

Министерство образования и науки Украины  
Харьковский национальный университет радиоэлектроники

На правах рукописи

**СЕМЕНЯКА АНДРЕЙ ВИКТОРОВИЧ**

УДК 621.396.965

**КОМБИНИРОВАННЫЕ АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ  
МЕЖДУПЕРИОДНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ИМПУЛЬСНЫХ  
ОБЗОРНЫХ РЛС**

Специальность: 05.12.17 – радиотехнические и телевизионные системы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель  
**Леховицкий** Давид Исаакович,  
доктор технических наук, профессор

Харьков – 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
Раздел 1 СОВРЕМЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ В ИМПУЛЬСНЫХ РЛС	23
1.1. Математическая модель входных воздействий системы между- периодной обработки в импульсных обзорных РЛС	24
1.2. Обобщенные анализаторы спектров случайных процессов	29
1.2.1. Две разновидности обобщенных анализаторов спектра	29
1.2.2. Общие свойства непараметрических ОАС	32
1.2.3. Общие свойства параметрических ОАС	33
1.3. Обеляющие и обращающие фильтры дискретных АР-процессов	35
1.4. Эффекты рассогласования входного процесса и фильтра	45
1.5. АР-параметрические алгоритмы спектрального оценивания	48
1.5.1. Алгоритмы линейного предсказания Берга	49
1.5.2. Алгоритм минимальной дисперсии Кейпона	50
1.5.3. Алгоритм «теплового шума»	51
1.5.4. Алгоритм Борджотти-Лагунаса	51
1.5.5. Новые параметрические алгоритмы максимальной энтропии- минимальной дисперсии	51
1.6. Краткие итоги раздела	53
Раздел 2 ПРЕДЕЛЬНЫЕ И РЕАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МЕТОДОВ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ	55
2.1. О критериях качества оценивания непрерывных энергетических спектров междупериодных флуктуаций отражений	55
2.2. Предельные возможности разрешения-воспроизведения алго- ритмов СО	60
2.2.1. Предельные характеристики классических алгоритмов	60
2.2.2. Предельные характеристики АР-параметрических алгоритмов	68

2.3.	Статистический анализ методов разрешения-воспроизведения в условиях параметрической априорной неопределенности	80
2.3.1.	Общие адаптивные свойства методов СО	80
2.3.2.	Разновидности оценок КМ в алгоритмах СО	82
2.3.3.	Статистический анализ непараметрических алгоритмов СО	84
2.3.4.	Статистический анализ параметрических алгоритмов СО на основе МП оценок КМ	89
2.3.4.1.	Алгоритм МД Кейпона	89
2.3.4.2.	Алгоритм МЭ Берга	95
2.3.4.3.	«Промежуточные» МЭ-МД алгоритмы	97
2.3.5.	Статистический анализ параметрических алгоритмов СО на основе теплицевой оценки КМ	100
2.3.6.	Статистический анализ параметрических алгоритмов СО на основе ленточно регуляризованных оценок КМ	102
2.4.	Краткие итоги раздела	107
Раздел 3 КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ МПО СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ		109
3.1.	Оптимальная МПО пачечных когерентных сигналов на фоне гауссовых АР пассивных помех	111
3.2.	КО системы СДЦ когерентных пачек сигналов на фоне АР ПП	118
3.2.1.	Базовая структура	118
3.2.2.	КО МПО на основе фильтров с треугольными ленточными МИХ	119
3.2.3.	КО МПО без повторного обеления	119
3.2.4.	Квазисогласованная система СДЦ	120
3.3.	Предельные возможности квазиоптимальных систем МПО	120
3.3.1.	Базовая структура	120
3.3.2.	КО СДЦ на основе квазиобращающих фильтров	125
3.3.3.	КО СДЦ на основе обеляющих и квазиобеляющих фильтров	127
3.3.4.	Квазисогласованная система СДЦ	131

3.4.	Адаптивные КО системы СДЦ на основе обесцвечивающих и квазиобесцвечивающих фильтров	138
3.5.	Краткие итоги раздела	141
Раздел 4 КОМБИНИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ МПО НА ОСНОВЕ АДАПТИВНЫХ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ		144
4.1.	КАС МПО сигналов импульсных РЛС	145
4.1.1.	Квазиобесцвечивающие фильтры с ленточными МИХ	146
4.1.2.	КАС МПО на основе АРФ	148
4.2.	Полунатурные исследования КАС МПО	155
4.2.1.	Цели и задачи полунатурных исследований	155
4.2.2.	Методика полунатурных исследований КАС МПО	156
4.2.3.	Входные данные полунатурных исследований	159
4.2.4.	Полунатурные испытания методов СО в КАС МПО	161
4.2.5.	Полунатурные испытания систем СДЦ в КАС МПО	164
4.2.5.1.	Методика полунатурных испытаний систем СДЦ КАС МПО	165
4.2.5.2.	Эффективность СДЦ в зонах отсутствия пассивных помех	166
4.2.5.3.	Эффективность СДЦ в зонах пассивных помех	168
4.3.	Краткие итоги раздела	174
	ВЫВОДЫ	177
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	181
	ПРИЛОЖЕНИЯ	203

**ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

<b>АК</b>	автокомпенсатор
<b>АР-<math>p</math></b>	процесс авторегрессии $p$ -го порядка
<b>АР-процесс</b>	процесс авторегрессии
<b>АРФ</b>	адаптивный решетчатый фильтр
<b>АСДЦ</b>	адаптивная селекция движущихся целей
<b>БЛ</b>	метод Борджотти-Лагунаса
<b>БПФ</b>	быстрое преобразование Фурье
<b>ВИК</b>	второй интегральный критерий
<b>ВЛТ</b>	вероятность ложной тревоги
<b>ВПО</b>	внутрипериодная обработка
<b>ВПО</b>	вероятность правильного обнаружения
<b>ВС</b>	весовой сумматор
<b>ДАЗ</b>	индикатор дальность-азимут
<b>ДМРЛ</b>	доплеровский метеорадиолокатор
<b>ДПФ</b>	дискретное преобразование Фурье
<b>ИКО</b>	индикатор кругового обзора
<b>ИХ</b>	импульсная характеристика
<b>к.к.</b>	коэффициент корреляции
<b>КАС</b>	комбинированная адаптивная система
<b>КМ</b>	корреляционная матрица
<b>КМ ОВ</b>	корреляционная матрица общего вида
<b>КО</b>	квазиоптимальный
<b>ЛП</b>	метод линейного предсказания
<b>МАК</b>	модифицированный алгоритм Кейпона
<b>МД</b>	метод минимальной дисперсии
<b>МИХ</b>	матричная <b>ИХ</b>
<b>МО</b>	метеорологические образования

<b>МП</b> оценка	оценка максимального правдоподобия
<b>МПО</b>	междупериодная обработка
<b>МЭ</b>	метод максимальной энтропии
<b>ОАС</b>	обобщенный анализатор спектра
<b>ОСПШ</b>	отношение сигнал/(помеха+шум)
<b>ОСШ</b>	отношение сигнал/шум
<b>п.с.</b>	пороговый сигнал
<b>ПИК</b>	первый интегральный критерий
<b>ПКМ</b>	персимметричная корреляционная матрица
<b>ПП</b>	пассивная помеха
<b>ППС</b>	предпороговая статистика
<b>р.с.</b>	разрешающая способность
<b>РФ</b>	решетчатый фильтр
<b>с.ч.</b>	собственное число
<b>СДЦ</b>	селекция движущихся целей
<b>СО</b>	спектральное оценивание
<b>СФ</b>	спектральная функция
<b>ТКМ</b>	теплицева корреляционная матрица
<b>ТШ</b>	метод теплового шума
<b>ФФ</b>	формирующий фильтр
<b>ХУ</b>	характеристическое уравнение
<b>ч.к.к.</b>	частный коэффициент корреляции
<b>ЭВС</b>	элементарный весовой сумматор
<b>ЭРФ</b>	элементарный решетчатый фильтр
<b>ЭЧХ</b>	энергетическая частотная характеристика

## ВВЕДЕНИЕ

А. Импульсные обзорные РЛС различного назначения (трассовые, аэродромные, посадочные, бортовые, метеорологические и др.) решают множество практически важных задач информационного обеспечения широкого круга потребителей – систем управления воздушным движением, обнаружения, измерения параметров, сопровождения, распознавания объектов, прогнозирования и классификации метеорологических явлений и многих других [1–6].

Основным источником информации в них служат отраженные сигналы (отражения), возникающие в результате импульсного зондирования окружающего пространства. Два примера таких отражений показаны на рис. 1 – на экране индикатора кругового обзора (ИКО) (а) и дальностно-азимутального (ДАЗ) индикатора (б). Выведены значения квадратов модулей (в дБ) выходных сигналов системы внутривысокочастотной обработки (ВПО) одной из действующих импульсных РЛС.\* Яркость изображения пропорциональна интенсивности отражений – черный цвет соответствует уровню шума приемника, белый – смеси этого шума с отражениями от внешних источников с уровнем, совпадающим с установленным динамическим диапазоном экрана.

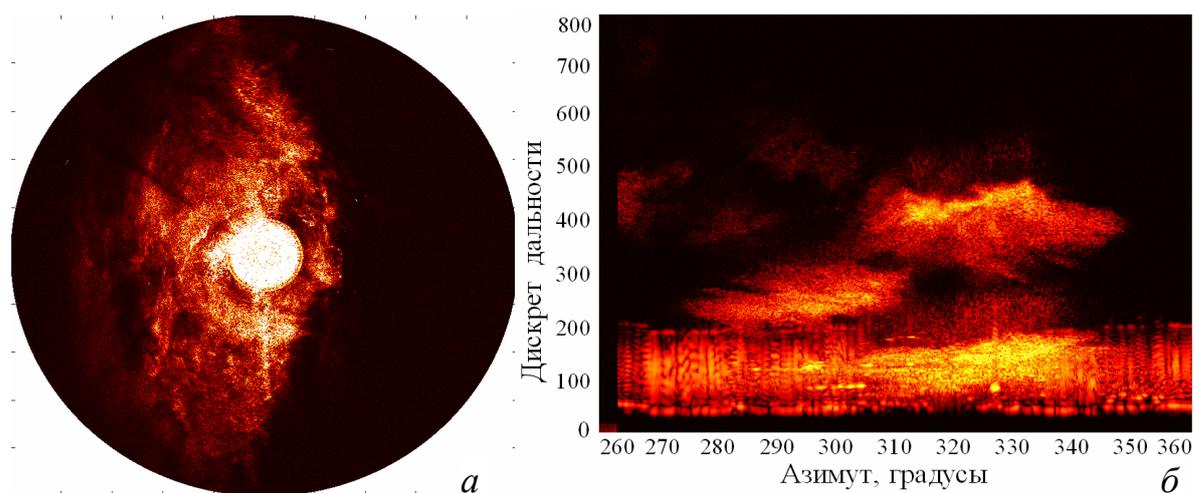


Рис. 1 – Экраны ИКО (а) и ДАЗ (б) с изображениями отраженных сигналов

\* Приведенные здесь и далее отражения действующих РЛС, а также их цифровые записи, использованные в работе, предоставлены Заказчиками НИР и НТР, выполнявшихся при непосредственном участии автора.

**ВПО** обычно реализует функции согласованного с зондирующими радиоимпульсами линейного фильтра, максимизирующего энергетическое отношение сигнал/собственный шум приемника (**ОСШ**) отражения от точечного объекта. Для улучшения формы его отклика часто используется приближенное согласование, сохраняющее допустимые потери в **ОСШ**.

Выходные сигналы **ВПО** служат входными для системы междупериодной обработки (**МПО**) – основного предмета исследования данной работы.

**Б.** На **МПО** возлагается исключительно важная задача обнаруживать и оценивать параметры полезных сигналов – носителей информации, которая должна извлекаться соответствующими РЛС. Сложность ее решения обусловлена действием помех различной физической природы, затрудняющих или даже делающих невозможным решение этой задачи без использования специальных методов (алгоритмов) **МПО**.

Однако само понятие полезного сигнала и помехи зависит от назначения РЛС. Так, в большинстве наземных обзорных импульсных РЛС, в том числе военного назначения, полезными являются сигналы, отраженные от наземных, воздушных или надводных целей, которые без заметных погрешностей могут считаться точечными по дальности и угловым координатам.

Помехой в этом случае может быть, в частности, аддитивная смесь собственного шума приемника и отражений от источников из существенно более протяженных областей пространства, для которых в англоязычной литературе обычно используется термин «*clutter*». Так, для упомянутых РЛС показанные на рис. 1 отражения являются маскирующими пассивными помехами (**ПП**), на фоне которых полезный сигнал точечной цели меньшей интенсивности не обнаруживается. В процессе **МПО** негативное влияние этих **ПП** должно минимизироваться (РЛС должна защищаться от **ПП**) независимо от физической природы их источников.

Источниками **ПП** могут быть подстилающая поверхность («местники»), искусственные дипольные отражатели, метеорологические образования (**МО**) – туман, снег, дождевые или грозовые облака, вихри, шквалы и т.п.

В то же время отражения от этих и подобных источников, исключая «местники», являются полезными сигналами для метеорардиолокаторов (МРЛ), в том числе доплеровских (ДМРЛ) и доплеровско-поляриметрических (ДП МРЛ) [6–10]. Они несут важную метеорологическую информацию, используемую для прогноза погоды, распознавания и классификации метеоявлений, определения степени их опасности для взлета, посадки и полетов воздушных судов, многих других задач [11–12]. Эта информация обычно извлекается из моментов доплеровского спектра междупериодных флуктуаций отражений (интенсивности (отражаемости), радиальной скорости, ширины спектра скоростей) в заданных элементах пространства [3, 7, 11–15, 158–162].

