

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СОБСТВЕННОСТРУКТУРНЫМИ МЕТОДАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ СУРРОГАТНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ КОВАРИАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ НАБЛЮДЕНИЯ

Введение

Во многих приложениях спектральный анализ приходится производить при низком отношении сигнал-шум и (или) имея в распоряжении короткие записи данных (в радиолокации, например в каждом отраженном импульсе может содержаться всего несколько отсчетов). Но при этом требуются оценки с высоким разрешением и малой дисперсией. К достоинствам традиционных методов спектрального анализа относится высокая вычислительная эффективность лежащего в их основе алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ). Однако, если частоты гармонических компонент разнесены ближе чем величина, обратная времени наблюдения, то обработка на основе преобразования Фурье не эффективна и требуются методы с высокой разрешающей способностью. Задача "сверхразрешения" по частоте является актуальной радиолокационной задачей (например, "сверхразрешения" по частоте Доплера отраженных от групповых целей сигналов в импульсно-доплеровских радиолокаторах, при распознавании целей и т.д.), которая может решаться методами спектрального анализа [1 – 4].

На сегодняшний день известно большое число методов пространственно-временного спектрального анализа (ПВСА) сигналов различной физической природы, обладающих разрешающими свойствами выше рэлеевского предела ("сверхразрешения") [1 – 4].

Среди методов спектрального анализа со "сверхразрешением" особое место занимают так называемые собственноструктурные методы (Писаренко, MUSIC, Root-MUSIC, ESPRIT, Min-Norm, FINE и другие) [2, 3]. Собственноструктурные (СС) методы используют информацию о измеряемых параметрах источников сигналов, которая содержится в собственных векторах (СВ) и значениях (СЗ) ковариационной матрицы (КМ) наблюдения.

Указанные методы находят также применение при решении задачи определения направления на источник излучения (эквивалентность этой задачи задаче оценивания спектра временного сигнала показана в [5]) и в ряде других задач. Применительно к задаче оценивания частоты гармонических сигналов они обеспечивают лучшие характеристики разрешения-измерения чем методы, основанные на ДПФ [2, 3].

Так как после вычисления разложения КМ по СЗ и СВ (eigenvalue decomposition-EVD) на основании оценки числа источников излучения (числа гармонических компонент сигнала при оценивании частоты) осуществляется разделение СЗ и СВ на соответствующие подпространству сигналов (ППС) и подпространству шума (ППШ), то эти методы также называют методами, основанными на использовании подпространств (subspace-based methods). Задача поиска СЗ и СВ КМ наблюдений возникает также в разложении Карунена – Лоэва, анализе главных компонент (principal component analysis- PCA) [6 – 9], предложенных в статистике и получивших широкое распространение в цифровой обработке сигналов.

При низком отношении сигнал-шум (ОСШ) или малом количестве данных эффективность спектрального анализа (точность оценивания, разрешающая способность) СС методами также может ухудшаться. Это явление известно как пороговый эффект (threshold effect) и встречается в результате появления аномальных оценок (outliers) при оценивании частоты (направлений прихода (НП) сигналов) [10 – 14, 16 – 20].

Известны работы, направленные на понижение порогового ОСШ СС методов при оценивании НП нескольких сигналов, наблюдаемых на выходах антенной решетки в присутствии шума. В [10] предложен модифицированный метод Root-MUSIC, основанный на комби-

нировании метода Root-MUSIC и метода "формирования диаграммы направленности (ДН)" (beamformer). Для совместного использования с Root-MUSIC предпочтительным есть метод "формирования ДН", обеспечивающий более низкий уровень боковых лепестков, чем метод Барллетта (например, использующий амплитудно-фазовое распределение (АФР) Дольф-Чебышевского типа) [11]. В [12] получен модифицированный унитарный метод Root-MUSIC, в котором выполняется предварительное невырожденное линейное преобразование КМ выходных сигналов центрально-симметричных АР.

