Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ЧОРНА ОЛЕНА СЕРГІЇВНА

Підпис

УДК 519.876.5

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ СУКУПНОСТІ КОРИСНИХ КОПАЛИН МЕТОДАМИ ІНТЕРЛІНАЦІЇ МАТРИЦЬ-ФУНКЦІЙ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії, м. Харків.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, доцент
Литвин Олег Олегович,
Українська інженерно-педагогічна академія,
декан технологічного факультету.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Новожилова Марина Володимирівна,
Харківський національний університет
міського господарства імені О.М. Бекетова,
завідувач кафедри прикладної математики
і інформаційних технологій;

кандидат фізико-математичних наук,
Ткаченко Олександр Володимирович,
державне підприємство «Івченко-Прогрес»,
начальник відділу автоматизації інженерних
розрахунків (м. Запоріжжя).

Захист відбудеться «*12*» *лютого* 2019 р. о *13.00* годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 у Харківському національному університеті радіоелектроніки за адресою: Україна, 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: Україна, 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

Автореферат розісланий «*11*» *січня* 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради *Підпис* Л.В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Розвиток мінерально-сировинної бази України потребує удосконалення існуючих геохімічних методів пошуку корисних копалин; розробки нових теоретичних основ як фундаменту для розвитку та створення системи новаторських, більш економічних та ефективних методів пошуку корисних копалин; аналітичного апарату обробки рядів експериментальних даних, що характеризуються невизначеністю не тільки у вихідних даних і описі об'єкта, а й в одержуваних результатах через помилки вимірювання і обробки.

Розвинені геоінформаційні системи містять багатий набір різноманітних аналітичних засобів для проведення операцій з географічними об'єктами. Відзначимо, що значний вклад в розвиток дослідження просторового розподілу щільності досліджуваних об'єктів внесли Литвин О.М., Анциферов А.В., Шаклеин С.В., Азаров М.Я., Воскресенський Ю.Н., Глухов А.А., Литвин О.О., R. Selley, D. Gubbins, G. Nolet, J. Berryman, D.Shepard, Е. Мітчел та інші.

Не дивлячись на значні успіхи в відновленні неперетинних поверхонь, існує велика кількість недосліджених задач. Безпосереднє використання інформації про розподіл щільності досліджуваного об'єкту засобами інтерлінації функцій, що досліджені для системи вертикальних ліній, не можуть бути застосовані на системі кривих у вертикальних площинах.

Ефективне вирішення сучасних завдань вимагає використання нових математичних методів, які враховують можливості сучасних комп'ютерів і навіть те, в якому вигляді задається вихідна інформація (сліди функції, проекції, знімки, томограми тощо).

Слідом функції $z = f(x, y)$ на лінії $\Gamma_k : \omega_k(x, y) = 0$ називається функція однієї змінної $f_k(x)$ або $f_k(y)$, яка в кожній точці цієї лінії приймає такі ж значення, як і функція $z = f(x, y)$

$$f(x, y)\big|_{\Gamma_k} = f_k(x)\big|_{\Gamma_k} .$$

Актуальність роботи полягає у розробці та дослідженні нових методів побудови математичних моделей розподілу корисних копалин (тобто, розміщення корисних копалин в корі Землі) на підставі даних з кернів похилих свердловин і застосування сучасних методів теорії наближення функцій багатьох змінних та побудові математичних моделей, за допомогою яких можна автоматично, за допомогою комп'ютера перевіряти результати отриманих даних із кернів похилих свердловин і оперативно змінювати хід розрахунку розподілення корисних копалин у разі застосування невірних вихідних даних.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова математичних моделей просторового розподілу сукупності корисних копалин на основі даних свердловинного буріння методами інтерлінації матриць-функцій.

Для досягнення сформульованої мети в дисертаційній роботі необхідно вирішити такі задачі:

– побудувати математичні моделі просторового розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції між системою рівномірно розміщених у просторі неперетинних кривих за допомогою поліноміальної та сплайн-інтерлінації;

– побудувати математичну модель просторового розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції між системою неперетинних просторових кривих за допомогою інтерлінації функцій з використанням дробно-раціональних допоміжних функцій;

– побудувати математичну модель просторового розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних між нерівномірно розміщеними у просторі неперетинними кривими з використанням узагальнених глобальних інтерполяційних формул Д. Шепарда;

– побудувати математичну модель просторового розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних між нерівномірно розміщеними у просторі неперетинними кривими з використанням узагальнених глобальних інтерполяційних формул О.М. Литвина;

– побудувати математичну модель просторового розподілу сукупності корисних копалин методами інтерлінації матриць-функцій, кожна компонента якої залежить від трьох змінних на системі кривих;

– зробити оцінку об’єму запасів корисних копалин;

– перевірити ефективність запропонованих моделей за допомогою обчислювального експерименту на основі створених дисертантом програм, які реалізують вказані вище методи побудови математичних моделей.

Зв′язок з науковими програмами, планами і темами. Дисертаційна робота виконувалася на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії. Як виконавець здобувач проводив дослідження у рамках держбюджетної теми № 13-01 «Розробка та дослідження нового методу розвідки і розробки родовищ корисних копалин на основі інтерлінації функцій», яка входить до плану НДР кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії (держбюджетна тема № ДР 0109U008661, 2012-2015).

Об'єкт дослідження – процес відновлення просторового розподілу щільності сукупності корисних копалин як тривимірної функції між системою нерівномірно розміщених просторових кривих у вертикальних площинах.

Предмет дослідження – інтерлінаційні методи побудови математичних моделей просторового розподілу сукупності корисних копалин між заданими похилими свердловинами.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження опираються на загальні методи функціонального аналізу (для дослідження та розробки методів оцінки запасів корисних копалин), обчислювальної математики (для отримання вигляду базисних поліномів (або сплайнів) на системі просторових неперетинних кривих), теорії наближення функцій кількох змінних з використанням інтерлінації функцій (для побудови математичних моделей відновлення розподілу щільності досліджуваного об’єкту за даними просторових кривих). В основі чисельної реалізації лежить інтерлінація функцій трьох змінних з використанням даних системи просторових неперетинних кривих у вертикальних площинах.

Наукова новизна отриманих результатів. У рамках вирішення завдань дисертаційного дослідження отримані такі наукові результати, що виносяться на захист:

– уперше розроблено і досліджено метод відновлення матричної функції від трьох змінних між заданою системою ліній, які описують задану систему свердловин; з цього методу як частинний випадок випливає метод відновлення функції трьох змінних між системою заданих ліній, що описують систему свердловин методами поліноміальної, глобальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних; проведено теоретичне порівняння методів інтерлінації матричних функцій, і вироблені рекомендації про те, які допоміжні функції в операторах матричних функцій краще використовувати;

– уперше сформульовані і доведені теореми про те, що оператори інтерлінації матричних функцій трьох змінних мають сліди цієї матричної функції в точках кожної із заданих лінії;

– уперше побудовано матричну математичну модель просторового розподілу щільності досліджуваного об'єкту між системою просторових кривих у вертикальних площинах за даними просторових неперетинних кривих методами інтерлінації функцій трьох змінних;

– набули подальшого розвитку методи відновлення функції трьох змінних між системою заданих ліній, що описують систему похилих свердловин методами поліноміальної, глобальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних, що на відміну від попередніх підходів надає можливість на основі інформації про наявність об'єкту відновлювати відповідний шар тієї чи іншої корисної копалини;

– вдосконалено метод оцінки запасів корисних копалин за даними з кернів похилих свердловин на основі запропонованих в дисертації математичних моделей їх розподілу, що надає можливості для оптимізації вибору напрямків видобутку корисних копалин.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені математичні моделі і методи розв'язання задачі відновлення розподілу щільності сукупності корисних копалин як тривимірної функції методами інтерлінації функцій трьох змінних на системі неперетинних просторових кривих дозволяє значно приблизитись до загальної моделі розподілу досліджуваних об'єктів. Розроблені модифікації методів дозволяють на основі інформації про наявність об'єкту відновлювати відповідний шар тієї чи іншої корисної копалини.

Практичне значення результатів підтверджується їх впровадженням. Розроблені в дисертаційній роботі математичні моделі та методи відновлення розподілу щільності сукупності корисних копалин впроваджені: у держбюджетній науково-дослідні роботі, що виконувалася в рамках плану науково-дослідної роботи кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії; в навчальному процесі при підготовці студентів та магістрів, що навчаються за спеціальністю «Нафтогазова справа» Української інженерно-педагогічної академії.

Дана розробка може бути використана також при знаходженні оцінки запасів корисних копалин з урахуванням результатів буріння похилих свердловин, та проектуванні гірничих підприємств.

