Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

МІРОШНИЧЕНКО ГАЛИНА АНАТОЛІЇВНА

Підпис

УДК 519.6:621.313.1

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Українській інженерно-педагогічній академії, м. Харків, Міністерство освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Литвин Олег Миколайович,
професор кафедри інформаційних комп'ютерних технологій і математики, Українська інженерно-педагогічна академія (м. Харків).

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Данилов Валерій Якович,
професор кафедри математичних методів системного аналізу, Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»;

кандидат технічних наук, доцент
Яловега Ірина Георгіївна,
доцент кафедри математики, Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди.

Захист відбудеться «*12*» *лютого* 2019 р. о *15*^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

Автореферат розісланий «*11*» *січня* 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради *Підпис* Л.В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У теперішній час в усьому світі спостерігається тенденція до підвищення ефективності суспільної праці за рахунок посилення її електроозброєності й автоматизації виробництва. Між електроозброєністю праці і її продуктивністю існує пряма залежність: за останні десятиліття продуктивність суспільної праці в промисловості України підвищується приблизно на стільки відсотків, на скільки підвищується її електроозброєність. У зв'язку з цим велике значення для промисловості набувають питання, пов'язані з розвитком електроприводу.

Особливо актуальною проблемою керування на сучасному етапі розвитку керованого електроприводу є необхідність підвищення точності роботи слідкуючих електромеханічних систем, робототехнічних систем, систем високоточного керування приводом радіолокаційних антен, опорно-поворотними пристроями оптоелектронних систем спостереження за рухомими об’єктами в повітряному, наземному та морському просторах.

Вирішення цієї проблеми можливе в рамках теорії управління з застосуванням математичного моделювання процесів керування електроприводом та обчислювальних методів.

Основоположні результати в теорії оптимального керування отримані в роботах В. Г. Болтянського, А. Я. Дубовицького, О. А. Фельдбаума, Р. Беллмана, Л. С. Понтрягіна, R. V. Gamcrelidze, М. М. Красовського, Є. Ф. Міщенка, Б. М. Пшеничного, Дж. Варга, О. О. Мілютіна, С. І. Ляшка, В. М. Тихомирова, А. Г. Бутковського, А. О. Чікрія та інших вітчизняних та закордонних вчених. Серед сучасних робіт, присвячених розв’язанню задач математичного моделювання автоматизованих електроприводів, можна виділити роботи Б. І. Кузнецова, Л. Д. Костинюка, О. П. Чорного, Ю. М. Лаврієнка.

Як відомо, в задачах оптимального керування не завжди можливо знайти точні розв’язки. У зв’язку з цим виникає необхідність отримання наближених розв’язків задач оптимального керування. Тому актуальним є наукове завдання – розробка нових методів наближеного розв’язання задач оптимального керування електроприводом, які дають більш високу точність наближення.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась згідно з тематичним планом науково-дослідницьких робіт кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії. Основні результати дисертаційного дослідження отримано в межах виконання науково-дослідної роботи «Побудова математичних моделей для управління технологічними процесами» № ФН 12-5 (2012-2014 рр.) в Українській інженерно-педагогічній академії, у якій автором запропоновано метод розв’язання задачі управління динамічною системою, математична модель якої представлена у вигляді двох звичайних диференціальних рівнянь з правою частиною, яка визначає роботу двигуна, наведена постановка задачі та основні твердження запропонованого методу.

Мета і задачі дослідження. Метою даної дисертаційної роботи є розробка нового обчислювального методу розв’язання задачі оптимального керування електроприводом. Для досягнення цієї мети у дисертаційній роботі поставлено такі завдання:

– вибір та обґрунтування математичної моделі слідкуючого електроприводу;

– постановка задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом, в якій математична модель об’єкта керування у вигляді системи диференціальних рівнянь та розв’язок якої дає більш високу точність наближення;

– вибір методу наближеного розв’язання задачі оптимального керування електроприводом з використанням сплайн-функцій першого порядку;

– проведення програмної реалізації запропонованого методу розв’язання задачі оптимального керування електроприводом, обчислювального експерименту, аналіз отриманих результатів та порівняння з відомими методами;

– розробка рекомендацій по використанню запропонованого в роботі методу в навчальному процесі.

Об’єктом дослідження є процеси керування електромеханічними системами зі слідкуючим електроприводом.

Предметом дослідження є математичні моделі та обчислювальні методи розв’язання задач оптимального керування слідкуючим електроприводом.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження базуються на: загальних методах функціонального аналізу (для побудови функціоналу, мінімум якого дозволяє отримати наближений розв’язок задачі оптимального керування електроприводом); методах обчислювальної математики (при виборі формул, що наближують фазові координати та керування із врахуванням початкових умов); теорії розв'язання задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь з керуванням (для порівняння знайдених наближених розв’язків з результатами, отриманими класичними методами обчислювальної математики); методі знаходження найкращого наближення функції однієї змінної сплайнами 1-го порядку в нормі $W_2^1[0,t]$ (при виборі системи точних розв’язків однорідної задачі Коші). Для тестування запропонованого методу використовувалась система комп’ютерної математики MathCAD, а також приклади, пов'язані з оптимальним керуванням слідкуючим електроприводом.

Наукова новизна одержаних результатів:

– *вперше* запропоновано метод наближеного розв’язання задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом з використанням сплайн-функцій, в якому невідомі параметри керування знаходяться одночасно з невідомими параметрами фазових координат, що дає найкраще наближення до точного розв'язку в нормі $W_2^1[0,\mathrm{t}]$;

– *набув подальшого розвитку* метод найкращого наближення функції однієї змінної сплайнами 1-го порядку в нормі $W_2^1[0,t]$ для розв’язання задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь n-го порядку ($n=1,2,3...$) та задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом;

– *удосконалено* метод розв’язання задачі Коші для системи диференціальних рівнянь з правими частинами у вигляді поліноміальних функцій шляхом вибору базисних функцій $\psi_{i,k}(x) = x^k,\ k = 0,1,2,...,\ i = \overline{1,n},$ що дозволило забезпечити високу точність наближення в нормі $L_2[0,1]$.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні нових алгоритмів та розширенні функціональних можливостей програмного продукту для розв’язання задач керування електроприводом. Отримані результати можуть бути використані при створенні пакету програм промислового значення та при конструюванні електроприводів.

Практичне значення одержаних результатів підтверджується їх упровадженням. Результати проведених у дисертаційній роботі досліджень упроваджено в навчальному процесі на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії (при викладенні дисципліни «Теоретичні, фізичні та інформаційні основи галузевих знань» для студентів та магістрів за спеціальностями «Професійна освіта. Електроніка, радіотехніка та телекомунікація» та «Професійна освіта. Електротехніка та електромеханіка»). Також отримані результати упроваджені в розробках підприємства ПрАТ «Електромашина», а саме в приладах керування електричними двигунами при їх випробуваннях.