Стратегия совместного оценивания НП нескольких сигналов [13] (комбинированной пеленгации) подразумевает использование различных методов (формирование "банка" методов-bank) и их применение к ансамблю данных и связанной с ним выборочной ковариационной матрице. В [14] представлена псевдослучайная стратегия совместного оценивания НП (PR-JES). При этом используется рандомизация СВ ППШ выборочной КМ. Данные работы основываются на новом классе технологий, объединенных общим термином "численный ресамплинг" (resampling) [15]. Наиболее известными являются метод "складного ножа" (jackknife) и бутстреп (bootstrap). Эти подходы позволяют формировать так называемые "псевдовыборки" в случае, когда нет возможности повторно получить истинные наблюдения (увеличить объем выборки). Одна из полиномиальных реализаций стратегии совместного оценивания (ССО) НП источников сигналов рассмотрена в работе [16]. Особенности реализации ССО с использованием несобственноструктурных методов ПВСА на основе адаптивных решетчатых фильтров показаны в [17].

Известен также вариант бутстреп, в котором к исходным данным добавляют малые независимые одинаково распределенные шумы [18 – 20], дисперсии которых изменяются в соответствии с изменением дисперсии шума измерения.

Развитием методов "численного ресамплинга" является технология суррогатных данных (surrogate data) [21, 22], используемая при нелинейном анализе временных рядов. Среди алгоритмов формирования суррогатных данных, можно выделить две группы: сохраняющие статистические свойства наблюдений; сохраняющие статистические и динамические свойства входных сигналов. Наиболее известными алгоритмами первой группы являются: алгоритм со случайным перемешиванием входного массива данных (random shuffle algorithm), алгоритм с рандомизацией фазы Фурье-спектра наблюдений (random phase (RP) algorithm), алгоритм с подгонкой амплитуды после преобразования Фурье (amplitude adjusted Fourier transform algorithm). Ко второй – ATS-алгоритм (attractor trajectory surrogates), алгоритм формирования псевдопериодических суррогатных данных (pseudo-periodic surrogate) [22].

ATS-алгоритм и его модификации использовались в работах [23 – 25] для эмпирической оценки отношения правдоподобия [23], повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума [24], уменьшения влияния шума в наблюдении хаотической несущей при передаче бинарного сообщения [25]. Однако в [24] при анализе применения метода суррогатных данных к регулярным сигналам рассмотрен частный случай оценивания одного гармонического сигнала в шуме.

Алгоритм с рандомизацией фазы Фурье-спектра наблюдений использовался для адаптивной коррекции предварительной обработки наблюдаемых на фоне шума сигналов при их спектральном анализе методом Root-MUSIC [26].

В [14] осуществлялся ресамплинг СВ ППШ. Вместе с тем, в ряде работ отмечена целесообразность при реализации методов спектрального анализа использования СВ ППС [27 – 30]. Поэтому представляется целесообразным использование методов "численного ресамплинга" для СВ ППС.

Цель работы – демонстрация возможности неадаптивной и адаптивной коррекции спектрального анализа методом Root-MUSIC за счет использования суррогатных СВ, полученных рандомизацией фаз Фурье-спектра СВ ППС КМ наблюдения.

Постановка задачи спектрального анализа

Последовательность результатов наблюдения $y(n)$, состоящая из взятых через равные промежутки времени отсчетов V гармонических колебаний $x_v(n) = \alpha_v \sin(\omega_v n + \varphi_v)$ и белого гауссовского шума $e(n)$ описывается выражением [2, 3, 31]

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n). \quad (1)$$

Здесь $n = 0, \dots, N-1$, α_v – амплитуда, $\omega_v = 2\pi f_v$ – частота, а φ_v – фаза v -й синусоиды. Частота f_v связана с частотой аналогового сигнала (сигнала до дискретизации) f_{va} соотношением $f_v = f_{va}/f_\delta$, где f_δ – частота дискретизации сигнала.

Используя методы спектрального анализа по наблюдению $\{y(n)\}_{n=0}^{N-1}$ необходимо дать оценки значениям частот ω_v , $v = 1, \dots, V$. Полагаем, что φ_v – случайные независимые величины, равномерно распределенные на интервале $[0, 2\pi)$, $\omega_v \in [0, \pi)$, а шум $e(n)$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2 .