Особистий внесок здобувача. Усі результати дисертаційної роботи отримані особисто дисертантом. У роботах, опублікованих у співавторстві, дисертанту належать такі результати: в [1] запропоновано метод моделювання просторового розподілу корисних копалин за допомогою сплайн-інтерлінації на системі похилих свердловин, розміщених, як в одній площині, так і довільним чином; досліджено властивості побудованих математичних моделей; в [2] проведено доведення лем і теорем про властивості узагальнених на тривимірний випадок формул О.М. Литвина і Д. Шепарда, а також проведено тестування і аналіз отриманих чисельних результатів, проведено обчислювальний експеримент по побудові математичних моделей розподілу щільності об'єктів та на основі даних просторових неперетинних кривих; в [3] отримано оператор інтерлінацій функцій трьох змінних між системою просторових кривих, та проведено доведення основних теорем; в [4] розроблено методи побудови тривимірної моделі розподілу корисних копалин на основі даних у кожній точці заданої системи похилих свердловин і методів інтерлінації функцій трьох змінних, а також проведено тестування і аналіз отриманих чисельних результатів, проведено обчислювальний експеримент по побудові математичних моделей розподілу щільності об'єктів та на основі даних просторових неперетинних кривих; в [6] запропоновано метод побудови інтерлінаційного оператора матричних функцій, кожна компонента якої залежить від трьох змінних на системі кривих, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх свердловинах на заданій глибині, та дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції в кожній точці між свердловинами; в [7] побудовано відповідні оператори інтерлінації матриць-функцій, доведено теореми про їх інтерлінаційні та наближуючі властивості; в [8, 10, 11] отримано математичне означення просторової кривої, введено оператори сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних на системі просторових кривих, а також покроковий метод побудови цих операторів; в [9] запропоновано метод побудови математичної моделі відновлення розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції у вертикальних площинах з використанням інтерлінації функцій між системою довільних неперетинних просторових кривих, що оснований на використанні обмежених дробово-раціональних допоміжних функцій, і який інтерлінує невідомий розподіл в кожній з просторових кривих; в [12] отримано оператор інтерлінації функцій трьох змінних, який дозволяє відновлювати розподіл щільності корисних копалин як тривимірної функції у вертикальних площинах між просторовими кривими; в [13] сформульовано леми і теореми про властивості узагальнених на тривимірний випадок формул О.М. Литвина і Д. Гепарда; в [14] отримано узагальнену глобальну формулу Д. Шепарда для системи просторових кривих; в [18] запропоновано оператор інтерлінації матричної функцій кожна компонента якої залежить від трьох змінних на вказаній системі кривих, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх просторових кривих, введено та досліджено допоміжні функції.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися на таких міжнародних конференціях: II, III, IV, V, VII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Інформатика та системні науки» (Україна, м. Полтава, 2011-2014 рр., 2016 р.); молодіжній математичній школі «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXVII)» (Україна, м. Кацивелі, 2011 р.); XLIV науково-практичній конференції науково-педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників академії (Україна, м. Харків, 2011 р.); Міжнародній науковій конференції «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XL)» (Україна, м. Київ, 2013 р.); International Scientific and Practical Conference Innovative Information Technologies (Чехія, м. Прага, 2013, 2014 рр).

На підставі проведених досліджень і практичної реалізації представлених методів та інформаційних технологій розроблено методичне та програмне забезпечення, що використовується в навчальному процесі Української інженерно-педагогічної академії при підготовці студентів та магістрів, що навчаються за спеціальністю «Нафтогазова справа».

Публікації. Матеріали дисертації достатньо повно викладені у 18 роботах [1–18]: з них 7 статей (5 – у наукових журналах та збірниках наукових праць, які входять до переліку фахових видань України з фізико-математичних наук, 1 – у науковому журналі, який зазначений в переліку фахових видань України з технічних наук, 1 – у міжнародному науковому журналі); 11 – матеріали наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація включає вступ, чотири розділи, висновки по роботі, список використаних джерел із 104 найменувань (10 с.), 4 додатки (24 с.), 23 ілюстрації (24 с.). Загальний обсяг роботи складає 170 сторінок, з них 133 сторінок основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступній частині** обґрунтовано актуальність теми дисертації, показано її наукову спрямованість, сформульовано мету роботи та задачі дослідження, які потрібно вирішити для її досягнення. Подано коротку характеристику результатів дослідження, ступінь їх апробації та опублікування.

У **першому розділі** на базі вивчення літературних джерел проведено аналіз предметної області. Розглянуто питання побудови математичних моделей відновлення розподілу щільності корисних копалин як тривимірної функції між системою просторових неперетинних кривих. Введено до розгляду дві основні групи кривих. Рис.1 ілюструє основні типи плоских профілів.

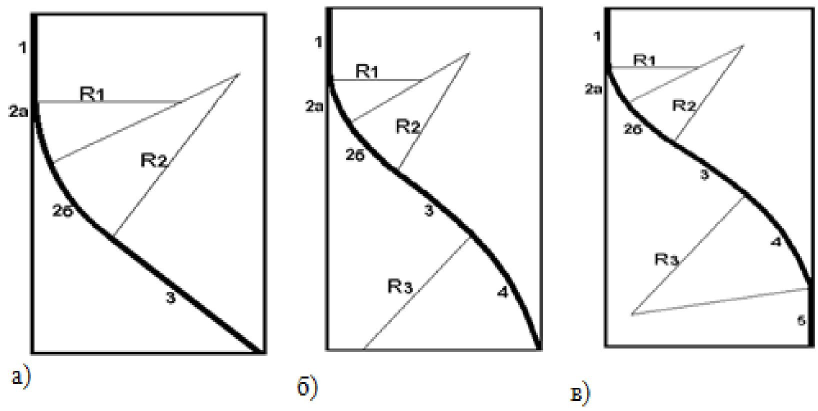

Рисунок 1 – Профілі свердловин: а) трьохінтервальний профіль; б) чотирьохінтервальний профіль; в) п’ятиінтервальний профіль

До першої відносяться криві звичайного типу, що представляють криву лінію, розташовану в одній вертикальній площині, тобто плоскі профілі, до другої – профілі просторового типу, що представляють просторову криву лінію.

Зроблено огляд математичних методів і алгоритмів побудови траєкторії кривих у вертикальних площинах та методів оцінки запасів сукупності корисних копалин, а також наведена постановка задачі дисертаційного дослідження.

Розглянуто та досліджено типи профілів похилих свердловин, а також методи математичного моделювання структури кори Землі. Пропонуються та досліджуються математичні моделі для опису структури залягання корисних копалин за допомогою аналізу розміщення похилих свердловин. Математичним апаратом для опису математичних моделей є математичний апарат інтерлінації функцій трьох змінних.

У розділі введено ряд термінів з геології для тлумачення геолого-економічних термінів.

Означення 1. Керн – колонка породи, що утворюється в результаті кільцевого руйнування забою свердловини.

У **другому розділі** проведені дослідження методів побудови операторів інтерлінації функцій. Ці оператори істотно використовуються в наступних розділах при побудові операторів інтерлінації. Також дано математичне визначення похилої свердловини.

*Означення 2***.** Будемо вважати похилою свердловиною множину точок такого вигляду $\Gamma_k = \{(x, y, z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}, k = \overline{1, M}$, де функції $X_k(z), Y_k(z)$ задовольняють умови $r_k'(z) < 0$ де $r_k = \sqrt{(X_k(z) - X_k(0))^2 + (Y_k(z) - Y_k(0))^2}$, M – кількість точок (полюсів) вказаної множини (див. рис. 2).

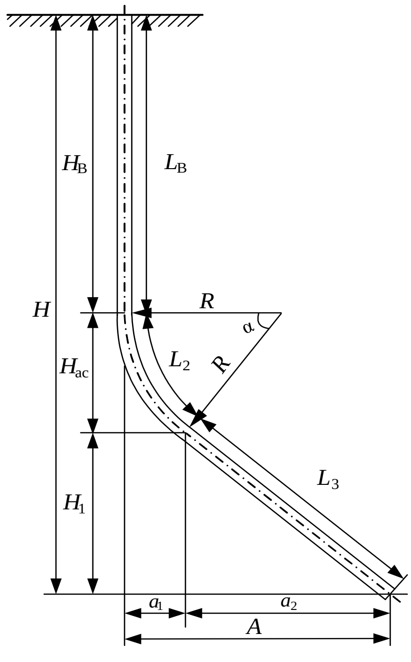

Рисунок 2 – Графічне зображення похилої свердловини

У теорії наближення функцій двох і більше змінних $f(x) = f(x_1, ..., x_n)$, $n \ge 2$, в останні десятиліття інтенсивно розвивається науковий напрям, присвячений побудові, дослідженню і деяким застосуванням операторів, які відновлюють (можливо, наближено) функції $f(x)$ за відомими їх слідами та слідами їх частинних похідних до фіксованого порядку $N\,(N \ge 0)$ на $M\,(M \ge 1)$, m– вимірних $(0 \le m < n)$ поверхнях в $\mathbf{R}^n$. З метою уніфікації тверджень будемо вважати точки нуль-вимірними поверхнями, а лінії – одновимірними поверхнями. У випадку $m = 0, n \ge 1$ інформація про функцію $f(x)$ задається в M точках (полюсах), і такі оператори наближення називаються операторами інтерполяції (inter – між, pol – полюс, точка) для $M \ge 2$. У випадку $m = 1, n \ge 2$ інформація про функцію $f(x)$

задається слідами $f(x)$ та слідами її частинних похідних $\frac{\partial^{|s|} f(x)}{\partial x_1^{s_1} ... \partial x_n^{s_n}}$, $|s| = s_1 + ... + s_n$, $1 \le |s| \le N$ на M лініях, і такі оператори будемо називати операторами інтерлінації (inter – між, line – лінія).