Помехи таким РЛС создают отражения как от «местников», так и от точечных источников [166, 167]. Они способны существенно снизить точность оценки требуемых параметров энергетического спектра отражений от **МО**. Защита от них также возлагается на соответствующие системы **МПО**.

**В.** Проблеме защиты РЛС от помех различной физической природы, в том числе – пассивных, возникшей практически одновременно с появлением самих РЛС, уделено огромное внимание в литературе.

В СССР поиск методов защиты РЛС от **ПП** был начат в конце 1943 г. под руководством Ю.Б. Кобзарева, разработавшего теорию и технику когерентно-импульсного метода радиолокации [16], повсеместно используемого и в настоящее время. Метод был экспериментально проверен в начатой в 1949 г. НИР «Разработка метода уменьшения помех от местных предметов, метеофакторов (дождь, снег, облака) и дипольных отражателей в станциях дальнего обнаружения» (шифр «Стекло»), которая завершилась в 1951 г. успешными испытаниями в РЛС «Перископ (П-20)» когерентно-импульсного режима и системы однократного череспериодного вычитания (**ЧПВ**). Полученные результаты [16, с. 316] по сегодняшним меркам выглядят весьма скромно, но их «пионерская» роль в последовавших затем интенсивных теоретических и экспериментальных исследованиях этой проблемы чрезвычайно велика. Уже на их начальном этапе Я.Д. Ширманом были предложены си-

стемы двукратного и многократного **ЧПВ** (а.с. № 13855, 1951 г.), быстро внедренные в практику и до сих пор используемые в РЛС.

Углубленные исследования проблем защиты РЛС от помех начались в послевоенное время. В классических работах Ф.М. Вудворда, Д. Миддлтона, К. Хелстрома, В.А. Котельникова, В.И. Бунимовича, Л.А. Вайнштейна, В.Д. Зубакова, Г.П. Тартаковского, Л.С. Гуткина, Я. Д. Ширмана, С.Е. Фальковича, Ю.Г. Сосулина и многих других заложены теоретические основы и разработаны методы оптимальной обработки полезных сигналов на фоне помех различной природы, включая, естественно, и пассивные. При большом разнообразии этих методов все они базируются на использовании отличий (амплитудных, временных, угловых, поляризационных, частотных и т.д.) полезных и мешающих сигналов, обусловленных различиями природы, размеров, координат, скоростей перемещения и т.п. целей и источников помех. В литературе широко представлены различные системы угловой, поляризационной, скоростной и т.п. селекции [см., например, 1, 2], часть из них реализована на практике [17].

Теоретически оптимален учет всех имеющихся различий, хотя вклад каждого из них в итоговый эффект неравноценен. В системах защиты от **ПП** наиболее часто ограничиваются учетом различия только дальностно-азимутальной протяженности и радиальной скорости перемещения целей и источников **ПП** (доплеровских сдвигов частоты отражений от них). В импульсных РЛС эти различия реализуются в системах **МПО**, которые в этом случае часто называют системами (нетраекторной) селекции движущихся целей (**СДЦ**).

В реальных условиях неполного априорного знания и изменчивости во времени и пространстве статистических характеристик отражений важнейшую роль играют **адаптивные** системы **МПО**, способные отслеживать изменения этих характеристик за счет оперативного изменения своих параметров (а при необходимости – и структуры) по результатам соответствующей обработки выборок принимаемых отражений конечного объема.

К числу первых в мировой практике можно отнести корреляционные ав-

токомпенсаторы (**АК**) помех Я.Д. Ширмана и С.И. Красногорова [18, 19], на основе которых уже в (60 – 70)-х годах прошлого века в ВИРТА имени Л.А. Говорова при активном участии Е.П. Лебедева, В.В. Литвинова, В.И. Полякова, В.В. Фединина, Ю.Н. Седышева и других специалистов были созданы адаптивные системы защиты от помех, в том числе пассивных [20]. Практически одновременно аналогичные системы на основе стохастических градиентных алгоритмов адаптации [1, 21] разрабатывались в США Хауэллсом (P. Howells) [22], Appelbaumом (S.P. Applbaum [23], Уидроу (V. Widrow) [24]. В связи с относительной простотой градиентных алгоритмов (и их цифровых эквивалентов) **АК** широко используются и в настоящее время [25–28], несмотря на свойственные им серьезные недостатки [29].

К настоящему времени в связи со стремительным развитием цифровой элементной базы появились реальные возможности реализовать на практике теоретически существенно более эффективные, хотя и более сложные адаптивные системы **МПО**. Имеющийся в литературе набор «претендентов» на эту роль, отличающихся структурой, алгоритмами адаптации, особенностями использования, весьма велик и продолжает расширяться [29]. В связи с этим при модернизации существующих или разработке новых РЛС становится актуальной задача обоснованного выбора систем **СДЦ** из этого набора или их модификация в соответствии с особенностями РЛС.

Г. Аналогичная задача возникает при выборе метода оценивания энергетических спектров отражений от **МО** с реально априори неизвестными статистическими характеристиками. Интенсивные исследования нескольких последних десятилетий существенно расширили арсенал методов спектрального оценивания (**СО**) по сравнению с классическими периодограммными (коррелограммными) методами на основе дискретного преобразования Фурье (**ДПФ-БПФ**), появившимися еще в начале прошлого века [1, 30–39]. Основной целью их создания было стремление повысить разрешающую способность (**р.с.**) **СО** по сравнению с **р.с.** классических методов **СО**.

Начало «современного» этапа **СО** в англоязычной литературе [40, 41]

обычно связывают с работами Дж.П. Берга 1967 г. [42] и Дж. Кейпона 1969 г. [43], хотя еще в статьях [44, 45] 1959 и 1961 г. Я.Д. Ширманом была разработана статистическая теория оптимального разрешения, развитая затем в его работах [46, 47], активно используемая и многократно «переоткрываемая» до сих пор [48, 49].

В имеющейся на сегодняшний день литературе на эту тему предложено огромное количество адаптивных «сверхразрешающих» методов СО [30–38, 40–43], хотя результатов сравнительных теоретических и отдельных экспериментальных исследований в действующих РЛС [50, 51] даже сейчас явно недостаточно для их обоснованного выбора и внедрения в практику.

В [35] сложность выбора объяснена тем, что «современные» методы разрабатывались для решения «...различных задач спектрального анализа, отличающихся ...видом априорной информации о наблюдаемом явлении, типом используемых данных, характером мешающих помех (шума), а также преследуемыми целями. Поэтому совершенно бессмысленно говорить о достоинствах того или иного метода до тех пор, пока нет однозначного ответа на вопрос – для решения какого класса задач предназначен этот метод». Достаточно полный с позиций [35] ответ на этот вопрос зачастую отсутствует даже в публикациях авторов соответствующих методов и, тем более, в последующих ссылках на них. Вероятно поэтому в наиболее часто цитируемой в русскоязычной литературе книге С.Л. Марпла-мл. «...абсолютно ничего не говорится об относительном превосходстве того или иного метода спектрального оценивания над другими методами [36, с. 8]».

Для рассматриваемых систем **МПО** импульсных РЛС задача несколько проще, поскольку зачастую априори известна информация «о наблюдаемом явлении», «используемых данных» и «преследуемых целях».

Действительно, в большинстве случаев в импульсных обзорных РЛС используемые данные представляют собой  $M$ -мерные векторы (пачки) комплексных амплитуд смеси отсчетов гауссова белого шума приемника и отражений из выбранных элементов дистанции в  $M$  смежных интервалах зонди-

рования. Каждый из отсчетов образован суперпозицией большого числа  $n \gg M$  сигналов «элементарных» отражателей [11, 36, 54, 55], в связи с чем они обычно могут полагаться случайными гауссовыми комплексными векторами [11, 12, 14]. Их статистические свойства полностью определяются корреляционной матрицей (**КМ**) или энергетическим спектром междупериодных флуктуаций отражений (в смеси с шумом), связанных равенством Винера-Хинчина [1]. Эти спектры, как правило, непрерывны [11, 12, 14], а соответствующие  $M \times M$  **КМ** являются матрицами полного ранга  $M$ . «Преследуемой целью» в этом случае может считаться «разрешение-воспроизведение» априори неизвестного спектра по обучающей выборке конечного (желательно – минимального) объема из анализируемого процесса.

В связи с этим из числа «претендентов» на использование в системах **МПО** может быть исключена достаточно обширная группа т.н. «собственно-структурных» методов **СО** типа **MUSIC** [34–38, 128–132], предназначенных для обнаружения, измерения параметров и разрешения на фоне шума  $n < M$  комплексных (пространственных, временных) гармоник с дискретными (дельта-подобными) спектрами и **КМ** с «эффективным» (без учета шума) рангом  $n$ . Отказ от них упрощает, но не отменяет проблему выбора, поскольку оставшаяся группа «несобственно-структурных» методов **СО**, способных воспроизводить непрерывные спектры отражений, весьма многочисленна [36–38], но также недостаточно экспериментально исследована.

Д. Обратим теперь внимание, что исследования каждой из рассматриваемых задач **МПО** в литературе ведутся, как правило, «автономно» [2, стр. 20], не затрагивая друг друга. Вследствие этого они решаются, как правило, по-разному в «обычных» и «метеорологических» РЛС [4, 11, 12], в которых полезные сигналы и помехи «меняются местами», и различными подсистемами **МПО** в каждой из РЛС.

Однако такое разделение не обязательно, поскольку наиболее сложные этапы адаптивной **СДЦ** и адаптивного **СО** во многом совпадают.

Так, оптимальные и квазиоптимальные (**КО**) предпороговые статистики

(ППС) адаптивных систем обнаружения гауссовых сигналов на фоне гауссовых помех представляют собой те или иные скалярные функции используемых оценок **КМ** этих помех (чаще – матрицы, обратной **КМ**) [56, 58, 136–139, 146–154]. Точно так же спектральные функции (**СФ**) адаптивных «сверхразрешающих» алгоритмов **СО** гауссовых отражений представляют собой в общем случае другие скалярные функции, но тех же оценок **КМ** или матрицы, обратной **КМ** [57, 140–143]. Это обстоятельство создает предпосылки для «экономного» построения унифицированных **комбинированных** адаптивных систем **МПО**, в которых **ППС** систем защиты от **ПП** и **СФ** методов **СО** являются различными функциями одной и той же оценки **КМ**.

Эта простая и достаточно очевидная идея представляется весьма перспективной. Она может быть реализована множеством различных, в общем случае неравноценных, способов, зависящих от вида формируемых функций (**ППС** и **СФ**), используемых представлений **КМ** или матрицы, обратной ей, выбранных оценок параметров этих представлений. Кругу задач, связанных с выбором рациональных способов построения комбинированных адаптивных систем (**КАС**) **МПО**, их теоретическим и экспериментальным исследованиями, обоснованием рекомендаций по практической реализации посвящена данная работа, что определяет ее актуальность и новизну.\*

**Е. Объект исследований** работы – методы адаптивной **МПО** сигналов на фоне помех различной природы в когерентно-импульсных обзорных РЛС различного назначения.

**Предмет исследований** – структуры и алгоритмы работы **комбинированных** адаптивных систем **МПО** в когерентно-импульсных обзорных РЛС.

**Цель работы.** Научно-техническое обоснование возможности, целесообразности и рациональных способов практической реализации на современной цифровой элементной базе **КАС МПО** в импульсных РЛС различного

---

\* Идея комбинированного решения различных задач обработки гауссовых процессов не ограничивается адаптивными системами **МПО**. В [59] рассматриваются **КАС** пространственной (межканальной) обработки, в процессе которой одновременно решаются задачи пеленгации точечных источников шумовых излучений и защиты от них.

назначения.

Для достижения цели в работе решается ряд взаимосвязанных **задач**.

1. Развитие теории [37, 51, 140] «обобщенных анализаторов» **непрерывных** энергетических спектров (**НЭС**) случайных процессов, в структуру которых укладываются известные классические (непараметрические) и «несобственноструктурные» [30, 31, 36, 37, 40–43] параметрические методы **СО**.

2. Обоснование критерия оценивания **НЭС** [61, 142, 144–145] отражений, который в сочетании с известным [60] более полно характеризует качество «разрешения-воспроизведения» **НЭС**.

3. Определение и сравнение качества «разрешения-воспроизведения» **НЭС** различных методов **СО** по этим критериям в **гипотетических** условиях знания статистических характеристик отражений.

4. Исследование качества воспроизведения **НЭС** различными методами **СО** в «**адаптивной**» ситуации замены неизвестных параметров анализируемых процессов их оценками, сформированными по обучающим выборкам конечного объема [61, 62, 145], обоснование на этой основе целесообразных для практической реализации в **КАС МПО**.

5. Исследование особенностей компенсационно-фильтровых систем **СДЦ**, связанных со «сглаживанием» импульсных характеристик (**ИХ**) когерентных накопителей импульсов пачки [63, 146] на выходе компенсатора **ПП**.

6. Сравнение «**предельных**» возможностей набора упрощенных **КО** систем **СДЦ** [63, 66, 146], разработка теории, объясняющей зависимость их потерь от доплеровского сдвига частоты полезного сигнала относительно доплеровской частоты спектра **ПП**.

7. Исследование быстродействия адаптивных системы **СДЦ**, обоснование на этой основе их структур и алгоритмов, целесообразных для использования в **КАС МПО**.

8. Сравнение структур и алгоритмов базовых элементов **КАС МПО** [150, 153–157], общих для адаптивных систем **СО** и **СДЦ**, обоснование рекомендаций по их использованию в существующих и разрабатываемых РЛС.

9. Провести полунатурные исследования разработанных **КАС МПО** по архиву записей отраженных сигналов действующих импульсных РЛС [63].