Для обеспечения ранга КМ наблюдения равного или превышающего число гармонических компонент наблюдение разбивается на перекрывающиеся сегменты. Вектор входных данных длиной N представим в виде K векторов размером $m > 2V$ [2, 3, 21] вида

$$\mathbf{y}(n) = [y(n) \dots y(n+m-1)]^T, \quad (2)$$

где $K = N - m + 1$, $n = 1, \dots, K$. Тогда (1) можно представить в матричном виде [2, 3, 31]

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{B}\mathbf{x}(n) + \mathbf{e}(n) = \mathbf{g}(n) + \mathbf{e}(n), \quad (3)$$

где $\mathbf{x}(n)$ – $2V \times 1$ вектор вида

$$\mathbf{x}(n) = [\alpha_1 \sin(\omega_1 n + \varphi_1) \quad \alpha_1 \cos(\omega_1 n + \varphi_1) \dots \alpha_V \sin(\omega_V n + \varphi_V) \quad \alpha_V \cos(\omega_V n + \varphi_V)]^T, \quad (4)$$

$\mathbf{B} = [\mathbf{A}(\omega_1) \dots \mathbf{A}(\omega_V)]$ – матрица, в которой матрицы $\mathbf{A}(\omega_v) = [\mathbf{a}_c(\omega_v) \quad \mathbf{a}_s(\omega_v)]$ состоят из двух векторов – $\mathbf{a}_c(\omega_v) = [1 \cos(\omega_v) \dots \cos((m-1)\omega_v)]^T$ и $\mathbf{a}_s(\omega_v) = [0 \sin(\omega_v) \dots \sin((m-1)\omega_v)]^T$, а вектор шума $\mathbf{e}(n) = [e(n) \dots e(n+m-1)]^T$. Здесь $()^T$ означает транспонирование. Отметим, что при обработке сигналов в антенных решетках матрица \mathbf{B} – матрица АФР источников излучения.

С учетом представления (3) КМ $\mathbf{y}(n)$ имеет вид

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^T(n)] = \mathbf{B}\mathbf{S}\mathbf{B}^T + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (5)$$

где E – символ математического ожидания, \mathbf{S} – КМ сигналов ранга $2V$, диагональные компоненты которой имеют вид $\alpha_v^2 \mathbf{I}_{2 \times 2}$, $v = 1 \dots V$, $\mathbf{I}_{2 \times 2}$ – единичная матрица размером 2×2 .

Выбор $m > 2V$ определяет применимость СС методов. Кроме того, величина m влияет на точность оценивания методом MUSIC (root-MUSIC) и на качество оценки КМ [3].

Оценка ковариационной матрицы размером $m \times m$ имеет следующий вид

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{y}(n)\mathbf{y}^T(n) = \frac{1}{K} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T, \quad (6)$$

где $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(K)]$ – $m \times K$ матрица данных. В отличие от истинной КМ ее оценка не является теплицевой.

Для матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ справедливо следующее разложение по СВ и СЗ:

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{q=1}^m \hat{\gamma}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{u}}_q^T = [\hat{\mathbf{U}}_s \hat{\mathbf{U}}_n] \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\Lambda}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_s^T \\ \hat{\mathbf{U}}_n^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\hat{\gamma}_1 > \hat{\gamma}_2 > \dots > \hat{\gamma}_{\hat{V}}$ и $\hat{\gamma}_{\hat{V}+1} \approx \hat{\gamma}_{\hat{V}+2} \approx \dots \approx \hat{\gamma}_m$ – СЗ ППС и ППШ, $\hat{\mathbf{U}}_s = [\hat{\mathbf{u}}_1 \dots \hat{\mathbf{u}}_{\hat{V}}]$ – $m \times \hat{V}$ матрица СВ ППС, $\hat{\mathbf{U}}_n$ – $m \times (m - \hat{V})$ матрица СВ ППШ, $\hat{\Lambda}_s$ – диагональная матрица, которая содержит \hat{V} сигнальных (наибольших) СЗ, а $\hat{\Lambda}_n$ – диагональная матрица, которая содержит $m - \hat{V}$ СЗ ППШ, а \hat{V} является оценкой числа гармонических компонент [12, 13].

Оценку \hat{V} обычно получают одним из известных методов – Акаике (AIC), Шварца – Риссанена (MDL) и др. [3]. В случае с вещественными синусоидами $\hat{V} = 2V$.

