

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ВАЛІД АХМЕД МАХМУД АЛЬРЕФАІ

Підпис

УДК 519.87

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ
АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ СТАЛОГО РОЗВИТКУ НЕЛІНІЙНИХ
ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З КОНКУРЕНТНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Харківському національному університеті радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: кандидат технічних наук, доцент
Наумейко Ігор Володимирович,
доцент кафедри прикладної математики,
Харківський національний університет радіоелектроніки.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Данилов Валерій Якович,
професор кафедри математичних методів системного аналізу, Навчальний-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ»;

доктор технічних наук, професор
Саваневич Вадим Євгенович,
професор кафедри інформаційних управляючих систем та технологій, ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

Захист відбудеться « 18 » жовтня 2016 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

Автореферат розісланий « 12 » вересня 2016 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Підпис

Л. В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Процес розвитку технічних, економічних і соціальних систем призводить до ускладнення взаємозв'язків, як всередині цих систем, так і їх взаємодії між собою і навколишнім середовищем, що зажадало уточнення математичних моделей з урахуванням фактичної нелінійності більшості об'єктів. Цей процес наприкінці ХХ століття призвів до виникнення наукової проблеми дослідження нелінійної динаміки систем з «конкурентною взаємодією», яка виникла як узагальнення поняття «зворотного зв'язку» в процесі ускладнення структури об'єктів і моделей систем, нелінійність яких є істотною властивістю їх динаміки. Нова наукова проблема дослідження умов «сталого розвитку» в техніці, економіці та суспільстві з'явилася порівняно недавно в зв'язку із загальною кризою початку нашого століття, коли динаміка детермінованих систем зазнає коливання близькі до хаотичних. Виявилось, що подібні коливання виникають як в технічних системах, так і в економічних, соціальних та навіть у технічній фізиці [9]. Наукові дослідження в області моделювання і управління лінійними динамічними системами, в основному, були завершені роботами Болтянського В. Г., Гамклерідзе Р. В. та інших послідовників школи Понтрягіна Л. С. Однак в процесі застосування навіть лінійних динамічних моделей виник ряд проблем технічного та обчислювального характеру, пов'язаних з багатовимірністю систем і можливістю їх хаотичної динаміки. Ця проблема стала ще більш актуальною при аналізі взаємодії істотно нелінійних систем. Моделювання нелінійних об'єктів, динаміка яких не може бути адекватно описана в лінійному наближенні, сходять до робіт Вишеградського І. А. – для механічних систем і Андропова А. А. – для систем електро- і радіотехніки. На той час вже існували розвинені Пуанкаре А., Понтрягіним Л. С., Петровським І. Г. і Хопром Х. необхідні математичні методи.

У даний час дослідження істотно нелінійних взаємопов'язаних динамічних систем, що допускають хаотичну динаміку та здійснюються в рамках синергетичного підходу.

«Сталий розвиток» взаємопов'язаних динамічних систем є відносно новим поняттям і не передбачає задоволення класичних визначень стійкості динамічних систем за Ляпуновим. Це пов'язано з тим, що при моделюванні динаміки взаємопов'язаних систем інтервал моделювання скінчений. Крім того, в технічних системах існують жорсткі обмеження на амплітуди коливання змінних стану системи.

З поняттям сталого розвитку тісно пов'язана проблема дослідження умов стійкого зростання, стагнації, циклічної нестійкості або хаосу у взаємозалежних нелінійних динамічних моделях об'єктів різної природи.

Також для будь-яких нелінійних взаємопов'язаних динамічних систем

характерна конкуренція або за ресурс, або за вплив на вихідні характеристики системи. Конкурентні та кооперативні (солідарні) процеси характерні для таких областей техніки, як системи енергопостачання, захисту і відновлення, і технічного обслуговування міського господарства. Вони також відомі в економіці, біології, екології, психології, військовій справі, логістиці, дослідженні операцій і багатокритеріальній оптимізації. Тому модельне поняття «актор» (*actor* – виробляє дію) може бути як «технічною підсистемою», наприклад насосним або газоперекачувальним агрегатом, так і «біологічним видом», «підприємством», або мати інший сенс і прикладний зміст. У всіх цих системах і їх математичних моделях, незалежно від предметної області і фізичного змісту об'єктів, їх загальними властивостями є багатозв'язність, гладкість, нелінійність і замкнутість. Різні моделі конкуренції раніше досліджувалися в роботах Анрі Пуанкаре і Віто Вольтерра. Всі вони описували порівняно прості технічні об'єкти та екологічні системи. У даній роботі поставлені і вирішені деякі часткові задачі з даної проблематики, отже вона є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконувалася відповідно до плану науково-дослідних робіт Харківського національного університету радіоелектроніки та наказом Міністерства освіти і науки України в рамках держбюджетної теми № 293 «Розробка методології і математичних моделей соціально-економічних систем при реалізації їх стійкого розвитку» розділ №293-4 «Розробка математичних моделей і методів управління стійким розвитком ЖКГ міста» (№ ДР 0115U001522), в якій дисертант був одним із співвиконавців. Модель взаємин власників житлового фонду та обслуговуючої компанії-монополіста з розділу 3 дисертаційної роботи є складовою частиною проведених по цій темі досліджень.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є виділення та дослідження нового класу математичних моделей взаємопов'язаних нелінійних динамічних систем, що включає в себе як відомі моделі, так і багатозв'язні динамічні моделі з різними типами збурень правої частини, характерними ознаками яких є нелінійна конкурентна або солідарна взаємодія підсистем.

Досягнення поставленої мети вимагає дослідження поведінки різних підкласів динамічних моделей з розглянутого класу, безвідносно до фізичної природи їх об'єктів, і розв'язання наступних задач:

- модифікувати або розробити нову структурно стійку, тобто «м'яку», нелінійну динамічну модель взаємодії акторів у виділеному класі багатозв'язних моделей;

- дослідити в розширеному просторі станів і параметрів області хаотичної поведінки лінійних і нелінійних моделей з даного класу;

- модифікувати чисельний метод виявлення областей параметрів

розглянутих моделей, що відповідають за сталий розвиток, стагнацію або хаос в даному класі систем;

– дослідити розширений фазовий простір нелінійних динамічних моделей з періодично збуреною правою частиною системи диференціальних рівнянь з метою визначення умов:

- а) стійкого зростання змінних стану системи;
- б) хаотичної динаміки, яку слід уникати.

Об'єктом дослідження є процеси сталого розвитку в багатозв'язних нелінійних динамічних системах з конкурентною взаємодією.

Предметом дослідження є багатозв'язні нелінійні динамічні моделі сталого розвитку та конкурентної взаємодії.