Особистий внесок здобувача. Основний зміст дисертаційної роботи опубліковано у 17 роботах [1–17]. Основні результати за темою дисертації отримані особисто автором. У працях, опублікованих у співавторстві, дисертанту належать наступні результати: у [1, 6, 8] запропоновано метод розв’язання задачі Коші для одного звичайного диференціального рівняння з оптимальним керуванням з використанням сплайн-функцій; у [2, 14] розроблено метод наближеного розв’язання задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом та визначено програмний оптимальний процес мінімізації енергії в електроприводі; у [3, 9] подальший розвиток методу найкращого наближення функції однієї змінної апроксимаційними сплайнами 1-го порядку при розв’язання задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь; [4, 10] удосконалення методу наближеного розв’язання задачі Коші для системи диференціальних рівнянь з правими частинами у вигляді поліноміальних функцій, що дозволяє підвищити точність наближення; у [5, 8, 13] отримані системи лінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих параметрів функцій $x_i(t)$ та $u_j(t)$ з умови мінімуму побудованого функціоналу.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на: науково-практичних конференціях науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників Української інженерно-педагогічної академії (Харків, 2005, 2008–2010 рр.); міжнародній конференції «Питання оптимізації обчислень» Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (Кацивелі, 2005, 2007 рр.); міжнародній науковій конференції ім. М. Кравчука (Київ, 2004 р.), міжнародній науковій конференції Кам’янець-Подільського національного університету імені

Івана Огієнка (Кам'янець-Подільський, 2010 р.); міжнародній конференції з автоматичного управління «Автоматика – 2010» (Харків, 2010 р.); всеукраїнській науково-практичній конференції «Інформатика та системні науки» (Полтава, 2011 р.); міжнародній конференції «Моделювання та дослідження стійкості динамічних систем» (Київ, 2013 р.); науково-технічній конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» (Львів, 2016 р.).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 17 роботах, з них 5 статей у наукових журналах, які входять до переліку фахових видань України з технічних наук, з яких 1 стаття в журналі, який включено до бази даних американського інституту наукової інформатики Томсона (ISI) та до реферативної бази даних Scopus та 12 доповідей, опублікованих у збірнику наукових праць та друкованих матеріалах конференцій і симпозіумів.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація включає вступ, чотири розділи, висновки по роботі, список використаних джерел із 103 найменувань (9 с.), 2 додатки (6 с.), 28 ілюстрацій (10 с.). Загальний обсяг роботи складає 182 сторінки, з них 146 сторінки основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність проблем, що досліджуються в роботі, сформульовано мету та задачі досліджень, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів.

У **першому** розділі дисертаційної роботи проведено аналіз сучасного стану моделювання електроприводів та аналітичний огляд методів наближеного розв'язання задач керування. Наведено математичні моделі електромеханічних систем у вигляді диференціальних рівнянь. Наприклад, математичну модель електромеханічного слідкуючого приводу, математичні моделі двомасової та тримасової систем автоматичного керування.

За принципом слідкуючих систем працюють системи наведення. У слідкуючих системах антени радіолокаційної станції неузгодженістю є кутова помилка між радіолокаційним променем і напрямком на об'єкт; виконавчий пристрій – електропривод антени. Аналогічна проблема існує для керування становищем опорно-поворотних пристроїв оптоелектронних систем спостереження за рухомими об'єктами в повітряному, наземному та морському просторах.

У роботі розглядається система керування електроприводом з редуктором (Ред), принципова схема якої приведена на рис. 1. В системі входом є кут повороту ротора сельсина-датчика φ_1, а виходом – кут повороту ротора сельсина-трансформатора φ_2.

При наявності кута неузгодженості $\varepsilon = \varphi_1 - \varphi_2$ на вихідній обмотці сельсина-трансформатора виникає напруга змінного струму, що після випрямлення у фазочутливому випрямлячі та посилення в посилювачі напруги (ПН) та посилювачі потужності (ПП) викликає обертання двигуна (М) таким чином, щоб звести ε до нуля.

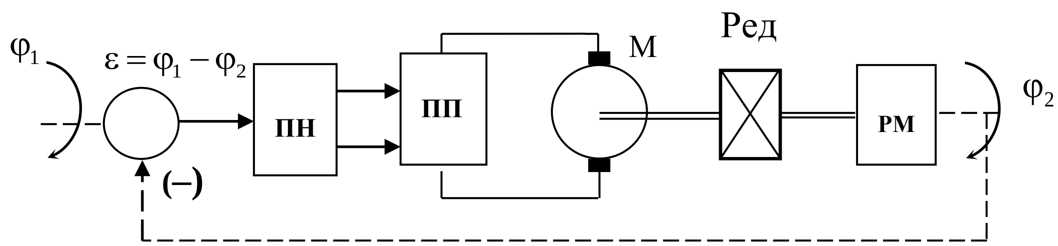

Рисунок 1 – Принципова схема системи керування електроприводом

Досліджувана математична модель замкненого регульованого електроприводу представлена у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{dX_1}{dt} = K_{red} \cdot X_2(t); \\ \dfrac{dX_2}{dt} = -\dfrac{1}{T_e} \cdot X_2(t) + \dfrac{1}{T_e} \cdot X_3(t); \\ \dfrac{dX_3}{dt} = -\dfrac{K_\varepsilon \cdot K_{пн} \cdot K_{пп} \cdot K_d}{T_m} \cdot X_1(t) - \dfrac{1}{T_m} \cdot X_3(t) + \dfrac{K_\varepsilon \cdot K_{пн} \cdot K_{пп} \cdot K_d}{T_m} \cdot U(t), \end{cases} \tag{1}$$

де T_e і T_m – відповідно електромагнітна та електромеханічна постійні часу двигуна постійного струму (об’єкта керування); $K_д$ – коефіцієнт підсилення двигуна; K_ε – коефіцієнт підсилення вимірювального пристрою; $K_{пн}$ – коефіцієнт підсилення попереднього підсилювача напруги; K_{red} – коефіцієнт передачі редуктора. У якості змінних стану виберемо: $X_1(t)$ – кут повороту валу робочого механізму; $X_2(t) = \dfrac{dX_1}{dt}$ – швидкість обертання валу двигуна, $X_3(t) = \dfrac{dX_2}{dt}$ – струм якоря двигуна.

Тоді математична модель електромеханічного слідкуючого приводу в матричній формі має вигляд:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A \cdot \vec{x}(t) + B \cdot \vec{U}(t),$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & K_{red} & 0 \\ 0 & -1/T_e & 1/T_e \\ -(K_e \cdot K_{пн} \cdot K_{пп} \cdot K_d)/T_m & 0 & -1/T_m \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_e \cdot K_{пн} \cdot K_{пп} \cdot K_d / T_m \end{bmatrix}; \; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; D = 0.$$

Алгоритмічна схема електромеханічного слідкуючого приводу наведена на рис. 2.

