, и стоимость (ущерб) от аварии и ее ликвидации в целом, как математическое ожидание. Если для управляемых параметров вероятности переходов заданы как функции затрат на защиту, то естественно возникает задача об оптимизации общих средних потерь в результате аварии при заданных C_i – удельных стоимостях состояний:

$$Z = \sum_i C_i P_i$$

Такая задача минимизации затрат линейна по неизвестным вероятностям состояний, однако они не являются независимыми переменными. Их зависимость от управляемых переменных – переходных вероятностей матрицы P есть полиномы k-й степени. Функция и ограничения при этом не выпуклы. Численными методами удается найти несколько локальных минимумов.

Другая задача оптимизации, основанная не на стоимости процеса, а на внутренних особенностях системы ЧМС, предложена в работе [8]. Она использует энтропийный подход [9, 10:

$$S_i = -\sum P_i \ln P_i \to \max \qquad \sum P_i = 1, \quad 0 < P_i < 1 \tag{1}$$

Функция S_I сепарабельна, выпукла вверх по каждой переменной, а значит, максимум на выпуклой области единственный.

Полученный в [8] результат для энтропии и вероятностей состояний здоровья оператора, ликвидирующего аварию: {1.02, {$p_1 \cong 0.51$, $p_2 \cong 0.31$, $p_3 \cong 0.18$}}, по крайней мере, не противоречит здравому смыслу. Однако, ввиду незамкнутости подсистемы «человек», правомерность применения здесь принципа максимума энтропии не может быть строго доказана [9]. В нашем случае система замкнута, но сложная зависимость от $P(p_{ij})$ делает задачу много-экстремальной.

Модель системы ЧМС с переменной интенсивностью аварий

Здесь для модели из [6] рассмотрены случаи потоков Пуассона для событий-аварий с переменной интенсивностью $\lambda(t)$ двух типов: имеющие предел при $t \to \infty$ и периодические.

На основе теорем Флоке – Ляпунова, показано, что в большинстве важных неавтономных систем Колмогорова усредненные вероятности состояний $\frac{1}{T}\int_0^T P_i(t)dt$ можно получить с удовлетворительной точностью по формулам стационарных вероятностей для усредненных интенсивностей $\lambda_0 = \frac{1}{T}\int_0^T \lambda(t)dt$. Пример результатов сведен в таблицу:

$\lambda(t)$	$\overline{\lambda}$	P_0	P_1	P_2	P_3
0.5+0.1Sin(t)	0.514	0.0267	0.135	0.277	0.563
0.5+0.5Sin(t)	0.572	0.021	0.121	0.27	0.588
$\lambda_0 + \sin^2(t)$	0.519	0.026	0.134	0.276	0.565

Нормирование состояния работоспособности подсистемы "Человек"

Далее рассмотрим понятия физиологических норм для различных параметров живого организма. Это необходимо для построения ограничений в задаче максимизации энтропии, в правой части которых эти нормы присутствуют. Некоторые из них, например нормальная температура тела, являются общепринятыми. Другие, например нормальные параметры крови, могут меняться в зависимости от точки зрения специалистов медиков и физиологов. Единой точки зрения по этому поводу нет, и кроме того, результат зависит от принятой нормировки вектора параметров. Естественно возникает задача о выборе удобной нормы вектора, не противоречащей традициям физиологов. Для определенности слово «норма» в физиологическом смысле будем брать в кавычки, в отличие от слова, обозначающего математическую норму вектора.

Рассмотрен набор параметров крови человека-ликвидатора аварии. Они характеризуются вектором параметров крови. Необходимо выделить «центр» кластера и оценить радиус множества множества ликвидаторов, находящихся в состоянии физиологической «нормы». Такое множество в физиологии животных называется множеством «естественной резистентности». Для его оценки использованы следующие нормы векторов: эвклидова, городская (Манхеттенская) и норма Махаланобиса. Вычислительный эксперимент проводился путем программирования в математических пакетах Mathematica и Statistica.