Хай $s_{1k}(x,z),\ k = \overline{1,m}$ $s_{2l}(y,z),\ l = \overline{1,n}$ базисні функції, які визначаються формулами (нижче $X_k = X_k(z)$)

$$s_{1k}(x,z) = \frac{(x - X_1)(x - X_2)...(x - X_{k-1})(x - X_{k+1})...(x - X_m)}{(X_k - X_1)(X_k - X_2)...(X_k - X_{k-1})(X_k - X_{k+1})...(X_k - X_m)};$$

$$s_{2l}(y) = \frac{(y - Y_1)(y - Y_2)...(y - Y_{l-1})(y - Y_{l+1})...(y - Y_n)}{(Y_l - Y_1)(X_l - Y_2)...(Y_l - Y_{l-1})(Y_l - Y_{l+1})...(Y_l - Y_n)};$$

Теорема 1. Оператор

$$O_{mn} f(x,y,z) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} s_{1k}(x,z) s_{2l}(y) f_{k,l}(z)$$

є оператором інтерлінації функції $f(x,y,z)$ на системі кривих $\Gamma_k = \{(x,y,z) : x = X_k(z), y = Y_l = const, -H \le z \le 0\}$, $k = \overline{1,m};\quad l = \overline{1,n}$

$$O_{mn} f(X_p(z), Y_q, z) = f(X_p(z), Y_q, z) = f_{p,q}(z), \quad p = \overline{1,M}; \quad q = \overline{1,N}.$$

Оператор $O_{mn} f(x,y,z)$ є оператором поліноміальної інтерполяції функції за двома змінними x та y для кожного фіксованого z.

Теорема 2. Нехай $f(x,y,z) \in C^{\mu,\nu,0}(D)$, де $D \in R^3$ – область, якій належать всі криві. Тоді залишок інтерлінації $R_{mn} f(x,y,z) = \left| f(x,y,z) - O_{mn} f(x,y,z) \right|$ можна подати так

$$R_n f(x,y,z) =$$
$$= \sum_{k=1}^{n} s_{1,k}(x,z) \int_{X_k(z)}^{x} \frac{\partial^\mu}{\partial \xi^\mu} f(\xi,y,z) \frac{(X_k(z) - \xi)^{\mu-1}}{(\mu-1)!} d\xi + \sum_{l=1}^{n} s_{2,l}(y) \int_{Y_l}^{y} \frac{\partial^\nu}{\partial \eta^\nu} f(x,\eta,z) \frac{(Y_l - \eta)^{\eta-1}}{(\nu-1)!} d\eta -$$
$$- \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} s_{1,k}(x,z) s_{2,l}(y) \int_{X_k(z)}^{x} \int_{Y_l}^{y} f^{(\mu,\nu,o)}(\xi,\eta,z) \frac{(X_k(z) - \xi)^{\mu-1}}{(\mu-1)!} \frac{(Y_l - \eta)^{\nu-1}}{(\nu-1)!} d\xi d\eta$$
$$1 \le \mu \le m, \quad 1 \le \nu \le n.$$

Наслідок 1. Таким чином, оператор $O_{mn} f(x,y,z)$ дозволяє обчислювати значення функції $f(x,y,z)$ між кривими, якщо інформація про функцію задана слідами в цих кривих. При цьому, якщо розподіл визначається неперервною функцією $f(x,y,z)$, яка є поліномом степеня n за змінними x та y при кожному z, то оператор $O_{mn} f(x,y,z)$ точно буде відновлювати таку функцію.

Вважаємо, що для довільної невідомої функції $f(x,y,z) \in C(R^3)$, яка є розподілом щільності досліджуваного об'єкту, нам відомі її сліди $f(X_k(z), Y_k(z), z) = \gamma_k(z)$, $k = \overline{1,M}$ в точках M кривих

$\Gamma_k = \{(x,y,z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}, \; k = \overline{1,M}$.

Введемо позначення $X(z)_k = X_k(z);\; Y(z)_k = Y_k(z), \quad k = \overline{1,M}$

$$O_{M,\lambda} f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right) = \sum_{k=1}^{M} \gamma_k(z)\,\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right), \quad \lambda \ge 1,\; M = 2,3,...,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right) = \prod_{i=1,\, j\ne k}^{M} \frac{d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)^{\lambda}}{d_{i,k}^{\lambda}} =$$

$$= \prod_{i=1,\, j\ne k}^{M} \left(\frac{d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)}{d_{i,k}}\right)^{\lambda},$$

$$d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right) = \sqrt{\left(X_i(z)-x\right)^2 + \left(Y_i(z)-y\right)^2};$$

$$d_{i,k} = \sqrt{\left(X_i(z)-X_k(z)\right)^2 + \left(Y_i(z)-Y_k(z)\right)^2},$$

які для випадку $\gamma_k(z) = \gamma_k = \text{const}, \; k = \overline{1,M}$, є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими О.М. Литвином у 1990 р.

Теорема 3. Оператор $O_{M,\lambda} f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)$ може бути заданий у вигляді

$$O_{M,\lambda} f\left(X_p(z),Y_p(z),z;X(z),Y(z)\right) = \gamma_p(z), \quad p = \overline{1,M},$$

якщо у формулі для $O_{M,\lambda} f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)$ покласти

$$l_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right) = \frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} \left|\left(x-X_i(z)\right)\left(X_k(z)-X_i(z)\right) + \left(y-Y_i(z)\right)\left(Y_k(z)-Y_i(z)\right)\right|^{\lambda}}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} \left(X_k(z)-X_i(z)\right)^2 + \left(Y_k(z)-Y_i(z)^2\right)^{\lambda}}.$$

Для $\frac{\lambda}{2} \in D$ допоміжні функції $l_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right)$ будуть поліномами від двох змінних степеня $(M-1)\lambda$.

Будемо використовувати при побудові операторів $O_{M,\lambda} f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)$ такі допоміжні функції:

$$h_{p,\lambda}(x,y) = \frac{\ell_{M,p,\lambda}\left(x,y,X(z),Y(z)\right)}{\sum\limits_{q=1}^{M} \ell_{M,p,\lambda}\left(x,y,X(z),Y(z)\right)} .$$

Теорема 4. Якщо $\gamma_k(z) \in C[-H,0],\; k = \overline{1,M}$, то

$$O_{M,\lambda} f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right) \in C\left(R^3\right);$$

$$O_{M,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z;\; X(z),Y(z)\right) = \gamma_p(z), \;\; p = \overline{1,M}, \quad \forall z \in [-H,0].$$

Досліджені в теоремі 4 оператори мають таку властивість, що описана в наступній теоремі.

Теорема 5. В кожній точці з координатами (x,y,z) виконуються нерівності

$$0 \le O_{M,\lambda}\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right) \le \max\left\{\gamma_1(z),...,\gamma_M(z)\right\}.$$

Узагальнену глобальну формулу Шепарда для системи кривих

$\left(X_k(z), Y_\ell(z), z\right), \quad -H \le z \le 0, \quad k=\overline{1,M}, \quad \ell=\overline{1,N}$, можна подати так:

$$S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)=$$
$$=\begin{cases} \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{M}\sum\limits_{\ell=0}^{N} f\left(X_k(z),Y_\ell(z),z\right)\left(\sqrt{\left(x-X_k(z)\right)^2+\left(y-Y_\ell(z)\right)^2}\right)^{\lambda}}{\sum\limits_{i=0}^{M}\sum\limits_{j=0}^{N}\left(\sqrt{\left(x-X_i(z)\right)^2+\left(y-Y_j(z)\right)^2}\right)^{-\lambda}}, \left(x-X_k(z)\right)^2+\left(y-Y_\ell(z)\right)^2\neq 0\ \forall \begin{matrix} k=\overline{1,M}, \\ \ell=\overline{1,N}, \end{matrix} \\ f\left(X_i(z),Y_j(z),z\right), \text{якщо } \left(\mathrm{x}-\mathrm{X_i}(z)\right)^2+\left(y-Y_j(z)\right)^2=0,\ \mathrm{i}\in\{1,...,\mathrm{M}\},\ \ \mathrm{j}\in\{1,...,\mathrm{N}\}. \end{cases}$$

Теорема 6. Оператор $S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)$ може бути заданий у вигляді

$$S_{M,N,\lambda}\left(f;X_i(z),Y_j(z),z\right)=f\left(X_i(z),Y_j(z),z\right),\ i=\overline{1,M},\ j=\overline{1,N},$$

$$f(x,y,z)\in C\left(R^3\right)\Rightarrow S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)\in C\left(R^3\right).$$

Зупинимось на недоліках формули, зваженої за допомогою обернених відстаней до вузлів, якою є формула Шепарда.

Запишемо формулу Шепарда для випадку довільного розміщення неперетинних кривих $\left(X_k(z),Y_k(z),z\right), k=\overline{1,M}$. Введемо позначення:

$$d_k(x,y,z)=\sqrt{\left(x-X_k(z)\right)^2+\left(y-Y_k(z)\right)^2}\ .$$

Очевидно, що

$$d_k(x,y,z)>0\forall(x,y,z)\in R^3,\ (x,y,z)\neq\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)$$

і

$$d_k\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)=0,\quad k=\overline{1,M}\ .$$

Тоді оператор інтерлінації $S_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ можна подати так:

$$S_{M,\lambda}(f;x,y,z)=\begin{cases} \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{M} f\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)\left(d_k(x,y,z)\right)^{-\lambda}}{\sum\limits_{i=0}^{M}\left(d_i(x,y,z)\right)^{-\lambda}}; \text{ якщо } d_k(x,y,z)\neq 0\ \ \forall k=\overline{1,M}; \\ f\left(X_i(z),Y_i(z),z\right)\forall\left(x-X_i(z)\right)^2+\left(y-Y_i(z)\right)^2=0. \end{cases}$$

Недолік 1. Якщо кількість M заданих точок є великою, то кількість арифметичних операцій Q для обчислення $U=S_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ у одній точці пропорційна $M: Q=cM$ ($c-$ деяка стала). Це означає, що в цьому випадку метод може бути неефективним або непрактичним.