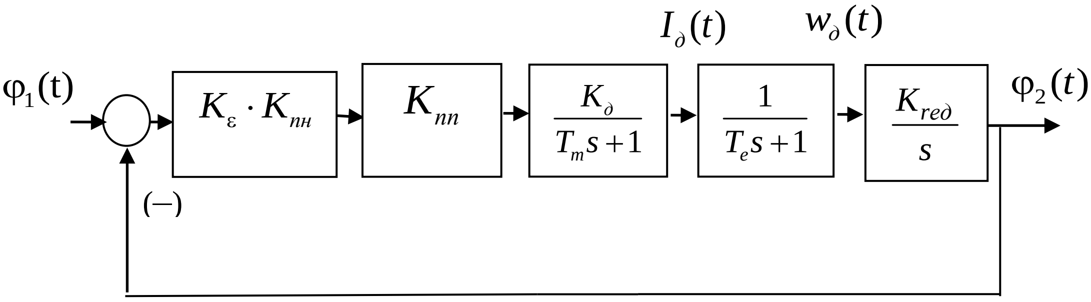

Рисунок 2 – Алгоритмічна схема системи керування електроприводом

Також у першому розділі розглянуто аналіз методів наближеного розв’язання задач оптимального керування та аналіз відомих методів розв'язання задачі Коші для систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь, з яких зроблено висновок, що методи наближеного розв’язання задач оптимального керування, що дають найкраще наближення до точного розв’язку в нормі $W_2^1[0,t]$, не розглядались.

Основні результати першого розділу опубліковано у роботах [1, 6, 12, 16].

Другий розділ присвячений методу розв’язання задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь. У *підрозділі 2.1* наведена постановка задачі оптимального керування. У *підрозділі 2.2* представлені класичні методи наближеного розв’язання задач оптимального керування. У *підрозділі 2.3* викладена постановка задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Задача полягає в розробці і дослідженні методу знаходження наближеного розв’язку задачі Коші для системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{y}}{dx} = A\vec{y} + \vec{f}(x), \tag{2}$$

$$\vec{y}(0) = 0, \tag{3}$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \dots\dots \\ y_n(x) \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{pmatrix}, \quad \vec{f}(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \dots\dots \\ f_n(x) \end{pmatrix}$$

у вигляді лінійної комбінації точних розв’язків задачі Коші (2) – (3) для правих частин вигляду $\vec{\varphi}_m(x) = \frac{d\vec{\psi}_m(x)}{dx} - A\vec{\psi}_m(x),$ де $\vec{\psi}_m(x)$ – система довільних лінійно незалежних вектор-функцій, які задовольняють початковій умові задачі Коші

$\vec{\psi}_m(0)=\vec{0},\ m=1,2,...,M.$ Пропонується метод знаходження довільних сталих вказаної лінійної комбінації.

У *підрозділі 2.4* наведені основні твердження методу розв’язання задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Основні результати другого розділу опубліковано у роботах [5, 8 – 11, 13].

Розділ 3 присвячений дослідженню метода наближеного розв’язання задачі керування електроприводом з критерієм оптимальності типу $\int_0^T u^2(t)dt \to \min_{u\in\Omega}$. У *підрозділі 3.1* наведена постановка задачі оптимального керування електроприводом, яка зводиться до одного звичайного диференціального рівняння. У *підрозділі 3.2* представлена постановка задачі керування електроприводом, що використовує систему звичайних диференціальних рівнянь.

Зазначимо, що у диференціальних рівняннях без керування, які розглядаються у розділах 2 та 4, невідомі функції залежать від просторової змінної x, а у випадку розв’язання задачі керування електроприводом, фазові координати позначені через $x_k(t)$ та невідомі функції керування – $u_j(t)$.

Рух об’єкта описується системою лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{dx_i}{dt}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}x_k+\sum_{l=1}^{r}b_{il}u_l+f_i(t),\ i=\overline{1,n},\ t\in[0,\mathrm{T}] \tag{4}$$

або в матричній формі

$$\frac{dx}{dt}=Ax+Bu+f,$$

де $x=x(t)-n$-вимірний вектор координат стану об’єкта; $u=u(t)-r$-вимірний вектор керування; $A_{n\times n}$ і $B_{n\times r}-$ матриці коефіцієнтів.

Потрібно знайти керування $u(t)$ і відповідну йому траєкторію $x(t)$, на яких функціонал досягає мінімуму

$$J(x,u)=\int_0^T\left(\sum_{i=1}^{n}q_i x_i^{\ 2}+\sum_{j=1}^{r}r_j u_j^{\ 2}\right)dt\to\min_{u\in\Omega}, \tag{5}$$

де $q_i\ge 0,\ r_j>0$ – задані вагові коефіцієнти. При цьому повинні задовольнятися граничні умови

$$x_i(0)=x_{i,0};\ x_i(T)=x_{i,1},\quad i=\overline{1,n}. \tag{6}$$

На координати вектора стану об’єкта $x(t)$ і вектора керування $u(t)$ обмеження не накладаються. Введенням змінної $\tau = \frac{t}{T}$, $0 \le \tau \le 1$, $x_i(t) = x_i(T \cdot \tau) = \tilde{x}_i(\tau)$ задача (5) – (6) набуває вигляду

$$\frac{d\tilde{x}_i}{d\tau} = \sum_{k=1}^{n} \tilde{a}_{ik}\tilde{x}_k + \sum_{l=1}^{r} \tilde{b}_{il}\tilde{u}_l + \tilde{f}_i(\tau),\ i = \overline{1,n};\quad \tilde{x}_i(0) = x_{i,0};\ \tilde{x}_i(1) = x_{i,1},\ i = \overline{1,n};$$

$$J(\tilde{x}, \tilde{u}) = \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^{n} \tilde{q}_i \tilde{x}_i^{\,2} + \sum_{j=1}^{r} \tilde{r}_j \tilde{u}_j^{\,2} \right) d\tau.$$

Вирази для $\tilde{a}_{ik}, \tilde{b}_{il}, \tilde{f}_i(\tau)$ задані в роботі. Інтегруючи обидві частини диференціальних рівнянь по відрізку $[0,t]$, отримаємо

$$\tilde{x}_i(t) = x_{i,0} + \sum_{k=1}^{n} \tilde{a}_{ik} \int_0^t \tilde{x}_k(\tau) d\tau + \sum_{l=1}^{r} b_{il} \int_0^t \tilde{u}_l(\tau) d\tau + \int_0^t \tilde{f}_i(\tau) d\tau,\ i = \overline{1,n}.$$

Будемо апроксимувати фазові координати $\tilde{x}_i(t), i = \overline{1,n}$ і координати вектора керування $\tilde{u}_j(\tau)$, $j = \overline{1,r}$ сплайнами першого порядку:

$$\tilde{x}_i(\tau) = \sum_{p=1}^{M_1} c_{i,p} h_p(\tau);\ \tilde{u}_j(\tau) = \sum_{q=1}^{M_2} d_{j,q} h_q(\tau),$$

де $h(\tau), h_p(\tau), h_q(\tau) -$ кусково-лінійні функції та

$$h(\tau) = \frac{1}{2}\left(|\tau - 1| - 2|\tau| + |\tau + 1|\right);\ h_p(\tau) = h(M_1\tau - p);\ h_q(\tau) = h(M_2\tau - q).$$

Коефіцієнти $c_{i,p}\left(i = \overline{1,n},\ p = \overline{1,M_1}\right), d_{j,q}\left(j = \overline{1,r},\ q = \overline{1,M_2}\right)$ згідно з методом найменших квадратів в інтегральній формі знайдемо, мінімізуючи функціонал

$$J(\tilde{x}, \tilde{u}) = \gamma_1 \int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\tilde{x}_i'(t) - \sum_{k=1}^{n} \tilde{a}_{ik}\tilde{x}_k(t) - \sum_{l=1}^{r} \tilde{b}_{i\ell}\tilde{u}_\ell(t) - \tilde{f}_i(t) \right)^2 \right] dt +$$

$$+\gamma_2 \int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\tilde{x}_i(t) - x_{i,0} - \sum_{k=1}^{n} \int_0^t \tilde{a}_{ik}(\tau)\tilde{x}_k(\tau) d\tau - \sum_{\ell=1}^{r} \int_0^t \tilde{b}_{i\ell}(\tau)\tilde{u}_\ell(\tau) d\tau - \int_0^t \tilde{f}_i(\tau) d\tau \right)^2 \right] dt +$$

$$+\gamma_3 \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^{n} \tilde{q}_i \tilde{x}_i^2 - \sum_{j=1}^{r} \tilde{r}_j \tilde{u}_j^2 \right) dt,$$

де $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 \ge 0$, $\gamma_3 > 0 -$деякі параметри, $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 1$.

