

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РЕСУРСАМИ ГИБРИДНОЙ СЕТИ ДОСТАВКИ КОНТЕНТА С ГАРАНТИРОВАННЫМ КАЧЕСТВОМ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Введение

Понимание сети Internet как распределенного хранилища всевозможного контента, экспоненциальный рост числа пользователей, часто возникающие проблемы, связанные с перегрузкой Web-серверов и недоступностью услуги, обусловили необходимость организации эффективной системы хранения и доставки контента: книг, журналов, новостных лент, фотографий, фильмов с высоким разрешением, видеотрансляций и др. С этой целью были разработаны и реализованы на практике сети доставки контента (Content Delivery Network, CDN) и конкурирующие с ними многочисленные пиринговые (одноранговые) сети (Peer-to-Peer, P2P), развертываемые поверх существующей транспортной инфраструктуры Internet.

Принципы построения сетей доставки контента

В основу построения сетей CDN и P2P положены разные принципы, что обуславливает их зачастую диаметрально противоположные свойства. Основная идея построения сетей CDN заключается в дублировании (или зеркалировании) контента и/или сервисов основного сервера (origin server) несколькими периферийными серверами, называемыми репликами (replica) или суррогатными (surrogate), которые географически расположены на удалении от основного сервера и друг от друга, но вблизи от потребителя услуг [1, 2]. Тогда запросы, поступающие от Internet-пользователей из различных локальных сетей, направляются на обслуживание на ближайший незагруженный сервер (основной или периферийный), обеспечивая тем самым повышение пропускной способности, надежности и эффективности всей системы доставки контента в конечном итоге. В то же время функционирование CDN связано с решением ряда задач, таких как репликация контента и синхронизация серверов, авторизация и маршрутизация запросов пользователей на тот или иной сервер, что ведет к усложнению системы и, соответственно, повышает стоимость предоставляемых услуг. В рамках сетей P2P каждый хост, на котором установлено соответствующее программное обеспечение, может выступать как в качестве клиента, запрашивающего контент, так и в качестве сервера, хранящего и распространяющего его, что обеспечивает совместное использование канальных и вычислительных ресурсов всех подключенных в данный момент к сети пользователей. В итоге для сетей P2P характерны, с одной стороны, высокая масштабируемость и низкая себестоимость услуги, с другой стороны – низкая надежность, неконтролируемая пропускная способность системы, сложность контроля как самого контента, так и пользователей [3]. Тем не менее, основной недостаток P2P сетей связан с невозможностью гарантировать пользователю качество предоставляемой услуги, так как скорость загрузки контента и его доступность всецело зависят от числа активных в данный момент пиров, и не являются, строго говоря, управляемыми величинами.

С целью повышения качества обслуживания пользователей, построения масштабируемой и при этом контролируемой и управляемой системы хранения и доставки контента в литературе были предложены и на практике реализованы различные гибридные подходы, основанные на совместном использовании CDN и P2P. В рамках гибридной сети пользователь может загрузить контент с сервера CDN, с выполняющих роль серверов хостов P2P или использовать оба типа источника. В общем случае интеграция CDN и P2P может осуществляться в соответствии с двумя основными сценариями [2]:

1. Основная роль в гибридной сети отводится CDN, ресурсы которой используются в первую очередь и для которой P2P-сеть является вспомогательной.

2. Основная роль отводится P2P-сети, которая дополняется CDN-серверами, выполняющими функции резервных и задействуемыми только лишь в том случае, если запрашиваемый контент не может быть предоставлен P2P-сетью.

С точки зрения организации логических связей в рамках гибридной сети доставки контента, как показывает анализ, наиболее перспективной видится модель взаимодействия, показанная на рис. 1, в которой ресурсы одной CDN доступны для нескольких P2P-сетей [2].