Недолік 2. Рівність нулю градієнта у кожній точці D_k при фіксованому z є небажаними обмеженнями на наближувану функцію.

Недолік 3. Обчислювальна похибка (похибка заокруглення) стає істотною в околі точок $D_k\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)$.

Розглянемо для довільної $f\in C\left(R^3\right),\ f\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)=\gamma_k(z), k=\overline{1,M}$, інтерлінаційні оператори

$$O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k\left(z\right)\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right),\quad \lambda\geq 1,\quad M=2,3,...,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)=\prod_{i=1,i\neq k}^{M}\frac{d_i\left(x,y,z\right)^{\lambda}}{d_{i,k}^{\lambda}}=\frac{\prod_{i=1,i\neq k}^{M}d_i\left(x,y,z\right)^{\lambda}}{\prod_{i=1,i\neq k}^{M}d_{i,k}^{\lambda}},$$

$$d_i\left(x,y,z\right)=\sqrt{\left(X_i\left(z\right)-x\right)^2+\left(Y_i\left(z\right)-y\right)^2};\ d_{i,k}=\sqrt{\left(X_i\left(z\right)-X_k\left(z\right)\right)^2+\left(Y_i\left(z\right)-Y_k\left(z\right)\right)^2}.$$

які для випадку $\gamma_k\left(z\right)=\gamma_k=const,\ k=\overline{1,M}$, є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими О.М. Литвином в 1990 р.

Теорема 8. Для кожної $f\left(x,y,z\right)\in C\left(R^3\right)$ виконуються співвідношення

$$O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)\in C\left(R^3\right)$$

$$O_{M,\lambda}\left(f;X_p\left(z\right),Y_p\left(z\right),z\right)=\gamma_p\left(z\right),\ p=\overline{1,M}\ .$$

Теорема 9. Якщо в інтерлінаційному операторі

$$O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k\left(z\right)l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right);\ \ \lambda\geq 1,\ \ M=2,3,...,$$

де $l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)=\prod_{i=1,i\neq k}^{M}\frac{d_i\left(x,y,z\right)^{\lambda}}{d_{i,k}^{\lambda}}=\frac{\prod_{i=1,i\neq k}^{M}d_i\left(x,y,z\right)^{\lambda}}{\prod_{i=1,i\neq k}^{M}d_{i,k}^{\lambda}}$, змінити $l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)$ на $L_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)=\frac{l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)}{\sum_{p=1}^{M}\prod_{p=1,p\neq k}^{M}l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)}$, і якщо $\frac{\lambda}{2}\in N$, то $O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)$ є додатним оператором інтерлінації $O_{M,\lambda}\left(f;X_p\left(z\right),Y_p\left(z\right),z\right)=\gamma_k\left(z\right);\ \ k=\overline{1,M}$.

Теорема 10. Якщо в інтерлінаційному операторі

$$O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k\left(z\right)l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right);\ \ \lambda\geq 1,\ \ M=2,3,...,$$

покласти

$$l_{M,k,\lambda}\left(x,y,z\right)=\prod_{i=1,i\neq k}^{M}\frac{\left(x-X_i\left(z\right)\right)\left(X_k\left(z\right)-X_i\left(z\right)\right)+\left(y-Y_i\left(z\right)\right)\left(Y_k\left(z\right)-Y_i\left(z\right)\right)}{\left(X_k\left(z\right)-X_i\left(z\right)\right)^2+\left(Y_k\left(z\right)-Y_i\left(z\right)\right)^2},$$

то оператор $O_{M,\lambda}\left(f;x,y,z\right)$ теж буде оператором інтерлінації, якщо $\lambda>0,\lambda=2q,q\in N$, $O_{M,\lambda}\left(f;X_k\left(z\right),Y_k\left(z\right),z\right)=\gamma_k\left(z\right);\ k=\overline{1,M}$.

Також розглянуто побудову та дослідження просторових математичних моделей структури кори Землі між кривими з використанням сплайн-інтерлінації функцій від трьох змінних.

В основу побудови оператора сплайн-інтерлінації покладено покроковий алгоритм, одним з кроків якого є виконання тріангуляції поверхні.

Алгоритм побудови операторів сплайн-інтерлінації викладемо по кроках.

Крок 1. Виконуємо тріангуляцію поверхні: введемо позначення $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$, $T_\mu = T_\mu(z)$ – трикутник на глибині z з вершинами

$$P_k\left(X_k(z), Y_k(z), z\right), k = \mu_1, \mu_2, \mu_3; \mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \{1, 2, ..., M\},$$

тобто $\overline{T_\mu}(z) = \left\{(x, y, z) : (x, y, z) \in T_\mu(z)\right\}$ є криволінійною призмою.

Крок 2. Будуємо для кожного трикутника $T_\mu(z)$ оператор інтерлінації $O_\mu(x, y, z)$ у вигляді

$$O_\mu(x, y, z) = f_{\mu_1}(z)\left(\frac{\phi_{\mu_2,\mu_3}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) + f_{\mu_2}(z)\left(\frac{\phi_{\mu_1,\mu_3}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) + f_{\mu_3}(z)\left(\frac{\phi_{\mu_1,\mu_2}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),$$

$$\phi_{p,q}(x, y, z) = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ X_p(z) & Y_p(z) & 1 \\ X_q(z) & Y_q(z) & 1 \end{vmatrix}, \ \Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z) = \begin{vmatrix} X_{\mu_1}(z) & Y_{\mu_1}(z) & 1 \\ X_{\mu_2}(z) & Y_{\mu_2}(z) & 1 \\ X_{\mu_3}(z) & Y_{\mu_3}(z) & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \phi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z), Y_{\mu_1}(z), z\right).$$

Введемо до розгляду оператор

$$O_M F(x, y, z) = O_\mu f(x, y, z), (x, y, z) \in T_\mu(z) \times [-H, 0], \quad T_\mu(z) \subset D = \bigcup_\mu T_\mu(z) \cdot$$

Нехай Q – кількість криволінійних трикутних призм, відповідних вибраній тріангуляції.

Теорема 11. Оператор $O_\mu(x, y, z)$ є оператором інтерлінації функцій трьох змінних $f(x, y, z)$ між системою просторових кривих Γ_k, $k = \overline{1, M}$, тобто

$$O_M f\left(X_p(z), Y_p(z), z\right) = f\left(X_p(z), Y_p(z), z\right) = f_p(z), \ -H \le z \le 0, \ p = \overline{1, M}.$$

Кожній неперервній функції $f(x, y, z) \in C(D)$ цей оператор ставить у відповідність теж неперервну функцію $O_M f(x, y, z) \in C(D)$:

$$f(x, y, z) \in C\left(\bigcup_\mu T_\mu \times [-H, 0]\right), T_\mu(z) \subset D \Rightarrow O_M f(x, y, z) \in C\left(\bigcup_\mu T_\mu \times [-H, 0]\right) \cdot$$

Теорема 12. Оператор $\tilde{O}_M f(x, y, z)$ є оператором інтерлінації функцій трьох змінних $f(x, y, z)$ на всій системі просторових кривих Γ_k, $k = \overline{1, M}$:

$$O_M f\left(X_k(z), Y_k(z), z\right) = f_k(z), \ -H \le z \le 0, \ k = \overline{1, M};$$

$$f(x, y, z) \in C(D) \Rightarrow O_M f(x, y, z) \in C(D).$$

Зауваження. Зокрема, якщо $h_k(t) = t \ \forall k = \overline{1, M}$, то $\tilde{O}_M f(x, y, z) = O_M f(x, y, z)$. Якщо $h_k(t) = t^2 \ \forall k = \overline{1, M}$, то $\tilde{O}_M f(x, y, z)$ – оператор інтерлінації функцій трьох змінних з кусково-квадратичними допоміжними функціями.

Теорема 13. Нехай задано довільне розбиття області $D \times [-H, 0]$, $D \subset R^2$, на трикутні області – призми з криволінійними, взагалі кажучи, ребрами

$\bigcup_{i=1}^{N} T_i \times [-H,0] = D \times [-H,0]$.

Позначимо через $h = \max_{k} \max_{-H \le z \le 0} \{h_k(z)\},\ k = 1,2,3$ найбільшу довжину сторін трикутників $T_i(z) \subset D$ і θ – найменший з кутів трикутників T_i. Тоді, якщо $f \in C^3(D \times [-H,0])$ і $s(x,y,z)$ – єдина кусково-поліноміальна функція (за змінними x, y), що інтерлінує $f(x,y,z)$ в сенсі (1), (2), то

$$\exists K > 0 : \| f - s \|_{W_2^1(D)} \le K \frac{h^2}{\sin\theta_0} \left\{ \sup\left\{ \| D^{\alpha} f \|_{L_\infty(G)} : |\alpha| = 3 \right\} \right\} \forall z \in [-H,0] .$$

для довільної тріангуляції з кутом, що задовольняє умову $\theta \ge \theta_0 > 0$, де константа K не залежить від $f(x,y,z)$ і геометрії області D.