У *підрозділі 3.3* наведено основні твердження методу розв'язання задачі керування електроприводом.

Запропонований метод розв'язання задачі Коші для системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь (2) – (3) містить такі кроки:

– вибір системи лінійно-незалежних функцій $\psi(x)=\left[\vec{\psi}_1(x),...,\vec{\psi}_N(x)\right]^T$, які задовольняють умову $\vec{\psi}_m(0)=0,\ \dfrac{d\overrightarrow{\psi_m}(x)}{dx}-A\overrightarrow{\psi_m}(x)=\vec{\varphi}_m(x),\ m=1,2,...,N;$

– знаходження невідомого розв'язку задачі (1) – (2) у вигляді

$$y_{i,N}(x)=\sum_{\ell=1}^{N}C_{i,\ell}\cdot\psi_\ell(x),\quad i=\overline{1,n}; \tag{7}$$

– невідомі сталі $C_{i,\ell},\ i=\overline{1,n},\ \ell=\overline{1,N}$ знаходимо з умови найкращого наближення правих частин $f_i(x),\ i=\overline{1,n}$ диференціальних рівнянь системи (4) виразами $\sum_{\ell=1}^{N}\left(C_{i,\ell}\dfrac{d}{dx}\psi_{\ell,i}-\sum_{k=1}^{n}a_{i,k}C_{k,\ell}\psi_{\ell,k}\right)$ при $r=0$, тобто в нормі $\|u\|_2=\left(\int_0^1 u^2(x)dx\right)^{\frac{1}{2}}$ або правих частин $f_i(x),\ i=\overline{1,n}$ та їх похідних $\dfrac{d}{dx}f_i(x),\ i=\overline{1,n}$ виразами $\sum_{\ell=1}^{N}\left(C_{i,\ell}\dfrac{d}{dx}\psi_{\ell,i}-\sum_{k=1}^{n}a_{i,k}C_{k,\ell}\psi_{\ell,k}\right),\ \dfrac{d}{dx}\sum_{\ell=1}^{N}\left(C_{i,\ell}\dfrac{d}{dx}\psi_{\ell,i}-\sum_{k=1}^{n}a_{i,k}C_{k,\ell}\psi_{\ell,k}\right)$ при $r=1$, тобто в нормі простору $W_2^1[0,1]:\|u\|_{W_2^1[0,1]}=\left(\int_0^1 u^2(x)+\left(u'(x)^2\right)dx\right)^{\frac{1}{2}}$.

Використовуючи необхідні умови екстремуму функції багатьох змінних, для визначення коефіцієнтів $C_{k,\ell},\ k=\overline{1,n},\ \ell=\overline{1,N}$ розкладу наближеного розв'язку по системі функцій $\psi_{\ell,k}(x)$, отримуємо системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Результати розв'язання цих систем підставляємо у формулу (7).

У *підрозділі 3.4* наведено порівняння запропонованого методу з методом дослідження оптимального керування в динаміці генних мереж.

Основні результати третього розділу опубліковано у роботах [4, 7, 14, 15].

У розділі 4 – «Аналіз результатів обчислювального експерименту тестування запропонованого методу» наведено чисельні приклади застосування викладеного методу до розв'язання задачі Коші для систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь та приклади розв'язання задач керування електроприводом. Проведено аналіз результатів обчислювального експерименту. Зроблені висновки.

Розглянемо чисельний приклад для системи трьох диференціальних рівнянь.

Приклад 1. Знайдемо розв'язок задачі Коші для системи:

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2 - 3y_3 + 2 - x; \\ y_2' = -y_1 + 1; \\ y_3' = y_1 + y_2 - y_3 + 1 - x; \end{cases}$$

$$y_1(0) = 0,\ y_2(0) = 0,\ y_3(0) = 0;\ \Psi_k(x) = x^k,\ k = 1,2,...,N.$$

Точний розв'язок:

$$y_{1t}(x) = e^x + \sin x - \cos x,\ y_{2t}(x) = -e^x + \cos x + \sin x + x,\ y_{3t}(x) = \sin x - \cos x + 1.$$

Максимальне відхилення наближеного розв'язку при $N = 8,\ h = 0{,}125$ від точного складає відповідно: для $y_1(x)$, $\varepsilon_1 = 5{,}850 \cdot 10^{-9}$; для $y_2(x)$, $\varepsilon_2 = 9{,}544 \cdot 10^{-10}$; для $y_3(x)$, $\varepsilon_3 = 2{,}191 \cdot 10^{-10}$.

Максимальне відхилення наближеного розв'язку, отриманого методом Рунге-Кутти при $h = 0{,}02$ від точного розв'язку, складає відповідно: для $y_1(x)$, $\varepsilon_1 = 5{,}413 \cdot 10^{-9}$; для $y_2(x)$, $\varepsilon_2 = 3{,}935 \cdot 10^{-9}$; для $y_3(x)$, $\varepsilon_3 = 1{,}849 \cdot 10^{-9}$.

Відзначимо, що у прикладі 1 отримана висока точність, яка пов'язана з тим, що праві частини систем диференціальних рівнянь є поліномами, що говорить про природність вибору базисних функцій у вигляді системи степеневих функцій.

Графіки точних $y_1^t(x), y_2^t(x), y_3^t(x)$ і наближених $y_1^n(x), y_2^n(x), y_3^n(x)$ розв'язків задачі прикладу 1 наведені на рис. 3.