Методи дослідження. При виконанні дисертаційної роботи для вибору класу і побудови математичних моделей використані методи системного аналізу; для дослідження динаміки моделей систем були використані методи якісної теорії диференціальних рівнянь; для отримання фазових портретів були модифіковані аналітичний і чисельний методи розв'язання лінійних і нелінійних систем звичайних диференціальних рівнянь і метод аналізу їх стійкості, необхідні для досягнення стійкого зростання досліджуваних систем і уникнення їх хаотичної динаміки.

Наукова новизна отриманих результатів. У процесі вирішення поставлених завдань автором обґрунтований вибір класу математичних моделей конкурентної і солідарної взаємодії, в рамках якого розроблені або модифіковані та досліджені моделі замкнених систем, а також моделі систем з детермінованим періодичним зовнішнім впливом. Розроблено методи їх аналізу для розв'язання задач сталого зростання досліджуваних систем і уникнення їх хаотичної динаміки.

В роботі:

– уперше для виділеного класу нелінійних динамічних моделей з конкурентною взаємодією в розширеному фазовому просторі отримані і досліджені умови існування стаціонарних множин тороподібного типу та хаотичних атракторів, визначені фактори, відповідальні за появу квазі-хаотичних режимів в дослідженому класі конкурентних моделей функціонування систем, що призводять до катастроф;

– уперше запропоновано феноменологічні моделі динаміки взаємодії при паралельному вмиканні насосних агрегатів насосної станції, що відрізняються від відомих урахуванням їх нелінійних зв'язків, що дозволяє адекватно описати їх взаємодії при переході між двома стаціонарними станами, і використання яких дозволяє отримати бажану характеристику перехідного процесу;

– отримали подальший розвиток математичні моделі конкуруючих систем декількох акторів, які відрізняються від відомих тим, що включають дві множини (солідарних і антагоністичних) акторів. Досліджено їх динаміку, що

дозволило визначити ступінь стійкості та швидкість зростання підсистем при різних типах і параметрах інтенсивності їх конкуренції;

– удосконалено метод чисельного аналізу хаотичної динаміки моделі при близькому до резонансного періодичному зовнішньому впливі, який дозволив дослідити умови появи та отримати наочне зображення в розширеному фазовому просторі або його проекціях для хаотичного атратора.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що розроблені методи можуть бути використані з метою оцінювання станів і параметрів технічних систем, які призводять до стійкого зростання системи, або навпаки – до її небажаної квазі-хаотичної динаміці, для чого:

– отримані розрахункові формули динаміки моделей систем, що складаються як з конкуруючих, так і солідарних підсистем, що дозволило аналітично досліджувати явні залежності фазових портретів від біфуркаційних параметрів;

– розширена сфера застосування методу фазового простору на практично важливий клас неавтономних систем із збуренням швидкості зміни акторів.

Результати роботи використані при виконанні держбюджетної тематики, а також впроваджені в навчальний процес в курсах «Імітаційне моделювання», «Теорія катастроф» та «Синергетичні методи в економіці» (додаток Г дисертації).

Особистий внесок здобувача. Всі результати дисертаційної роботи отримані особисто дисертантом та опубліковано в роботах [1 – 15]. Всі положення, що виносяться на захист, отримані здобувачем особисто. Матеріали, які складають основу дисертаційної роботи, опубліковані в роботах [5–7, 9, 11–13], виконаних одноосібно, а також в роботах [1–3, 8, 10, 14, 15], виконаних у співавторстві з науковим керівником. В роботах [1, 2] здобувачем вдосконалена математична модель конкуруючих систем з декількох акторів, яка відрізняється тим, що включає акторів двох типів. Досліджено її динаміку, що дозволило визначити ступінь стійкості та швидкість зростання підсистем при різних типах і параметрах інтенсивності конкуренції. В роботах [3, 8, 10] здобувачем запропонований клас динамічних моделей для опису конкурентних процесів в технічних системах, використання яких дозволить надалі ефективно управляти цими процесами. В роботах [4, 14, 15] здобувачем удосконалено метод моделювання хаотичної динаміки при близькому до резонансного періодичному зовнішньому впливі, розширена сфера застосування методу фазового простору на практично важливий клас неавтономних систем із збуренням швидкості росту акторів.

Апробація результатів дисертації. Наукові результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наукових семінарах кафедри прикладної математики ХНУРЕ, а також на шести міжнародних конференціях, в тому числі:

– 17-й Міжнародний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті» (м. Харків, 2013 р.);

– 18-й Міжнародний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті» (м. Харків, 2014 р.);

– Міжнародний форум (Міжнародний науковий конгрес) «Енергозбереження і інформаційні технології» ICT (м. Харків, 2013 р.);

– Міжнародна науково-технічна конференція «Aktualne problemy Nowoczesnych nauk» (м. Пшемишль, 2014 р.);

– Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи і технології» (м. Харків, 2014, 2015 рр.). Всі виступи – за темою дисертації.

Публікації. Основні положення дисертації знайшли своє відображення в 15 наукових роботах. З них 9 статей опубліковані в журналах, які реферуються та включені до іноземних та міжнародних наукометричних баз, репозитарів та пошукових систем, таких як Ulrich's Periodicals Directory, DRIVER, Bielefeld Academic Search Engine (BASE), Index Copernicus (Польща), WorldCat, РИНЦ (Росія) та ін., а також до електронних бібліотек (повний список – на сайтах журналів). У тому числі 7 є спеціалізованими виданнями, що включені до переліку МОН України. У збірниках опубліковані тези доповідей на 6 міжнародних наукових конференціях [10 – 15].

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та додатків. Загальний обсяг роботи складає 162 сторінки, в тому числі 128 сторінок основного тексту. Дисертація містить 86 ілюстрацію, перелік використаних джерел з 119 найменувань на 12 сторінках, 4 додатки на 21 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми, формулюються мета та завдання дослідження, стисло викладено зміст дисертації та її основні положення, виділено їх новизну і практичну цінність.

У першому розділі описано основні принципи та математичні моделі для задач і методів опису кооперативної і конкурентної взаємодії акторів у галузях техніки, економіки і екології. Проведено аналіз літературних джерел. Обрано клас об'єктів та їх моделей для дослідження в дисертаційній роботі (рис. 1).

Для побудови моделей проведено системний аналіз, зокрема систем енергопостачання, що взаємодіють (модель I), та системний аналіз проблеми моделювання конкуренції за ресурс в технічних системах (модель II).

У транспортній мережі (водопостачання та нафтопроводів) розглядаються динамічні моделі насосних станцій у вигляді систем нелінійних диференціальних рівнянь з зосередженими параметрами. Пропонована тут феноменологічна модель може бути отримана із загальних рівнянь в частинних похідних

першого порядку для масової витрати, тиску і температури цільового продукту шляхом обліку тільки зосереджених параметрів. Як конкретну технічну систему розглянуто динаміку взаємодії двох (або більше) насосних агрегатів при їх паралельному включенні в складі насосної станції.