Тут

$$\| f - s \|_{W_2^1(G)}^2 = \iint_D \left(f(x,y,z) - s(x,y,z) \right)^2 dxdy +$$

$$+ \iint_D \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(f(x,y,z) - s(x,y,z) \right) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} (f(x,y,z) - s(x,y,z)) \right)^2 \right] dxdy .$$

У **третьому розділі** досліджена задача про відновлення в кожній точці між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилих) скінченої множини елементів періодичної таблиці або їх сполук лінійної щільності на заданій глибині. Тобто, ми обмежуємося не всіма елементами періодичної таблиці, а лише *n* вибраними елементами або їх сполуками.

Універсального розрахункового алгоритму, що описує морфологію покладу не існує. Завдання побудови об'ємних моделей складчастих структур є інваріантним.

Побудова достовірної моделі можлива тільки шляхом залучення додаткової (апріорної) інформації. Тому оптимальним видається наступний шлях геометризації складчастих порушень:

– формується інформаційна модель складки (точки підперерізу, об'єктів, що належать базовому класу: точка геологічних спостережень);

– використовуючи стандартні математичні методи апроксимації і інтерполяції отримують спрощену модель складки;

– початкова модель піддається комп'ютерній трансформації виходячи з представлень фахівця, що не формалізуються. У ході рішення цієї задачі інформація про пликативне порушення не відособляється в геологічній базі даних (приміром в геологічних колонках бурових свердловин).

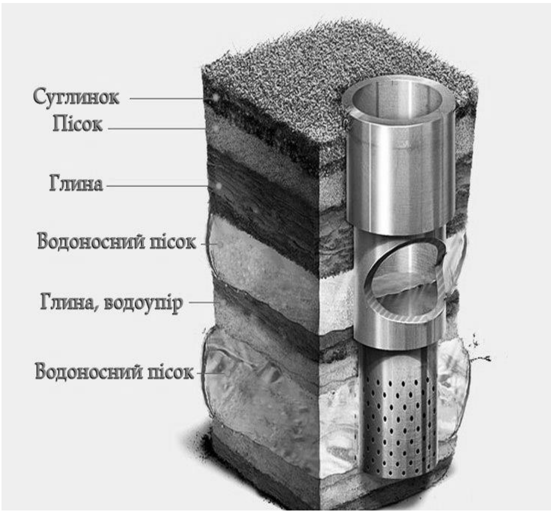

Рисунок 3 – Просторовий розподіл корисних копалин

Запропоновано метод побудови інтерлінаційного оператора матричних функцій, кожна компонента якої залежить від трьох змінних на системі кривих, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх свердловинах на заданій глибині, та дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції в кожній точці між свердловинами по заданій глибині. Наведений метод побудови математичних моделей просторового розподілу корисних копалин між похилими свердловинами дозволяє будувати математичні моделі структури кори Землі з використанням всіх сполук кернів похилих свердловин, які призведуть до створення ефективних методів розвідки корисних копалин та розробки родовищ.

Введемо позначення:

$\rho(x,y,z) = \left[\rho_1(x,y,z) \quad \dots \quad \rho_n(x,y,z)\right]^T$, $\gamma_{k,i}(z) = \rho_i\left(X_k(z), Y_k(z), z\right)$, $k = \overline{1,M}$, $i = \overline{1,n}$,

де $\rho(x,y,z)$ – матриця-функція, яка описує просторовий розподіл всієї сукупності досліджуваних нами функцій, кожний стовпець якої має компоненти, які означають розподіл і-ого об'єкту; $\gamma_{k,i}(z)$ – розподіл і-ої корисної копалини в *k*-ій свердловині, $\rho_i(x,y,z)$, $i = \overline{1,n}$ – щільність *i*-ої функції.

Представимо $\gamma_{k,i}(z)$ у вигляді: $\gamma_{k,i}(z) = \left[\gamma_{k,1}(z) \quad \dots \quad \gamma_{k,n}(z)\right]^T$.

Допоміжні функції $H_k(x,y,z)$, $k = \overline{1,M}$, вводяться таким чином:

$$H_k\left(X_p(z), Y_p(z), z\right) = \delta_{k,p}, \ \ 1 \le k, p \le M.$$

Тоді математичною моделлю просторового розподілу щільності об'єктів, заданих своїми слідами лише у заданій системі просторових кривих, кожна з яких лежить у відповідній вертикальній площині, і які не перетинаються одна з одною, будемо називати оператор

$$O\rho(x,y,z) = \sum_{k=1}^{M} H_k(x,y,z)\rho_k(z).$$

Теорема 14. Оператор $O_M\rho(x,y,z)$ є оператором інтерлінації функцій трьох змінних на системі кривих Γ_k, тобто дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції

$$O_M\rho\left(X_k(z), Y_k(z), z\right) = \gamma_k(z), \ -H \le z \le 0, \ k = \overline{1,M};$$

$$\rho(x,y,z) \in C\left(\bigcup_{\mu} T_\mu \times [-H,0]\right) \mathrm{T}_\mu \subset D \Rightarrow O_M\rho(x,y,z) \in C\left(\bigcup_{\mu} T_\mu \times [-H,0]\right).$$

Якщо деякі (або всі) функції $\rho_i(x,y,z)$, $i = \overline{1,n}$ мають розв'язок в заданій системі точок z_k, $k = \overline{1,M}$, то і $O_M\rho(x,y,z)$ буде мати розв'язок.

Зауваження 1. Зокрема, в якості $h_k(t)$ $\forall k = \overline{1,M}$ можна взяти $t^r, r = 1,2$ і при цьому отриманий оператор $O_M\rho(x,y,z)$ – буде оператором інтерлінації матричної функцій $\rho(x,y,z)$, який дозволяє між заданою системою просторових кривих відновлювати матричну функцію $\rho(x,y,z)$ в кожній точці від (x,y,z).

Зауваження 2. Якщо одна або всі з компонентів матриці $\rho(x,y,z)$ мають розриви першого роду на деяких глибинах, то оператор $O_M \rho(x,y,z)$ буде представляти також розривну функцію від (x,y,z).

Теорема 15. Для кожної $\rho(x,y,z) \in C(R^3)$ виконуються співвідношення

$$O_{M,\lambda}(\rho; x,y,z) \in C(R^3),$$

$$O_{M,\lambda}(\rho; X_p(z), Y_p(z), z) = \gamma_p(z),\ p = \overline{1,M},$$

тобто кожна компонента матриці $\rho_i(x,y,z) \in C(R^3)$.

У **четвертому розділі** наведено результати тестування методів створення математичних моделей структури кори Землі на основі використання даних вмісту кернів похилих свердловин.

Позначимо через $f(x,y,z)$ функцію розподілу корисних копалин в точці з координатами (x,y,z), яку вважатимемо відомою лише в точках вказаної системи свердловин. Тобто вважаємо відомими функції

$$f_k(z) = f(X_k(z), Y_k(z), z),\ -H_1 \le z \le 0,\ k = \overline{1,M},$$

де функції $f_k(z)$ вважаються отриманими унаслідок аналізу вмісту кернів свердловин у кожній точці на глибині z. Вважаємо також, що діаметр кожної похилої свердловини дорівнює нулю.

Введемо до розгляду оператор

$$O_M F(x,y,z) = O_\mu f(x,y,z),\ (x,y,z) \in T_\mu(z) \times [-H,0],\ T_\mu(z) \subset D = \bigcup_\mu T_\mu(z).$$

Теорема 16. Оператор $O_M F(x,y,z)$ має такі властивості:

а) $O_M f(x,y,z) \in C(D)$;

б) є оператором інтерлінації функцій трьох змінних $f(x,y,z)$ на системі похилих свердловин Γ_k, $k = \overline{1,M}$, тобто

$$O_M f(X_p(z), Y_p(z), z) = f(X_p(z), Y_p(z), z) = f_p(z),$$
$$-H \le z \le 0,\ p = \overline{1,M}.$$

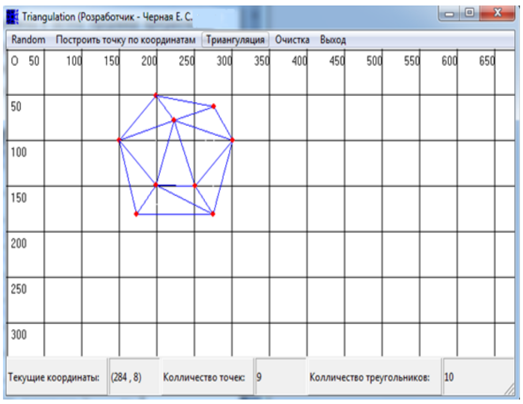

Рисунок 4 – Тріангуляція поверхні

Приклад 1. Побудуємо оператор $O_\mu(x,y,z)$ сплайн-інтерлінації функції трьох змінних:

$$f(x,y,z) = a(x^2+y^2+z^2)e^{-b(x^2+y^2+z^2)}$$

Нехай Q – кількість криволінійних трикутних призм, відповідних вибраній тріангуляції (рис. 4).