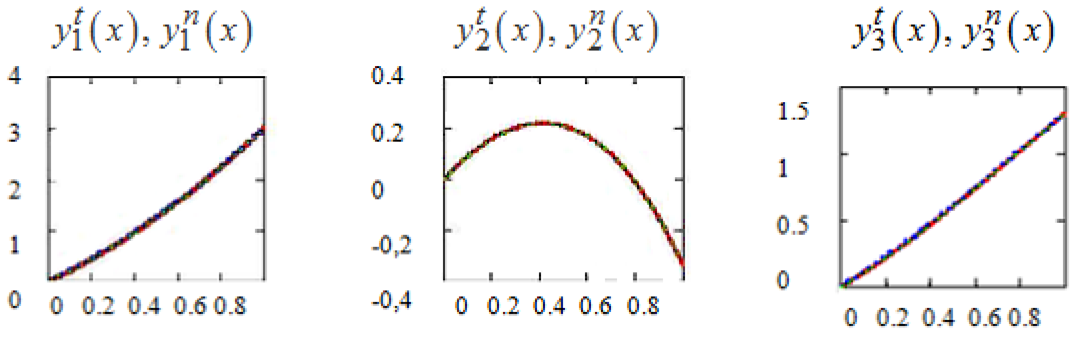

Рисунок 3 – Графіки точного $y_1^t(x), y_2^t(x), y_3^t(x)$ і наближеного $y_1^n(x), y_2^n(x), y_3^n(x)$ розв'язків задачі прикладу 1

Для зручності аналізу результатів обчислювального експерименту зведемо їх в таблицю 1. У таблиці наведені приклади, описані в дисертаційній роботі. Відмітимо, що δ_1 – максимальна похибка наближення в нормі $L_2[0,1]$; δ_2 – максимальна похибка наближення в нормі $W_2^1[0,1]$; δ_3 – максимальне відхилення від точного розв'язку при розв'язанні задачі методом Рунге-Кутти з кроком h.

Таблиця 1 – Зведена таблиця результатів розв’язання запропонованим методом задачі Коші для одного і систем двох та трьох диференціальних рівнянь

№	Формулювання задачі	δ_1	δ_2	δ_3
1	$y' + y = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) + 3x^2 + x^3;$ $y(0) = 0$	$\varepsilon_1 = 2,944 \cdot 10^{-8};$ $N = 8$	$\varepsilon_1 = 6,829 \cdot 10^{-10};$ $N = 8$	$\varepsilon_1 = 8,294 \cdot 10^{-10};$ $h = 0,0125$
2	$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 8x^3 + 6x^2 - \\ -21x + 3; \\ y_2' = 3y_1 - y_2 + 5 - x^2 - 11x^3; \end{cases}$ $y_1(0) = 0,\ y_2(0) = 0$	Наближений розв’язок при N=3 співпадає з точним розв’язком	–	$\varepsilon_1 = 4,842 \cdot 10^{-8}$ для $y_1(x)$; $\varepsilon_2 = 2,464 \cdot 10^{-8}$ для $y_2(x)$; $h = 0,01$
3	$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2 - 2y_3 + 4e^x - \\ -\cos x - 2x^3 + x^2 + 2x - 2; \\ y_2' = -y_1 + x^2 - 6x - 1 - \sin x; \\ y_3' = y_1 + y_2 - y_3 + 4e^x - \\ -\cos x - x^3 - x^2 - 1; \end{cases}$ $y_1(0) = 0,\ y_2(0) = 0,\ y_3(0) = 0$	$\varepsilon_1 = 4,308 \cdot 10^{-7}$ для $y_1(x)$; $\varepsilon_2 = 4,378 \cdot 10^{-8}$ для $y_2(x)$; $\varepsilon_3 = 6,863 \cdot 10^{-9}$ для $y_3(x)$; $N = 8$	$\varepsilon_1 = 5,540 \cdot 10^{-8}$ для $y_1(x)$; $\varepsilon_2 = 8,911 \cdot 10^{-9}$ для $y_2(x)$; $\varepsilon_3 = 1,092 \cdot 10^{-9}$ для $y_3(x)$; $N = 8$	$\varepsilon_1 = 2,432 \cdot 10^{-8}$ для $y_1(x)$; $\varepsilon_2 = 1,329 \cdot 10^{-8}$ для $y_2(x)$; $\varepsilon_3 = 1,601 \cdot 10^{-8}$ для $y_3(x)$; $h = 0,025$
4	$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2 - 2y_3 - 8x^4 + \\ +19x^3 + 10x + 2; \\ y_2' = -y_1 + 5x^4 + 4x^2 - 2x; \\ y_3' = y_1 + y_2 - y_3 - 4x^4 + \\ +3x^3 + x^2 + 4x + 6; \end{cases}$ $y_1(0) = 0,\ y_2(0) = 0,\ y_3(0) = 0$	Наближений розв’язок при N=4 співпадає з точним розв’язком	–	$\varepsilon_1 = 3,611 \cdot 10^{-9}$ для $y_1(x)$; $\varepsilon_2 = 1,737 \cdot 10^{-9}$ для $y_2(x)$; $\varepsilon_3 = 8,639 \cdot 10^{-10}$ для $y_3(x)$; $h = 0,01$

Наведемо чисельні приклади, які ілюструють застосування викладеного методу до розв’язання задач керування електроприводом.

Приклад 2. Розглянемо одновимірну стаціонарну лінійну систему автоматичного регулювання, якій відповідає диференціальне рівняння

$$\frac{dx}{dt} = x + u + f(t);$$

вважається, що об’єкт регулювання знаходиться під впливом дії збурення $f(t) = t$, де t – час. Знаходимо оптимальне керування і відповідний стан системи при початковій умові $x(0)=1$. Критерієм, що характеризує якість процесу керування, визначимо квадратичний функціонал

$$J(x,u)=\int_0^1\left(x^2+u^2\right)dt\to\min_{x,u}.$$

На рис. 4. графічно зображено результати порівняння наближено знайдених $\tilde{x}(t),\tilde{u}(t)$ запропонованим методом при $M_1=10,\ M_2=10$ з точними

$$x(t)=\frac{1}{2}\left(3e^{-\sqrt{2}t}-t-1\right),\ \ u(t)=\frac{1}{2}\left(-3\left(\sqrt{2}+1\right)e^{-\sqrt{2}t}-t\right).$$

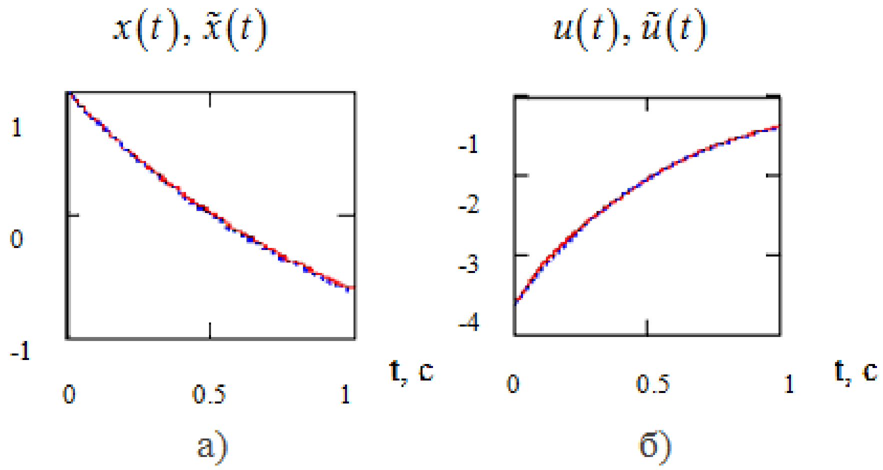

Рисунок 4 – Порівняння залежності а) фазової координати $\tilde{x}(t)$ з точною $x(t)$; б) оптимального керування $\tilde{u}(t)$ з точним $u(t)$: $x(t),u(t)$ – суцільна лінія, $\tilde{x}(t),\tilde{u}(t)$– пунктирна лінія

Приклад 3. Застосовуючи викладений метод, визначимо програмний оптимальний процес, при якому мінімізується енергія, яка розсіюється – інтеграл по часу від квадрату управляючої дії. Розглянемо систему другого порядку, яка складається з двох послідовно з'єднаних ідеальних інтегруючих ланок:

$$J(u)=\int_0^T u^2dt\to\min_{u\in\Omega}; \tag{8}$$

$$\Omega:\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t);\\ \dot{x}_2(t)=u(t);\end{cases}$$

$$x_i(0)=x_{i,0};\ x_i(T)=x_{i,1},\ (i=1,2);\ u(t)\in\Omega,$$

що є задачею із закріпленими кінцями і фіксованим часом.

