

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШВИДКОДЮЧОЇ САМОНАСТРОЮВАЛЬНОЇ  
НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ФАЗОВОГО АУТОПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ****Вступ**

Сучасні пристрої зв'язку потребують постійного удосконалення для вирішення перспективних телекомунікаційних задач. Потенційні можливості використання та перспективи розвитку систем різного призначення переважно визначаються технічними характеристиками радіообладнання, що входить до його складу. Окремо можна виділити область частотного синтезу, в якій головну роль відіграють пристрої синтезу та стабілізації частот (ПССЧ), основу яких складають кільця фазового автопідстроювання (ФАП).

В комбінованих схемах ПССЧ основною функцією кілець ФАП являється забезпечення широкої смуги пропускання. В той самий час постійне підвищення вимог до радіоапаратури вимагає змінювати і підходи до побудови систем ФАП. Актуальними постають питання функціонування систем в граничних режимах, питання оптимізації динамічних процесів та забезпечення високої надійності і швидкодії в змінних умовах.

В якості перспективного напрямку досліджень, який дозволяє частково вирішити протиріччя між динамічними та спектральними характеристиками таких систем запропоновано використання ПССЧ із змінною структурою та параметрами елементів [1, 4]. У відомих роботах [1 – 3] запропоновано для спрощення аналізу системи ФАП компенсувати нелінійності. Однак такі адаптивні системи потребують знань їх поведінки в нелінійних режимах, що обумовлено складною динамікою та можливою появою додаткових фазових помилок в синхронному режимі.

В [5] реалізовано моделі нелінійних систем ФАП з урахуванням закону регулювання параметрів додаткового зворотного зв'язку (ДЗЗ) за фазою виду  $\arctg$ . Однак в подальших дослідженнях, опублікованих в [6], доведено, що для синтезу оптимальної по швидкодії системи ФАП доцільно обрати нелінійний закон регулювання параметру ДЗЗ за фазою виду  $\sqrt[4]{x}$ .

Метою даної статті є виведення математичної моделі системи ФАП з динамічно регульованими параметрами елементів зворотного зв'язку з фазовим регулятором за нелінійним законом виду  $\sqrt[4]{x}$ . Дані дослідження в подальшому дозволять науково обґрунтувати удосконалення методики параметричного синтезу і схеми технічних рішень при побудові адаптивних систем ФАП з високими динамічними характеристиками, які забезпечують підвищення швидкості перебудови, широкодіапазонність, якість спектральних та модуляційних характеристик ПССЧ приймально-передавальної апаратури телекомунікаційних систем в цілому.

**Викладення основного матеріалу**

В результаті дослідження шляхів покращення динамічних характеристик систем ФАП запропонована структурна схема моделі нелінійної системи ФАП з динамічно регульованими параметрами елементів зворотного зв'язку з фазовим регулятором (рис.1.)

У порівнянні з існуючими системами ФАП вона містить коло ДЗЗ по фазі з динамічно регульованими параметрами та вихідна напруга знімається з виходу фазового модулятора (ФМ), а не з генератора, керованого напругою (ГКН).

Об'єднані з першим фазовим детектором (ФД1), у єдиний вузол коло ДЗЗ по фазі з динамічно регульованими параметрами та канал оцінки стану системи ФАП складають фазовий детектор з динамічно регульованими параметрами елементів зворотного зв'язку з фазовим регулятором (ФДДРП). ФДДРП містить: основне коло зворотного зв'язку (ЗЗ) за фазою; канал оцінки стану системи ФАП; коло ДЗЗ за фазою, в якому коефіцієнт підсилення моди-

фікованого підсилювача (МП) регулюється по нелінійному закону виду  $\sqrt[4]{x}$  напругою каналу оцінки стану системи ФАП.