Оператор інтерлінації функції $f(x,y,z)$ на системі похилих свердловин

$$\Gamma_k = \{(x,y,z) : x = X_k(z), y = Y_k(z),\ -H \le z \le 0\},\ k = \overline{1,M}$$

буде мати вигляд:

$$O_\mu(x,y,z)=\begin{cases} f_{\mu_1}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+f_{\mu_2}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+f_{\mu_3}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{123}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_2}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_5,\mu_3}(z)}\right)+f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_5,\mu_3}(z)}\right)+f_{\mu_3}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_2,\mu_5}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_5,\mu_3}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{253}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_2}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_4,\mu_5}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_4,\mu_5}(z)}\right)+f_{\mu_4}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_2,\mu_5}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_4,\mu_5}(z)}\right)+f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_2,\mu_4}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_4,\mu_5}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{245}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_4}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_7}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_4,\mu_5,\mu_7}(z)}\right)+f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_4,\mu_7}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_4,\mu_5,\mu_7}(z)}\right)+f_{\mu_7}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_4,\mu_5}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_4,\mu_5,\mu_7}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{457}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_3}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_6}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_3,\mu_5,\mu_6}(z)}\right)+f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_3,\mu_6}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_3,\mu_5,\mu_6}(z)}\right)+f_{\mu_6}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_3,\mu_5}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_3,\mu_5,\mu_6}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{356}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_8,\mu_6}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_8,\mu_6}(z)}\right)+f_{\mu_8}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_6}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_8,\mu_6}(z)}\right)+f_{\mu_6}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_8}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_8,\mu_6}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{586}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_5}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_7,\mu_8}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_7,\mu_8}(z)}\right)+f_{\mu_7}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_8}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_7,\mu_8}(z)}\right)+f_{\mu_8}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_5,\mu_7}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_5,\mu_7,\mu_8}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{578}\wedge[z\le 0] \\ f_{\mu_7}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_9,\mu_8}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_7,\mu_9,\mu_8}(z)}\right)+f_{\mu_9}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_7,\mu_8}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_7,\mu_9,\mu_8}(z)}\right)+f_{\mu_8}(z)\left(\dfrac{\varphi_{\mu_7,\mu_9}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_7,\mu_9,\mu_8}(z)}\right),(x,y,z)\in T_{798}\wedge[z\le 0] \end{cases}$$

Для побудови похилих свердловин запишемо наступні формули:

$$x_i(z)=\begin{cases} x_{ii}, -H\le z\le 0 \\ x_{ii}+\left(R-R\cos\left(\arcsin\left(\dfrac{z+H}{R}\right)\right)\right)\cos(\beta), -H_1\le z\le -H \\ x_{ii}+\left(R-R\cos\left(\arcsin\left(\dfrac{-H_1+H}{R}\right)\right)\right)\cos(\beta)+\dfrac{(z+H_1)(-H_1+H)}{\sqrt{1-\left(\dfrac{-H_1+H}{R}\right)^2}}\dfrac{\cos\beta}{R}, -H_2\le z\le -H_1 \end{cases}$$

$$y_i(z)=\begin{cases} y_{ii}, -H\le z\le 0 \\ y_{ii}+\left(R-R\cos\left(\arcsin\left(\dfrac{z+H}{R}\right)\right)\right)\sin(\beta), -H_1\le z\le -H \\ y_{ii}+\left(R-R\cos\left(\arcsin\left(\dfrac{-H_1+H}{R}\right)\right)\right)\sin(\beta)+\dfrac{(z+H_1)(-H_1+H)}{\sqrt{1-\left(\dfrac{-H_1+H}{R}\right)^2}}\dfrac{\sin\beta}{R}, -H_2\le z\le -H_1 \end{cases}.$$

Наведемо нижче зображення функцій $x_i(z)$, $y_i(z)$, $i=\overline{1,3}$, які побудовані за допомогою системи комп’ютерної математики MathCad (див. рис. 5), які ілюструють вигляд одного з чотирьох отриманих типів похилих свердловин.

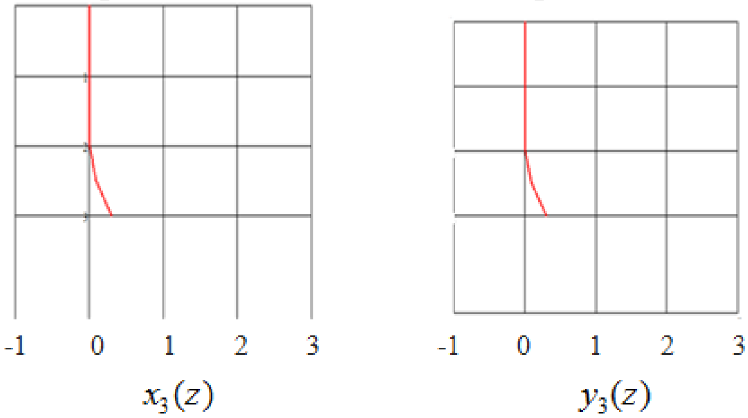

Рисунок 5 – Зображення функцій $x_i(z)$, $y_i(z)$

Наближуваний оператор сплайн-інтерлінації має наступне аналітичне подання в кожній області $T_\mu(z)\times[-H,0]$, (H – глибина свердловини):

$$O(x,y,z)=\frac{\Delta1(x,y,z)}{\Delta(z)}\gamma1(z)+\frac{\Delta2(x,y,z)}{\Delta(z)}\gamma2(z)+\frac{\Delta3(x,y,z)}{\Delta(z)}\gamma3(z)\ .$$

Для обчислення значення $O(x,y,z)$ використаємо допоміжні функції у вигляді

$$\gamma1(z)=f\left(x1(z),y1(z),z\right),$$
$$\gamma2(z)=f\left(x2(z),y2(z),z\right),$$
$$\gamma3(z)=f\left(x3(z),y3(z),z\right).$$

$$\Delta(z)=\left|\Delta(z)\right|=\begin{pmatrix} x1(z) & y1(z) & 1 \\ x2(z) & y2(z) & 1 \\ x3(z) & y3(z) & 1 \end{pmatrix},\qquad \Delta(0,1)=0,5,$$

$$\Delta1(x,y,z)=\left|\Delta1(x,y,z)\right|=\begin{pmatrix} x & y & z \\ x2(z) & y2(z) & 1 \\ x3(z) & y3(z) & 1 \end{pmatrix},\qquad \Delta1(0.1,0.2,0.3)=0,05,$$

$$\Delta2(x,y,z)=\left|\Delta2(x,y,z)\right|=\begin{pmatrix} x1(z) & y1(z) & 1 \\ x & y & z \\ x3(z) & y3(z) & 1 \end{pmatrix},\qquad \Delta2(0.1,0.2,0.3)=-0.15,$$

$$\Delta3(x,y,z)=\left|\Delta3(x,y,z)\right|=\begin{pmatrix} x1(z) & y1(z) & 1 \\ x2(z) & y2(z) & 1 \\ x & y & z \end{pmatrix},\qquad \Delta3(0.1,0.2,0.3)=0.25.$$

$O(-0.1,0.2,0.3)=1{,}136$, $f(-0.1,0.2,0.3)=1.217$.

Порівнюючи наближену функцію з її точним значенням, одержуємо малу похибку наближення функції $f(x,y,z)$ кусково-лінійними за змінними x,y сплайн-інтерлінантами.

У якості прикладу практичного використання отриманих результатів розглянемо процес створення повної моделі родовища і оцінки його запасів.

Уся ця інформація вводиться з максимально достовірних джерел, зазвичай безпосередньо на підприємстві, де завжди легко отримати дані, яких не вистачає, або необхідне роз'яснення з незрозумілих питань. Бажано, щоб в цій роботі брали участь геологи, обізнані стосовно родовища. Це значно скорочує час роботи, полегшує пошук необхідних даних і їх сортування.

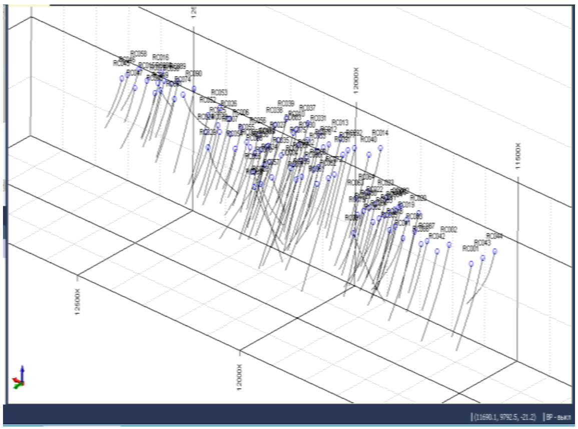

Рисунок 6 – Побудова свердловин по даним розвідки

Розглянемо множину точок $\Gamma_k = \left(x_k(z), y_k(z), z\right),\ k = \overline{1, M}$, що належить опуклій оболонці D (див. рис. 6). Область D – це циліндрична область опуклої оболонки свердловин. Розіб'ємо D на трикутники. Для довільного трикутника при заданих вершинах побудуємо нескінченну область D_{ijk}, яка буде трикутником з заданими вершинами при кожному значенні змінної z:

$$D_i\left(x_i(z), y_i(z), z\right); D_j\left(x_j(z), y_j(z), z\right); D_k\left(x_k(z), y_k(z), z\right);$$
$$i \neq j \neq k;\ \ i, j, k \in \{1, 2, ..., M\}.$$

Область D_{ijk} буде паралельною осі Oz і мати форму трикутної призми.