Показано, що процес взаємодії насосних агрегатів в системах водопостачання є конкурентним, та може бути описаний моделями I та II.

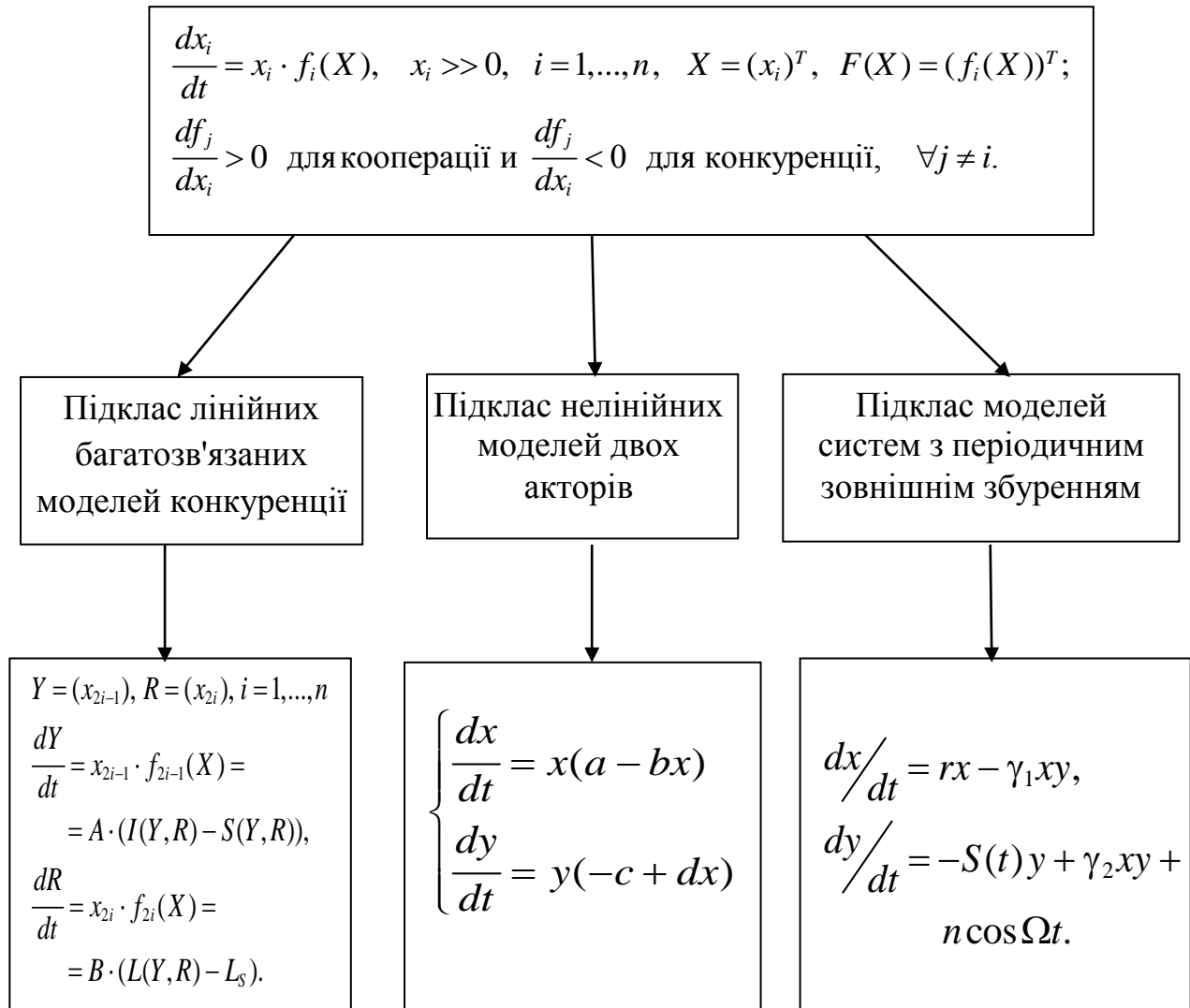


Рисунок 1 – Структуризація класу моделей

У всіх розглянутих моделях, незалежно від предметної галузі і фізичного змісту, є наступні загальні властивості:

а) зв'язність (наявність попарних або більш складних взаємодій «популяцій», які можуть мати характер як позитивних, так і негативних зворотних зв'язків);

б) гладкість дозволяє використовувати для опису системи диференціальних рівнянь;

в) замкнутість (одна з основних властивостей системи, що зазвичай забезпечується шляхом створення підсистеми «навколишнє середовище»);

г) нелінійність визначальна для складної динаміки, навіть для мало-розмірних систем (лінеаризація – розв'язання систем у варіаціях – дозволяє лише трохи спростити ситуацію).

Основні результати цього розділу опубліковані в [2, 3, 7, 10, 14].

У другому розділі запропоновано модель конкуренції в технічних та економічних системах мультиагентного типу.

Складність поведінки таких систем перевищує поріг, до якого будується точна математична теорія. Тому не дивно, що якихось універсальних методів побудови таких математичних моделей не існує. Можна говорити лише про деякі загальні принципи та вимоги до таких моделей. Основні з них:

- адекватність (відповідність моделі своєму оригіналу);
- об'єктивність (відповідність наукових висновків реальним умовам);
- простота (незасміченість моделі другорядними факторами);
- чутливість (здатність моделі реагувати на зміни початкових параметрів);
- стійкість (малому збуренню вихідних параметрів має відповідати мала зміна розв'язку задачі);
- універсальність (широта області застосування).

Формалізація задачі проводиться поряд з прийняттям деяких попередніх умов, припущень, обмежень. Нижче розглянуто одну з таких моделей на основі розвитку базової моделі – модифіковану математичну модель, що описує конкурентні процеси між двох акторів з інтенсивностями x та y , яка має такий вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a - bx), \\ \frac{dy}{dt} = y(-c + dx), \end{cases}$$

де a, b, c, d – параметри системи, у першому наближенні, постійні за часом, що визначають швидкості зростання та взаємодії акторів.

Отриману модифікацію моделі Вольтерра називатимемо моделлю «виробник – споживач (або посередник)». Також вона описує взаємодію системи та її підсистеми, що відповідає за технічну безпеку та відновлення у разі аварії, і взаємини в житло-комунальному господарстві (ЖКГ) між власником та керуючою компанією. Пропонована модель відрізняється від базової моделі структурою першого рівняння. Розглянуто також випадок, коли додається ще один виробник – z і третє рівняння, аналогічне за змістом

першому, відповідно з параметрами f, g .

На рис. 2 відображена залежність прибутку посередника (ордината) від першого виробника (абсциса).