Для моделирования предлагаемого подхода используем метод Root-MUSIC, который позволяет оценить частоты вычислением корней соответствующего полинома [3, 9, 31]:

$$P_{rm}(z) = \mathbf{a}^T(z^{-1}) \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \mathbf{a}(z) = \mathbf{a}^T(z^{-1}) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{U}}_s \hat{\mathbf{U}}_s^H) \mathbf{a}(z), \quad (8)$$

где $\mathbf{a}(z) = [1, z, \dots, z^{M-1}]^T$, $z = \exp(j\omega)$. Оценки частот получают по фазам $\hat{V}/2$ корней с наибольшими модулями ($z_v, v=1, \dots, \hat{V}/2$) $\hat{f}_v = f_d \arg(z_v) / 2\pi$.

Адаптивная коррекция метода Root-MUSIC с использованием технологии суррогатных данных для собственных векторов ковариационной матрицы наблюдения

Под коррекцией метода Root-MUSIC будем понимать коррекцию используемой им КМ. Известно, что в соответствии с разложением Карунена – Лоэва можно восстановить входной вектор наблюдения по СВ его КМ [7 – 9]. Кроме того, из (7) видно, что зная СВ и СЗ КМ можно получить ее оценку. Использование технологии суррогатных данных к СВ и СЗ позволит получить суррогатные СВ и СЗ, которые могут быть использованы для получения соответствующих им суррогатных КМ на основании (7).

Рассмотрим особенности алгоритма формирования суррогатных данных с рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра наблюдения [21] перед его применением для формирования суррогатных СВ. В этом алгоритме суррогатные данные формируются в результате выполнения следующих операций: дискретного преобразования Фурье (ДПФ) исходных данных

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j2\pi nk/N}, \quad k = 0, \dots, N-1, \text{ рандомизации фаз } \{\varphi_k\}_{k=0}^{N-1} \text{ полученного массива}$$

путем замены их значений на равномерно распределенные в интервале $[0, 2\pi]$ случайные величины и его обратного ДПФ [21]. При этом, чтобы обратное преобразование Фурье было вещественным, необходимо произвести симметрирование фаз. Индексу k соответствует физическая $\omega_k = k2\pi f_d / N$ или нормированная частота $\bar{\omega}_k = k2\pi / N$.

В рассматриваемом случае в качестве исходных данных для приведенного алгоритма формирования суррогатных данных будут использованы СВ и СЗ КМ $\hat{\mathbf{R}}$. Суррогатные СВ (СЗ) формируются рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра СВ (СЗ) КМ наблюдения. Однако результаты моделирования показывают, что практически одинаковую точность оценивания частоты методом Root-MUSIC по сравнению со случаем рандомизации всех СЗ и СВ можно получить выполняя рандомизацию лишь СВ ППС, то есть столбцов матрицы $\hat{\mathbf{U}}_s$.

Для управления величиной дисперсии псевдослучайного шума рандомизацию фаз Фурье-спектра наблюдения в [32] предложено выполнять ее следующим образом

$$\varphi_{randcontr}(\omega_k) = \varphi(\omega_k) + \gamma\varphi_{rand}(\omega_k), \quad (9)$$

где $\omega_k = k2\pi f_d / N$ – частоты анализа ДПФ, называемые также бинами ДПФ, $\varphi(\omega_k)$ – фазы Фурье-спектра наблюдения, $\varphi_{rand}(\omega_k) \in [0, 2\pi]$ – случайные числа с равномерным законом распределения, $\gamma \in [0, 1]$ – параметр, изменяющий эффективность (в [20] strength-силу, интенсивность) рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдения.

В [26] объединены идеи [18 – 20, 32] и γ изменяется пропорционально к ОСШ. При увеличении ОСШ, когда точность оцениваемых параметров СС методами и так высока, необходимо уменьшать эффективность рандомизации. Часто предполагают мощность гармонических компонент фиксированной, то есть ОСШ определяется дисперсией шума и равно $10\log_{10}(1/\sigma^2)$ [3]. В этом случае для формирования суррогатных данных (или СВ) согласно

(9) определяется величина $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{(M - V)} \text{trace}(\hat{\Lambda}_n)$, где $\text{trace}()$ – след матрицы, и принимает

ся $\gamma = \hat{\sigma}$. Если мощности гармонических компонент неизвестны – необходимо их вычислять одним из известных методов [2, 3], а затем определять ОСШ.