Для обчислення запасів корисних копалин на основі даних з кернів свердловинного буріння вважаємо, що у свердловинах області D_{ijk} нам задані числа:

– глибини точок у свердловинах, які відповідають верхній точці залягання пласта корисної копалини (див. рис. 7)

$$z_{\max}(\mathrm{x}, y) = \max\{z_{1\max}(x, y), z_{2\max}(x, y), ..., z_{M\max}(x, y)\}$$

– глибини точок у свердловинах, які відповідають нижній точці залягання пласта корисної копалини (див. рис. 8)

$$z_{\min}(x, y) =$$
$$= \min\{z_{1\min}(x, y), z_{2\min}(x, y), ..., z_{M\min}(x, y)\},$$

отримані шляхом аналізу вмісту кернів свердловинного буріння.

Щільність корисної копалини в i-й свердловині буде задана у вигляді

$$\rho_i(z) = \begin{cases} 0, z \geq z_{i\max}; \\ \rho, z_{i\min} \leq z \leq z_{i\max}; \\ 0, z \leq z_{i\min}. \end{cases}$$

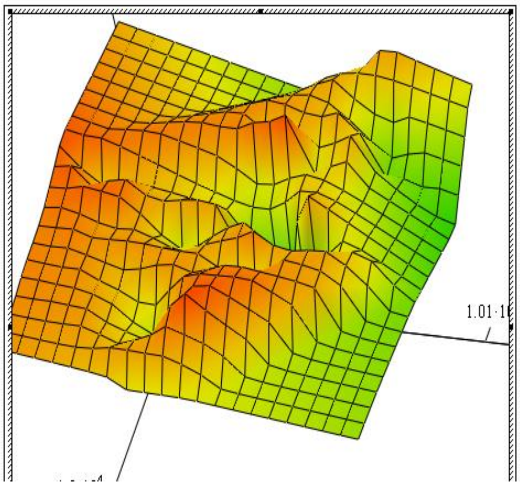

Рисунок 7 – Верхній шар залягання однієї з корисних копалин

Тоді оцінку об’єму запасів корисних копалин можна обчислити за формулою

$$V_j = \iint\limits_D \left\{ \int\limits_{z_{\min}(x,y)}^{z_{\max}(x,y)} \rho_j(x,y,z)dz \right\} dxdy ,$$

де $f\left(x,y,z\right)$ – всюди визначена в області D_{ijk} функція;

$\rho_i\left(z\right)$ – щільність корисної копалини.

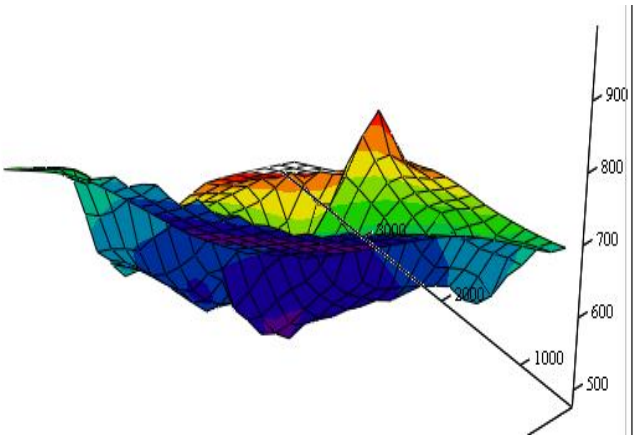

Рисунок 8 – Нижній шар залягання однієї з корисних копалин

ВИСНОВКИ

В результаті проведеного в дисертаційній роботі дослідження вирішено наукову задачу побудови математичних моделей відновлення розподілу щільності сукупності корисних копалин як тривимірної функції методами інтерлінації функцій трьох змінних на системі неперетинних просторових кривих.

У процесі вирішення поставлених завдань побудови математичних моделей просторового розподілу сукупності корисних копалин та оцінки об’єму корисних копалин було отримано ряд нових наукових і практичних результатів.

1. Виконано аналіз сучасного стану проблеми розподілу сукупності корисних копалин, у результаті якого встановлено: на даний час не існує аналітичних методів побудови тривимірних математичних моделей відновлення розподілу корисних копалин між системою просторових неперетинних свердловин; з’ясовано, що розміщення просторових кривих є нерегулярним, тобто їх координати не мають явного аналітичного зв’язку.

2. На основі методів інтерлінації функцій для системи прямих, що описують вертикальні свердловини, набули подальшого розвитку методи відновлення функції трьох змінних між системою заданих ліній, що описують систему похилих свердловин різного типу методами поліноміальної, глобальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних. Їх використання дозволить отримувати більш точні результати відновлення відповідних шарів корисних копалин.

3. Вперше побудовано математичну модель просторового розподілу щільності об’єктів, заданих своїми слідами лише у заданій системі просторових кривих, кожна з яких лежить у відповідній вертикальній площині, і які не перетинаються одна з одною. Розроблені модифікації методу дозволяють на основі інформації про наявність об’єкту відновлювати відповідний шар тієї чи іншої корисної копалини.

4. Уперше розроблено математичні моделі та запропоновано загальний метод просторового відновлення в кожній точці між заданою системою неперетинних просторових кривих скінченої множини функцій або їх сполук та інтерлінації функцій трьох змінних. Використання матричної математичної моделі просторового

розподілу заданої сукупності компонентів, отриманих шляхом аналізу, дозволяє значно приблизитись до загальної моделі розподілу досліджуваних об’єктів.

5. На основі теоретичних даних розроблено метод оцінки запасів корисних копалин як практичне застосування отриманих результатів на основі запропонованих математичних моделей їх розподілу.

6. Проведено теоретичне порівняння методів інтерлінації матричних функцій. Ефективність запропонованих моделей перевірено за допомогою обчислювального експерименту на основі створених дисертантом програм, які реалізують вказані вище методи побудови математичних моделей.

7. Практичне використання отриманих результатів дозволяє за рахунок вибору найбільш ефективного з розроблених методів відновлення сукупності корисних копалин отримувати більш точні результати відновлення відповідних шарів корисних копалин. Практичне значення результатів підтверджується їх впровадженням. Розроблені в дисертаційній роботі математичні моделі та методи відновлення розподілу щільності сукупності корисних копалин впроваджені: у держбюджетній науково-дослідні роботі, що виконувалася в рамках плану науково-дослідної роботи кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії; в навчальному процесі при підготовці студентів та магістрів, що навчаються за спеціальністю «Нафтогазова справа» Української інженерно-педагогічної академії.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами сплайн-інтерлінації функцій // Проблеми машинобудування. 2013. Том 16. Вип. 1. С. 61-67.

2. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами глобальної інтерлінації функцій // Проблеми машинобудування. 2013. Том 16. Вип. 4. С. 39-48.

3. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин за допомогою поліноміальних інтерлінантів на системі похилих свердловин // Проблеми машинобудування. 2014. Том 17. Вип. 2. С. 33-39.

4. Литвин О.О., Коваль Ф.Ф., Чорна О.С. Математичне моделювання тривимірного розподілу корисних копалин за данними про них в системі похилих свердловин // Бионика интеллекта. 2014. № 2(83). С. 83-87.

5. Черная Е.С. Вычислительная реализация метода восстановления 3D распределения полезных ископаемых между наклонными скважинами с использованием линейной сплай-интерлинации // Научные ведомости Белгородского государственного университета. 2015. Вып. 39. №11(208). С. 167-172.

6. Литвин О.М., Литвин О.О., Коваль Ф.Ф., Чорна О.С. Математична модель просторового розподілу вмісту деякої сукупності корисних копалин в корі за даними з кернів свердловин методом інтерлінації функцій // Вісник НТУ «ХПІ».

Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. 2016. № 6(1178). С. 46-50.

7. Литвин О.М., Литвин О.О., Чорна О.С. Математична модель просторового розподілу сукупності корисних копалин методами інтерлінації матриць-функцій // Бионика интеллекта. 2017. № 2(89). С. 37-42.

8. Литвин О.М., Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами з використанням сплайн-інтерлінації функцій лінійних за змінними X та Y // Інформатика та системні науки (ІСН-2011): матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2011. С. 163-166.

9. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами методом поліноміальної інтерлінації функції // Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXVII): праці міжнародної молодіжної математичної школи. Київ: Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2011. С. 94-95.

10. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами з використанням сплайн-інтерлінації функції лінійних за змінними x та y // Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXVII): праці міжнародної молодіжної математичної школи. Київ: Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2011. С. 93.

11. Литвин О.М., Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами з використанням сплайн-інтерлінації функцій лінійних за змінними X та Y: тези доповідей. Харків: УІПА, 2011. С. 12-13.

12. Литвин О.М., Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математична модель просторового розподілу корисних копалин кори землі за допомогою даних з кернів свердловин та інформації про розподіл на поверхні // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2012. С. 179-181.

13. Литвин О.О., Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання 3D розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами глобальної інтерлінації функцій // Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2013. С. 192-195.

14. Литвин О.М., Литвин О.О., Чорна О.С. Про побудову операторів інтерлінації функцій трьох змінних між системою кривих у просторі та її застосування при розвідці корисних копалин з використанням похилих свердловин// Питання оптимізації обчислень (ПОО-XL): матеріали ї конференції. Київ: Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2013. С. 148-149.