Розглянутій задачі можна надати наступну фізичну інтерпретацію: треба повернути вал двигуна на заданий кут за даний час T при мінімальній витраті енергії на керування, яке характеризується функціоналом (8).

Шукаємо невідомі функції $\tilde{x}_1(t),\ \tilde{x}_2(t),\ \tilde{u}(t)$ у вигляді сплайнів

$$\tilde{x}_i(t) = \sum_{k=1}^{n} S_{i,k}(t),\ i = 1,2;$$

$$\tilde{u}(t) = \sum_{k=1}^{n} S_{3,k}(t);$$

$$S_{j,k}(t) = C_{j,k}\frac{t - t_{k+1}}{t_k - t_{k+1}} + C_{j,k+1}\frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k},\ \ t_k \le t \le t_{k+1},\ \ j = \overline{1,3},$$

$$S_{j,k}(t) = 0,\ \ t \le t_k \vee t > t_{k+1}.$$

Сталі $C_{j,k}\ \left(j = \overline{1,3};\ k = \overline{1,n}\right)$ знайдемо, мінімізуючи функціонал

$$J_1(\tilde{x},\tilde{u}) = \gamma_1\int_0^1\left[\left(\frac{1}{T}\tilde{x}_1'(t) - \tilde{x}_2(t)\right)^2 dt + \left(\frac{1}{T}\tilde{x}_2'(t) - \tilde{u}(t)\right)^2\right]dt +$$

$$+\gamma_2\int_0^1\left[\left(\tilde{x}_1(t) - x_{1,0} - T\int_0^t \tilde{x}_2(\tau)d\tau\right)^2 + \left(\tilde{x}_2(t) - x_{2,0} - T\int_0^t \tilde{u}(\tau)d\tau\right)^2\right]dt + \gamma_3 T\int_0^1 \tilde{u}^2(t)dt.$$

Проведені чисельні розрахунки при наступних вхідних даних: $T = 5c$, $x_{1,0} = 0,\ x_{2,0} = 10\,рад/c,\ x_{1,1} = 50\,рад,\ x_{2,1} = 0.$ Відрізок часу $[0,1]$ поділявся на N частин, тобто $t_k = 0{,}1(k-1),\ \left(k = \overline{1, N+1}\right);\ N = 20.$

Зазначимо, що в цьому прикладі розв’язана задача програмного керування. Технічна реалізація цього програмного керування показана на рис. 5. На вхід розімкнутої системи, що складається з двох послідовно включених інтеграторів, подається вхідний сигнал $U^*(t)$, який виробляється програмним годинниковим механізмом (мікроконтролером). У момент t=0 годинник запускається і у відповідності з його ходом змінюється сигнал $U^*(t)$ так, як показано на рис. 6.а. В момент $t = t_k$ годинник вимикають та $U^*(t)\big|_{t = t_k} = 0.$

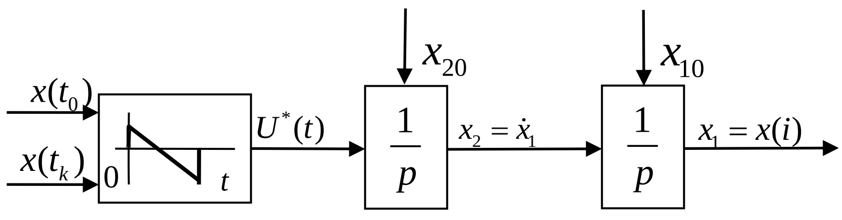

Рисунок 5 – Технічна реалізація оптимального програмного керування

Результати чисельних розрахунків наведені на рис. 6, де показано порівняння залежності оптимального керування $\tilde{u}(t)$ (рис. 6.а) та відповідних йому фазових координат $\tilde{x}_1(t)$ і $\tilde{x}_2(t)$ (рис. 6.б та 6.в) з точними $u(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$: $x_1(t), x_2(t), u(t)$ – суцільна лінія; $\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \tilde{u}(t)$ – пунктирна лінія. Максимальна відносна похибка $\left(\varepsilon = \left|\frac{x_1(t) - \tilde{x}_1(t)}{x_1(t)}\right|\right)$ для $\tilde{x}_1(t)$ не перевищує 0,04. Аналогічну точність було отримано при $N = 20$ також для $\tilde{u}(t)$ та $\tilde{x}_2(t)$.

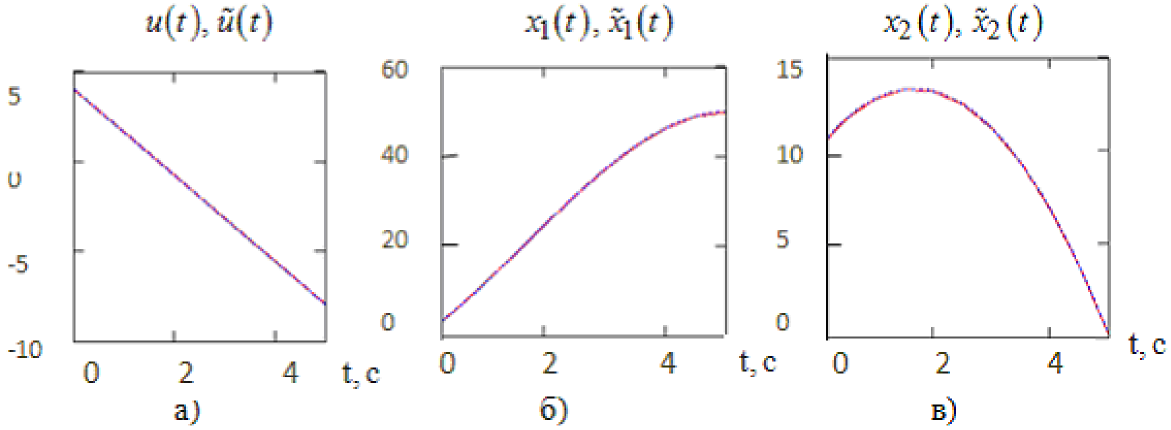

Рисунок 6 – Порівняння залежностей: а) оптимального керування $u(t)$ з точним $\tilde{u}(t)$; б) фазової координати (кута повороту валу двигуна) $\tilde{x}_1(t)$ з точною $x_1(t)$; в) фазової координати $\tilde{x}_2(t)$ (кутова швидкість) з точною $x_2(t)$

Основні результати четвертого розділу опубліковано у роботах [2 – 5, 17].