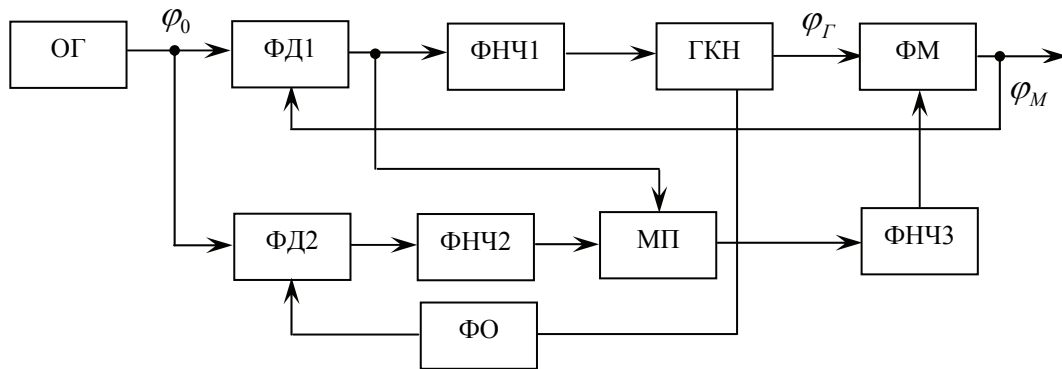


Рис. 1

До складу основного кола ЗЗ за фазою входять перший фазовий детектор (ФД1), перший фільтр нижніх частот (ФНЧ1), ГКН і ФМ. Коло ДЗЗ за фазою, в якому коефіцієнт підсилення МП регулюється по нелінійному закону напругою каналу оцінки стану системи, включає наступні вузлові елементи: ФД1, РП, третій фільтр нижніх частот (ФНЧ3), ФМ, на другий вхід якого подається сигнал керування. До складу каналу оцінки стану системи ФАП входять фазообертувач (ФО) сигналу ГКН, другий фазовий детектор (ФД2), який першим входом з'єднаний з джерелом опорної напруги, а другим – з виходом ФО, та другий фільтр нижніх частот (ФНЧ2).

Для побудови математичної моделі функціональної схеми, представленої на рис.1, кожний функціональний елемент системи замінимо відповідною групою ланок або самостійною ланкою з урахуванням виконуваних ним функцій та його характеристик (рис.2). Отримана в операторній формі структурна схема моделі нелінійної системи ФАП з динамічно регульованими параметрами елементів зворотного зв'язку з фазовим регулятором дозволяє дослідити процеси, що відбуваються в ній.

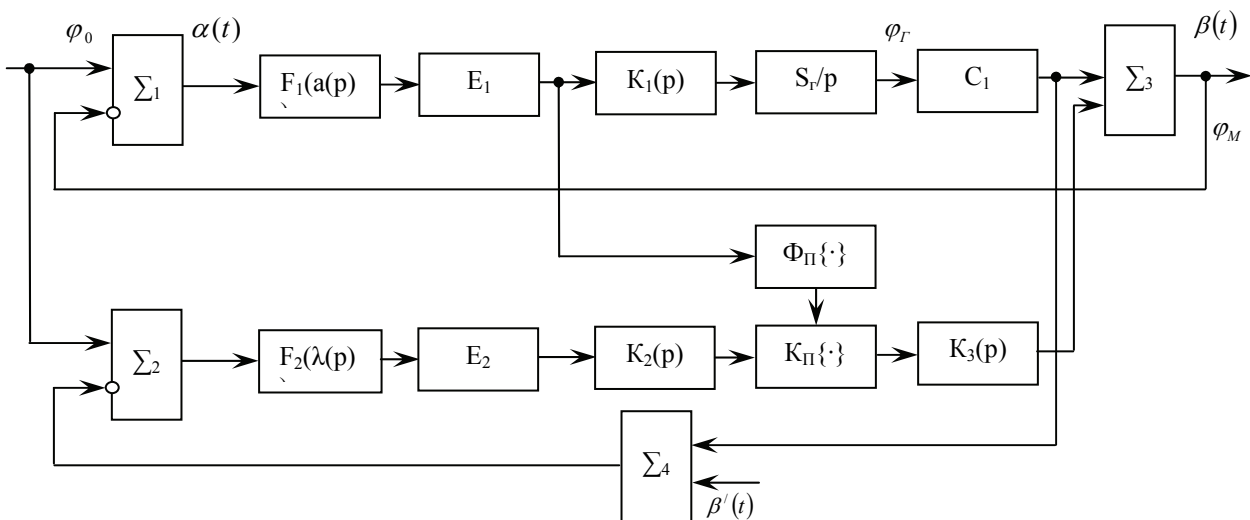


Рис. 2

Диференціальне рівняння відносно різниці фаз сигналів  $a(t)$  на виході ФД1 буде мати наступний вид:

$$\alpha(t) = \varphi_0 - \varphi_m, \quad (1)$$

де  $\varphi_0$  – фаза сигналу на вході системи ФАП;  $\varphi_m$  – фаза сигналу на виході ФМ.