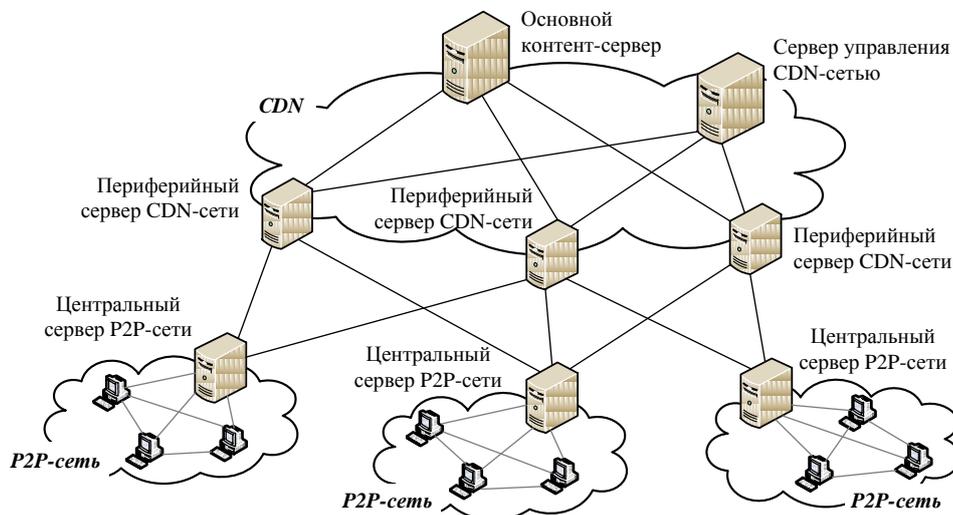


Рис. 1. Принцип построения гибридной сети доставки контента

Переход к гибридным сетям доставки контента сопряжен с решением ряда задач, одной из которых является задача управления. Система управления гибридной сетью доставки контента должна сочетать в себе централизованный, основанный на информации о глобальном состоянии подход, используемый в CDN, и принципы локального, децентрализованного управления, реализуемого в P2P. В соответствии с повышением уровня требований пользователей к качеству их обслуживания, управление запросами, включая выбор сервера или совокупности серверов и непосредственно доставку контента, должно осуществляться исходя из типа услуги и запрашиваемого качества ее предоставления. Кроме того, на систему управления возлагается дополнительная задача балансировки нагрузки между CDN и P2P-сетями, а также сбалансированного использования ресурсов внутри каждой из них. Причем с целью повышения эффективности управление ресурсами разного типа должно быть в высокой степени согласованным, т.е. управление вычислительными ресурсами серверов CDN и P2P должно быть скоординировано с распределением канальных и буферных ресурсов телекоммуникационной сети, обеспечивающей транспортные функции по доставке контента.

В свете перечисленных требований известные методы управления сетями CDN, в основе которых, как показывает анализ, лежат простейшие, зачастую эвристические схемы принятия решения, не могут быть применены [1]. Гибридизация, гарантированное качество обслуживания, необходимость балансировки нагрузки – те факторы, которые требуют пересмотра известных решений в направлении реализации принципов адаптивного оптимального управления ресурсами сети доставки контента. Это, в свою очередь, предполагает подведение четкой математической базы под указанные задачи. Таким образом, актуальной является задача разработки математической модели управления ресурсами гибридной сети доставки контента с гарантированным качеством обслуживания.

Анализ математических моделей управления ресурсами CDN

Поскольку CDN и P2P представляют собой оверлейные (наложенные) сети, транспортные функции по доставке контента возлагаются на лежащую в их основе телекоммуникационную сеть (ТКС). Тогда при построении математической модели CDN следует исходить из

того, в процессе доставки контента участвуют два компонента: транспортная телекоммуникационная сеть и периферийные серверы, выступающие в роли источников трафика. Каждый из компонентов вносит равнозначный вклад в результирующее качество обслуживания, а потому оба должны выступать в качестве объекта управления. Тем не менее, описанные в литературе математические модели CDN предполагают управление лишь серверной частью, в то время как задача управления ресурсами транспортной телекоммуникационной сети не принимается во внимание и решается независимо.

Традиционно к задачам управления в CDN относятся следующие [1, 2]:

- выбор числа и мест размещения периферийных серверов, что состоит в назначении тому или иному серверу (узлу) сети функций по хранению контента;
- распределение контента между периферийными серверами;
- маршрутизация запроса (request-routing), которая заключается в выборе ближайшего в определенной метрике незагруженного сервера (основного или периферийного), способного предоставить запрашиваемый контент.