По ансамблю из N_s векторов суррогатных данных формируется ансамбль соответствующих им КМ и оценивается усредненная КМ, содержащая необходимую информацию для спектрального анализа с использованием СС методов. В предлагаемом подходе i раз, $i = 1, \dots, N_s$, формируются \hat{V} суррогатных СВ. Из них формируется $\hat{U}_{s,sur,i}$ и подставляется в (7). Оставляя \hat{U}_n , $\hat{\Lambda}_s$, $\hat{\Lambda}_n$ неизменными получаем $\hat{R}_{sur,i}$ $i = 1, \dots, N_s$. При рандомизации

СВ усредненная КМ получается по ансамблю из N_s таких матриц $\hat{R}_{sur} = (1/N_s) \sum_{i=1}^{N_s} \hat{R}_{sur,i}$.

Преимущество предлагаемого подхода по сравнению с [13 – 14] состоит в меньшем объеме вычислений (вычисляется лишь один метод, а не банк методов), отсутствии потребности знания предварительных оценок частот сигналов.

В ходе моделирования предполагались наличие двух равномошных гармонических сигнала с $f_1 = 0.2$ и $f_2 = 0.215$. Кроме того, $N = 64$, $m = 45$, $N_s = 50$. Таким образом, предел разрешения по Рэлею для рассматриваемого случая $(1/N) = 0.0156$ и частотное расстояние $\Delta f = 0.015 < (1/N)$. Предполагалось, что определение числа гармонических компонент выполнено на этапе обнаружения и равно $V = 2$. Выполнялось $L = 1000$ независимых повторений процедур спектрального оценивания для различных ОСШ $= 10\log_{10}(1/\sigma^2)$.

Суммарная среднеквадратическая ошибка оценивания (RMSE) для выбранного метода спектрального оценивания V компонент сигнала может определяться выражением

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{LV} \sum_{l=1}^L \sum_{v=1}^V [(\hat{f}_{v,l} - f_v)^2]}, \quad (10)$$

где $\hat{f}_{v,l}$ обозначает оценку частоты v -го гармонического колебания, полученную в l -м повторении, f_v – истинное значение частоты.

На рис.1, *а* показаны зависимости среднеквадратических ошибок оценивания (СКО) частот от ОСШ, полученные методом Root-MUSIC, методом Root-MUSIC при коррекции КМ, полученных по суррогатным реализациям с рандомизацией фаз (randomization of phases-RP) компонент Фурье-спектра наблюдения (Root-MUSIC with ACM- RP) и по суррогатным СВ ППС с рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра СВ ППС КМ наблюдения (Root-MUSIC with ACM- RP EV) без адаптации дисперсии суррогатного шума. Использование усредненной КМ (averaged covariance matrix –ACM) в англоязычных названиях методов на рис.1 отмечено словами "with ACM". На рис.1, *б* приведены зависимости СКО оценивания частот от ОСШ метода Root-MUSIC без коррекции и с коррекцией, но при адаптации дисперсии суррогатного шума – (Root-MUSIC with ACM- RP (ADAPTIVE)) и (Root-MUSIC with ACM-RP EV (ADAPTIVE)).