Для реализации поставленной цели решены следующие задачи:

а) нормированы векторы параметров по формуле

$$\alpha_{i,j}^0 = \frac{\alpha_{i,j} - \mu_j}{\sigma_j}, \tag{2}$$

где i – номер ликвидатора; j – номер параметра; μ_j – математическое ожидание j-го параметра; σ_j – среднее квадратическое отклонение j-го параметра;

б) найдено статистическое распределение по каждому параметру;

в) выявлена степень их корреляции;

г) построены уравнения парной регрессии;

д) найдены распределения радиусов животных для различных метрик в пространстве признаков по формулам:

$$r_i = \sum_j |\alpha_{i,j} - \mu_j|, \qquad r_i^0 = \sum_j |\alpha_{i,j}{}^0|; \tag{3}$$

$$r_i = \max_j |\alpha_{i,j} - \mu_j|, \qquad r_i^0 = \max_j |\alpha_{i,j}{}^0|, \tag{4}$$

а также для указанных выше метрик;

е) предложен выбор границы физиологической «нормы», рассмотрев варианты:

1) радиус есть стандарт отклонения σ распределения r;

2) радиус есть $k \cdot \sigma$ для разных k;

ж) сравнены результаты по количеству «нормальных» особей в пространстве признаков в зависимости от выбранной метрики.

После анализа полученных результатов, выяснено что есть параметры, сильно коррелированные между собой, есть слабо коррелированные, есть совсем не коррелированные между собой. Это подтверждает необходимость нормировать вектор, а не каждый параметр в отдельности.

Вычисляя моду для значений, полученных по формуле (3), получаем, что в сферу "нормы" вошло 12,48 % выборки. Аналогично, вычисляя моду для значений, полученных по формуле (4), получаем, что в сферу вошло 60,66 % выборки.

Вычисляем значение радиуса как математическое ожидание $M[r]$ для значений, полученных по формуле (3). Получаем, что под это значение радиуса попадает 61,1 % выборки.

Вычисляем значение радиуса сферы как $M[r]$ для значений, полученных по формуле (4). Разбиваем ряд значений полученного радиуса по 50 значений и вычисляем математическое ожидание в каждой выборке. Под эту «биологическую норму» радиуса попадает 56,66 % выборки.

Результаты исследований энтропийной модели показали, что величина энтропии в контрольной группе здоровых ликвидаторов ниже, чем показатель энтропии в той же группе (условно работоспособных) в процессе и после ликвидации аварии. В исследуемых группах, где установлены нарушения физиологической нормы, показатель энтропии возрастал в 1,08 – 1,29 раза. Это свидетельствует, что вредные процессы формируют условия, способствующие увеличению количества информации, связанные в свою очередь с созданием большей неопределенности.

Выводы

Для стационарной задачи устранения аварий в самом общем виде описана постановка задачи оптимизации на цепи Маркова – минимизации затрат на защиту и средних убытков от аварии.

Полученные в результате численных экспериментов временные зависимости для вероятностей состояний позволяют определить время установления динамических процессов в системе ЧМС с нестационарными потоками аварий и показать правомерность оценки осредненных вероятностей состояний по средним интенсивностям событий.

Список литературы: 1. *Арнольд, В. И.* «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. : МЦНМО, 2000. – 32 с. 2. *Вентцель, Е.С.* Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М. : Сов. радио, 1972. – 552 с. 3. *Хинчин, А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания / А.Я. Хинчин ; под ред. Б. В. Гнеденко. – М. : Физматгиз, 1963. – 236с. 4. *Хакен, Г.* Информация и самоорганизация / Г. Хакен. – М. : КомКнига, 2005. – 248 с. 5. *Аль-Азави, Р. Дж.* Об одном подходе к моделированию человеко-машинных систем восстановления в критических ситуациях / Р. Дж. Аль-Азави // 16-й Междунар. молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», 17–19 апреля 2012 г. – С. 131-132. 6. *Razi J. Alazawi* Markovian Approach To Man-Machine-Environment Systems / R. J. Alazawi // Радиотехника. – 2012. – №170. – С.14 – 18. 7. *Аль-Азави, Р. Дж.* Моделирование человеко-машинных систем восстановления в критических ситуациях с помощью процессов гибели и размножения / Р. Дж. Аль-Азави // Радиотехника. – 2013. – Вып.173. 8. *Наумейко, И.В.* К расчету марковской модели эргатической системы / И. В. Наумейко, А.В. Сова //Сб. науч. труд. 5-й Юбилейной междунар. научн. конф. "Функциональная база наноэлектроники". Харьков – Крым, 2012. – С. 236-239. 9. *Jaynes, E.T.* Where do we stand on maximum entropy? / E.T. Jaynes// in R.D. Levine and M. Tribus (eds), The Maximum Entropy Formalism (Cambridge, Mass.: M.I.T. Press), 1978. 10. *Jaynes, E.T.* Where do we go from here? / E.T.

Jaynes // C.Ray Smith and W.T. Grandy, Jr.(eds), Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Inverse Problems, 21-58. 1985 by D. Reidel Publishing Company.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 17.08.2014