Зачастую эти задачи не разделяются и решаются в рамках единой модели. Например, в [3] предлагается следующая их формализация в виде задачи целочисленного программирования со стоимостной целевой функцией

$$\sum_{j \in J} f_j y_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} (b_k d_{ik} c_{ij} z_{jk} x_{ij} + b_k d_{ik} (1 - z_{jk}) (c_{0j} + c_{ij}) x_{ij}) \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} b_k z_{jk} \leq s_j y_j, \quad (4)$$

где $y_j \in \{0,1\}$ – переменная использования j -го узла в качестве периферийного сервера; $x_{ij} \in \{0,1\}$ – переменная обслуживания j -м сервером запроса от i -го пользователя; $z_{jk} \in \{0,1\}$ – переменная размещения контента k -го типа на j -м сервере; I – множество пользователей системы; J – множество узлов, на которые могут быть возложены функции периферийного сервера; K – множество типов контента; b_k – размер файла, содержащего k -й контент; d_{ik} – скорость, с которой передается запрос i -го пользователя на контент k -го типа; c_{ij} и c_{0j} – «стоимость» соединения между узлами i и j и между основным сервером и j -м периферийным сервером соответственно; s_j – емкость запоминающего устройства j -го сервера.

В работе [4] из модели (1) – (4) была исключена подзадача размещения периферийных серверов, но добавлено условие, связанное с качеством обслуживания, т.е. условие (3) заменено на следующее:

$$\sum_{j \in J} L_{ij} x_{ij} z_{jk} + \sum_{j \in J} (L_{ij} + L_{j0}) x_{ij} (1 - z_{jk}) \leq \Delta_d, \quad (5)$$

где L_{ij} – задержка передачи контента между i -м и j -м узлами; L_{j0} – задержка передачи контента между основным и j -м периферийным серверами; Δ_d – допустимая величина задержки.

В рамках представленных моделей каждый запрос пользователя может быть направлен только к одному серверу, однако с целью повышения эффективности системы хранения и доставки контента в модели, представленной в [5], предусматривается возможность перенаправления запроса для загрузки контента от одного к другому периферийному серверу:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} b_k d_{ik} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \left[\sum_{j \in J} \left(b_k d_{ik} (c_{ij} + c_{j0}) x_{ij} (1 - \sum_{t \in J} x_{itk}) \right) \right] \rightarrow \min \quad (6)$$

при ограничениях (2), а также

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} \leq 1, \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} b_k z_{jk} \leq s_j, \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} \geq z_{jk}, \quad (9)$$

$$x_{ij} + z_{jk} - x_{ijk} \leq 1, \quad (10)$$

где $x_{ijk} = 1$, если запрашиваемый i -м пользователем контент k -го типа доступен на j -м сервере, $x_{ijk} = 0$ в противном случае.

Таким образом, как показывает анализ, представленные в литературе математические модели CDN основываются на формализации задачи управления в классе целочисленного программирования. При этом каждый запрос обрабатывается индивидуально и допускается загрузка контента только от одного сервера, что снижает масштабируемость системы. В то же время эффективность и масштабируемость системы в целом существенно возрастет, если допустить возможность загрузки контента от нескольких серверов, по аналогии с сетями P2P. С точки зрения практики в условиях гибридных сетей доставки контента такой подход может быть реализован, поскольку в этом случае запрос на сервер поступает не от каждого пользователя в отдельности, а от группы пользователей, объединенных в одну P2P-сеть (рис. 1). Кроме того, в тех немногих моделях, в рамках которых предпринимается попытка ввести показатели качества обслуживания, например через ограничения (5), задержки передачи контента между пользователем и сервером, его обслуживающим, предполагаются величинами постоянными. Однако на практике величина задержки доставки контента зависит от скорости его передачи, выбранного маршрута в нижележащей транспортной телекоммуникационной сети и от объема свободных ресурсов вдоль него. Это указывает на необходимость интегрального подхода и управления ресурсами CDN совместно с ресурсами ТКС [6].

Более того, в области управления ресурсами телекоммуникационной сети на данный момент получено множество заслуживающих внимания результатов, в том числе и в плане гарантированного качества обслуживания. При этом основным классом моделей являются потоковые модели, в которых наряду со структурой сети, учитываются параметры каналов связи и передаваемого трафика [7, 8].

Математическая модель управления ресурсами гибридной сети доставки контента с гарантированным качеством обслуживания

Таким образом, при построении математической модели гибридной сети доставки контента целесообразно ориентироваться на потоковую постановку задачи с возможностью подключения одного сервера P2P-сети к нескольким контент-серверам CDN-сети одновременно. В таком случае задача управления ресурсами может быть сформулирована как задача поиска совокупности серверов, которые будут выступать в качестве источников контента, а также

множества маршрутов доставки данного контента от каждого сервера до потребителя (пользователя) с выполнением гарантий относительно качества предоставляемой услуги.

