ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.391

О.Ю. ЕВСЕЕВА, д-р техн. наук

ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОПОЛЮСНОЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Введение

В соответствии с количеством корреспондентов (источников и получателей), участвующих в процессе информационного обмена, в рамках телекоммуникационных сетей (ТКС) традиционно выделяют соединения типа «точка-точка», описываемые двухполюсными сетевыми моделями, и соединения «точка-многоточка» и «многоточка-точка», относящиеся к многополюсному случаю. Хотя графовые модели последних двух типов соединений отличаются лишь направлением передачи трафика, на практике их применение связано с решением совершенно разных задач: соединение «точка-многоточка» описывает беспроводные сети, радио- и телевещание, многоадресную рассылку в IP-сети, в то время как соединение «многоточка-точка» имеет место в случае пиринговых сетей, например, работающих по протоколу BitTorrent, или при получении комплексного сервиса, где отдельные атомарные сервисы предоставляются различными серверами, например, при реализации технологии облачных вычислений (Cloud Computing).

В рамках данной статьи внимание будет сосредоточено на многополюсных телекоммуникационых сетях, реализующих соединения «многоточка-точка». В данном случае несколько источников, например серверов некой распределенной файлообменной системы, одновременно адресует свой трафик к одному и тому же получателю, задействуя при этом множество путей в телекоммуникационной сети. При этом немаловажным фактором, определяющим как эффективность использования вычислительных ресурсов серверов, так и ресурсов ТКС, является распределение нагрузки между источниками трафика и, соответственно, множеством используемых путей. В то же время при управлении порядком распределения нагрузки на сервера следует исходить из требований пользователя, запрашивающего ту или иную услугу и ожидающего вполне определенное качество ее предоставления (Quality of Service, QoS). Таким образом, в условиях телекоммуникационных сетей, в которых телекоммуникационная услуга организуется посредством одновременного подключения к множеству серверов (источников трафика), актуальной является задача распределения нагрузки на серверы и доставки соответствующего трафика конечному пользователю с выполнением при этом ряда требований к основным показателям качества обслуживания: задержке, джиттеру, надежности и скорости передачи.

Такая постановка задачи обусловливает необходимость разработки соответствующей математической модели ТКС, в рамках которой исходная задача будет сформулирована и решена как оптимизационная. Однако модель ТКС с множеством источников с целью формализации задачи оптимального управления трафиком должна в обязательном порядке включать в себя математически формализованные условия обеспечения качества обслуживания, предпочтительно в аналитическом виде. Подобного рода условия были получены с использованием методики тензорного моделирования в контексте решения задачи многопутевой маршрутизации для двухполюсной сети [1]. Кроме возможности аналитического учета связи между различными QoS-показателями, как показано в [2], применение этих условий позволило свести к нулю многопутевой джиттер, обусловленный разницей в задержках передачи потоков пакетов вдоль различных путей. Именно данный факт обусловил выбор тензорного анализа сетей в качестве математического аппарата для описания ТКС в режиме «многоточка-точка».

Тензорное описание многополюсной ТКС

В рамках тензорного подхода ТКС описывается смешанным двухвалентным тензором [1, 2]

$$Q = T \otimes \Lambda, \tag{1}$$

где $\otimes$ – знак прямого тензорного умножения, компоненты тензора Q представляют собой одновалентный ковариантный тензор средних задержек пакетов T и одновалентный контравариантный тензор интенсивности потока пакетов Λ.

Причем тензоры средних задержек пакетов T и интенсивности потока пакетов Λ связаны между собой тензорными уравнениями вида [1, 2]

$$\Lambda = GT, \tag{2}$$

$$T = E\Lambda, \tag{3}$$

где G – двухвалентный контравариантный тензор, выполняющий в данном случае роль метрического, т.е. определяющий свойства метрического пространства, связываемого с моделируемой ТКС; E – двухвалентный ковариантный метрический тензор.