ВИСНОВКИ

У результаті проведеного дослідження для підвищення точності обчислень при розв'язанні задач оптимального керування електроприводами розроблено новий обчислювальний метод наближеного розв'язання задачі мінімізації витрат енергії в електроприводі.

На підставі отриманих результатів дисертаційної роботи можна зробити такі висновки.

1. Уперше запропоновано метод наближеного розв'язання задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом з використанням сплайн-функцій, що дає найкраще наближення до точного розв'язку в нормі $W_2^1[0,t]$. Особливість методу полягає в тому, що математична модель об'єкта керування слідкуючим електроприводом представлена у вигляді системи диференціальних рівнянь та еквівалентної їй системи інтегральних рівнянь, а невідомі параметри керування $u_j(t)$ знаходяться одночасно з невідомими параметрами фазових координат $x_i(t)$ шляхом мінімізації відповідного

функціоналу енергії, побудованого з використанням цих двох систем.

2. Набув подальшого розвитку метод найкращого наближення функції однієї змінної сплайнами 1-го порядку в нормі $W_2^1[0,t]$ при розв'язанні задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь n-го порядку ($n=1,2,3...$) та задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом. Проведено порівняльний аналіз отриманих наближених розв'язків з точними розв'язками, а також наближеними, отриманими методом Рунге-Кутти 4-го порядку. Результати показують, що для отримання порівняльної точності з методом Рунге-Кутти, запропонований метод вимагає знаходження меншої кількості невідомих параметрів.

3. Удосконалено метод розв'язання задачі Коші для системи диференціальних рівнянь з правими частинами у вигляді поліноміальних функцій шляхом вибору базисних функцій $\psi_{i,k}(x)=x^k$, $k=0,1,2,...,$ $i=\overline{1,n},$ що дозволило забезпечити високу точність наближення в нормі $L_2[0,1]$ в порівнянні з існуючими методами.

4. Уперше запропонований метод був застосований для наближеного розв'язання задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом з використанням пакету програм у системі комп'ютерної математики MathCAD. Аналіз результатів підтвердив високу точність розробленого методу.

5. Результати дисертаційної роботи впроваджено: в розробках підприємства ПрАТ «Електромашина» в приладах керування електричними двигунами при їх випробуваннях; в навчальному процесі на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії у лабораторному практикумі з дисципліни «Теоретичні, фізичні та інформаційні основи галузевих знань» при підготовці студентів спеціальностей «Професійна освіта. Електроніка, радіотехніка та телекомунікація» та «Професійна освіта. Електротехніка та електромеханіка». Отримані результати можуть бути використані при створенні пакетів програм промислового значення та при конструюванні електроприводів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Чаусова Г. А. Про один новий метод наближеного розв'язання задачі управління звичайним лінійним диференціальним рівнянням // Збірник наукових праць Системи обробки інформації Харківський університет Повітряних Сил. Харків. 2005. Вип. 3(43). С. 198 – 203.

2. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Про використання апроксимаційних сплайнів до розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь // Журнал обчислювальної та прикладної математики. 2011. № 3(106). С. 105 – 113.

3. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Розв'язання задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь шляхом мінімізації похибки правих частин в нормі $L_2[0,1]$ // Вісник НТУ ХПІ. Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. НТУ «ХПІ». Харків. 2012. №54 (960). С. 119 – 128.

4. Lytvyn O. N., Lobanova L. S., Miroshnychenko G. A. A New Method for Solving the Cauchy Problem for Systems of Ordinary Differential Equations // Journal of Automation and Information sciences / Vol. 46. 2014. Issue 9, 46(9), P. 1–11. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus).

5. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Про один підхід до математичного моделювання в задачах оптимального управління // Бионика интеллекта. 2014. № 2 (83). С. 74 – 78.

6. Литвин О. М., Чаусова Г. А. Про один новий метод наближеного розв'язання задачі управління лінійним звичайним диференціальним рівнянням // X Міжнародна конференція ім. М. Кравчука: тези доповідей. Київ: Задруга, 2004. С. 438.

7. Чаусова Г. А. Про використання інтерполяційних сплайнів до розв'язання задачі управління // XXXVIII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників академії: тези доповідей. Харків: УІПА, 2005. С. 60 – 61.

8. Литвин О. М., Лобанова Л.С., Чаусова Г. А. Про використання інтерполяційних сплайнів до розв'язання задачі управління // Міжнародна конференція «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXII)»: праці конф. Київ: Інститут Кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2005. С. 130.

9. Литвин О. М., Лобанова Л.С., Чаусова Г. А. Про один новий метод наближеного розв'язання задачі управління системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь // Міжнародний симпозіум «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXIII)»: праці симпозіуму. Київ: Інститут Кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2007. С. 170.

10. Литвин О. М., Лобанова Л.С., Чаусова Г. А. Про один метод наближеного розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь // XLI науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників академії: тези доповідей. Харків: УІПА, 2008. Частина 6. С. 30.

11. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Чаусова Г. А. Про один метод наближеного розв'язання задачі управління системою звичайних лінійних диференціальних // XLII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників академії: тези доповідей. Харків: УІПА, 2009. Частина 6. С. 20.

12. Литвин О. М., Лобанова Л.С., Мірошниченко Г. А. Деякі аспекти чисельної реалізації наближеного розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь // IV міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації»: зб. наук. праць за матеріалами конф. Кам'янець-Подільський, 2010. С. 129 –136.

13. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Про використання апроксимаційних сплайнів розв'язання задачі управління системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь // XLIII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників академії: тези доповідей. Харків: УІПА, 2010. Частина 6. С. 18.

14. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Чисельне дослідження нового варіаційного методу розв'язання задач оптимального управління системами звичайних диференціальних рівнянь // 17 міжнародна конференція з автоматичного управління «Автоматика – 2010»: тези доповідей. Харків: ХНУРЕ, 2010. Том 1. С. 54 – 56.

15. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Мірошниченко Г. А. Про один новий варіаційний метод розв'язання задач оптимального управління системами звичайних диференціальних рівнянь // II Всеукраїнська науково-практична конференція «Інформатика та системні науки» ІСН-2011: матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2011. С. 347 – 350.

16. Lytvyn O. N., Lobanova L. S., Miroshnychenko G. A. A method for solving optimal control problems for systems of ordinary differential equations by minimizing the error of approximate right side in the norm $W_2^1[0,1]$ // XVI International Conference «Dynamical system modeliling and stability investigation»: abstracts of conference reports. Kiev: Taras Shevchenko National University, 2013. P. 338.

17. Литвин О. М., Лобанова Л. С., Першина Ю. І., Мірошниченко Г. А. Розв'язання задачі синтезу регулятора електроприводу системи тиристорний перетворювач-двигун узагальненим методом найменших квадратів // IV науково-технічна конференція «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації»: зб. праць. Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, 2016. Вип. 4. С. 58 – 62.

АНОТАЦІЯ

Мірошниченко Г. А. Математичне моделювання процесів керування електроприводом. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2019.