В операторній формі ( $p \equiv d/dt$ ) похідну від різниці фаз  $a(t)$  запишемо у вигляді:

$$pa = p\varphi_0 - p\varphi_m. \quad (2)$$

Похідні від фаз вхідного сигналу  $\varphi_0$  та ГКН  $\varphi_r$  є частота

$$\omega_0 = p\varphi_0, \quad (3)$$

$$\omega_r = p\varphi_r = \Phi_r \{E_1 F_1(a(p)) K_1(p)\}, \quad (4)$$

де  $\omega_0$  – частота вхідного сигналу;  $\Phi_r \{ \cdot \}$  – нелінійна функція характеристики управління ГКН;  $E_1$  – максимальна напруга, яку видає ФД1;  $F_1(a(p))$  – нормована характеристика ФД1;  $K_1(p)$  – передаточна функція ФНЧ1.

Фаза сигналу на виході ФМ буде змінюватися за законом:

$$\varphi_m = C_1 \varphi_r + K_3(p) K_{II} \{K_2(p) |E_2 F_2(\lambda(p))\} \cdot \Phi_{II} \{E_1 F_1(a(p))\}, \quad (5)$$

де  $C_1$  – коефіцієнт перетворення частоти ГКН;  $\varphi_r$  – фаза сигналу на виході ГКН;  $K_3(p)$  – передаточна функція ФНЧ3;  $K_{II} \{ \cdot \}$  – нелінійна функція характеристики управління коефіцієнта підсилення МП;  $K_2(p)$  – передаточна функція ФНЧ2;  $E_2$  – максимальна напруга, яку видає ФД2;  $F_2(\lambda(p))$  – нормована характеристика ФД2;  $\lambda(p) = a(p) - \beta'(p)$ ;  $\beta'(p)$  – фазовий зсув сигналу у ФО;  $\Phi_{II} \{ \cdot \}$  – нелінійна функція характеристики підсилення МП.

Підставляючи вираз (3) – (5) у (2), отримаємо диференціальне рівняння виду:

$$pa = \omega_0 - C_1 \Phi_r \{E_1 F_1(a(p)) K_1(p)\} - p K_3(p) K_{II} \{K_2(p) |E_2 F_2(\lambda(p))\} \cdot \Phi_{II} \{E_1 F_1(a(p))\}. \quad (6)$$

Рішення цього диференціального рівняння аналітичними методами неможливе, але може бути отримане чисельними методами. Однак такий шлях отримання результатів достатньо складний та не дозволяє у явному вигляді встановити взаємозв'язок основних характеристик системи ФАП із параметрами функціональних ланок ланцюга управління.

Як показує аналіз в окремих випадках застосовуваної на практиці схемотехнічної реалізації функціональних ланок ланцюга управління системи ФАП, розглядається, з достатньою точністю для інженерних розрахунків можна вважати, що характеристика підсилення РП  $\Phi_{II} \{ \cdot \}$ , характеристика управління коефіцієнта підсилення МП  $K_{II} \{ \cdot \}$  та характеристика управління ГКН  $\Phi_r \{ \cdot \}$  лінійні у робочих межах змінювання відповідних керованих напруг. Це припущення дозволяє спростити диференціальне рівняння (6) та привести його до виду:

$$\frac{1}{\Omega} pa + C_1 K_1(p) F_1(a(p)) + \frac{\psi K_0}{\Omega} p K_3(p) F_1(a(p)) [1 - K_{II} \{K_2(p) |F_2(\lambda(p))\}] = \gamma_0, \quad (7)$$

де  $\Omega = S_r E_1$  – максимальна перестройка ГКН;  $S_r$  – крутизна характеристик  $\Phi_r \{ \cdot \}$ ;  $\psi = S_m E_1$  – максимальний динамічний діапазон ФМ;  $S_m$  – крутизна ФМ;  $K_0$  – максимальний коефіцієнт підсилення МП;  $\gamma_0 = \frac{\Omega_n}{\Omega} = \frac{\omega - C_1 \omega_0}{\Omega}$  – відносна початкова розстройка ГКН за частотою;  $\Omega_n = \omega - C_1 \omega_0$  – початкова розстройка ГКН за частотою;  $\omega$  – середня частота настройки ГКН.

Різниця фаз  $\beta(t)$  на виході системи ФАП буде мати наступний вигляд:

$$\beta(t) = \varphi_0 - C_1 \varphi_r + K_3(p) K_{II} \{K_2(p) |E_2 F_2(\lambda(p))\} \cdot \Phi_{II} \{E_1 F_1(a(p))\}. \quad (8)$$

Провівши диференціювання та зробивши нескладні перетворення виразу (8), отримаємо в операторній формі наступне диференціальне рівняння:

$$\frac{1}{\Omega} p\beta + C_1 K_1(p) F_1(a(p)) - \frac{\psi K_0}{\Omega} p K_3(p) F_1(a(p)) \cdot [1 - K_{II} \{K_2(p) |F_2(\lambda(p))\}] = \gamma_0. \quad (9)$$