Метрики ТКС, представленные тензорами G и E, в рамках описания (1) обеспечивают функциональную связь между координатами тензоров средних задержек пакетов T и пакетной интенсивности потока Λ. И, например, в системе координат (СК) ветвей при условии моделирования i-го сетевого интерфейса в виде системы массового обслуживания с отказами вида $M/M/1/N$ проекцией тензора G является диагональная матрица $G_v = \left\| g_v^{ii} \right\|$ размера $n \times n$, элементы главной диагонали которой рассчитываются согласно выражению [1]

$$g_{(v)}^{ii} = \frac{(1-(\rho_{(v)}^{i})^{N_i+1})(1-\rho_{(v)}^{i})(\lambda_{(v)}^{i})^2}{\rho_{(v)}^{i} - (\rho_{(v)}^{i})^{N_i^v+2} - (N_i+1)(\rho_{(v)}^{i})^{N_i+1}(1-\rho_{(v)}^{i})}, \tag{4}$$

где индекс v указывает на принадлежность системе координат ветвей, в рамках которой сеть рассматривается как совокупность n трактов передачи $v_i, i = \overline{1,n}$; $\rho_{(v)}^{i} = \frac{\lambda_{(v)}^{i}}{\varphi_i}$ – коэффициент загруженности i-го тракта передачи; $\lambda_{(v)}^{i}$ и φ_i – интенсивность потока пакетов и пакетная пропускная способность i-го тракта передачи соответственно.

Методика тензорного моделирования ТКС всецело основывается на постулатах обобщения Г. Крона [3], согласно которым тензорные уравнения (2) и (3) сохраняют свою форму неизменной независимо от координатной системы рассмотрения сети. В общем случае для каждой ТКС существует конечное множество допустимых систем координат ее рассмотрения (или базисов), каждая из которых обеспечивает новую точку зрения на ТКС и позволяет осветить определенные аспекты ее функционирования. Например, в рамках упомянутой выше СК ветвей B_v ТКС рассматривается как совокупность трактов передачи, а в рамках системы координат контуров и узловых пар $B_{\langle \pi\eta \rangle}$ – как совокупность $\mu = n - m + 1$ независимых контуров и $\phi = n - 1$ узловых пар, $\phi + \mu = n$, где m – число узлов сети. Тогда согласно второму постулату Г. Крона в СК ветвей и в СК контуров и пар узлов тензорное уравнение (2) принимает вид

$$\Lambda_v = G_v T_v, \tag{5}$$

$$\Lambda_{\pi\eta} = G_{\pi\eta} T_{\pi\eta}, \tag{6}$$

где $G_{\pi\eta}$ – проекция двухвалентного контравариантного метрического тензора G в СК контуров и узловых пар; Λ_v и T_v – проекции тензоров Λ и T в СК ветвей B_v, элементами которых являются соответственно интенсивности потоков $\lambda^i_{(v)}$ и задержки пакетов $\tau^{(v)}_i$ в трактах передачи сети, $i=\overline{1,n}$; $\Lambda_{\pi\eta}$ и $T_{\pi\eta}$ – проекции тензоров интенсивности потоков Λ и задержки пакетов T в СК $B_{\langle\pi\eta\rangle}$; причем Λ_v, $\Lambda_{\pi\eta}$, T_v, $T_{\pi\eta}$ представляют собой векторы размера n.

Поскольку принятые в рассмотрение базисы ветвей B_v и контуров и узловых пар $B_{\langle\pi\eta\rangle}$ относятся к одной и той сети, структура которой предполагается известной и выступает в качестве исходных данных, связь базисов между собой так же известна. Она формализуется в виде так называемых матриц ко- и контравариантного координатного преобразования, которые в полном обозначении выглядят как $A_v^{\langle\pi\eta\rangle}$ и $C^{\nu}_{\langle\pi\eta\rangle}$ (в дальнейшем просто A и C). Тогда, имея правила преобразования самих базисов, получаем возможность вычисления координат тензора (проекции тензора) в одной системе координат по известным его координатам в другой системе координат:

$$T_v = A\,T_{\pi\eta}, \tag{9}$$

$$\Lambda_v = C\,\Lambda_{\pi\eta}. \tag{10}$$

Взаимосвязь проекций двухвалентных контравариантных метрических тензоров формализуется следующим образом:

$$G_v = CG_{\pi\eta}C^t;\ \ G_{\pi\eta} = A^t G_v A. \tag{11}$$

В соответствии с рассмотрением сети как совокупности контуров и узловых пар в рамках системы координат $B_{\langle\pi\eta\rangle}$ элементы полученных в ней проекций $\Lambda_{\pi\eta}$ и $T_{\pi\eta}$ могут быть сгруппированы следующим образом:

$$\Lambda_{\pi\eta}=\begin{Vmatrix}\Lambda_\pi\\ --\\ \Lambda_\eta\end{Vmatrix},\quad \Lambda_\pi=\begin{Vmatrix}\lambda^1_{(\pi)}\\ \vdots\\ \lambda^j_{(\pi)}\\ \vdots\\ \lambda^\mu_{(\pi)}\end{Vmatrix},\quad \Lambda_\eta=\begin{Vmatrix}\lambda^1_{(\eta)}\\ \vdots\\ \lambda^j_{(\eta)}\\ \vdots\\ \lambda^\phi_{(\eta)}\end{Vmatrix},\quad T_{\pi\eta}=\begin{Vmatrix}T_\pi\\ --\\ T_\eta\end{Vmatrix},\quad T_\pi=\begin{Vmatrix}\tau^{(\pi)}_1\\ \vdots\\ \tau^{(\pi)}_j\\ \vdots\\ \tau^{(\pi)}_\mu\end{Vmatrix},\quad T_\eta=\begin{Vmatrix}\tau^{(\eta)}_1\\ \vdots\\ \tau^{(\eta)}_j\\ \vdots\\ \tau^{(\eta)}_\phi\end{Vmatrix}, \tag{12}$$

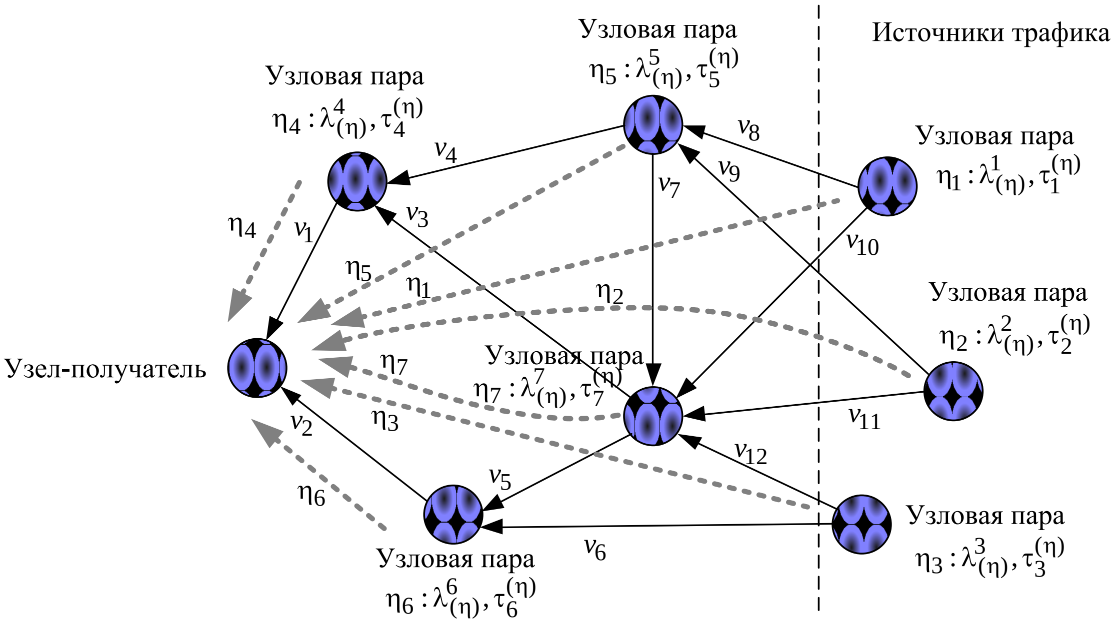
где Λ_π и T_π – подвекторы размера μ, элементами которых являются контурные компоненты $\lambda^j_{(\pi)}$ и $\tau^{(\pi)}_j$ проекций тензоров Λ и T, относящиеся к базисным контурам сети; Λ_η и T_η – подвекторы размера ϕ, элементами которых являются узловые компоненты проекций соответствующих тензоров в СК $B_{\langle\pi\eta\rangle}$. При этом узловые компоненты проекции тензора Λ указывают на интенсивность потока пакетов между опорным узлом сети и другими, неопорными узлами данной пары, а узловые компоненты проекции тензора T отражают наблюдаемую при этом задержку (рисунок).