В рамках предлагаемой модели введем следующие множества: G_l – множество периферийных серверов, на которых доступен контент l -го типа, $G_l \in G$; G – множество всех серверов CDN; N и E – множества узлов (маршрутизаторов) и трактов передачи транспортной телекоммуникационной сети соответственно; K – множество пользователей, генерирующих запросы на тот или иной контент; L – множество возможных типов контента, распространяемых данной сетью. Причем справедливо $K \subseteq N$, означающее, что в качестве получателя в рамках предлагаемой математической модели будем рассматривать не непосредственно конечного пользователя, а узел транспортной телекоммуникационной сети, к которому он подключен и который среди прочего выполняет функции сервера сети P2P (рис.1).

В качестве управляющих введем два типа переменных: переменные y_g^{kl} , которые указывают на долю контента l -го типа, запрашиваемого k -м пользователем и загружаемого с g -го сервера, $g \in G_l$, и переменные x_{ij}^{kl} , которые указывают на долю трафика, передаваемого по тракту передачи (i, j) от i -го маршрутизатора к j -му, где индекс l отражает тип передаваемого контента, а индекс k связан с получателем t_k , $t_k \in N$.

Исходя из физического смысла введенных переменных, на них накладываются ограничения вида

$$\begin{cases} y_g^{kl} = 0, & \text{если } g \neq s_k, \\ 0 < y_g^{kl} \leq 1, & \text{если } g = s_k, \end{cases} \quad (11)$$

$$0 \leq x_{ij}^{kl} \leq 1, \quad (12)$$

где выражение (11) связано с одновременным подключением к нескольким источникам контента s_k , а (12) обеспечивает сбалансированное использование ресурсов ТКС путем реализации многопутевого способа доставки контента.

С целью обеспечения целостности запрашиваемого контента потребуем

$$\sum_{g \in G_l} y_g^{kl} = 1. \quad (13)$$

В рамках введенных переменных закон сохранения потока для i -го маршрутизатора транспортной телекоммуникационной сети примет вид

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^{kl} - \sum_{j \in N} x_{ji}^{kl} - \sum_{g \in G_l} x_{gi}^{kl} = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq s_k, t_k, \\ -1, & \text{если } i = t_k, \end{cases} \quad (14)$$

где s_k – обозначение источника трафика для k -го получателя.

В выражении (14) третье слагаемое указывает на долю трафика, поступающего на i -й маршрутизатор ТКС от g -го сервера, тогда условие (14) может быть дополнено

$$\sum_{j \in N} x_{gj}^{kl} = \begin{cases} 0, & \text{если } g \neq s_k, \\ y_g^{kl}, & \text{если } g = s_k. \end{cases} \quad (15)$$

С ограниченными объемами сетевых ресурсов ТКС и вычислительных ресурсов серверов CDN связаны следующие выражения[^]

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} r^{kl} x_{ij}^{kl} \leq c_{ij}, \quad (16)$$

$$\sum_{k \in K} y_g^{kl} \leq S_g^l, \quad (17)$$

где r^{kl} – интенсивность трафика, создаваемого при передаче контента l -го типа к k -му пользователю; S_g^l – максимальное число сессий l -го типа, которое способен обслужить g -й сервер (производительность сервера).

Одновременное использование совокупности серверов в качестве источника контента способствует повышению эффективности использования сетевых и вычислительных ресурсов в целом, однако не гарантирует требуемые значения скорости загрузки контента и задержки передачи. С целью обеспечения гарантированного качества обслуживания для каждого потока, создаваемого при доставке контента l -го типа k -му пользователю, введем в модель (11) – (17) дополнительное условие [9]

$$\Lambda_{\eta}^{\langle \vartheta \rangle} \leq \left(G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle} - G_{\pi\eta}^{\langle 4,2 \rangle} \left[G_{\pi\eta}^{\langle 4,4 \rangle} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{\langle 4,3 \rangle} \right) T_{\eta}^{\langle \vartheta \rangle}, \quad (18)$$