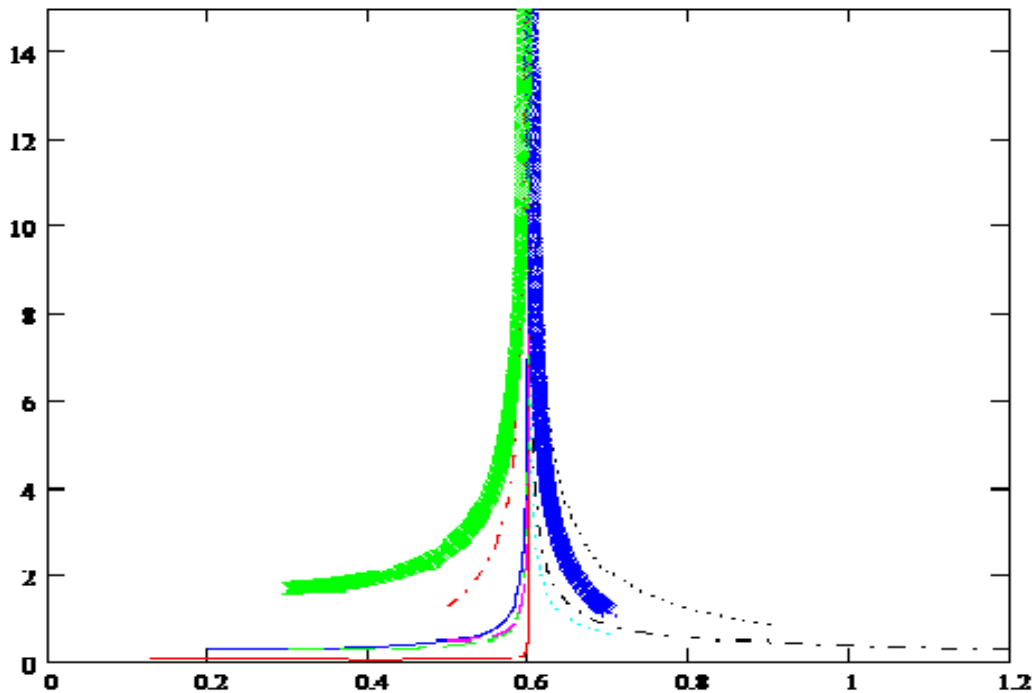


Рисунок 2 – Залежність прибутку посередника від прибутку першого виробника при різних початкових умовах і параметрах $a = 0.3, b = 0.5, c = 0.3, d = 0.4, e = 0.2, f = 0.4, g = 0.5$

Графік виробника досить швидко виходить на стаціонар, прибуток посередника швидко зростає в околі $x = 0.6$.

Маємо висновок, що характер зміни прибутку посередника не залежить від кількості виробників.

Розглянуто також модельні умови взаємовигідного співіснування виробника x – власника ЖКГ та посередника y – обслуговуюче підприємство. такий графік залежності прибутку y від x наведено на рис. 3. На даному графіку, при даних початкових умовах та параметрах системи, прибуток посередника майже дорівнює нулю в точці з абсцисою 0.35. Дана точка є стаціонарною і являє собою стійкий вузол. Поведінка системи якісно не залежить від початкових умов.

З графіків на рис. 2 та 3 видно, що процес виходить на стаціонар. Прибуток посередника може бути обмежений.

Основні результати цього розділу опубліковані в роботах [5, 8, 14].

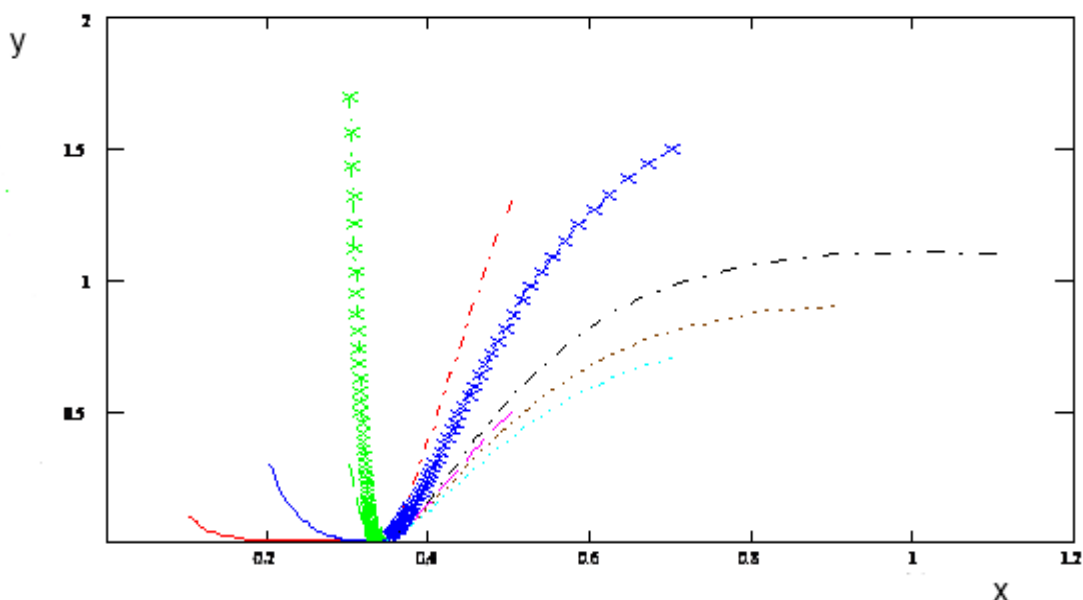


Рисунок 3 – Залежність прибутку посередника від прибутку виробника для параметрів $a = 0.1$, $b = 0.3$, $c = 0.3$, $d = 0.3$

У третьому розділі досліджено модель $2n$ -мірної системи до шостого порядку включно. Вона лінійна, однак проявляє складну поведінку, схожу на детермінований хаос, відомий в нелінійних системах. У даній роботі запропоновано модельні параметри взаємодії трьох акторів, при яких взаємодія між ними призводить до фазових портретів, схожих на детермінований хаос типу нерезонансного тора. Зазначимо, що подібна поведінка характерна не тільки для економічних, але й для будь-яких конкурентних систем. Наприклад, для ергатичних систем типу «людина – машина – середовище», що містять підсистему захисту від шкідливих впливів і відновлення після аварій. А також для моделі взаємодії насосних агрегатів у системах водопостачання.

Сукупна модель діяльності одного актора описується рівняннями:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = \alpha \{I(Y, R) - S(Y, R)\} = \alpha F(Y, R), \\ \frac{dR}{dt} = \beta \{L(Y, R) - L_s\}. \end{cases} \quad (1)$$

Де всі параметри і змінні додатні та означають:

Y та R – фазові змінні стану одного актора;

α , β та L_s – чисельні параметри;

I , S , F , L – функції фазових змінних стану.