Таким образом, исходя из физического смысла введенных обозначений, можно сделать следующие выводы:

1) с целью исключения петель в маршрутах передачи потоков все элементы вектора T_π должны быть равны нулю, т.е. $\tau^{(\pi)}_j$=0;

2) если в j-й узловой пара один из узлов является источником трафика, а другой – его получателем, то величина $\lambda^{j}_{(\eta)}$ указывает на интенсивность потока для этой пары;

3) если j-я узловая пара не содержит узел-источник, то соответствующая величина $\lambda^{j}_{(\eta)}$ должна быть приравнена нулю.



Пример многополюсной ТКС и ее базисные узловые пары

Условия обеспечения качества обслуживания в многополюсной ТКС

Рассмотрим в рамках тензорной модели (1) – (12) задачу гарантированного обеспечения качества обслуживания в ТКС для многополюсного случая. В качестве исходных данных выступают:

1) исходная структура ТКС, что позволяет сформировать матрицы координатного преобразования A и C;

2) пропускные способности трактов передачи и размеры буферной емкости на узлах сети, что необходимо для формирования матриц проекций метрических тензоров в СК ветвей;

3) модели самого трафика и процесса его обслуживания на узлах сети, которые определяют правила формирования матрицы проекций метрических тензоров в СК ветвей;

4) направление передачи с указанием множества источников трафика и одного получателя;

5) требования к основным показателям качества обслуживания трафика, задаваемые в виде требуемой скорости передачи потока $\lambda^{\langle треб \rangle}$ и допустимой средней задержки $\tau_{\langle доп \rangle}$.

С целью вывода условий обеспечения качества обслуживания в многополюсной ТКС запишем уравнение (6) в следующем виде

$$\left\| \begin{array}{c} \Lambda_{\pi} \\ --- \\ \Lambda_{\eta} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} G^{\langle 1 \rangle}_{\pi\eta} & | & G^{\langle 2 \rangle}_{\pi\eta} \\ --- & + & --- \\ G^{\langle 3 \rangle}_{\pi\eta} & | & G^{\langle 4 \rangle}_{\pi\eta} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} T_{\pi} \\ --- \\ T_{\eta} \end{array} \right\|, \qquad (13)$$

где $\left\|\begin{matrix} G_{\pi\eta}^{\langle 1\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 2\rangle} \\ --- & + & --- \\ G_{\pi\eta}^{\langle 3\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4\rangle} \end{matrix}\right\| = G_{\pi\eta}$, причем $G_{\pi\eta}^{\langle 1\rangle}$, $G_{\pi\eta}^{\langle 4\rangle}$ – квадратные подматрицы размера $\mu\times\mu$ и $\phi\times\phi$ соответственно, $G_{\pi\eta}^{\langle 2\rangle}$ – подматрица размера $\mu\times\phi$, $G_{\pi\eta}^{\langle 3\rangle}$ – подматрица размера $\phi\times\mu$.

На основании (13) с учетом обоснованного выше требования $\tau_j^{(\pi)}=0$ (или, что равнозначно $T_\pi=0$) имеет место соотношение

$$\Lambda_\eta = G_{\pi\eta}^{\langle 4\rangle} T_\eta . \qquad (14)$$

Как было отмечено, вектор Λ_η содержит как нулевые, так и ненулевые компоненты. Условимся при формировании базиса контуров и узловых пар начинать нумерацию с узловых пар, образованных источниками трафика и получателем, тогда вектор узловых компонент проекции тензора интенсивностей потоков в СК контуров и узловых пар имеет следующую структуру

$$\Lambda_\eta = \left\|\lambda_{(\eta)}^1 \quad \ldots \quad \lambda_{(\eta)}^k \quad 0 \quad \ldots \quad 0\right\|^t , \qquad (15)$$

где k – число узловых пар, образованных источниками трафика и получателем.

Причем в соответствии с исходными данными суммарная интенсивность трафика, поступающего от множества источников, должна обеспечивать скоростные требования к качеству обслуживания, т.е.

$$\sum_{j=1}^{k} \lambda_{(\eta)}^j = \lambda^{\langle mp\delta\rangle} \text{ или } \sum_{j=1}^{k} \lambda_{(\eta)}^j \ge \lambda^{\langle mp\delta\rangle} . \qquad (16)$$

С другой стороны, компоненты вектора T_η связаны с временными показателями качества обслуживания: первые ее k элементов $\tau_1^{(\eta)}$, …, $\tau_k^{(\eta)}$ содержат требования к межконцевой средней задержке $\tau_{\langle \partial on\rangle}$, при этом остальные элементы вектора T_η являются неизвестными.