**Ж.** Перечисленные задачи решаются в четырех разделах работы и двух приложениях.

В **первом** разделе развивается теория разрешения-воспроизведения **НЭС** случайных гауссовых процессов различной природы, заданных конечным числом  $M \gg 1$  отсчетов в дискретные моменты времени, разделенные одинаковым временным интервалом. Рассматриваются две структуры обобщенных анализаторов спектра (**ОАС**), представляющих собой трансверсальные фильтры с **ИХ**, не зависящими и зависящими от параметров (**КМ**) анализируемого процесса. Показывается, что в первую структуру укладывается большинство классических, а во вторую – современных несобственноструктурных «параметрических» методов **СО**, способных точно воспроизводить непрерывные спектры гауссовых процессов авторегрессии (**АР-процессов**) конечного порядка  $p$ . Показывается, что в этих условиях многие известные «сверхразрешающие» методы, первоначально предложенные для задач квазигармонического **СО**, могут рассматриваться как разновидности параметрических методов на основе трансверсальных **обеляющих** или **обращающих** фильтров входного **АР-процесса**. Такая трактовка выбрана для краткого сопоставления и корректировки этих методов для **воспроизведения** непрерывных спектров и, что более важно, обоснования их модификаций с практически полезными свойствами, которые исследуются в последующих разделах.

Во **втором** разделе показывается ограниченность известного интегрального критерия качества **воспроизведения НЭС** и целесообразность ввести еще один интегральный критерий, в совокупности с известным более полно характеризующий качество **СО**. Конкретизируется смысл понятия «разрешение» по этим критериям.

Определяются и сравниваются «предельные» (в гипотетических условиях априорного знания **КМ**) возможности известных и новых методов воспроизведения **НЭС** случайных процессов. Устанавливаются причины и условия,

порождающие их различия в классических и параметрических методах **СО**. Очерчивается круг методов, целесообразных для дальнейшего исследования в реальных условиях априорного незнания **КМ**. Наряду с известными в него входит новый «промежуточный» метод **СО** на основе квазиобеляющего фильтра с треугольной ленточной матричной **ИХ** (**МИХ**).

Исследуется эффективность выбранных методов **СО** в реальной «адаптивной» ситуации, когда априори неизвестные **КМ** заменяются их оценками различного вида, сформированными по обучающим выборкам конечного объема. Основное внимание уделяется «быстродействию» **СО**, определяемому объемом  $K$  обучающей выборки, при котором средние потери случайных в этой ситуации критериев не превосходят допустимой величины. Аналитически устанавливаются законы распределения **СФ** и быстродействие классических и некоторых параметрических методов **СО** при использовании оценок максимального правдоподобия (**МП** оценок) эрмитовых **КМ** общего вида и эрмитовых персимметричных **КМ**. Показывается, в частности, важное достоинство классических **СФ** в этих условиях – несмещенность уже при использовании единственной обучающей выборки, и смещенность параметрического метода «минимальной дисперсии (**МД**)» Кейпона даже при объеме выборки  $K \geq M$  и  $K \geq M/2$  соответственно. Предлагается модификация **СФ** метода **МД**, устраняющая влияние выявленного смещения.

Для параметрических методов, законы распределения **СФ** которых аналитически определить не удастся, быстродействие оценивается по результатам математического моделирования. Показываются возможности существенно повысить быстродействие **СО** (снизить требования к объему выборки) за счет ленточно-диагональной регуляризации оценок **КМ** и использования априорной информации о специфике ее структуры (персимметрии, теплицевости, блочной теплицевости и т.п), обусловленной особенностями используемых законов зондирования [92–94, 96, 136, 137, 149, 150]. Демонстрируются и объясняются преимущества предложенного «промежуточного» параметрического метода **СО** по сравнению с известными.

На основе проведенных в разделе исследований определяются методы воспроизведения спектров отражений, которые целесообразно включать в комбинированную систему **МПО** импульсных РЛС.

**Третий** раздел посвящен адаптивным системам **СДЦ** импульсных РЛС. Вначале определяются потенциальные возможности **МПО** гауссовых когерентных сигналов на фоне гауссовых **АР ПП** при последовательной оптимальной обработке принятых сигналов в **обращающем** фильтре **ПП** и когерентном накопителе импульсов пачки полезного сигнала с **ИХ**, согласованной с пачкой ожидаемого полезного сигнала [1, 29, 56, 65, 66]. Основное внимание далее уделяется практически не освещенным в литературе эффектам, связанным со «сглаживанием» **ИХ** накопителя, широко используемым на практике [25, 63, 65, 107, 146]. Показывается, что в этом случае **обращающий** фильтр уже не является лучшим по сравнению с целым рядом более простых фильтров подавления **ПП**. Строится теория, объясняющая выявленные эффекты, которая подтверждается результатами численных расчетов и моделирования. На их основе определяются адаптивные методы **СДЦ**, которые целесообразно включать в комбинированную систему **МПО** импульсных РЛС.

В **четвертом** разделе обсуждаются различные варианты выбора структурно-алгоритмической основы и алгоритмов адаптивной настройки комбинированных систем **МПО**. Показывается целесообразность их построения на основе факторизованных представлений матриц, обратных выбранным оценкам **КМ** анализируемых процессов. Из множества в принципе возможных предлагается использовать обобщенную факторизацию Левинсона [79, 124], порождающую решетчатые фильтры обработки, в которых наиболее просто и эффективно учитывается возможная априорная информация о специфике структуры **КМ**, обусловленной особенностями используемых в РЛС законов зондирования [92–94, 96, 136, 137, 149, 150].

По записям отражений действующей импульсной РЛС с постоянным интервалом зондирования экспериментально исследуется эффективность предложенной комбинированной системы **МПО** на основе **АРФ**, показыва-

ются ее преимущества по сравнению с существующими, а также примеры практической реализации на современной элементной базе [62,102,144,168].

В **Приложении А** сравниваются алгоритмы оценивания **КМ** входных воздействий, в том числе и **теплицевых**, к классу которых относятся, в частности, **КМ** отражений в импульсных РЛС с постоянным интервалом зондирования. Показывается, что как для задач адаптивного **СО**, так и задач адаптивной **СДЦ** наиболее приемлемы алгоритмы Берга, наиболее просто и эффективно реализуемые в **АРФ** [149, 150].

**3. Основные научные результаты работы** сводятся к следующему.

Предложено создание **КАС МПО**, в которых задачи адаптивного «разрешения-воспроизведения» радиолокационных отражений и **СДЦ** на их фоне решаются на одной и той же структурно-алгоритмической основе.

Развита теория «разрешения-воспроизведения» **НЭС** случайных процессов, с единых позиций объясняющая «происхождение» и свойства большого числа известных методов **СО** и их новых модификаций.

Предложен дополнительный критерий оценивания, в сочетании с известным более полно характеризующий качество «разрешения-воспроизведения» **НЭС** отражений.

Впервые оценены и сопоставлены «предельные» возможности воспроизведения **НЭС** совокупности методов **СО** и их свойства в «адаптивной» ситуации, использованные для обоснования целесообразных для практического применения в импульсных РЛС.

Развита теория «трех ситуаций», объясняющая зависимость потерь совокупности **КО** систем **СДЦ** от доплеровского сдвига частоты полезного сигнала относительно доплеровской частоты спектра **ПП** при «сглаживании» **ИХ** когерентных накопителей.

Впервые разработаны, теоретически и экспериментально исследованы схемы **КАС МПО** на основе адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**), рекомендованные для практического использования в существующих и разрабатываемых импульсных РЛС.

Полученные результаты позволяют считать цель работы достигнутой.

**И. Научные результаты, выводы и практические рекомендации** базируются на изучении отечественных и зарубежных работ по теме, корректном использовании апробированных методов статистической теории обработки сигналов на фоне помех, теории спектрального оценивания, математическом аппарате теории матриц, теории вероятностей и математической статистики, теории адаптации радиотехнических систем, сопровождаются строгими математическими выкладками и наглядными физическими трактовками, проверены методами математического моделирования и в полунатурных экспериментах по записям сигналов действующих РЛС.

### **К. Практическое значение работы**

1. Разработанные методика и критерии эффективности «разрешения-воспроизведения» **НЭС** случайных процессов могут быть применены для обоснования выбора методов оценивания этих спектров. В частности, ОАО «НПО «ЛЭМЗ» в ОКР по разработке доплеровского метеорадиолокатора «ДМРЛС» использованы результаты статистического анализа эффективности методов **СО** для обоснования выбора метода оценивания доплеровских спектров **МО** и рекомендации по его практической реализации на основе **АРФ**.

2. Обзор и анализ структур **КО** систем **МПО** когерентных гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех использованы при обосновании принципов построения системы пространственно-временной обработки сигналов в новых РЛС КП «НПК «Искра».

3. Результаты полунатурных испытаний неадаптивной фильтровой системы **СДЦ** и предложенных алгоритмов и структур адаптивной системы **СДЦ** на основе **АРФ** использованы для обоснования программно-алгоритмического обеспечения пространственно-временной обработки сигналов на фоне мешающих отражений в РЛС с двумерной активной фазированной решеткой ГП «НИИ радиотехнических систем «Квант-Радиолокация».

4. Разработанная комбинированная система **МПО** (совместного **СО** и **СДЦ**) на основе **АРФ** может быть использована для модернизации существ-

вующих и внедрения в перспективные импульсные РЛС.

Основные результаты работы реализованы в ОАО «НПО «ЛЭМЗ», КП «НПК «Искра», ГП «НИИ РС «Квант-Радиолокация». Соответствующие акты о реализации приведены в **Приложении Б**.

Материалы диссертации **опубликованы** в 17 статьях, 7 из которых [141, 142, 147, 158, 159, 161, 163] – в зарубежных изданиях или международных наукометрических базах данных, 10 [140, 148, 149, 151–155, 164, 165] – в профессиональных изданиях, утвержденных Аттестационной коллегией МОН Украины; в 10 сборниках трудов [143–146, 150, 156, 157, 160, 162, 166–169] международных конференций и симпозиумов, а также в разделах 8 отчетов по результатам **НИР** [10, 61–68].

Они **апробированы** на 7 международных научно-технических конференциях и симпозиумах: Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium **MRRS-2011**, Киев, 2011 г.; IEEE CIE International Conference on Radar **RADAR-2011**, Ченду, Китай, 2011 г.; International Conference on Antenna Theory and Techniques **ICATT-2013**, Одесса, 2013 г.; International Radar Symposium, **IRS-2014**, Гданьск, Польша, 2014 г., **IRS-2015**, Дрезден, Германия, 2015 г.; European Radar Conference **EuRAD-2014**, Рим, Италия, 2014 г.; IEEE International Radar Conference **RadarCon-2015**, Арлингтон, США, 2015 г.

**Личный вклад соискателя.** Основные результаты диссертации получены автором лично или в соавторстве с научным руководителем и коллегами по **ПНИЛ** радиолокационных систем наблюдения ХНУРЭ. Вклад соискателя в работах, опубликованных в соавторстве, состоит в следующем. Во всех совместных работах автор участвовал в постановке задач, обсуждении путей решения, разработке методик и программ моделирования, обсуждении полученных результатов, формулировке выводов и рекомендаций, написании и редактировании рукописей (отчетов по НИР), изготовлении презентаций.

**Л.** Работа непосредственно связана с программами совершенствования РЛС различного назначения, предусмотренными планами **госбюджетных НИР № 240** (№ Д/Р 0109u001636, от 2008 г.) «Дослідження складових підси-

стем спостереження, навігації, радіомоніторингу, зв'язку Державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об'єктами», раздел 240-1 «Розробка методів і алгоритмів просторової, часової та просторово-часової обробки сигналів в уніфікованих радіолокаційних системах спостереження нового покоління»; № 252 (№ Д/Р 0110u003509, от 2010 г.) «Теоретико-экспериментальное обоснование методов и алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе»; № 263 (№ Д/Р 0111u002629, от 2011 г.) «Перспективні технології та засоби спостереження, навігації та радіомоніторингу в інтегрованих інформаційних системах управління динамічними об'єктами», раздел 263-1 «Цифрові системи адаптивної просторово-часової обробки радіолокаційних сигналів на фоні завад на сигнальних процесорах та ПЛІС»; № 285 (№ Д/Р 0114u002699, от 2014 г.) «Практическая реализация алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в ДМРЛ на основе программируемых логических интегральных схем»; а также с планами **договорных НИР** «Практическая реализация цифровых алгоритмов первичной междупериодной обработки метеосигналов» (шифр «Метео-ХС», № Д/Р 0110u001664) по договору №3/10-2005 от 09.02.2010 с ОАО «НПО «ЛЭМЗ» (г. Москва); «Розроблення заводозахисних систем обробки сигналів для нового покоління радіолокаторів контролю повітряного простору та управління повітряним рухом» (№ Д/Р 0113u007342) по договору ДЗ/444-2013 от 31.10.2013 с Держінформнауки (г. Киев); «Розроблення адаптивних систем захисту радіолокаторів різного призначення від завад» (№ Д/Р 0115u006732) по договору ДЗ/212-2015 от 04.12.2015 с МОН України; «Разработка математической модели системы пространственно-временной обработки сигналов на фоне шумовых излучений и мешающих отражений и исследовательской программы для оценки их эффективности в РЛС с АФАР» по договору №72К/2015 от 16.03.2015 с ГП «НИИ РС «Квант-Радиолокация» (г. Киев).