15. Черная Е.С. Методы построения математических моделей распределения полезных ископаемых на системе наклонных скважин. Innovative Information Technologies: Materials of the International Scientific and Practical Conference. Part 2. M.:MIEM NRU HSE, 2013, P. 444-450.

16. Чорна О.С. Обчислювальна реалізація методу відновлення 3D розподілу корисних копалин між похилими свердловинами з використанням лінійної сплайн-

інтерлінації // Інформатика та системні науки (ІСН-2014) : матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2014. С.315-319.

17. Lytvyn O.O., Shtepa N.I., Denisova O.I., Chorna O.S. Internal Earth structure renewal by means of core in inclined boreholes analysis. Innovative Information Technologies: Materials of the International Scientific and Practical Conference. M.:MIEM NRU HSE, 2014, P. 655-663.

18. Литвин О.О., Чорна О.С. Інтерлінація функцій в математичному моделюванні просторового розподілу деякої сукупності корисних копалин // Інформатика та системні науки (ІСН-2016): матеріали конференції. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2016. С. 189-193.

АНОТАЦІЯ

Чорна О.С. Математичне моделювання просторового розподілу сукупності корисних копалин методами інтерлінації матриць-функцій. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання і обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки України, Харків, 2019.

У дисертаційній роботі запропоновано рішення актуальної науково-практичної задачі розробки математичної моделі просторового розподілу сукупності корисних копалин методами інтерлінації матриць функцій.

В роботі розроблені і досліджені методи відновлення матричної функції від трьох змінних між заданою системою ліній, які описують задану систему свердловин; з цього методу як частинний випадок випливає метод відновлення функції трьох змінних між системою заданих ліній, що описують систему свердловин методами поліноміальної, глобальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних.

Сформульовані і доведені теореми про те, що оператори інтерлінації матричних функцій трьох змінних мають сліди цієї матричної функції в точках кожної із заданих лінії.

У роботі проведено теоретичне порівняння методів інтерлінації матричних функцій, і вироблені рекомендації про те, які допоміжні функції в операторах матричних функцій краще використовувати. Ефективність запропонованих моделей перевірено за допомогою обчислювального експерименту на основі створених дисертантом програм, які реалізують вказані вище методи побудови математичних моделей.

Запропоновано подальший розвиток методів відновлення функції трьох змінних між системою заданих ліній, що описують систему похилих свердловин методами поліноміальної, глобальної та сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних.

У роботі проведено обчислення запасів корисних копалин за даними з кернів похилих свердловин.

Ключові слова: математичне моделювання, просторовий розподіл, методи інтерлінації, матриці-функції, сукупність корисних копалин, похилі свердловини,

функції від трьох змінних.

АННОТАЦИЯ

Черная Е.С. Математическое моделирование пространственного распределения совокупности полезных ископаемых методами интерлинации матриц-функций. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы». – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Министерство образования и науки Украины, Харьков, 2019.

В диссертационной работе предложено решение актуальной научно-практической задачи разработки математической модели пространственного распределения совокупности полезных ископаемых методами интерлинации матриц-функций.

В работе разработаны и исследованы методы восстановления матричной функции от трех переменных между заданной системой линий, которые описывают заданную систему скважин; с этого метода как частный случай следует метод восстановления функции трех переменных между системой заданных линий, описывающих систему скважин методами полиномиальной, глобальной и сплайн-интерлинации функций трех переменных.

Сформулированы и доказаны теоремы о том, что операторы интерлинации матричных функций трех переменных имеют следы этой матричной функции в точках каждой из заданных линии.

В работе проведено теоретическое сравнение методов интерлинации матричных функций, и выработаны рекомендации о том, какие вспомогательные функции в операторах матричных функций лучше использовать. Эффективность предложенных моделей проверено с помощью вычислительного эксперимента на основе созданных диссертантом программ, реализующих указанные выше методы построения математических моделей.

Предложено дальнейшее развития методов восстановления функции трех переменных между системой заданных линий, описывающих систему наклонных скважин методами полиномиальной, глобальной и сплайн-интерлинации функций трех переменных.

В работе проведено вычисление запасов полезных ископаемых по данным из кернов наклонных скважин.

Ключевые слова: математическое моделирование, пространственное распределение, методы интерлинации, матрицы-функции, совокупность полезных ископаемых, наклонные скважины, функции от трех переменных.

ABSTRACT

Chorna O.S. Mathematical modeling of spatial distribution of aggregate of minerals by methods of internation of matrix-functions. – The manuscripts.

The dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences

on the specialty 01.05.02 – мathematical modeling and computational methods». – Kharkiv National University of Radio Electronics, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2019.

In dissertation work the decision of the actual scientific and practical task of development of a mathematical model of spatial distribution of mineral resources by methods of interming of matrices of functions is proposed.

In this work, methods for the restoration of a matrix function from 3 variables between a given system of lines that describe a given well system are developed and investigated; From this method, as a partial case, follows the method of restoring the function of 3 variables between the system of given lines describing the well system using polynomial, global, and spline-interlination functions of 3 variables.

The research methods are based on the use of the theory of functional analysis (for the study and development of methods for assessing mineral reserves), computational mathematics (for obtaining the form of basis polynomials (or splines) on the system of spatial noncontinuous curves), the theory of approximation of the functions of several variables using the interpolation of functions (for the construction of mathematical models for restoring the distribution of the density of the investigated object according to the data of the spatial curves). The basis of the numerical implementation is the interlination of the functions of 3 variables using the data of the system of spatial non-intersecting curves in vertical planes; SCM MathCad 15 when testing the developed algorithms.

According to the data from the cores of the types of inclined wells considered, the mathematical models of the spatial distribution of the density of the investigated object between the system of evenly spaced non-crosswise curves (inclined wells) were constructed using polynomial and spline interpolation of an unknown function of 3 variables.

The placement of spatial curves is irregular, that is, their coordinates have no explicit analytical connection. As you know, in this case the task of constructing an interpolation polynomial may not have the only solution. Therefore, mathematical models of restoration of the distribution of the density of the investigated object between the system of spatial noncontinuous curves by methods of the interlination of functions of three variables, which have high accuracy and the probability of using data for each spatial curve, depending on the depth, for uniformly and unevenly spaced non-intersecting spaces are constructed and investigated.

Formulated and proved theorems that the operators of the interlination of matrix functions of 3 variables have traces of this matrix function at the points of each given line.

In the paper, the theoretical comparison of the methods of interlacing matrix functions is carried out, and recommendations are made on which auxiliary functions in matrix functions operators are better to use.

Further development of the methods of restoring the function of 3 variables between the system of predetermined lines describing the system of inclined wells by the methods of polynomial, global and spline-interlination of functions of 3 variables is proposed.

Based on the mathematical models of mineral resources proposed in the dissertation, the method of estimating mineral reserves according to the data from the cores of inclined wells has been improved.

The mathematical models of the spatial distribution of the density of the investigated object between the system of non-intersecting spatial curves with the help of the interlinations of functions using fractional-rational auxiliary functions are constructed in the work; mathematical models of the spatial distribution of the density of the investigated object by means of the interlining of functions of 3 variables between non-intersecting curves unevenly spaced in space with the use of generalized global interpolation formulas D. Shepard; mathematical models of the spatial distribution of the density of the investigated object are constructed by means of the interlination of functions of 3 variables between non-intersecting curves unevenly spaced in space with the use of generalized global interpolation formulas O. M. Lytvyn. An analysis of the constructed mathematical models showed the necessity of constructing a mathematical model of the spatial distribution of minerals in terms of the methods of interlacing matrix-functions, each component of which depends on three variables on the system of curves.

An analysis of the constructed mathematical models showed the necessity of constructing a mathematical model of the spatial distribution of minerals in terms of the methods of interlacing matrix-functions, each component of which depends on three variables on the system of curves.

The interlacing operator proposed in the dissertation can calculate the value of a function from three variables between curves if the information about the function is given by the traces in these curves. In this case, if the distribution is determined by a continuous function, which is a polynomial of degree for variables and for each, then the interlocation operator will definitely restore such a function.

The scientific results of the dissertation work are the further development of the methods of interlinational functions. The practical significance of the obtained theoretical results of the dissertation work is confirmed by the application of the theory of interlination of functions of 3 variables to the solution of the problems of restoring the spatial distribution of the density of objects between the system of spatial curves in vertical planes.

The mathematical models and methods of working out the tasks of restoration of the density distribution of the aggregate of minerals as trivial functions of the methods of the interpolation of the functions of the three variables into the system of invincible spatial criminal permissions are developed. The modified modifications of methods allow, based on information about the presence of objects, to restore the corresponding layer or other minerals. The practical significance of the results of confirmation of their implementation.

Keywords: mathematical modeling, spatial distribution, methods of interlination, matrix-function, aggregate of minerals, inclined wells, functions of three variables.

Підписано до друку 12.06.2018 р.
Формат 60*90/16 Умов. друк. арк. 0,9. Наклад 100 прим. Зам. № 212155
Друкарня «Алладин-Принт»
61023, м. Харків, вул. Сумська, 4, оф. 8
Тел.: (057)7170999 http://alladin-print.ua
Свідоцтво про державну реєстрацію В00 № 966600 від 28.03.2003 р.