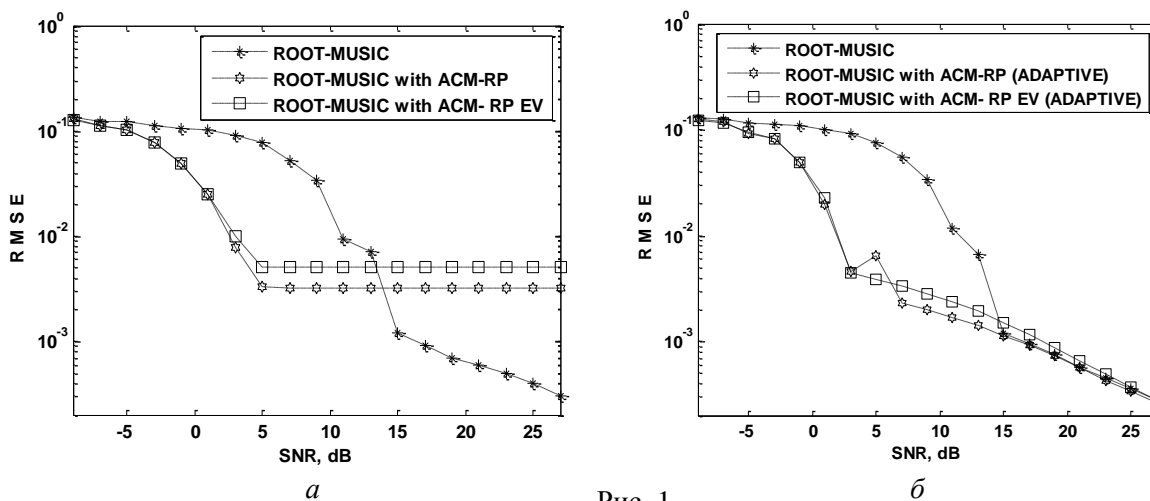


Рис. 1

Сравнение зависимостей, показанных на рис.1, позволяет сделать следующие выводы. Использование суррогатных данных, полученных рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра наблюдения, приводит к уменьшению СКО оценок частот гармонических колебаний методом Root-MUSIC при ОСШ, ниже порогового ОСШ (на рис.1, *а* кривая с надписью Root-MUSIC with ACM-RP). Однако имеет место насыщение (saturation) СКО оценок при увеличении ОСШ выше определенного значения (на рис.1, *а* – 5 дБ), когда вклад суррогатного шума [17, 20] в точность спектрального анализа становится преобладающим. Использование суррогатных СВ также позволяет уменьшить СКО оценивания гармонических компонент методом Root-MUSIC. Но так как в отличие от суррогатных данных, формируемых по $N \times 1$ вектору наблюдения, суррогатные СВ формировались по СВ размером $m \times 1$, СКО немного больше чем при использовании суррогатных данных. При $m = N$ СКО метода Root-MUSIC при использовании суррогатных данных и суррогатных СВ сравнимы.

Адаптивное изменение эффективности рандомизации при формировании суррогатных данных с рандомизацией фаз Фурье-спектра наблюдений и суррогатных СВ позволяет ослабить ограничение коррекции классических методов спектрального анализа на примере метода Root-MUSIC (на рис. 1, *б* кривые с надписью Root-MUSIC with ACM-RP (ADAPTIVE) и Root-MUSIC with ACM- RP EV (ADAPTIVE)), которое проявляется насыщением величины СКО оценок спектральных компонент. Из анализа рис.1, *б* видно, что в случае адаптивной коррекции метода Root-MUSIC при больших ОСШ его СКО практически совпадает с СКО исходного метода Root-MUSIC (эффект насыщения СКО отсутствует).

Выводы

Использование суррогатных СВ, сформированных при адаптации эффективности рандомизации фаз Фурье-спектра СВ КМ наблюдения к ОСШ, уменьшает вклад шума в наблюдении и улучшает точность оценок частот гармонических компонент сигнала методом Root-MUSIC при низких ОСШ, когда измерительный шум доминирует над суррогатной помехой.

При высоких ОСШ точность исходного Root-MUSIC и с адаптивной коррекцией сравнимы. Универсальность предложенного подхода состоит в возможности его применения и для других СС методов – ESPRIT, Min-Norm, и т.д. Представляет интерес расширить возможности [14] за счет предложенного подхода. Предложенный подход интересен и для оценивания угловых координат коррелированных источников излучения с использованием пространственного сглаживания СВ. К направлениям дальнейших исследований можно отнести совместное использование разложения Карунена – Лоэва и технологии суррогатных данных.