## РАЗДЕЛ 1

### СОВРЕМЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ В ИМПУЛЬСНЫХ РЛС

В разделе развивается теория «разрешения-воспроизведения» непрерывных энергетических спектров (**НЭС**) случайных гауссовых процессов различной природы, заданных конечным числом  $M \gg 1$  отсчетов в дискретные моменты времени, разделенные одинаковым временным интервалом. Рассматриваются две структуры обобщенных анализаторов спектра (**ОАС**), представляющих собой системы **МПО** на основе трансверсальных фильтров с импульсными характеристиками (**ИХ**), не зависящими и зависящими от параметров (**КМ**) анализируемого процесса. Показывается, что в первую структуру укладывается большинство классических, а во вторую – современных несобственноструктурных (**НСС**) «параметрических» методов спектрального оценивания (**СО**), способных точно воспроизводить непрерывные спектры гауссовых процессов авторегрессии (**АР**-процессов) конечного порядка  $p < M$ . Показывается, что в этих условиях многие известные «сверхразрешающие» методы, первоначально предложенные для задач квазигармонического **СО**, могут рассматриваться как разновидности параметрических методов на основе трансверсальных обеляющих или обращающих фильтров входного **АР**-процесса. Такая трактовка использована для краткого сопоставления и корректировки этих методов для воспроизведения непрерывных спектров и, что более важно, для обоснования их модификаций с практически полезными свойствами, которые исследуются в последующих разделах.

Раздел организован следующим образом.

В п 1.1 описывается упрощенная схема системы первичной обработки импульсных РЛС и используемая во всей работе математическая модель входных воздействий системы **МПО**. В п. 1.2 рассматриваются непараметрические и параметрические **ОАС** в системах **МПО**. В п. 1.3 применительно к **АР**-процессам анализируется физический смысл строк матрицы, обратной

**КМ**, или ее треугольных «корней» и условия, при которых эти строки имеют смысл **ИХ** обеляющих и обращающих фильтров **АР**-процессов. В п. 1.4 кратко исследуются рассогласовывающие факторы, нарушающие эти условия. В п. 1.5 рассматривается единый подход в синтезе **АР**-параметрических методов **СО**. Они количественно анализируются в следующем разделе.

### 1.1. Математическая модель входных воздействий системы междупериодной обработки в импульсных обзорных РЛС

**А.** Ниже полагается, что система **МПО** входит в состав импульсной **РЛС**, излучающей когерентную последовательность зондирующих радиоимпульсов, в общем случае следующих с различными временными интервалами  $T_i$ . С выхода системы **ВПО** на вход блока памяти (выполняющего функцию линии задержки с отводами через временные интервалы, согласованные с интервалами зондирования) поступают отсчеты комплексных амплитуд и для каждого элемента разрешения по дальности они запоминаются в  $M$  смежных периодах. На его выходе формируется  $M$ -мерный случайный вектор

$$\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M = \mathbf{n} + \gamma_1 \cdot \sqrt{\eta_l} \cdot \mathbf{y}_l + \gamma_2 \cdot \sqrt{\eta_m} \cdot \mathbf{y}_m + \gamma_3 \cdot \sqrt{\eta_s} \cdot \mathbf{y}_s, \quad (1.1)$$

слагаемые которого соответствуют всегда присутствующему собственному шуму приемника  $\mathbf{n} = \{n_\ell\}_{\ell=1}^M$  с принятой за единицу мощностью, отражениям от неподвижных относительно РЛС местных предметов  $\mathbf{y}_l = \{y_\ell^{(l)}\}_{\ell=1}^M$ , от протяженных движущихся метеорологических образований (**МО**) (дождевых и грозовых облаков, ливней и др.)  $\mathbf{y}_m = \{y_\ell^{(m)}\}_{\ell=1}^M$ , от движущихся точечных отражателей (самолетов, вертолетов и др.)  $\mathbf{y}_s = \{y_\ell^{(s)}\}_{\ell=1}^M$ . Наличие или отсутствие соответствующих отражений устанавливается значениями множителей  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 = 0, 1$ , их относительная (по отношению к мощности шума приемника) интенсивность – множителями  $\eta_l, \eta_m, \eta_s > 0$ .

Все векторы в правой части (1.1) полагаются взаимно независимыми гауссовыми (нормальными) с нулевыми векторами средних значений и  $M \times M$

эрмитовыми матрицами коэффициентов корреляции

$$\rho_n = \overline{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^*}, \quad \rho_l = \overline{\mathbf{y}_l \cdot \mathbf{y}_l^*}, \quad \rho_m = \overline{\mathbf{y}_m \cdot \mathbf{y}_m^*}, \quad \rho_s = \overline{\mathbf{y}_s \cdot \mathbf{y}_s^*} \quad (1.2)$$

В этих условиях вектор (1.1) также нормален, имеет нулевое среднее, а его статистические свойства, полностью определяются  $M \times M$  эрмитовой корреляционной матрицей (**КМ**)

$$\mathbf{R}_u = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*} = \rho_n + \eta_l \cdot \rho_l + \eta_m \cdot \rho_m + \eta_s \cdot \rho_s \quad (1.3a)$$

или энергетическим спектром

$$s_u(f) = s_n(f) + \eta_l \cdot s_l(f) + \eta_m \cdot s_m(f) + \eta_s \cdot s_s(f) \quad (1.3b)$$

междупериодных флуктуаций (далее для краткости – спектр) импульсов пачки, слагаемые которого описывают спектр соответствующей компоненты вектора (1.1). С матрицами (1.2) они связаны равенством

$$\rho_\gamma = \int_{-0.5}^{0.5} s_\gamma(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df \quad (1.4)$$

Винера-Хинчина [1, 88]. Здесь  $|f| \leq 0.5$  – безразмерная частота, нормированная к интервалу однозначного измерения частоты  $F_{um}$ . На такой частотной оси спектры  $s_\gamma(f)$  периодичны с единичным периодом.

Все векторы здесь и далее понимаются как столбцы, черта сверху и «\*» – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения (комплексного сопряжения и транспонирования) соответственно, а под интегралом от матрицы, как обычно, понимается матрица интегралов от ее элементов.

В общем случае  $M$ -мерный вектор

$$\mathbf{x}(f) = \{x_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \left\{ e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau_\ell} \right\}_{\ell=1}^M, \quad f \in -0.5, 0.5 \quad (1.5)$$

имеет смысл вектора отсчетов комплексной гармоники с частотой  $f$ , в нормированные моменты времени

$$\tau_1 = 0, \quad \tau_\ell = T_{AV}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 2, M, \quad T_{AV} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i \quad (1.6a)$$

указывающие относительное (по отношению к среднему значению интервалов зондирования  $T_{AV}$ ) временное положение  $\ell$ -го импульса  $M$ -элементной

пачки зондирующих импульсов, следующих с интервалами  $T_\ell$ ,  $\ell \in 1, M-1$ .

В частном случае  $T_\ell = T_{AV} = T_P$ ,  $\ell \in 1, M-1$  равных интервалов зондирования (в отсутствие вобуляции)

$$\tau_\ell = \ell - 1, \quad \ell \in 1, M, \quad (1.66)$$

а для вектора (1.5) справедливо легко проверяемое равенство

$$\int_{-0.5}^{0.5} \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{I}_M, \quad \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{x}(f) = M, \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{I}_M$  – единичная  $M \times M$  матрица.

**Б.** В этом и следующем разделах полагается, что **РЛС** излучает последовательность импульсов с постоянным интервалом  $T_\ell = T_P$ ,  $\ell \in 1, M-1$ , а в процессе **МПО** должен воспроизводиться спектр входного процесса, заданного  $M$ -мерным вектором

$$\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M = \mathbf{n} + \sqrt{\eta} \cdot \mathbf{y}, \quad \mathbf{n} \sim CN(0, \mathbf{I}_M) \quad (1.8)$$

комплексных амплитуд аддитивной смеси шума приемника  $\mathbf{n}$  с нулевым средним и единичной **КМ** и отражений от множества отражателей, расположенных в случайных точках импульсного объема. В их роли могут выступать, в частности, отражения от метеообразований (**МО**), диполей и т.п.

**КМ** и спектр вектора  $\mathbf{u}$  (1.8) равны

$$\mathbf{R} = \{r_{i,j}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{\Theta}, \quad s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f), \quad (1.9)$$

$$\mathbf{\Theta} = \{\rho_{i,j}\}_{i,j=1}^M = \int_{-0.5}^{0.5} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad \rho_{\ell\ell} = 1, \quad \ell \in 1, M \quad (1.10a)$$

–  $M \times M$  **КМ**  $M$ -элементной пачки отражений с единичной мощностью компонент,  $s_{norm}(f)$  – спектр этих отражений, нормированный условием

$$\int_{-0.5}^{0.5} s_{norm}(f) df = 1. \quad (1.10b)$$

В рассматриваемом случае равных временных интервалов между отсчетами стационарного входного процесса эта **КМ** эрмитова **теплицева** [67–69]

$$\rho_{i,j} = \rho_{i-j}, \quad \rho_0 = 1, \quad \rho_\ell = \rho_{-\ell}^*, \quad \ell \in 0, M-1. \quad (1.10b)$$

Внешние отражения с непрерывными спектрами аппроксимируются далее гауссовыми стационарными процессами авторегрессии произвольного целого порядка  $p \geq 1$  (**АР- $p$** ) и кратко описываются ниже (их подробное описание и методы моделирования приведены, например, в работах [70, 71]).

**В.** Компоненты  $y_k$  пачки  $y$  (1.8) **АР-процесса** порядка  $p \geq 1$  представляют собой линейную комбинацию (взвешенную сумму) [31–34]

$$y_k = \sum_{i=1}^p \vartheta_i \cdot y_{k-i} + \xi_k, \quad k \in \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1.11a)$$

своих  $p$  предыдущих значений с весами  $\vartheta_i$  вектора параметров  $\theta = \{\vartheta_i\}_{i=1}^p$ , и взаимно независимые отсчеты гауссового стационарного белого шума

$$\xi_k \sim CN(0, C), \quad \overline{\xi_k \cdot \xi_\ell^*} = C \cdot \delta_{k\ell}, \quad \delta_{k\ell} = \begin{cases} 1, & k = \ell \\ 0, & k \neq \ell \end{cases} \quad (1.11б)$$

с нулевыми средними и дисперсией  $C$ , обеспечивающей нормировку (1.10б).

Вытекающая из определения (1.11a) схема формирования процесса **АР- $p$**  показана на рис. 1.1, *а*.

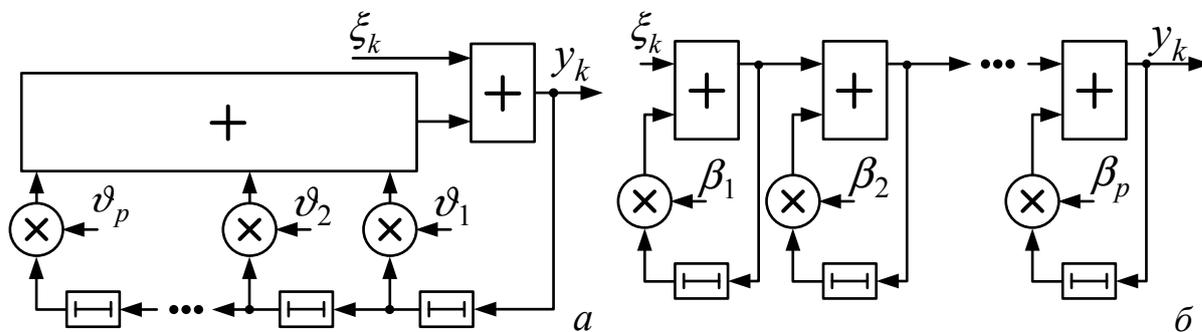


Рис. 1.1 – Формирующие фильтры процесса **АР- $p$**

Можно показать [70], что отсчеты  $y_k$  процесса **АР- $p$**  могут формироваться и схемой рис. 1.1, *б*. Здесь они получаются преобразованием отсчетов белого шума в  $p$  последовательно соединенных однозвенных рециркуляторах с «коэффициентами усиления»  $\beta_i, i \in 1, p$  в цепях обратной связи. Этот фильтр будет устойчивым (обеспечит в установившемся режиме конечную мощность), если будет устойчив каждый из составляющих его однозвенных рециркуляторов. Последние, в свою очередь, будут устойчивы, если будут

лежать внутри единичного круга  $|\beta_i| \leq 1$  «коэффициенты усиления» их цепей обратной связи.

Формирующие фильтры (**ФФ**) рис. 1.1 эквивалентны, если значения  $\beta_i$  совпадают с корнями характеристического уравнения (**ХУ**) [31, 70, 145]

$$\beta^p - \sum_{i=1}^p \vartheta_i \cdot \beta^{p-i} = 0, \quad (1.12)$$

коэффициентами которого служат значения  $\vartheta_i$ .

Достоинства этой модели обусловлены простотой моделирования **АР** отражений с непрерывными  $n \leq p$ -модовыми спектрами произвольной ширины, скоростью спада и расположением мод на нормированной частотной оси  $f \in -0.5, 0.5$  за счет соответствующего выбора в общем случае комплексного вектора параметров  $\theta$  [70, 85–87].

Г. В данной работе без потери общности полагается, что спектры отражений унимодальны и симметричны относительно точки максимума  $f = f_{\max} = 0$ . В «тестовых» примерах они задаются **АР**-моделями различного порядка  $p = 1, 3, 5, 10$ , а также  $p \rightarrow \infty$  с типичными для практики значениями коэффициентов (междупериодной) корреляции (**к.к.**) ( $\rho_1 \geq 0.8$ ) и относительных интенсивностей  $\eta \geq 30$  дБ. Пример этих спектров показан на рис 1.2.