Введення в ізольовані системи (1) фактора взаємодії та конкуренції за допомогою функцій $Ex_i = Ex_i(Y_j, Y_k)$, ($i \neq j, k$), $Im_i = Im_i(Y_i)$ призводить до рівнянь (2):

$$\begin{cases} \frac{dY_i}{dt} = \alpha_i (I_i(Y_i, R_i) - S_i(Y_i, R_i)) + Ex_i(Y_j, Y_k) - Im_i(Y_i), \\ \frac{dR_i}{dt} = \beta_i \left(L_i(Y_i, R_i) - \frac{M_i^*}{P_i} \right), \end{cases} \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad j, k \neq i, \quad (2)$$

де M_i^* та p_i – фіксовані для i -го актора;

$i, j, k = 1, \dots, n$ – індекси акторів;

n – їх кількість.

Як перше наближення розглядаємо лінійну модель: функції I, S, L для кожного актора та їх зв'язку Ex, Im – лінійні по всім своїм аргументам.

Після переозначення автономна система (2) набуває вигляду

$$X' = AX + F,$$

де вектор $X = (Y_1, R_1, \dots, Y_n, R_n)$;

A – $(2n \times 2n)$ матриця;

F – $2n$ вектор констант.

$$A = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} & r_{i1} & 0 & r_{in} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{i1} & 0 & \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} & r_{in} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{n1} & 0 & r_{ni} & 0 & \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \\ 0 \\ m_i \\ 0 \\ m_n \end{pmatrix},$$

a_i, b_i, c_i, d_i, m_i – постійні параметри;

$i = 1, \dots, n$.

Складну поведінку стану кожного актора видно з наведених на рис. 4 графіків проєкцій багатовимірних фазових портретів і часової залежності (рис. 5).

Незважаючи на «хаотичність» вигляду проєкцій фазового портрету, це – нестійкий фокус із сигнатурою $(-, -, +, +, -, -)$. Цей випадок можна розглядати як «слабко збуджений тор», який на скінченному, хоча й великому, відрізку часу дає поведінку системи, що не відрізняється від хаосу.

Навіть невелика нестійкість (показник Ляпунова відмінний від нуля лише в третьому знаку) поведінки відокремленого актора у всіх випадках призводить до хаотичної нестійкості і можливого падіння при взаємодії усіх трьох акторів.

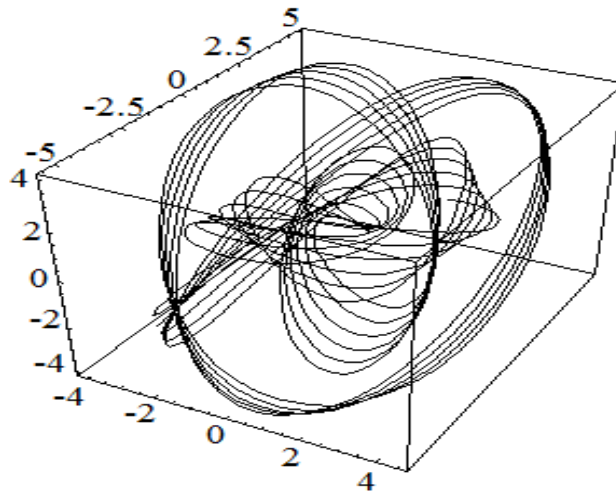


Рисунок 4 – Проекція $Y_{1,2,3}$ 6-вимірного фазового простору взаємодії трьох акторів

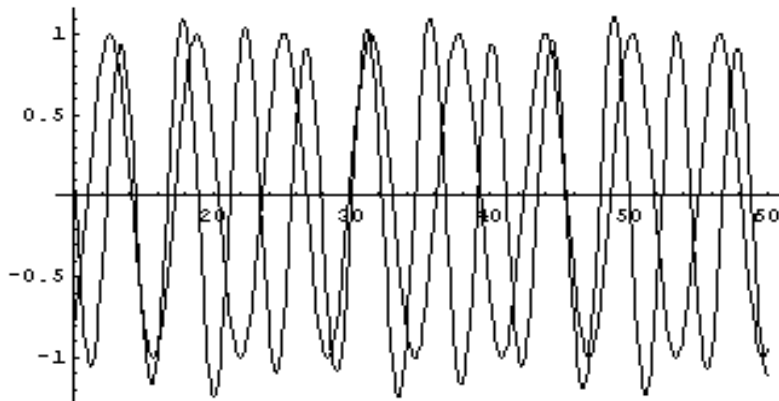


Рисунок 5 – Розв'язки $Y_1(t)$ та $Y_2(t)$

Як приклад технічної системи, що моделюється, розглянуто насосну станцію на третьому етапі процесу підключення – в околі останньої стаціонарної точки. При даних параметрах стійке зростання витрат і тиску не спостерігається. Мала варіація параметрів переводить систему в окіл нерезонансного тора (рис. 6).

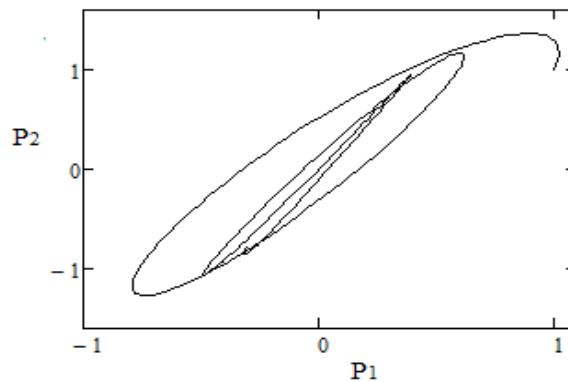


Рисунок 6 – Динаміка тисків після малої зміни параметрів

Окрім вище вказаних технічних систем, дана модель також може застосовуватися для аналізу та прогнозування поведінки екологічних та макроекономічних систем. Результати даної глави можуть бути ефективно використані:

- на державному рівні для побудови взаємовигідних відносин з країнами;
- для внутрішнього і зовнішнього управління і розвитку країни, включаючи моделювання динаміки електроенергетичної та газотранспортної систем.

Основні результати цього розділу опубліковані в роботах [1, 6, 7, 11, 13].

У четвертому розділі первісна автономна система Лотки–Вольтерра збуджується малим, у порівнянні з іншими параметрами, періодичним коливанням швидкості змін одного або обох акторів цієї системи.

Фізичні, економічні та біологічні фактори можуть викликати періодичну зміну абсолютної і відносної швидкості, наприклад, в біологічній інтерпретації – чисельності як «хижаків», так і «жертв». Для виявлення результатів впливу досліджено кожен фактор окремо. Спочатку періодичному впливу піддається друге рівняння системи, що описує динаміку так званих «хижаків» (змінна y).