Диференційне рівняння (7) отримане для довільних функцій  $F_1(a(p))$  та  $F_2(\lambda(p))$ , а також для довільних передаточних функцій  $K_1(p)$ ,  $K_2(p)$ . Тому необхідно знайти рішення цього рівняння для сукупності функцій, що часто зустрічаються на практиці:  $F_1(a(p)) = \sin a(p)$  та  $|F_2(\lambda(p))| = |\sin(a(p) - \pi/2)| = |\cos(a(p))|$ , при цьому  $\beta'(p) = \pi/2$ ;  $K_1(p) = (1 + mpT_1)/(1 + pT_1)$  – пропорційно-інтегруючий фільтр;  $K_2(p) = 1/(1 + pT_2)$  – інтегруючий фільтр;  $K_3(p) = 1/(1 + pT_3)$ . Основне рівняння (7) буде у подальшому мати вигляд

$$\frac{1}{\Omega} p\alpha + C_1 \frac{1 + mpT_1}{1 + pT_1} \sin \alpha + \frac{\psi K_0}{\Omega} p \frac{1}{1 + pT_3} \left[ 1 - \sqrt[4]{\frac{|\cos a|}{1 + pT_2}} \right] \sin a = \gamma_0. \quad (10)$$

Для того щоб привести його до диференційного вигляду у традиційній формі запису, помножимо обидві його частини на вираз  $\Omega(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)$ . Після нескладних перетворень отримаємо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} & T_1 T_2 T_3 a^{IV} + \left\{ (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) a + C_1 \Omega m T_1 T_2 T_3 \sin a + \psi K_0 T_1 T_2 \left[ 1 - \sqrt[4]{\frac{|\cos a|}{1 + pT_2}} \right] \sin a \right\}''' + \\ & + \left\{ (T_1 + T_2 + T_3) a + C_1 \Omega (T_2 T_3 + m T_1 T_2 + m T_1 T_3) \sin a + \psi K_0 (T_1 + T_2) \left[ 1 - \sqrt[4]{\frac{|\cos a|}{1 + pT_2}} \right] \sin a \right\}'' + \\ & + \left\{ a + C_1 \Omega (m T_1 + T_2 + T_3) \sin a + \psi K_0 \left[ 1 - \sqrt[4]{\frac{|\cos a|}{1 + pT_2}} \right] \sin a \right\}' + \\ & + C_1 \Omega \sin a = \Omega(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3) \gamma_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Якщо  $\gamma_0$  постійна, що відповідає постійній відносній розстройці по частоті, то права частина (11) спрощується і приймає вигляд  $\Omega \gamma_0$ . Рівняння (11) – це звичайне нелінійне диференційне рівняння четвертого порядку. В процесі його аналізу будуть сполучатися аналітичні, асимптотичні, якісні та чисельні методи.

## Висновки

Отримана математична модель самонастроювальної нелінійної системи ФАП описується нелінійним диференційним рівнянням четвертого порядку, в ній підвищення швидкодії досягається регулюванням коефіцієнта підсилення в колі ДЗЗ за законом виду  $\sqrt[4]{x}$ . В подальшому необхідно зосередити увагу на дослідженнях характеру перехідних процесів, що протікають у системі, на підставі виведених умов стійкості.

**Список літератури:** 1. *Стеглов, В.К., Руденко, А.А., Юдин, А.К.* Комбинированные системы ФАП. Київ: Техніка, 2004. – 327 с. 2. *Стеглов В.К., Мирошников В.В.* Анализ нелинейных систем фазовой автоподстройки // Зв'язок. – 2005. – № 1. – С. 60–63. 3. *Нетудыхата Л.И.* Сравнительный анализ структур оптимальных по быстродействию систем фазовой автоподстройки // Зв'язок. – 2003. – № 5. – С. 66–68. 4. *Романов, С.К., Тихомиров, Н.М., Леньшин, А.В.* Системы импульсно-фазовой автоподстройки в устройствах синтеза и стабилизации частот. – М.: Радио и связь, 2010. – 327 с. 5. *Чекунова, О.М., Макаров, С.А., Чечуй, О.В.* Математична модель оптимальної по швидкодії нелінійної системи ФАП // Радіотехніка. – 2007. – Вип. 150. – С. 100–103. 6. *Юхновський, С.А., Макаров, С.А., Чекунова, О.М.* Обґрунтування виду нелінійного закону регулювання параметру додаткового зворотного зв'язку за фазою системи фазового автопідстроювання частоти // Системи обробки інформації. – 2013. – Вип. 21(109). – С. 103–105.

Харківський університет  
Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба

Надійшла до редколегії 25.01.2014