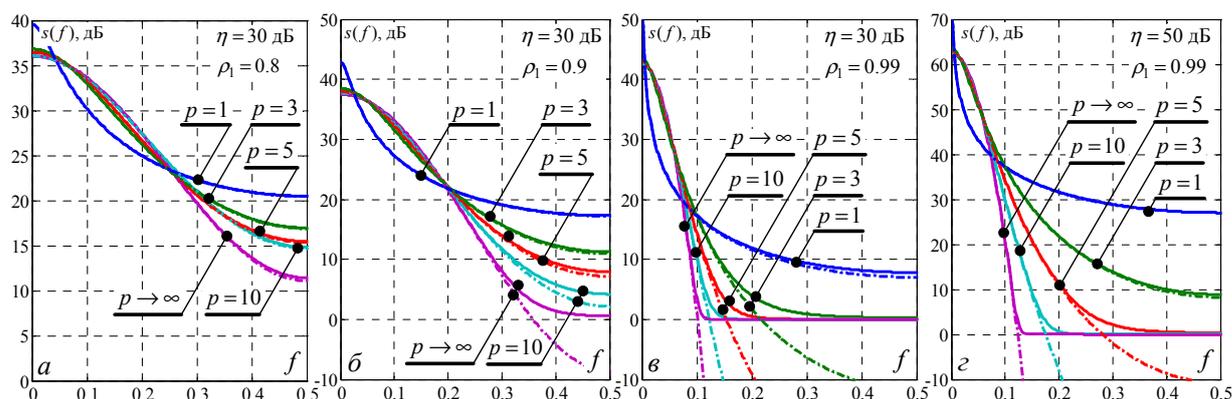


Рис. 1.2 – Спектры **АР**-процессов

Здесь штрих-пунктирными линиями показаны спектры (в дБ)  $\eta \cdot s_{norm}(f)$  с относительной интенсивностью  $\eta = 30, 50$  дБ и **к.к.**  $\rho_1 = 0.8$ ,  $\rho_1 = 0.9$  и  $\rho_1 = 0.99$  внешних излучений, а сплошными – спектры  $s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f)$

их смеси с собственным шумом приемных каналов единичной мощности. Шум приемника влияет на форму «хвостов» спектров и тем сильнее, чем выше к.к., порядок  $p$  и меньше интенсивность  $\eta$ .

Показанная тестовая совокупность спектров, естественно, не охватывает всего разнообразия их практически возможных видов, но имеет присущие им важные черты – различную ширину и степень неравномерности («небелости»), узкие пики (при  $p = 1$ ) и крутые спады (при  $p \rightarrow \infty$ ) [88, с. 98].

Поэтому она используется как при количественном анализе и сравнении методов СО отражений, рассматриваемых как полезные сигналы в первых двух разделах работы, так и при исследовании в последующих разделах систем МПО сигналов точечных целей на их фоне, когда они выступают в роли пассивных помех (ПП).

Количественный анализ по возможности сопровождается результатами обработки записей реальных отражений.

## 1.2. Обобщенные анализаторы спектров случайных процессов

### 1.2.1. Две разновидности обобщенных анализаторов спектра

А. Большинство методов оценивания спектров случайных процессов можно получить в рамках двух обобщенных анализаторов спектра (ОАС), показанных на рис. 1.3.

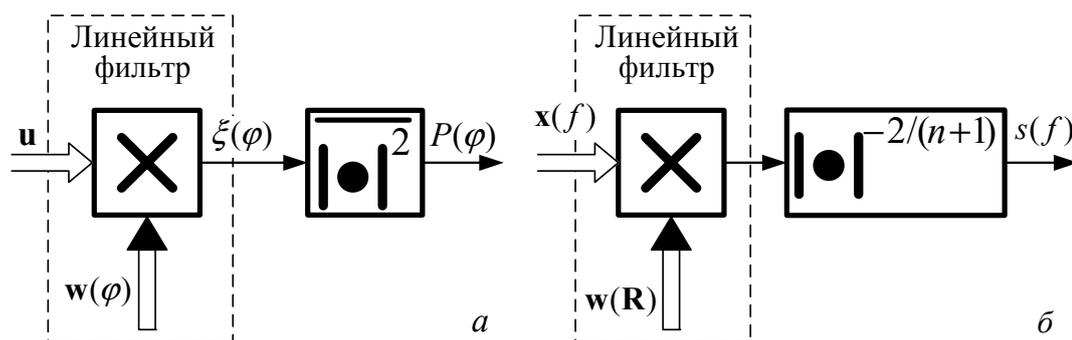


Рис. 1.3 – Обобщенные анализаторы спектра

Здесь и далее одинарными стрелками обозначаются скаляры, двойными – векторы, «зачернение» их наконечника обозначает операцию эрмитового сопряжения, черными стрелками показываются матрицы.

В первом ОАС (а) искомый спектр  $s(\varphi)$  в заданном диапазоне частот

$\varphi \in \varphi_{\min}, \varphi_{\max}$  отождествляется с оценкой  $\widehat{P}(\varphi)$  мощности

$$s(\varphi) = P(\varphi) = \overline{|\xi(\varphi)|^2} = \mathbf{w}^*(\varphi) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}(\varphi), \quad \mathbf{w}(\varphi) = \{w_\ell(\varphi)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{w} \quad (1.13)$$

сигнала

$$\xi(\varphi) = \mathbf{w}^*(\varphi) \cdot \mathbf{u} = \sum_{\ell=1}^M w_\ell^*(\varphi) \cdot u_\ell \quad (1.14)$$

на выходе линейного фильтра в процессе перестройки его **ИХ**  $\mathbf{w}(\varphi) = \mathbf{w}$  в этом диапазоне. Такая операция соответствует определению спектра как функции, описывающей распределение мощности процесса по частоте [31–33].

Второй **ОАС** ( $\delta$ ) базируется на хорошо известной связи [31–37]

$$s_{\text{ВЫХ}}(f) = s(f) \cdot k_p(f) \quad (1.15)$$

спектра  $s(f)$  на входе и спектра  $s_{\text{ВЫХ}}(f)$  на выходе линейного фильтра с энергетической частотной характеристикой (**ЭЧХ**) (квадрата модуля **ЧХ**)

$$k_p(f) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{w}|^2. \quad (1.16)$$

Если при этом входной и выходной спектры связаны равенством

$$s_{\text{ВЫХ}}(f) = 1/s^n(f), \quad n \geq 0, \quad (1.17)$$

то искомый входной спектр

$$s(f) = 1/k_p(f)^{1/(n+1)} \quad (1.18)$$

полностью определяется **ЭЧХ** фильтра  $k_p(f)$  (1.16), выполняющего преобразование (1.17).

В частности, при  $n = 0$  и  $n = 1$

$$s(f) = 1/k_p(f) \quad (\text{а}) \quad \text{и} \quad s(f) = 1/\sqrt{k_p(f)}. \quad (\text{б}) \quad (1.19)$$

В этом случае фильтры с **ЭЧХ**

$$k_p(f) = 1/s(f) \quad (\text{а}) \quad \text{и} \quad k_p(f) = 1/s^2(f) \quad (\text{б}) \quad (1.20)$$

соответствуют **обеляющему** и **обращающему** фильтрам, преобразующим в общем случае неравномерный спектр  $s(f)$  входного процесса в равномерный спектр  $s_{\text{ВЫХ}}(f) = 1$  белого шума и обратный входному спектр  $s_{\text{ВЫХ}}(f) = 1/s(f)$ .

**Б.** В процедуру рис. 1.3, *а* укладываются, в частности, классические периодограммные (коррелограммные) методы **СО**, которые называют также **непараметрическими** [35–37]. Смысл термина поясняется тем, что в этих методах не используется никакая априорная информация о функциональной форме искомого спектра или, что эквивалентно, о структуре и параметрах **ФФ** входного процесса.

Формально это проявляется в независимости **ИХ**  $\mathbf{w}(\varphi)$  фильтра рис. 1.3, *а* от этих параметров, которые содержатся в элементах **КМ**  $\mathbf{R}$  (1.9).

В противовес этому методы **СО**, укладываемые в процедуру рис. 1.3, *б*, обычно называются **параметрическими** [35–37]. В них постулируется структура **ФФ** входного процесса, определяющая функциональную форму его спектра, зависящего от конечномерного вектора параметров этого **ФФ**. Основным этапом **СО** в этом случае является оценка этих параметров, концентрирующихся в элементах оценки  $\hat{\mathbf{R}}$  его **КМ**  $\mathbf{R}$ . На основе ее элементов (параметров) вычисляются оценки  $\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}(\hat{\mathbf{R}})$  **ИХ**  $\mathbf{w} = \mathbf{w}(\mathbf{R})$  и  $\hat{k}_p(f) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{R}})|^2$  **ЭЧХ**  $k_p(f)$  (1.16), используемые при формировании оценки  $\hat{s}(f) = s(f, \hat{\mathbf{R}}) = 1/\hat{k}_p(f)^{1/(n+1)}$  спектра  $s(f)$  (рис. 1.3, *б*).

Стоит отметить, что все вытекающие из процедуры рис. 1.3, *б* параметрические методы **СО** формально могут быть получены и процедурой рис. 1.3, *а*, но с **ИХ** фильтра  $\mathbf{w}(\varphi) = \mathbf{w}(\varphi, \mathbf{R})$ , зависящей от **КМ**  $\mathbf{R}$ . Это будет продемонстрировано в следующем разделе (п. 2.2.2) на примере параметрического метода «минимальной дисперсии» Кейпона [43, 73–78].

В обеих процедурах рис. 1.3 скалярные произведения в (1.14), (1.16) вычисляются одинаковым по структуре линейным фильтром, например, показанными на рис. 1.4 классическим трансверсальным фильтром на основе линии задержки с отводами с весами, равными элементам  $w_\ell$ ,  $\ell \in 1, M$  его **ИХ**.

В работе полагается, что эти задержки одинаковы и равны  $T_p$ , а нормированные частоты  $f$  и  $\varphi$  в (1.13) – (1.20) связаны с истинной частотой  $f$  ра-

венством  $f = f \cdot T_p$  и  $\varphi = f \cdot T_p$ .

Другие структуры, более пригодные в реальной «адаптивной» ситуации, рассматриваются в следующем разделе.

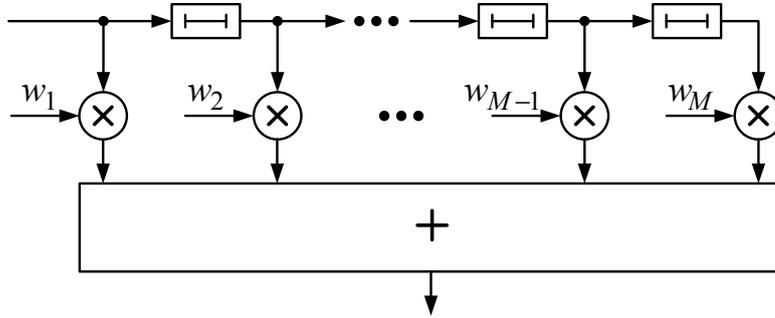


Рис. 1.4 – Трансверсальный фильтр

Рассмотрим некоторые свойства процедур рис. 1.3, 1.4 в этих условиях, объясняющие «предельные» возможности построенных на их основе методов СО в гипотетической ситуации известной **КМ R**.

### 1.2.2. Общие свойства непараметрических ОАС

Начнем с **ОАС** рис. 1.3, *a*. В силу (1.4) мощность (1.13) на выходе фильтра рис. 1.3, *a*, настроенного на частоту  $\varphi$  равна

$$P(\varphi) = \mathbf{w}^*(\varphi) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}(\varphi) = \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot k_p(f, \varphi) df = \int_{-0.5}^{0.5} s_{\text{ВЫХ}}(f, \varphi) df, \quad (1.21)$$

где по аналогии с (1.15), (1.16) значения его **ЭЧХ** и спектра на выходе на частоте  $f$  равны соответственно

$$k_p(f, \varphi) = \left| \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{w}(\varphi) \right|^2, \quad s_{\text{ВЫХ}}(f, \varphi) = s(f) \cdot k_p(f, \varphi). \quad (1.22)$$

Для типичных условий

$$k_p(f, \varphi) = k_p(f - \varphi) = k_p(\varphi - f) \quad (1.23)$$

равенство (1.21) с учетом периодичности на единичном интервале сомножителей его подынтегральной функции можно переписать в виде

$$P(\varphi) = \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot k_p(\varphi - f) df = \int_{-0.5}^{0.5} s(\varphi - f) \cdot k_p(f) df. \quad (1.24)$$

Отсюда и (1.21) вытекают «предельные» свойства **ОАС** рис. 1.3, *a*.

1. При любой **ИХ**  $\mathbf{w}(\varphi)$  единичной «длины» ( $\mathbf{w}^*(\varphi) \cdot \mathbf{w}(\varphi) = 1$ ) **ОАС**

рис. 1.3, *a* точно воспроизведет **равномерный** спектр  $s(\varphi) = s$  белого шума.

Действительно, в этом случае в соответствии с (1.4), (1.7) **КМ**  $\mathbf{R} = s \cdot \mathbf{I}_M$  откуда в силу первого равенства в (1.21)  $P(\varphi) = s$ .

Кроме того, при справедливости равенства (1.7) **ЭЧХ** (1.22) нормирована условием

$$\int_{\varphi-0.5}^{\varphi+0.5} k_p(f, \varphi) df = \mathbf{w}^*(\varphi) \cdot \mathbf{w}(\varphi) = 1. \quad (1.25)$$

2. **ОАС** рис. 1.3, *a* точно воспроизведет неравномерные спектры любой другой формы, если **ЭЧХ** его линейного фильтра будет равна дельта-функции Дирака  $k_p(f, \varphi) = \delta(f - \varphi)$ . Действительно, при этом в силу (1.21)  $P(\varphi) = s(\varphi)$ ,  $\varphi \in -0.5, 0.5$ .

3. Поскольку **ЭЧХ** с дельта-функцией  $\delta(f - \varphi)$  реально невозможны, то **ОАС** рис. 1.3, *a* с произвольными линейными фильтрами неточно воспроизведет неравномерный спектр анализируемого процесса даже в гипотетических условиях точного знания его **КМ**.