Зазначимо, що:

- система стає неавтономною;
- модель також у першому наближенні описує взаємодії виробника та держави, яка періодично стягує податки.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= rx - \gamma_1 xy, \\ \frac{dy}{dt} &= -S(t)y + \gamma_2 xy + n \cos \Omega t, \end{aligned} \tag{3}$$

де $S(t) = s(1 + \frac{n}{s} \cos \Omega t)$;

Ω – частота періодичних збурень, що близька до частоти циклу без збурень.

При $n=0$ відповідна до (3) незбурена автономна система має нетривіальний стан рівноваги. За допомогою заміни $\xi = x - x_*$, $x_* = s/\gamma_2$, $\eta = y - y_*$, $y_* = r/\gamma_1$, та після нормування параметрів $s = r = \gamma_1 = \gamma_2 = 1$, рівняння (3) набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= -(\eta + \xi\eta), \\ \frac{d\eta}{dt} &= \xi + \xi\eta - n\eta \cos \Omega t. \end{aligned}$$

На рис. 7 наведено результати чисельного моделювання втрати стійкості циклів за початкових умов $\xi_0 = \eta_0 = 0.1$. Біфуркаційне значення параметра n , очевидно є нуль. При $n = 0.1$ має місце необмежене зростання коливань, а при $n = 0.15$ вже настає хаос (рис. 8). Початкові значення ξ_0, η_0 вибрані так, щоб при $n = 0$ траєкторія перебувала в області тяжіння до особливої точки (x_*, y_*) в системі координат XOY .

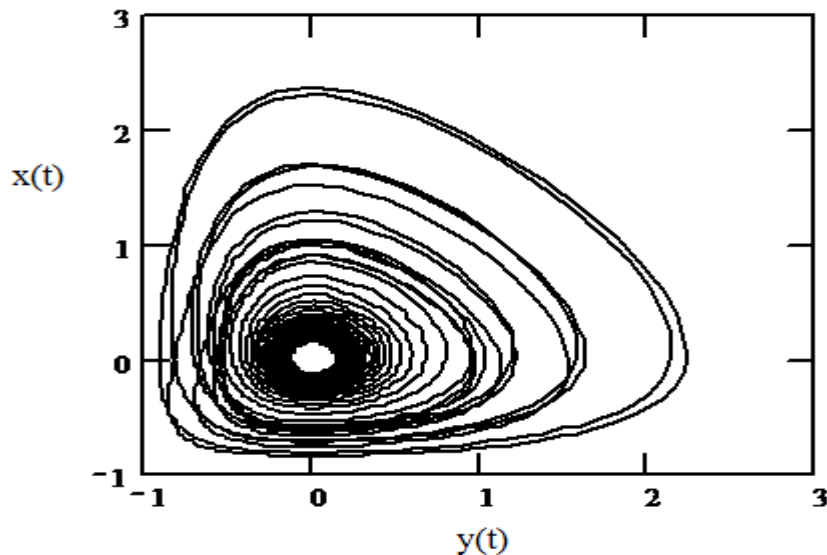


Рисунок 7 – Фазовий портрет хаотичної динаміки системи при $n=0.15$

Причина появи хаосу тут та сама, що і для появи нерезонансного тора при розмірності задач $N > 2$. А саме, неавтономність системи в результаті явно залежного від часу періодичного збурення з періодом, несумірним з періодом власного руху. Зауважимо, що взагалі хаотичні рухи можуть з'являються і тут, а не тільки в околі дивних атракторів, яких у даній задачі бути не може, зважаючи на її малу розмірність ($N=2$).

Рівняння не симетричні відносно змінних. Також було досліджено і випадок, коли абсолютна швидкість розмноження «жертв» має періодичну складову $m \sin \Omega t$, де Ω, m – біфуркаційні параметри.

Показники Ляпунова для розв'язків при біфуркації рухів, близьких до синхронних можуть мати протилежні знаки і тоді сигнатура має вигляд («-», «+»). Таким чином, біфуркація вносить, в силу порушення симетрії характеристичних показників, несиметричність в структуру, а з нею – нестійкість і вихід траєкторії на нескінченність. На рис. 8 показана втрата стійкості граничного циклу ($n = 0.15$; $\xi_0 = \eta_0 = 0.1$). Тут початкові збурення вибрані так, щоб траєкторія перебувала в області тяжіння до особливої точки (x_*, y_*) в системі координат XOY .

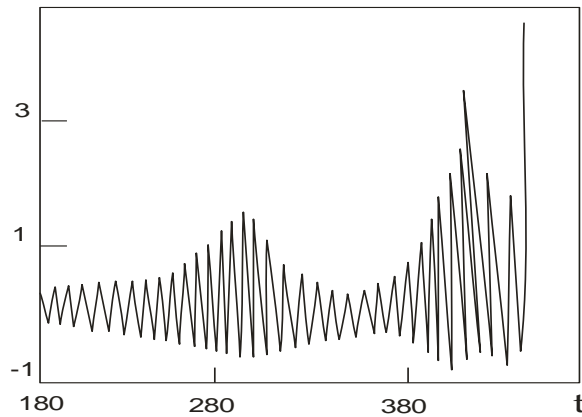


Рисунок 8 – Втрата стійкості граничного циклу

Основні результати цього розділу опубліковані в роботах [4, 12, 15].

ВИСНОВКИ

В результаті проведеного дослідження сформульовано і частково вирішено важливу науково-технічну проблему моделювання процесів взаємодії в широкому класі систем.

У роботі, на основі аналізу літературних джерел і характерних ознак поведінки об'єкта, обрано і обґрунтовано універсальний клас математичних моделей з конкурентною взаємодією, який дозволив виділити три характерних класи об'єктів і їх динамічні моделі для подальшого дослідження. Такі моделі відносяться до типу «м'яких». Вони зберігають всі якісні особливості даного класу об'єктів.

Проведені в роботі дослідження дали наступні результати.

1. Для багатоакторної динамічної моделі з конкурентною взаємодією, що відрізняється від відомих багатомірністю і структурою матриці лінійних взаємодій акторів, визначені умови існування стаціонарних множин тороподібного типу в розширеному фазовому просторі, облік яких дозволяє уникати появи квазі-хаотичних режимів функціонування систем, що призводять до катастроф.

Для лінійної моделі взаємопов'язаної системи з трьох акторів отримані розв'язки системи двома методами – чисельно-аналітичним і чисто чисельним. Порівняння отриманих розв'язків показало, що часова дискретизація моделі цілком допустима і не є причиною виникнення хаотичної поведінки системи. Показано, що причиною виникнення хаосу є сама структура моделі і критичні значення її параметрів.