Таким образом, векторы Λ_η и T_η могут быть разделены на подвекторы следующим образом

$$\Lambda_\eta = \left\|\begin{matrix} \Lambda_\eta^{\langle k\rangle} \\ --- \\ \Lambda_\eta^{\langle \phi-k\rangle} \end{matrix}\right\| , \qquad T_\eta = \left\|\begin{matrix} T_\eta^{\langle k\rangle} \\ --- \\ T_\eta^{\langle \phi-k\rangle} \end{matrix}\right\| ,$$

где $\Lambda_\eta^{\langle k\rangle}$ и $T_\eta^{\langle k\rangle}$ – векторы размера k, элементы которых относятся к узловым парам, образованным источниками трафика и получателем.

Тогда выражение (14) может быть преобразовано к виду

$$\left\|\begin{matrix} \Lambda_\eta^{\langle k\rangle} \\ --- \\ \Lambda_\eta^{\langle \phi-k\rangle} \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} G_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle} \\ --- & + & --- \\ G_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} T_\eta^{\langle k\rangle} \\ --- \\ T_\eta^{\langle \phi-k\rangle} \end{matrix}\right\| , \qquad (17)$$

где $\left\|\begin{matrix} G_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle} \\ --- & + & --- \\ G_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} & | & G_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \end{matrix}\right\| = G_{\pi\eta}^{\langle 4\rangle}$, причем $G_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle}$ – квадратная матрица размера $k \times k$ $G_{\pi\eta}^{\langle 4\rangle}$.

На основании выражения (15) и подставляя $\Lambda_{\eta}^{\langle \phi - k\rangle} = 0$, получим

$$\Lambda_{\eta}^{\langle k\rangle} = \left(G_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} - G_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle} \left[G_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} \right) T_{\eta}^{\langle k\rangle}. \tag{18}$$

Выражение (16) определяет количественную взаимосвязь между интенсивностью трафика, поступающего от каждого из k источников, и наблюдаемой при этом задержкой. Тогда с учетом заданных требований, содержащихся в векторах $\Lambda_{\eta}^{\langle k\rangle}$ и $T_{\eta}^{\langle k\rangle}$, имеем следующее неравенство

$$\Lambda_{\eta}^{\langle k\rangle} \le \left(G_{\pi\eta}^{\langle 4,1\rangle} - G_{\pi\eta}^{\langle 4,2\rangle} \left[G_{\pi\eta}^{\langle 4,4\rangle} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{\langle 4,3\rangle} \right) T_{\eta}^{\langle k\rangle}, \tag{19}$$

выполнение которого совместно с выполнением одного из условий (16) гарантирует достижение заданных значений скоростных и временных показателей качества обслуживания.

Выводы

В статье предложена тензорная модель многополюсной ТКС, в которой предполагается одновременная передача потоков пакетов от множества источников, будь то серверы или равные по рангу узлы сети, образующие в совокупности единую инфокоммуникационную систему. В рамках тензорной формализации удалось получить для таких сетей условия обеспечения качества обслуживания одновременно по двум показателям – скорости передачи и средней задержке, представленные в аналитическом виде. Полученные условия позволяют решить следующие две задачи управления трафиком в многополюсной ТКС с QoS: задачу многопутевой маршрутизации трафика от множества источников к одному получателю, где в качестве заданных величин выступают величины интенсивности потоков, создаваемых каждым из источников, а в качестве неизвестных величин рассматриваются интенсивности потоков пакетов в отдельных трактах передачи сети; а также задачу распределения нагрузки между серверами и многопутевой маршрутизации, в которой оба типа величин являются неизвестными и подлежат расчету.

Список литературы: 1. *Лемешко, А.В., Евсеева, О.Ю.* Тензорная модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей // Проблеми телекомунікацій. – 2012. – № 4 (9). – С. 16 - 31. – Режим доступу: http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124_ lemeshko_tensor.pdf. 2. *Лемешко,А.В., Евсеева,О.Ю., Гаркуша,С.В.* Результаты исследования тензорной модели многопутевой маршрутизации с обеспечением качества обслуживания в телекоммуникационных сетях // Вестник южно-уральского гос. ун-та : Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2013. – Т.13, №4. – С. 38 – 54. 3. *Крон, Г.* Тензорный анализ сетей. – М. : Сов. радио, 1978. – 719 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 05.10.2013