где $\Lambda_{\eta}^{\langle \vartheta \rangle}$ – вектор размера ϑ , элементы которого указывают на интенсивности потоков трафика, поступающих к пользователю от различных источников (серверов); ϑ – число задействованных в передаче контента серверов; $T_{\eta}^{\langle \vartheta \rangle}$ – вектор размера ϑ , элементы которого содержат значения межконцевой средней задержки $\tau_{\langle \partial on \rangle}$, допустимой в рамках транспортной

$$\text{ТКС}; \left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4,2 \rangle} \\ \hline \text{---} & \text{---} \\ G_{\pi\eta}^{\langle 4,3 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4,4 \rangle} \end{array} \right\| = G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}, \quad \left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 2 \rangle} \\ \hline \text{---} & \text{---} \\ G_{\pi\eta}^{\langle 3 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle} \end{array} \right\| = G_{\pi\eta}, \quad \text{причем } G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle} \text{ – квадратная матрица}$$

размера $\vartheta \times \vartheta$, $G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}$ – квадратная подматрицы размера $\phi \times \phi$, $\phi = m - 1$, m – общее число узлов в сети доставки контента, учитывая число маршрутизаторов транспортной ТКС и количество серверов CDN; $G_{\pi\eta}$ – матрица размера $n \times n$, являющаяся проекцией метрического тензора сети доставки контента в базисе узловых пар и контуров; n – число трактов передачи, как между маршрутизаторами ТКС, так и между маршрутизаторами и серверами.

Поскольку условие (18) должно быть записано для каждого запроса в отдельности, можно опустить индексы l и k , указывающие на тип контента и запрашивающего его пользователя, тогда имеем, элементы вектора $\Lambda_{\eta}^{\langle \vartheta \rangle}$ связаны с ранее введенными переменными следующим образом:

$$\lambda_{(\eta)}^z = y_g r \quad (19)$$

где все переменные относятся к одной и той же паре l и k ; z – номер узловой пары, создаваемой k -м пользователем и g -м сервером, $z = \overline{1, \vartheta}$.

Причем в соответствии с исходными данными суммарная интенсивность трафика r , поступающего от множества источников, должна отвечать скоростным требованиям к качеству обслуживания, т.е.

$$\sum_{z=1}^9 \lambda_{(\eta)}^z = r \geq r^{\langle mp\delta \rangle}, \quad (20)$$

где $r^{\langle mp\delta \rangle}$ – требуемая скорость передачи контента.

Фигурирующая в (18) матрица проекции метрического тензора вычисляется следующим образом:

$$G_{\pi\eta} = A^t G_v A, \quad (21)$$

где A – матрица ковариантного координатного преобразования, определяемая на основании структуры сети по правилам, описанным, например, в [10], $G_v = \parallel g_v^{ii} \parallel$ – диагональная матрица размера $n \times n$, элементы главной диагонали которой при условии описания каждого сетевого интерфейса системой массового обслуживания $M/M/1/N$ рассчитываются согласно выражениям [8, 9]

$$g_{(v)}^{ii} = \frac{(1 - (\rho_{(v)}^i)^{N_i + 1})(1 - \rho_{(v)}^i)(\lambda_{(v)}^i)^2}{\rho_{(v)}^i - (\rho_{(v)}^i)^{N_i + 2} - (N_i + 1)(\rho_{(v)}^i)^{N_i + 1}(1 - \rho_{(v)}^i)}, \quad (22)$$

где N_i – емкость буфера i -го тракта передачи; $\rho_{(v)}^i = \frac{\lambda_{(v)}^i}{c_i}$ – коэффициент загрузки i -го тракта передачи; $\lambda_{(v)}^i$ и c_i – интенсивность потока пакетов и пакетная пропускная способность i -го тракта передачи соответственно, причем $\lambda_{(v)}^i = r x_{ab}^i$, при условии, что i -й тракт передачи телекоммуникационной сети соответствует тракту (a, b) в двухиндексной нумерации.

Таким образом, в рамках модели (11) – (22) процесс управления ресурсами сети доставки контента связан с поиском переменных двух типов: переменных y_g^{kl} , за счет которых реализуется управление ресурсами серверов CDN и решается задача маршрутизации запросов в CDN, а также переменных x_{ij}^{kl} , формализующих управление ресурсами транспортной телекоммуникационной сети и обеспечивающих решение задачи многопутевой маршрутизации в ней. При этом в качестве целевой функции может выступать стоимостная функция

$$W = Q_x \bar{x} + Q_y \bar{y} \rightarrow \min, \quad (23)$$

где \bar{x} – вектор, объединяющий в себе переменные x_{ij}^{kl} ; \bar{y} – вектор, объединяющий переменные y_g^{kl} ; Q_x , Q_y – векторы весовых коэффициентов, определяющие стоимость использования сетевых и вычислительных ресурсов соответственно.