Отримані графіки проєкцій і перетинів фазових портретів при критичних значеннях параметрів підтверджують наявність тороподібної за двома змінним підмножини в шестивимірному просторі. Отримана підмножина є та, що притягує. Вона обмежена, а траєкторії на ній нескінченні, і не є ні точками, ні

циклами. Тобто виконано основний критерій «дивного» атрактору. Схожі явища спостерігаються і в чотиривимірній моделі двох акторів. Таким чином шукану критичну підмножину в просторі параметрів було визначено, а гіпотеза про можливість виникнення хаосу в результаті лінійної взаємодії акторів підтвердилася навіть для найпростішої моделі.

2. Вперше показано, що математична модель динамічної взаємодії системи паралельно діючих насосних агрегатів насосних станцій, що відрізняються від відомих урахуванням їх нелінійних зв'язків, дозволяє адекватно описати їх взаємодію при переході між двома стаціонарними станами. Аналіз перехідних процесів, що виникають в динамічній моделі системи включення двох і більше насосних агрегатів, показує що перехідні процеси при деяких значеннях параметрів можуть встановлюватися повільно, демонструючи квазі-хаотичну динаміку, що може привести до аварій системи. За допомогою запропонованого підходу «конкуренції» агрегатів отримані практично важливі результати про можливість та умови виникнення небажаних квазі-хаотичних перехідних режимів.

3. На базі моделі Вольтерра розроблено математичну модель, що описує конкуренцію за ресурс у відносинах між підсистемами. Модифікація моделі включає додаткового виробника. Отримали подальший розвиток математичні моделі конкуруючих систем з множинами акторів, які відрізняються від відомих тим, що включають два типи (солідарних і антагоністичних) акторів. Досліджено динаміку їх станів, що дозволило визначити ступінь стійкості системи при різних типах і параметрах інтенсивності конкуренції акторів.

4. Для класу моделей систем із збуренням, як перше наближення, обрані синусоїдальні збурення швидкості росту фазових змінних. Це обумовлено тим, що лінеаризація незбуреної моделі має синусоїдальний розв'язок. Було підтверджено висунуте припущення про біфуркації в разі зближення періодів цих рухів. В результаті численних експериментів на досліджуваній моделі при різних типах збурень вперше були виявлені біфуркації при зміні як амплітуди, так і періоду збурення, що не спостерігалися в базовій моделі Вольтерра.

З використанням запропонованого методу чисельного аналізу показано, що для дослідженої множини моделей із збуреної правою частиною при критичних значеннях параметрів навіть незначна зміна амплітуди (в межах 5%) призводить до переходу цих систем від стійких періодичних рухів до стійкого зростання і далі – до хаотичних коливань.

Обґрунтованість і достовірність наукових результатів і висновків дисертаційної роботи забезпечується і підтверджується коректним використанням основних положень відомого і апробованого математичного апарату, який раніше неодноразово був перевірений експериментальним дослідженням, та застосуванням даних результатів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Наумейко И. В. Анализ псевдохаотического поведения кейнсианских моделей экономики / И. В. Наумейко, Р. Дж. Аль-Азави, В. А. Альрефаи // Вестник национального технического университета “ХПИ”. – 2013. – № 26. – С. 59–64.
2. Наумейко И. В. Марковская модель ликвидации нестационарного потока аварий при ограничениях на работоспособность оператора / И. В. Наумейко, Р. Дж. Аль-Азави, В. А. Альрефаи // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 3/4 (63). – С. 20–23.
3. Наумейко И. В. Разработка математической модели конкурентных процессов / И. В. Наумейко, В. А. Альрефаи // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 5/3 (71). – С. 55–60.
4. Альрефаи В. А. Разработка методов определения устойчивых движений в системах Лотки-Вольтерра с периодическими возмущениями / В. А. Альрефаи, М. А. Альджаафрах // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – № 1/4 (73). – С. 58–62.
5. Альрефаи В. А. Моделирование и численный анализ динамических систем с конкурентным взаимодействием / В. А. Альрефаи // Технологический аудит и резервы производства – 2015. – № 2/5 (22). – С.36–41.
6. Alrefai W. A. Mathematical model of chaos, caused by international trade / W. A. Alrefai // Технологический аудит и резервы производства. – 2013.– № 5/4 (13). – С. 6–7.
7. Альрефаи В. А. Об одном классе технических систем с конкурентным взаимодействием / В. А. Альрефаи // Радиоэлектроника и информатика. – 2015. – №4. – С. 63–67.
8. Наумейко И. В. Модель конкуренции в системах типа «производитель-перекупщик» / И. В. Наумейко, В. А. Альрефаи // ScienceRise. – 2014. – № 3/2 (3) – С. 15–19.
9. Alrefai W. A. Schrödinger equation for propagation in photonic crystal fibers / Waleed Ahmed Mahmoud Alrefai // EUREKA: Physical Sciences and Engineering. – 2016, Number 1. – P. 13–20.
10. Наумейко И. В. К вопросу анализа критических режимов систем с динамической защитой от вредных воздействий / И. В. Наумейко, В. А. Альрефаи // Международный научный конгресс энергосбережение и информационные технологии ИСТ 2013, Харьков, 16–22 сентября 2013 г. – С. 12.
11. Альрефаи В. А. Анализ моделей типа Лотки-Вольтерра для экономических циклов Кейнса / В. А. Альрефаи // Материалы 17-го

міжнародного форуму «Радиоелектроника и молодежь в XXI веке», Харків, 22–24 квітня 2013 г. – Т.7 – С.94–95

12. Альрефаї В. А. Численний аналіз стійкості в лінійній моделі конкурентного взаємодіяння / В. А. Альрефаї // Aktualne problemy Nowoczesnych nauk – 2014, Пшемисль, 07–15 червня 2014 г. – С. 10–13.

13. Альрефаї В. А. Численний метод аналізу стійкості кейнсіанських моделей економіки / В. А. Альрефаї // Матеріали XVIII міжнародного форуму «Радиоелектроника и молодежь в XXI веке», Харків, 14-16 квітня 2014 г.– Т.12 – С. 214–216.

14. Наумейко І. В. Математичне моделювання і численний аналіз нелінійних динамічних систем з конкурентним взаємодіянням / І. В. Наумейко, В. А. Альрефаї // Міжнародна науково-технічна конференція Інформаційні системи і технології ІСТ-2014, Харків, 15-21 вересня 2014 г.– С. 125–126.

15. Наумейко І. В. Математичне моделювання і численний аналіз стійкого розвитку нелінійних динамічних систем з конкурентним взаємодіянням / І. В. Наумейко, В. А. Альрефаї // Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи і технології ІСТ-2015», Харків, 21–27 вересня 2015 г. – С. 171–172.

АНОТАЦІЯ

Валід Ахмед Махмуд Альрефаї. Математичне моделювання та обчислювальні методи аналізу процесів сталого розвитку нелінійних динамічних систем з конкурентною взаємодією. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України, Харків, 2016.