Список литературы 1. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. – М. : Сов. радио, 1974. 2. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. – М. : Мир, 1990. – 584 с. 3. Stoica P., R.L.Moses. Introduction to spectral analysis. Prentice hall, 1997 4. Ширман Я.Д., Манжос В.Н., Леховицкий Д.И. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов // Радиотехника. – 1997. – №1. – С.31—42. 5. Jonson D.H. The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems // Proc. of IEEE. – 1982. Vol. 90, No.7. P.126—138. 6. Jolliffe I.T. Principal Component Analysis. Springer, 2002. 487 P 7. Trees H. L. V. Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation and modulation theory. Wiley-interscience, 2002 8. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М. : Наука, 1979. – 368с 9. Naikin S. Adaptive filter theory third edition. Prentice Hall, 1996 10. Gershman A.B., Ringelstein J., Böhme J.F. Removing the outliers in Root-MUSIC via conventional beamformer // Signal Processing. 1997. vol.60. – P.251 – 254. 11. Василишин В.И., Колесников А.Н., Самсонкин А.Н. Анализ влияния типа алгоритма “формирования диаграммы направленности” на точностные показатели модифицированного алгоритма Root-MUSIC // Радиоелектронні і комп’ютерні системи. – Харків : НАКУ “ХАІ”, 2003. – № 4. – С.12—16. 12. Василишин В.И. Модифікований унітарний алгоритм Root-MUSIC // 36. наук. праць XI ВПС. – Вип. N9. – X. : XI ВПС, 2003. – С.63 – 70 13. Gershman A. B., Bohme J. F. Improved DOA estimation via pseudo-random resampling of spatial spectrum // IEEE Signal Processing Lett. - 1997, Vol. 4. P. 54 – 57. 14. Gershman A. B. Pseudo-randomly generated estimator banks: A new tool for improving the threshold performance of direction finding // IEEE Trans. Signal Processing. – 1998. – Vol. 46. – P. 1351 – 1364 15. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. – М. : Финансы и статистика, 1988. – 263с. 16. Vasylyshyn V.I. Direction finding with superresolution using root implementation of eigenstructure techniques and joint estimation strategy // European Conference on Wireless Technology:conf, 2004, Netherlands: proc. of conf. 2004. P.317 – 320. 17. Леховицкий Д. И., Атаманский Д. В., Джус В. В., Мысик Ф. Ф. Сравнение разрешающей способности комбинированных пеленгаторов различного типа в приемных системах с неидентичными каналами // Антенны. – 2003. – Вип. 12(79). – С. 9–15. 18. Gershman A. B., Bohme J. F. A pseudo-noise approach to direction finding // Signal Processing. – 1998. – Vol. 71. – P.1—13. 19. Vasylyshyn V.I. Improving the Performance of Root-MUSIC via Pseudo-Noise Resampling and Conventional Beamformer // Third Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium:conf. 2011, Kyiv (Ukraine). – P.246—249. 20. Vasylyshyn V.I. Improved Beamspace ESPRIT-based DOA Estimation via Pseudo-Noise Resampling // European Radar Conference. – Amsterdam (Netherlands) – 2012. – P. 238 – 241 21. Theiler J., Eubank S, Longtin A., Galdrikian B., Farmer J. D. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data // Physica D 58. 1992. – P. 77 – 94. 22. Small M. Applied Nonlinear Time Series Analysis Applications in Physics, Physiology and Finance // World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2005. – 245 p. 23. Костенко П.Ю., Васюта К.С., Симоненко С. Н., Барсуков А.Н. Непараметрический BDS-обнаружитель хаотических сигналов на фоне белого шума // Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, №1. – С.23 – 31. 24. Костенко П.Ю., Васюта К.С., Слободянюк В.В., Яковенко Д.С. Использование суррогатных сигналов для повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума // Системи управління, навігації та зв'язку. – Харків : ХУ ПС. – 2010. – Вип. 4(16). – С.28 – 32. 25. Костенко П.Ю., Василишин В.И., Симоненко С. Н., Высоккий О.В., Яковенко Д.С. Повышение эффективности когерентной обработки хаотических сигналов при передаче бинарных сообщений с использованием суррогатных сигналов // Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 55, №7. – С.24 – 33. 26. Василишин В.И. Адаптивная коррекция предварительной обработки сигналов с использованием технологии суррогатных данных в задачах спектрального анализа // Системи обробки інформації. – 2013. – Вип. 2(109), – С.15-20. 27. Reddi S. S. Multiple source location-a digital approach // IEEE Trans. AES. 1979, vol. AES-15, no. 1. P. 95-105. 28. Тафтс Д.У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом МП // ТИИЭР. – 1982. – Т.70, №9 С. 29. Cadzow J. A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources // IEEE Transactions on ASSP. – 1988. – Vol. 36, no. 7. – P.965-968 30. Ephraim Y., Trees H. L. V. A Signal Subspace Approach for Speech Enhancement // IEEE Trans. Speech Audio Process. – 1995. – Vol. 3, No. 4. – P. 251–266. 31. Stoica P., Eriksson A. MUSIC estimation of real-valued sine wave frequencies // Signal Processing. – 1995. – Vol. 42, No.4. – P.139–146. 32. Dahlhaus R., Kurths J., Maass P., Timmer J. Mathematical Methods in Signal Processing and Digital Image Analysis. Springer-Verlag Berlin, 2008.