Ошибка воспроизведения зависит от формы этого спектра и **ЭЧХ** фильтра рис. 1.3, *a*. Так, вместо входного дельта-спектра  $s(f) = \delta(f - f_0)$  гармоники с частотой  $f_0$  он воспроизведет не этот спектр, а свою **ЭЧХ**

$$P(\varphi) = k_p(f_0, \varphi), \quad \varphi \in -0.5, 0.5, \quad (1.26)$$

что согласуется с определением **ЭЧХ** как отклика на гармоническое входное воздействие и прямо следует из первого равенства в (1.24).

4. Из этого равенства видно также, что воспроизводимый **ОАС** рис. 1.3, *a* спектр равен свертке искомого входного спектра с **ЭЧХ** фильтра. Поэтому уровень его ошибок воспроизведения зависит от соотношения протяженностей по частоте входного спектра и **ЭЧХ** фильтра и тем ниже (выше), чем это соотношение больше (меньше).

### 1.2.3. Общие свойства параметрических **ОАС**

Перейдем к **ОАС** рис. 1.3, *б*. Очевидно, что при полном согласовании **ЭЧХ** фильтра (1.16) с параметрами входного процесса, т.е. при точном вы-

полнении подобных (1.20) равенств этот **ОАС** точно воспроизведет по (1.18) искомый спектр и, тем самым, обеспечит более высокое качество **СО** по сравнению с **ОАС** рис. 1.3, *а*. Однако, практически неизбежное рассогласование **ЭЧХ** фильтра и входного процесса, обусловленное, в частности, неполнотой учтенной при синтезе априорной информации и ошибками оценивания параметров (**КМ**) входного процесса, может не сохранить «предельные» преимущества параметрических методов и даже «поменять их местами» [76] с непараметрическими. Здесь в соответствующей форме проявляется типичная закономерность – обработка, базирующаяся на той или иной априорной информации, при ее достоверности, как правило, эффективнее синтезированной без ее учета, но может уступать ей в условиях, в которых априорные предположения не выполняются. Применительно к рассматриваемой задаче **СО** такая возможность отмечена в [37], но конкретные количественные оценки отсутствуют. Этот пробел частично восполняется далее для ряда параметрических методов **СО** стационарных **АР**-процессов порядка  $p \geq 1$ .

Эта широко распространенная модель относится только к отражениям от внешних источников (в частности, от **МО**), так что априорная информация о собственном шуме приемника выступает как не использованная при синтезе и влияет на итоговый спектр.

Дополнительными источниками ошибок выступают рассогласование размера  $M$  фильтра (анализируемой пачки отражений) и порядка  $p$  аппроксимирующего модели **АР**, а также конечность объема обучающей выборки, доступной при оценке параметров входных воздействий.

Ниже анализируется сущность известных методов **СО** и их новые модификации, вытекающие из структуры **ОАС** рис. 1.3, *б*  $M$ -мерных пачек процессов **АР**- $p$ . Показывается, что известные и новые **АР**-параметрические методы **СО** реализуются комбинацией квадратов модулей выходных сигналов линейных фильтров с **ИХ**, пропорциональными строкам  $M \times M$  матрицы

$$\Psi = \{\psi_{i,j}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{R}^{-1}, \quad (1.27)$$

обратной **КМ** (1.9), которые при определенных условиях совпадают с **ИХ** обеляющих или обращающих фильтров дискретных **АР**-процессов.

### 1.3. Обеляющие и обращающие фильтры дискретных **АР**-процессов

**А.** Начнем с обеляющих фильтров, **ЭЧХ**  $k_p(f)$  которых определяют спектр  $s(f)$  (1.19) анализируемого процесса. Как следует из определения (1.11а), для  $p+1$  смежных отсчетов процесса **АР**- $p$  справедливо равенство

$$\xi_k = y_k - \sum_{i=1}^p \vartheta_i \cdot y_{k-i} = \mathbf{a}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{y}_k, \quad (1.28)$$

$$\mathbf{a}^{(p+1)*} = \{\alpha_i\}_{i=1}^{p+1}, \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_{i+1} = -\vartheta_i, \quad \mathbf{y}_k = \{y_{k-i}\}_{i=0}^p,$$

где, как и в (1.11б),  $\xi_k$  – взаимно независимые отсчеты гауссового стационарного белого шума с нулевым средним и дисперсией  $|\overline{\xi_k}|^2 = C$ . Они формируются, в частности, на выходе трансверсального фильтра (рис. 1.5) в результате взвешенного суммирования (1.28)  $p+1$  смежных отсчетов входного процесса **АР**- $p$ .

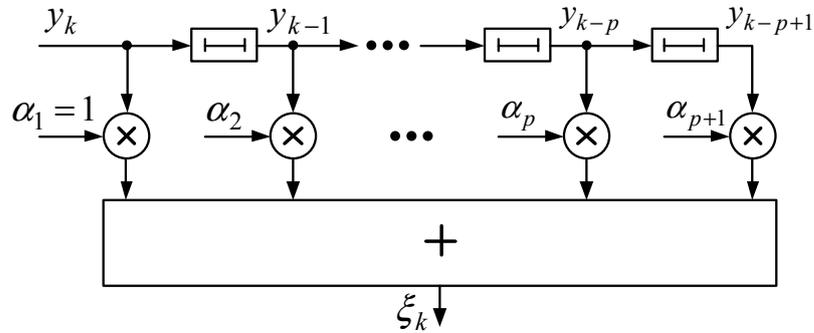


Рис. 1.5 – Трансверсальный фильтр

Поэтому фильтр рис. 1.5 с вектором весов (**ИХ**)  $\mathbf{a}^{(p+1)*}$  (1.28) размера  $p+1$  является обеляющим для **АР МО** с параметрами  $\vartheta_i$ ,  $i \in 1, p$ . В силу (1.16), (1.20) его **ЭЧХ**

$$k_p(f) = \left| \mathbf{a}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) \right|^2 = C / s_{norm}(f) \quad (1.29)$$

определяет спектр  $s_{norm}(f)$  входного процесса. Здесь через  $\mathbf{x}_L(f)$  обозначается вектор из  $L \leq M$  любых смежных компонент вектора  $\mathbf{x}(f)$  (1.5).

**ИХ**  $\mathbf{a}^{(p+1)*}$  удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{a}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{\Theta}^{(p+1)} = \overline{\xi_k \cdot \mathbf{y}_k^*}, \quad (1.30a)$$

полученному умножением справа обеих частей (1.28) на  $(p+1)$ -мерную строку  $\mathbf{y}_k^*$  и их последующему статистическому усреднению. Здесь

$$\mathbf{\Theta}^{(p+1)} = \{\rho_{i,j}\}_{i,j=1}^{p+1} = \overline{\mathbf{y}_k \cdot \mathbf{y}_k^*} \quad (1.30б)$$

$(p+1) \times (p+1)$  нормированная **КМ** вектора  $\mathbf{y}_k$ , в силу оговоренной стационарности входного процесса не зависящая от  $k$ .

Вектор в правой части (1.30a) равен

$$\overline{\xi_k \cdot \mathbf{y}_k^*} = C \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)*}, \quad (1.30в)$$

где  $\mathbf{e}_n^{(N)}$  –  $n$ -й столбец единичной  $N \times N$  матрицы  $\mathbf{I}_N$ .

Это равенство следует из того, что все компоненты вектора  $\mathbf{y}_k^*$ , кроме первой, образованы «предшествующими» отсчетами шума  $\xi_\ell$ , некоррелированными с его  $k$ -м отсчетом  $\xi_k$ , входящим в первую компоненту вектора  $\mathbf{y}_k^*$ .

Решением (1.30) является строка

$$\mathbf{a}^{(p+1)*} = C \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)*} \cdot \mathbf{\Omega}^{(p+1)} = C \cdot \boldsymbol{\omega}_1^{(p+1)*}, \quad (1.31)$$

где  $\boldsymbol{\omega}_v^{(p+1)*}$  –  $v$ -я строка матрицы

$$\mathbf{\Omega}^{(p+1)} = \{\omega_{i,j}^{(p+1)}\}_{i,j=1}^{p+1} = (\mathbf{\Theta}^{(p+1)})^{-1}, \quad (1.32)$$

обратной  $(p+1) \times (p+1)$  **КМ**  $\mathbf{\Theta}^{(p+1)}$  (1.30б). Поскольку в силу (1.28) первая компонента строки (1.31)  $\alpha_1 = 1$ , то коэффициент пропорциональности в (1.31) (дисперсия формирующего шума (1.11б))

$$C = 1 / \omega_{1,1}^{(p+1)}. \quad (1.33)$$

**Б.** В рассматриваемом случае теплицевой **КМ**  $\mathbf{\Theta}^{(p+1)}$  (1.10a) обратная ей матрица  $\mathbf{\Omega}^{(p+1)}$  персимметрична (симметрична относительно побочной диагонали), т.е. удовлетворяет равенству

$$\mathbf{\Omega}^{(p+1)} = \mathbf{J}_{p+1} \cdot \mathbf{\Omega}^{(p+1)\sim} \cdot \mathbf{J}_{p+1}, \quad (1.34)$$

где  $\mathbf{J}_N$  –  $N \times N$  ортогональная матрица перестановок с единицами на побочной диагонали.

Поэтому **ИХ** (1.31) равна

$$\boldsymbol{\alpha}^{(p+1)*} = \boldsymbol{\beta}^{(p+1)T} \cdot \mathbf{J}_{p+1}, \quad (1.35a)$$

где  $(p+1)$ -мерная строка

$$\boldsymbol{\beta}^{(p+1)*} = \{\beta_\ell\}_{\ell=1}^{p+1} = C \cdot \boldsymbol{\omega}_{p+1}^{(p+1)*}, \quad \beta_{p+1} = C \cdot \omega_{p+1,p+1}^{(p+1)} = C \cdot \omega_{1,1}^{(p+1)} = 1 \quad (1.35b)$$

пропорциональна **последней** строке

$$\boldsymbol{\omega}_{p+1}^{(p+1)*} = \mathbf{e}_{p+1}^{(p+1)*} \cdot \boldsymbol{\Omega}^{(p+1)} \quad (1.35b)$$

матрицы  $\boldsymbol{\Omega}^{(p+1)}$ .

В таком случае трансверсальный фильтр с **ИХ** (1.35б), равной

$$\boldsymbol{\beta}^{(p+1)*} = \boldsymbol{\alpha}^{(p+1)T} \cdot \mathbf{J}_{p+1} \quad (1.36)$$

имеет такую же структуру, что и показанный на рис. 1.5, но с весами  $\beta_\ell$ .

Его **ЭЧХ** удовлетворяет равенству

$$k_p(f) = \left| \boldsymbol{\beta}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) \right|^2 = \left| \left( \boldsymbol{\alpha}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) \right) \right|^2, \quad (1.37)$$

при выводе которого учтено легко проверяемое свойство  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) = c \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{p+1}(f)$ ,  $|c|^2 = 1$  вектора  $\mathbf{x}(f)$  (1.5).

**ЭЧХ** (1.37) в точности совпадает с **ЭЧХ** (1.29) обеляющего фильтра рис. 1.5, и, следовательно, фильтр с **ИХ** (1.35б) также обеляет процесс **АР- $p$** .

**В. ИХ** (1.31), (1.35б) с учетом (1.33) можно переписать в виде

$$\boldsymbol{\alpha}^{(p+1)*} = \sqrt{C} \cdot \mathbf{a}_1^{(p+1)*}, \quad \boldsymbol{\beta}^{(p+1)*} = \sqrt{C} \cdot \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*}, \quad (1.38)$$

$$\mathbf{a}_1^{(p+1)*} = \{a_\ell^{(p+1)*}\}_{\ell=1}^{p+1} = \frac{\boldsymbol{\omega}_1^{(p+1)*}}{\sqrt{\omega_{1,1}^{(p+1)}}}, \quad \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*} = \{b_\ell^{(p+1)*}\}_{\ell=1}^{p+1} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{p+1}^{(p+1)*}}{\sqrt{\omega_{p+1,p+1}^{(p+1)}}}. \quad (1.39)$$

Фильтры с нормированными **ИХ** (1.39) также, естественно, обеляющие, поскольку, в силу (1.29), (1.36), (1.38), их **ЭЧХ** равны

$$k_p(f) = \left| \mathbf{a}_1^{(p+1)*} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) \right|^2 = \left| \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{x}_{p+1}(f) \right|^2 = \frac{1}{s_{norm}(f)}. \quad (1.40)$$

Г. Для дальнейшего важно, что нормированные **ИХ** (1.39) равны

$$\mathbf{a}_1^{(p+1)*} = \mathbf{n}_1^{(p+1)*} = \mathbf{e}_1^{(p+1)*} \cdot \mathbf{n}^{(p+1)*}, \quad \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*} = \mathbf{h}_{p+1}^{(p+1)*} = \mathbf{e}_{p+1}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{h}^{(p+1)}, \quad (1.41)$$

т.е. совпадают соответственно с первой строкой  $\mathbf{n}_1^{(p+1)*}$  верхней треугольной  $(p+1) \times (p+1)$  матрицы  $\mathbf{n}^{(p+1)*} = \{n_{i,j}\}_{i,j=1}^{p+1}$ ,  $n_{i,j} = 0$ ,  $i > j$  и последней строкой  $\mathbf{h}^{(p+1)}$  нижней треугольной  $(p+1) \times (p+1)$  матрицы  $\mathbf{h}^{(p+1)} = \{h_{i,j}\}_{i,j=1}^{p+1}$ ,  $h_{i,j} = 0$ ,  $i < j$ , которые являются сомножителями ниже-верхнего и выше-нижнего разложений Холецкого [67–69] эрмитовы положительно определенных матрицы

$$\mathbf{\Omega}^{(p+1)} = \mathbf{n}^{(p+1)} \cdot \mathbf{n}^{(p+1)*} = \mathbf{h}^{(p+1)*} \cdot \mathbf{h}^{(p+1)}. \quad (1.42)$$

Действительно, из последнего равенства и (1.34) следует, что

$$\mathbf{n}_1^{(p+1)*} = \frac{1}{n_{1,1}} \cdot \boldsymbol{\omega}_1^{(p+1)*}, \quad \mathbf{h}_{p+1}^{(p+1)*} = \frac{1}{h_{p+1,p+1}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{p+1}^{(p+1)*},$$

$$\boldsymbol{\omega}_{1,1}^{(p+1)} = n_{1,1}^2 = h_{p+1,p+1}^2 = \boldsymbol{\omega}_{p+1,p+1}^{(p+1)},$$

откуда в сочетании с (1.39) следует непосредственно (1.41).