Дисертаційна робота присвячена математичному моделюванню процесів керування електромеханічними системами з електроприводом. В роботі досліджується наближення вектор-функцій однієї змінної в нормі $W_2^1[0,t]$ сплайнами першого порядку для розв'язання задачі Коші у вигляді системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь та задачі оптимального керування слідкуючим електроприводом.

Вперше запропонований метод був застосований для наближеного розв'язання задачі оптимального керування мінімізацією витрат енергії при повороті валу двигуна на заданий кут за даний час з використанням пакету програм в системі комп'ютерної математики MathCAD. Проведено порівняльний аналіз отриманих наближених розв'язків з точними розв'язками, а також наближеними розв'язками, отриманими методом Рунге-Кутти 4-го порядку.

Результати дисертаційної роботи впроваджено: в розробках підприємства ПрАТ «Електромашина» в приладах керування електричними двигунами при їх випробуваннях; в навчальному процесі на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії у лабораторному практикумі з дисципліни «Теоретичні, фізичні та інформаційні основи галузевих знань» при підготовці студентів спеціальності «Професійна освіта. Електротехніка та електромеханіка».

Ключові слова: функціонал, задача керування електроприводом, задача Коші, апроксимаційні сплайни першого порядку, системи звичайних диференціальних рівнянь, система лінійно-незалежних вектор функцій, мінімізація витрат енергії на керування.

АННОТАЦИЯ

Мирошниченко Г. А. Математическое моделирование процессов управления электроприводом. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники. Харьков, 2019.

Диссертационная работа посвящена математическому моделированию процессов управления электромеханическими системами с электроприводом. В работе исследуется приближение вектор-функций одной переменной в норме $W_2^1[0,\mathrm{t}]$ сплайнами первой степени и его результаты используются для приближённого решения задачи Коши и задачи оптимального управления следящим электроприводом.

Впервые предложенный метод был применён для приближённого решения задачи оптимального управления минимизацией затрат энергии при повороте вала двигателя на заданный угол за заданное время с использованием пакета программ

в системе компьютерной математики MathCAD. Проведен сравнительный анализ полученных приближенных решений с точными решениями, а также приближенными решениями, полученными методом Рунге Кутты 4 порядка.

Результаты диссертационной работы внедрены: в разработках предприятия ЧАО «Электромашина», а именно в устройствах управления электрическими двигателями при их испытаниях; в учебном процессе на кафедре высшей и прикладной математики Украинской инженерно-педагогической академии в лабораторном практикуме по дисциплине «Теоретические, физические и информационные основы отраслевых знаний» при подготовке студентов специальностей «Профессиональное образование. Электроника, радиотехника и телекоммуникация» и «Профессиональное образование. Электротехника и электромеханика».

Ключевые слова: функционал, задача Коши, задача управления электроприводом, аппроксимационные сплайны первой степени, системы обыкновенных дифференциальных уравнений, система линейно независимых вектор-функций, минимизация затрат энергии на управление.

ABSTRACT

Miroshnychenko Galina. Mathematical modeling of electric drive control processes. – The manuscript.

Thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences in specialty 01.05.02 – мathematical мodeling and computational мethods. – Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkiv, 2019.

The thesis deals with mathematical modeling of electric drive control processes. In this paper, we use the approximation of vector-valued functions of one variable in norm $W_2^r[0,1],\ r=0,1$ by splines of the first degree for solving the problem rotation of the motor shaft of the electromechanical system.

The peculiarity of the method is that the mathematical model of the control object of the tracking electric drive, formulated as a system of differential equations and an equivalent system of integral equations taking into account the initial conditions of the Cauchy problem and unknown control variables, are found simultaneously with the unknown parameters of the phase coordinates by minimizing the corresponding functional constructed using these two systems.

The paper presents a method for constructing approximate solving of the Cauchy problem for systems of ordinary linear differential equations, as a linear combination of exact solutions of the Cauchy problem for the right sides of the form $\vec{\varphi}_m(x)$ with system of arbitrary linearly independent vector functions that satisfy the initial conditions of the Cauchy problem. The coefficients of the expansion are found from the condition of the best approximation (in the norm $L_2[0,1]$ or $W_2^1[0,1]$) of the right-hand sides $f_i(x),\ i=\overline{1,n}$ using linear combination of vector functions $\vec{\varphi}_m(x)$. The method was first applied to an approximate solution of the problem of the optimal control over minimization of energy

consumption wten the motor shaft was rotated to a given angle in a given time using a software package in the computer mathematics system MathCAD. A comparative analysis of the obtained approximate solutions with exact solutions as well as approximate solutions obtained by the Runge method of the fourth order has been carried out. The analysis of the results of the computational experiment proved high accuracy of the proposed method both in solving the Cauchy problem for a system of differential equations and in solving the problem of optimization electric drive energy.

For the first time, a method of approximate solving a problem of an optimal control of a tracking electric drive using spline functions is proposed, which gives the best approximation to the exact solution in the norm $W_2^1[0,\mathrm{t}]$. The peculiarity of the method is that the mathematical model of the control object of the tracking electric drive, formulated as a system of differential equations, is reduced to a system of integral equations and the unknown control variables are found simultaneously with the unknown phase coordinate parameters by minimizing the corresponding energy functional.

The method of Best approximation of functions of one variable by splines of the 1st degree in the norm $W_2^1[0,t]$ when solving the Cauchy problem for the system of ordinary differential equations of the $n-$order ($n=1,2,3...$) and the problem of optimal control of the tracking electric drive has further developed. A comparative analysis of the obtained approximations of solutions with exact solutions, as well as approximate, obtained by the Runge-Kutta method of the fourth order has been carried out. Thus, when solving the Cauchy problem for a system of differential equations of the third order, the maximum error of approaching the exact solution in the norm $W_2^1[0,1]$ is $N=8,\ \delta_2=10^{-10}$ and the maximum error in solving the problem using the Runge-Kutta method of the fourth order is $\delta_3=10^{-9}$, at $h=0,02,\ N=8.$

The method of numerical solution of the problem of optimal control of an electric drive is proposed and studied. As a result of the research, a new solution to the problem of electric drive control has been obtained. The situations in which the method can give the best approximation in the norm $W_2^1[0,t]$ have been examined.

The results of the thesis were introduced into the educational process at the department of higher and applied mathematics of the Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy in the laboratory on the subject «Theoretical, physical and informational bases of industry knowledge» in preparing students for the specialties «Professional Education. Electronics, radio engineering and telecommunications» and «Professional education. Electrical Engineering and Electromechanics». Also, the results are implemented in the development of the enterprise «Electromashina», namely in the control devices of electric motors during their testing. The results obtained can be used to create a software package of industrial significance and when designing electric drives.

Keywords: functional, Cauchy problem, electric drive control problem, first-degree interpolation splines, first-degree approximation splines, systems of ordinary differential equations, system of linearly independent functions, minimization of energy consumption for control.

Підписано до друку 12.06.2018 р.
Формат 60*90/16 Умов. друк. арк. 0,9. Наклад 100 прим. Зам. № 212153
Друкарня «Алладин-Принт»
61023, м. Харків, вул. Сумська, 4, оф. 8
Тел.: (057)7170999 http://alladin-print.ua
Свідоцтво про державну реєстрацію В00 № 966600 від 28.03.2003 р.