Однако поскольку одним из требований к управлению сетью доставки контента является сбалансированное использование всех ее ресурсов, целесообразно в качестве целевой функции использовать [6]

$$W = Q_{\alpha}\alpha + Q_{\beta}\beta \rightarrow \min, \quad (24)$$

где Q_{α} , Q_{β} – весовые коэффициенты, α – управляемый порог использования канальных ресурсов транспортной телекоммуникационной сети, $0 \leq \alpha \leq 1$; β – управляемый порог использования вычислительных ресурсов всех серверов CDN, $0 \leq \beta \leq 1$, $\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} x_{ij}^{kl} \leq \alpha \leq 1$,

$$\frac{\sum_{k \in K} y_g^{kl}}{S_g^l} \leq \beta \leq 1.$$

Выводы

Основными проблемами, с которыми приходится сталкиваться при решении задачи управления гибридной сетью доставки контента, являются, во-первых, необходимость гарантированного обеспечения требуемого качества предоставления услуги, как минимум по двум показателям: скорости и задержке загрузки контента, во-вторых, необходимость балансировки нагрузки между CDN и P2P-сетями, а также сбалансированного использования ресурсов внутри каждой из них. Предложенная в статье математическая модель позволяет сформулировать задачу управления ресурсами гибридной сети доставки контента как оптимизационную; скоординировать в ее рамках решение задач управления ресурсами CDN и ТКС, заключающиеся в выборе контент-сервера и маршрутов его доставки к конечному пользователю; обеспечить гарантированное качество обслуживания по скоростным и временным показателям сетевого уровня; достичь высокой эффективности использования сетевых и вычислительных ресурсов за счет многопутевого способа маршрутизации и перераспределения запросов между серверами CDN.

Список литературы: 1. *Content Delivery Networks* / Buuya, Rajkumar; Pathan, Mukaddim; Vakali, Athena (Eds.). – Springer, 2008. – 418 p. – (Series: Lecture Notes in Electrical Engineering). 2. *ZhiHui Lu, Ye Wang, Yang Richard Yang. An Analysis and Comparison of CDN-P2P-hybrid Content Delivery System and Model* // Journal of Communications. – 2012. – Vol. 7, N. 3. – P. 232 – 245. 3. *Bektas, T., Oguz, O., Ouveysi, I. Designing cost-effective content distribution networks* // Computers & Operations Research. – 2007. – 34 (8). – P. 2436 – 2449. 4. *Bektas, T., Cordeau, J-F., Erkut, E., Laporte, G. Exact algorithms for the joint object placement and request routing problem in content distribution networks* // Computers & Operations Research. – 2008. – 35 (12). – P. 3860 – 3884. 5. *Datta, A., Dutta, K., Thomas, H., VanderMeer, D. World Wide Wait: A Study of Internet Scalability and Cache Based Approached to Alleviate it* // INFORMS Management Science. – 2003. – Vol. 49, Issue 10. – P. 1425 – 1444. 6. *Евсеева, О.Ю., Кадеп, М.Б. Математическая модель маршрутизации запросов в сетях доставки контента* // Системи обробки інформації. – 2012. – № 9 (107). – С. 165 – 170. 7. *Лемешко, А.В., Вавенко, Т.В. Усовершенствование потоковой модели многопутевой маршрутизации на основе балансировки нагрузки* // Проблеми телекомунікацій. – 2012. – № 1 (6). – С. 12 – 29. – Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2012/1/1/121_lemeshko_multipath.pdf. 8. *Лемешко, А.В., Евсеева, О.Ю. Тензорная модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей* // Проблеми телекомунікацій. – 2012. – № 4 (9). – С. 16 - 31. – Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124_lemeshko_tensor.pdf. 9. *Евсеева, О.Ю. Тензорная модель многополусной телекоммуникационной сети* // Радиотехника. - 2013. - Вып. 175. 10. *Математичні основи теорії телекомунікаційних систем* / В.В. Поповський, С.О. Сабурова, В.Ф. Олійник, Ю.І. Лосєв, Д.В. Агєєв та ін.: За заг. ред. В.В. Поповського. – Харків : ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 564 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 17.10.2013