При  $M \geq p+1$  матрицы  $\mathbf{h}^{(p+1)}$  и  $\mathbf{n}^{(p+1)*}$  представляют собой первую и последнюю главные [69]  $(p+1) \times (p+1)$  подматрицы  $M \times M$  матриц  $\mathbf{h}^{(M)} = \mathbf{h}$  и  $\mathbf{n}^{(M)*} = \mathbf{n}^*$  разложения Холецкого матрицы  $\mathbf{\Omega}^{(M)} = \{\omega_{i,j}\}_{i,j=1}^M$

$$\mathbf{\Omega}^{(M)} = (\boldsymbol{\Theta}^{(M)})^{-1} = \mathbf{\Omega} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^* = \mathbf{h}^* \cdot \mathbf{h}, \quad (1.43)$$

схематически показанного на рис. 1.6.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \mathbf{h}^* \\ \hline \mathbf{0} & \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{h} & \\ \hline \end{array} = \mathbf{\Omega} = \begin{array}{|c|c|} \hline & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{n} & \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline & \mathbf{n}^* \\ \hline \mathbf{0} & \\ \hline \end{array}$$

Рис. 1.6 – Верхне-нижнее и ниже-верхнее разложение Холецкого (1.43)

«Генезис» и свойства многих известных и относительно новых параметрических методов **СО** во многом объясняются свойствами матриц в (1.43), на которых поэтому целесообразно остановиться.

Д. Начнем со свойств нижней треугольной  $M \times M$  матрицы  $\mathbf{h}$ . Очевид-

но, что в общем случае она полностью определяется набором  $m$ -мерных строк  $\mathbf{b}_m^* = \{b_\ell^{(m)}\}_{\ell=1}^m$ , составленных из  $m$  первых элементов  $m$ -й строки  $\mathbf{h}$ .

Как показано в [79], при теплицевой КМ  $\Theta^{(M)}$  процесса АР порядка  $p \geq 1$  для определяющих строк этой матрицы справедливы рекурсии

$$\mathbf{b}_{m+1}^* = (0, \mathbf{b}_m^*), \quad p+1 \leq m < M, \quad (1.44)$$

вследствие которых

1. Нижняя треугольная  $M \times M$  матрица  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_b$  – ленточная [69, 80] с шириной ленты  $zz = p+1$ .

2. Подматрица  $\mathbf{h}_L = \{h_{i,j}\}_{i=p+1, j=1}^{M, M}$ , образованная последними  $M-p$  строками матрицы  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_b$  – ленточная теплицева, полностью определяющаяся последней строкой  $\mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*}$  (1.41) нижней треугольной  $(p+1) \times (p+1)$  матрицы  $\mathbf{h}^{(p+1)}$  (1.42).

3. Эта определяющая строка  $\mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*}$  в силу (1.40) совпадает с ИХ обеляющего фильтра процесса АР порядка  $p < M$ .

На рис. 1.7 показан пример матрицы  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_b$  с  $M = 8$ ,  $p = 3$  и  $\rho_1 = 0.99$ , наглядно иллюстрирующий эти свойства. В штриховой рамке показана матрица  $\mathbf{h}^{(p+1)}$  (1.42), последняя строка которой полностью определяет всю ленточную теплицеву подматрицу  $\mathbf{h}_L$ .

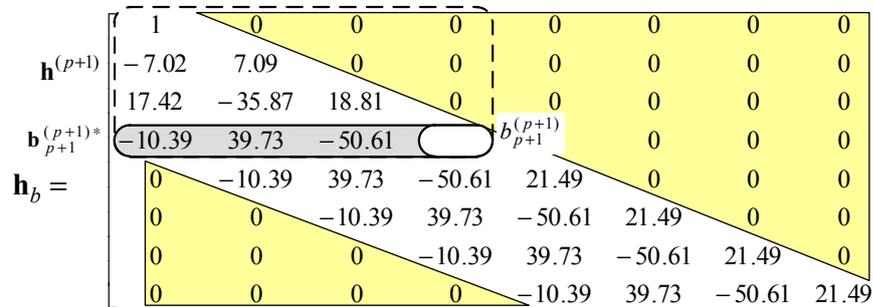


Рис. 1.7 – Ленточная нижняя треугольная матрица  $\mathbf{h}_b$  ( $M = 8, p = 3, \rho_1 = 0.99$ )

Фильтры с ИХ  $\mathbf{h}_m^*$ , равной  $m$ -й строке такой матрицы, имеют ЭЧХ

$$k_p(f, m) = \left| \mathbf{b}_m^* \cdot \mathbf{x}_{m,1}(f) \right|^2, \quad \mathbf{x}_{m,g}(f) = \left\{ e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (\ell+g+1)} \right\}_{\ell=1}^m, \quad (1.45)$$

где  $\mathbf{x}_{m,g}(f)$  – подвектор из  $m$  смежных компонент вектора  $\mathbf{x}(f)$  (1.5), начиная с  $g$ -й в условиях (1.6б) равенства интервалов  $T$  между импульсами.

При  $m > p + 1$  в силу свойства 2 («теплицевости» подматрицы  $\mathbf{h}_L$ )

$$k_p(f, m) = \left| \left( 0, \mathbf{b}_{m-1}^* \right) \cdot \mathbf{x}_{m,1}(f) \right|^2 = \left| \mathbf{b}_{m-1}^* \cdot \mathbf{x}_{m,2}(f) \right|^2 = k_p(f, m-1), \quad (1.46)$$

где использованы очевидные равенства  $\mathbf{x}_{m,2}(f) = c \cdot \mathbf{x}_{m,1}(f)$ ,  $|c|^2 = 1$ .

Отсюда и (1.40) следует, что

$$k_p(f, m) = |p_m(f)|^2 = 1/s_{norm}(f) \quad (1.47)$$

для всех  $m \geq p + 1$ .

Тем самым квадраты модулей  $M - p$  последних компонент вектора

$$\mathbf{p}(f) = \{p_m(f)\}_{m=1}^M = \mathbf{h}_b \cdot \mathbf{x}(f) \quad (1.48)$$

совпадают с ЭЧХ обеляющего фильтра процесса **AP** порядка  $p < M - 1$ . Другими словами, фильтр с нижней треугольной ленточной матричной **ИХ** (**МИХ**)  $\mathbf{h}_b$  с шириной ленты  $zz = p + 1$  содержит в своем составе  $M - p$  обеляющих фильтров, одинаковые **ИХ** которых равны  $(p + 1)$ -мерным векторам  $\mathbf{b}_m^* = \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)*}$ ,  $p + 1 \leq m < M$  в границах ленты ее  $M - p$  последних строк. Для  $p$  первых элементов вектора  $\mathbf{p}(f)$  справедливо приближенное равенство

$$|p_m(f)|^2 \approx 1/s_{norm}^\gamma(f), \quad m \in 1, p, \quad 0 \leq \gamma < 1. \quad (1.49)$$

Фильтры с такими ЭЧХ не могут обелить входной процесс **AP**- $p$  и поэтому ниже называются «недообеляющими». По очевидной причине первый из них ( $m = 1$ ), не меняющий форму входного спектра, называется «всепропускающим».

**Е.** Перейдем к свойствам верхней треугольной матрицы  $\mathbf{n}^{(M)*} = \mathbf{n}^*$  (1.43) в рассматриваемом случае теплицевой **КМ**  $\mathbf{\Theta}^{(M)} = \mathbf{\Theta}$  и, следовательно, персимметричной матрицы  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Theta}^{-1}$ , удовлетворяющей равенству

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{\Omega} \sim \cdot \mathbf{J}, \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}^{-1}, \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_M. \quad (1.50a)$$

Отсюда в сочетании с (1.43) следует, что

$$\mathbf{n}^{(M)*} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{h} \sim \cdot \mathbf{J}. \quad (1.506)$$

Тем самым верхняя треугольная матрица  $\mathbf{n}^*$  есть результат поворота нижней треугольной матрицы  $\mathbf{h}$  относительно побочной диагонали, транспонирования и комплексного сопряжения элементов «перевернутой» матрицы.

Такая трансформация означает, что

1. Верхняя треугольная  $M \times M$  матрица  $\mathbf{n}^* = \mathbf{n}_b^*$  – верхняя треугольная ленточная с шириной ленты  $zz = p + 1$ .

2. Подматрица  $\mathbf{n}_u^* = \{n_{i,j}\}_{i=1, j=1}^{M-p, M}$ , образованная ее первыми  $M - p$  строками – ленточная теплицева, полностью определяющаяся первой строкой

$$\mathbf{a}_1^{(p+1)*} = \mathbf{b}_{p+1}^{(p+1)T} \cdot \mathbf{J}_{p+1} \quad (1.51)$$

$(p+1) \times (p+1)$  матрицы  $\mathbf{n}^{(p+1)*}$  (1.42) – последней главной  $(p+1) \times (p+1)$  подматрицей  $M \times M$  матрицы  $\mathbf{n}^*$  разложения Холецкого (1.43).

3. Эта определяющая строка  $\mathbf{a}_1^{(p+1)*}$  в силу (1.40) совпадает с **ИХ** обеляющего фильтра процесса **АР** порядка  $p < M$ .

Повторяя рассуждения п. Д, для строк матрицы  $\mathbf{n}^*$  с приведенными свойствами, нетрудно показать, что для элементов вектора

$$\mathbf{q}(f) = \{q_m(f)\}_{m=1}^M = \mathbf{n}_b^* \cdot \mathbf{x}(f) \quad (1.52)$$

справедливы аналогичные (1.47) равенства

$$|q_m(f)|^2 = 1/s_{norm}(f), \quad m \in 1, M - p. \quad (1.53)$$

Они означают, что фильтр с  $M \times M$  верхней треугольной ленточной **МИХ**  $\mathbf{n}_b^*$  с шириной ленты  $zz = p + 1$  содержит в своем составе  $M - p$  обеляющих фильтров, одинаковые **ИХ** которых равны  $(p + 1)$ -мерным векторам  $\mathbf{a}_m^* = \mathbf{a}_1^{(p+1)*}$ ,  $m \in 1, M - p$  в границах ленты ее  $M - p$  **первых** строк.

Для остальных элементов вектора (1.52) справедливо равенство

$$|q_m(f)|^2 \approx 1/s_{norm}^\gamma(f), \quad m \in M - p + 1, M, \quad 0 \leq \gamma < 1. \quad (1.54)$$

Фильтры с такими **ЭЧХ**, как и (1.49), – «недообеляющие», а последний

из них ( $m = M$ ), не меняющий форму спектра – «всепропускающий».

Источники **ИХ** «всепропускающих», «недообеляющих» и обеляющих фильтров в нижней  $\mathbf{h}_b$  и верхней  $\mathbf{n}_b^*$  треугольных матрицах показаны схематически на рис. 1.8.

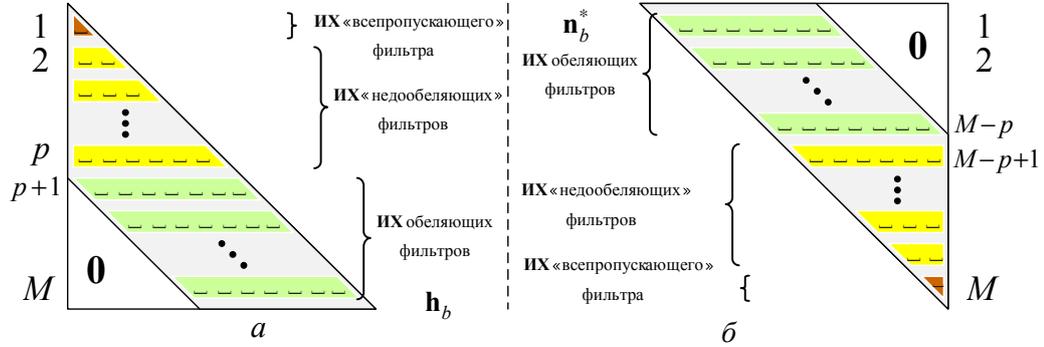


Рис. 1.8 – Источники **ИХ** «всепропускающих», «недообеляющих» и обеляющих фильтров в треугольных матрицах  $\mathbf{h}_b$  и  $\mathbf{n}_b^*$

**Ж.** Описанные свойства треугольных матриц-сомножителей означают, что разложение Холецкого (1.43) при  $M \geq p + 1$  имеет вид

$$\mathbf{n}_b \cdot \mathbf{n}_b^* = \mathbf{\Omega}_b = \mathbf{h}_b^* \cdot \mathbf{h}_b, \quad (1.55)$$

где  $\mathbf{\Omega}_b$  – эрмитова положительно определенная ленточная  $M \times M$  матрица с шириной ленты  $z = 2 \cdot p + 1$  [31, 32], схематически показанная на рис. 1.9.

$$\begin{bmatrix} & & & \mathbf{h}_b^* \\ & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{h}_b \\ & & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{n}_b \\ & & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} & & & \mathbf{n}_b^* \\ & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & \end{bmatrix}$$

Рис. 1.9 – Разложение Холецкого ленточной матрицы  $\mathbf{\Omega}_b$

Из левого (нижне-верхнего) разложения (1.55) матрицы  $\mathbf{\Omega}_b$  следует, что ее  $v$ -я строка  $\mathbf{\omega}_v^*$  равна

$$\mathbf{\omega}_v^* = \sum_{i=1}^L \tilde{a}_i \cdot [\mathbf{0}_{v-i}^*, \mathbf{a}_1^{(p+1)*}], \quad L = \min \begin{pmatrix} v \\ p+1 \end{pmatrix}, \quad v \in 1, M-p, \quad (1.56)$$

где  $\mathbf{0}_k^*$  –  $k$ -мерная нулевая строка.