Ефекти дестабілізації при конкурентному співіснуванні акторів досліджено в роботі з використанням системи диференціальних рівнянь Вольтерра для трьох класів технічних об'єктів і систем «виробник – посередник». Також з цієї точки зору розглядаються кейнсіанської моделі для кількох країн і модель слабких синусоїдальних зовнішніх впливів на швидкість відтворення. Досліджено стійкість таких систем. Чисельні розв'язки знайдені на частотах збурень близьких до частоти незбуреної системи. Такі системи відтворюють м'які класичні моделі для багатьох реальних об'єктів у техніці, навколишньому середовищі, економіці та інших сферах. Отже, їх дослідження є актуальними.

Відомо, що відповідна система нелінійних рівнянь, особливо зі збуреними правими частинами, як правило не може бути розв'язана аналітично. Чисельний експеримент показав існування біфуркації при зміні амплітуд та періоду збурень. Це призводить до хаотичних рухів, на відміну від відомого факту, що варіації трофічних параметрів незбуреної системи не приведе до біфуркації для класичного рівняння Лотки-Вольтерра.

Виявлено, що малі варіації амплітуди (у діапазоні 5%) призводять систему до переходу від періодичних рухів до стійкого зростання, а потім – до хаотичних коливань.

Ключові слова: взаємодія акторів, модель Вольтерра, проблеми стійкості, аттрактор, збурення, хаос.

АННОТАЦІЯ

Валид Ахмед Махмуд Альрефай. Математическое моделирование и вычислительные методы анализа процессов устойчивого развития нелинейных динамических систем с конкурентным взаимодействием. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2016.

Исследованы эффекты фазового пространства системы дифференциальных уравнений типа Вольтерра, которые описывают взаимодействие (кооперацию, конкуренцию и др.) для двух и большего числа объектов – акторов различной природы, которые исторически, в классической модели Вольтерра, принято называть «видами». Рассмотрены дополнительные особенности фазовых портретов при слабых синусоидальных внешних воздействиях на скорость «размножения». Исследована устойчивость неавтономной системы. Найденны численные решения при дестабилизации модели на частотах воздействия, близких к частоте цикла невозмущенной системы.

В работе:

– впервые, для выделенного класса нелинейных динамических моделей с конкурентным взаимодействием, в расширенном фазовом пространстве получены и исследованы условия существования стационарных множеств тороидального типа и хаотических аттракторов, определены факторы, ответственные за появления квази-хаотических режимов в исследуемом классе конкурентных моделей функционирования систем, приводящие к катастрофам;

– впервые предложены феноменологические модели динамики взаимодействия параллельно включаемых насосных агрегатов насосной

станции, отличающиеся от известных учетом их нелинейных связей, что позволяет адекватно описать их взаимодействие при переходе между двумя стационарными состояниями, использование которых дает возможность получить желаемую характеристику переходного процесса;

- получили дальнейшее развитие математические модели конкурирующих систем с множеством акторов, которые отличаются от известных тем, что включают два типа (солидарных и антагонистических) акторов. Исследована динамика их состояний, что позволило определить степень устойчивости системы при различных типах и параметрах интенсивности конкуренции акторов;

- усовершенствован метод сечений Пуанкаре применительно к численному анализу хаотической динамики моделей с периодически возмущенной правой частью их систем дифференциальных уравнений при близком к резонансному внешнем воздействии, который позволил исследовать условия появления и наглядно изобразить хаотические аттракторы в расширенном фазовом пространстве и его проекциях.

В частности, исследованы эффекты дестабилизации конкурентного сосуществования «популяций» – акторов, описываемого системой дифференциальных уравнений типа Вольтерра для трех классов объектов: системы «производитель-посредник», линейной $2n$ -мерной модели конкуренции n акторов, и слабых синусоидальных внешних воздействий на скорость «размножения». Исследована устойчивость таких систем. Найдены численные решения при частотах воздействия, близких к частоте цикла невозмущенной системы.

Численным экспериментом выявлены бифуркации при изменении, как амплитуды, так и периода возмущения. При этом обнаружена хаотическая динамика, подобная нерезонансному тору. В то время как вариации «трофических» параметров невозмущенной системы, как известно для классической системы Лотки-Вольтерра, к бифуркациям не приводят.

В результате исследований установлено, что изменения амплитуды (в пределах 5%) приводят к переходу системы от периодических движений к устойчивому росту, и затем, к хаотическим колебаниям. Показано, что бифуркация вносит несимметричность в структуру характеристических показателей, а с ней неустойчивость и уход траектории на бесконечность. Причем возможен как монотонный, так и хаотический тип динамики.

Разработанные методы позволяют оценить состояния и параметры технических систем, которые приводят к устойчивому росту системы, или к квази-хаотической динамике, при этом:

- получены расчетные формулы динамики моделей систем, состоящих как из конкурирующих, так и солидарных акторов, что позволило аналитически исследовать явные зависимости фазовых портретов от бифуркационных параметров;

- расширена область применения метода фазового пространства на практически важный класс неавтономных систем с возмущением скорости

изменения акторов.

Ключевые слова: взаимодействие акторов, модель Вольтерра, проблемы устойчивости, аттрактор, возмущения, хаос.

ABSTRACT

Waleed Ahmed Mahmoud Alrefai Mathematical modeling and computational methods for the analysis of sustainable development processes in nonlinear dynamic systems with competitive interaction. – Manuscript.

The thesis for the scientific degree of Candidate of Technical sciences by specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Kharkiv National University of Radio Electronics of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2016.

The destabilization effects of competitive coexistence for actors are described using a system of Volterra-like differential equations for three classes of technical objects and «producer–moderator» system. The Keynesian model for several countries, and the model of weak sinusoidal external influences on the rate of «reproduction» are also considered. The stability of such systems is investigated. Numerical solutions are found at frequencies of perturbation that are close to the frequency of the unperturbed system.

Such systems present soft classical models for many real objects in technology, environment, economy and other areas. So, their studies are relevant.

It is known that the corresponding system of nonlinear equations, especially with the disturbed right part, generally cannot be solved analytically. Numerical experiment revealed bifurcation when changing the amplitudes and period of the disturbance. This leads to chaotic movements, contrary to the known fact that variation of trophic parameters of the unperturbed system do not lead to bifurcations for the classical Lotka-Volterra system.

Keywords: interaction of actors, Volterra model, stability problem, attractor, disturbance, chaos.

Підп. до друку __.__.2016. Формат 60x84 1/16. Спосіб друку – ризографія.
Умов. друк. арк. _____. Облік. вид. арк. 1,0. Тираж 100 прим.
Ціна договірна. Зам №

ХНУРЕ. Україна. 61166, Харків, просп. Науки, 14

Віддруковано в навчально-науковому
видавничо-поліграфічному центрі ХНУРЕ
61166, Харків, просп. Науки, 14