Тем самым она является сверткой  $L$ -мерного вектора  $\mathbf{a}_L = \{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=1}^L$  и  $(p+1)$ -мерного вектора  $\mathbf{a}_1^{(p+1)*}$  и, следовательно, совпадает с **ИХ** последова-

тельного соединения двух фильтров. В роли одного из них выступает фильтр рис. 1.5, а в роли второго – фильтр, содержащий  $v-1 < p+1$  звеньев (ступеней) этого фильтра (число звеньев определяется числом элементов памяти (задержки) фильтра). При этом строки  $\omega_v^*$  с номерами  $v \in p+1, M-p$  являются сверткой векторов  $\mathbf{a}_1^{(p+1)*}$  равной длины – **ИХ** обеляющих фильтров. Поскольку свертке **ИХ** фильтров соответствует произведение их **ЭЧХ**, квадрат модуля  $|w_v(f)|^2$   $v$ -й,  $v \in p+1, M-p$  компоненты вектора

$$\mathbf{w}(f) = \{w_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{x}(f) \quad (1.57)$$

в соответствии с (1.47), (1.53) равен

$$|w_v(f)|^2 = 1/s_{norm}^2(f), \quad v \in p+1, M-p \quad (1.58)$$

и, следовательно, совпадает с **ЭЧХ** (1.20б) обращающего фильтра процесса **АР** порядка  $p < M/2$ .

Строки  $\omega_v^*$  с номерами  $v < p+1$  и  $v > M-p$  представляют собой **ИХ** последовательно включенных обеляющего и «недообеляющего» (см. пп. Д, Е) фильтров рис. 1.5, поэтому по характеру преобразования входного спектра они занимают «промежуточное» положение между обеляющими и обращающими фильтрами. Их можно называть поэтому «переобеляющими» или «недообращающими» фильтрами процессов **АР** порядка  $p < M/2$

Таковыми же свойствами обладает **ИХ** последовательного соединения фильтров рис. 1.5 с **ИХ** (1.36), в чем можно формально убедиться, используя правое (верхне-нижнее) разложение Холецкого (рис. 1.9). Физически очевидно, что эти же свойства может обеспечить последовательное соединение фильтров рис. 1.5 и  $v-1 < p+1$  звеньев (ступеней) фильтра с **ИХ** (1.36) (или наоборот), что является следствием взаимосвязей (1.50), (1.51).

Отсюда следует, что при  $M \geq 2 \cdot p + 1$

1. Первая  $\omega_1^{(M)*}$  (последняя  $\omega_M^{(M)*}$ ) строка матрицы  $\mathbf{\Omega}_b$  пропорциональна **ИХ** обеляющего фильтра.

2. Подматрица  $\Omega_m = \{\omega_{i,j}\}_{i=p+1, j=1}^{M-p, M}$  матрицы  $\Omega_b$  – ленточная с шириной  $z = 2 \cdot p + 1$  и теплицева, поэтому полностью определяется  $(p + 1)$ -й  $z$ -мерной строкой  $\omega_{p+1}^* = \{\omega_{p+1,\ell}\}_{\ell=1}^{2 \cdot p + 1}$ .

3. Эта определяющая строка в силу (1.40) совпадает с **ИХ** обращающего фильтра процесса **АР** порядка  $p < M / 2$ .

На рис. 1.10 показан пример матрицы  $\Omega_b$  (1.55) для тех же условий, что и на рис. 1.7, наглядно иллюстрирующий эти свойства. Штриховыми линиями выделены границы ленточной теплицевой матрицы  $\Omega_m$ .

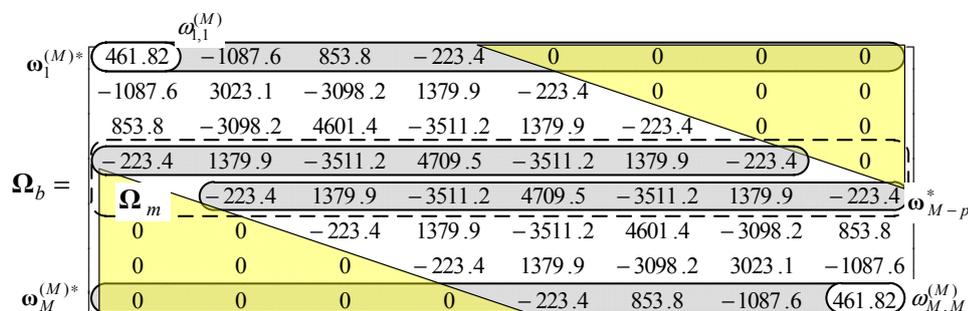


Рис. 1.10 – Ленточная матрица  $\Omega_b$  ( $M = 8, p = 3, \rho_1 = 0.99$ )

Таким образом, фильтр с  $M \times M$  **МИХ**  $\Omega_b$  (1.55) содержит в своем составе 2 обеляющих фильтра процесса **АР**-  $p < M$  с **ИХ**  $\mathbf{a}_1^{(M)*}$ ,  $\mathbf{b}_M^{(M)*}$ ,  $2 \cdot (p - 1)$  «переобеляющих» («недообращающих») фильтров с **ИХ**  $\omega_v^*$ ,  $v \in 2, p$ ,  $v \in M - p + 1, M - 1$  и  $v = M - 2 \cdot p$  обращающих фильтров процесса **АР**-  $p < M / 2$  с **ИХ**  $\omega_{p+\ell}^*, \ell \in 1, M - 2 \cdot p$ . Они схематически показаны на рис. 1.11.

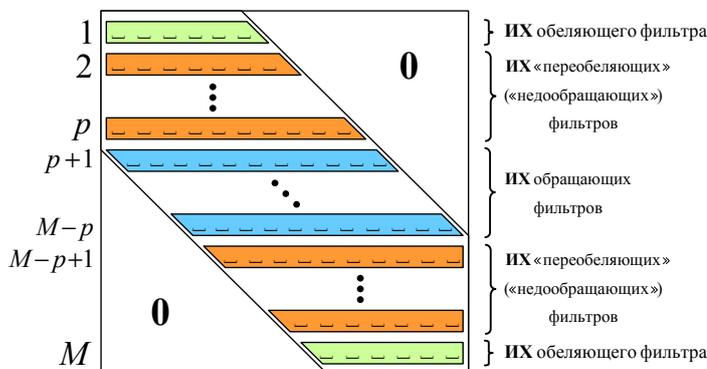


Рис. 1.11 – Источники **ИХ** обеляющих, «переобеляющих» и обращающих фильтров в матрице  $\Omega_b$

Нарастивая число последовательно включенных обесцвечивающих или обрабатывающих фильтров, можно получить ЭЧХ вида (1.20), обратно пропорциональные произвольной степени спектра входного АР-процесса.

#### 1.4. Эффекты рассогласования входного процесса и фильтра

**А.** В радиолокационных задачах представляющие интерес отражения от внешних источников, например, от **МО**, наблюдаются в смеси с собственным шумом приемника. Поэтому свойства матрицы  $\Psi = \mathbf{R}^{-1}$  (1.27), обратной **КМ**  $\mathbf{R}$  этой смеси, в общем случае могут отличаться от рассмотренных выше свойств матрицы  $\Theta = \mathbf{\Omega}^{-1}$ , обратной нормированной **КМ** внешних АР-отражений. Отличия порождены, в частности, использованием в (1.9) вместо  $\Theta$  естественной ненормированной **КМ**  $\Theta_\eta = \eta \cdot \Theta$ , для которой

$$\mathbf{n}_\eta \cdot \mathbf{n}_\eta^* = \mathbf{\Omega}_\eta = (\eta \cdot \Theta)^{-1} = \mathbf{h}_\eta^* \cdot \mathbf{h}_\eta, \quad (1.59)$$

а также добавочным слагаемым в виде единичной матрицы, учитывающим собственный шум приемника.

Очевидно, что установленные в п. 1.3 свойства матриц  $\mathbf{\Omega} = \Theta^{-1}$  и их треугольных сомножителей Холецкого при  $M > 2 \cdot p$  полностью переносятся на матрицы в (1.59). В частности, сохраняется ленточная структура матриц  $\mathbf{h}_\eta = (1/\sqrt{\eta}) \cdot \mathbf{h}_b$ ,  $\mathbf{n}_\eta = (1/\sqrt{\eta}) \cdot \mathbf{n}_b$ ,  $\mathbf{\Omega}_\eta = (1/\eta) \cdot \mathbf{\Omega}_b$  и, тем самым, представление рис. 1.9 в целом. В этих условиях изменения ЭЧХ в (1.40), (1.47), (1.53), (1.58) сведутся только к замене  $s_{norm}(f)$  на  $\eta \cdot s_{norm}(f)$ , что сохранит свойства соответствующих фильтров, отраженные в их названиях.

Эти свойства нарушаются при рассогласовании размера  $M$  фильтра (анализируемой пачки внешних отражений) и порядка  $p$  анализируемого АР-процесса, а также неизбежным собственным шумом приемника. Эффекты такого рассогласования кратко анализируются ниже.

**Б.** На рис. 1.12 показаны эффекты, связанные с рассогласованием размера  $M$  фильтра и порядка  $p$  анализируемого АР-процесса в условиях (1.59).

Штриховыми кривыми здесь показаны спектры входных АР-процессов

различных порядков  $p=1, 3, 5, 10$  интенсивностью  $\eta=30, 40, 50$  дБ с к.к.  $\rho_1 = 0.99$ , сплошными – спектры  $s_{\text{ВЫХ}}(f)$  (1.15) на выходе фильтров размера  $M=8$  с ИХ – строками матриц (1.59). Цифрами указан номер  $v$  этой строки, значению  $v=1$  ( $v=M=8$ ) соответствует первая (последняя) строка матрицы  $\mathbf{n}_{\eta}^*$ , ( $\mathbf{h}_{\eta}$ ), а остальные – строкам матрицы  $\mathbf{\Omega}_{\eta}$  (1.59).

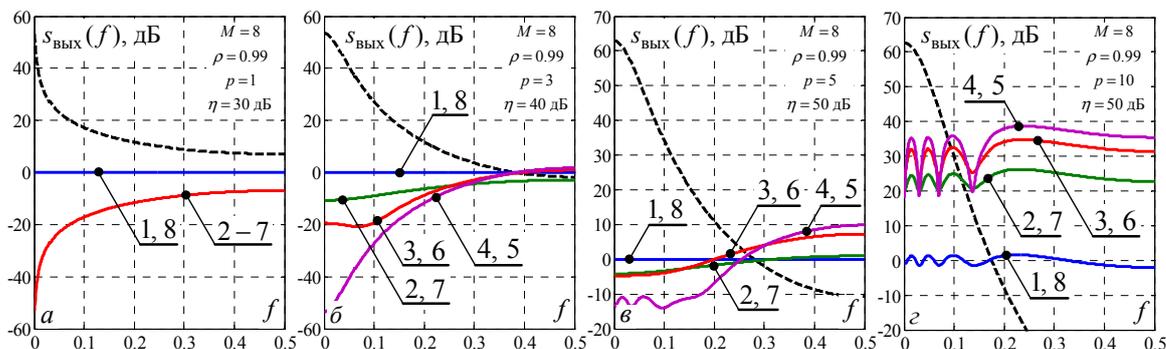


Рис. 1.12 – Спектры АР- $p$  процессов на входе и выходе фильтров с ИХ – строками матрицы  $\mathbf{\Omega}_{\eta}$  ( $M=8$ ,  $\rho_1=0.99$ )

В условиях (рис. 1.12, а, б) отсутствия рассогласования ( $M=8 > 2 \cdot p$ ) фильтры с ИХ  $\mathbf{n}_{\eta 1}^* = \mathbf{e}_1^{(M)*} \cdot \mathbf{n}_{\eta}^*$  и  $\mathbf{h}_{\eta M}^* = \mathbf{e}_M^{(M)*} \cdot \mathbf{h}_{\eta}$  преобразуют неравномерный входной спектр  $s(f)$  (штриховые кривые) в равномерный спектр белого шума единичной (0 дБ) мощности, т.е. являются обеляющими.

Спектр на выходах фильтров с ИХ  $\mathbf{\omega}_{\eta v}^* = \mathbf{e}_v^{(M)*} \cdot \mathbf{\Omega}_{\eta}$ ,  $v \in M-p+1, M-1$  обратен входному (в дБ-шкале рис. 1.12 – противоположен по знаку), и, следовательно, они являются обращающими. Спектры на выходах фильтров с ИХ  $\mathbf{\omega}_{\eta v}^* = \mathbf{e}_v^{(M)*} \cdot \mathbf{\Omega}_{\eta}$ ,  $v \in 2, p$  и  $v \in M-p+1, M-1$  лежат в промежутке между равномерным спектром белого шума и спектром, обратным входному, поясняя термин «переобеляющий» («недообращающий»).

В условиях рис. 1.12, в ( $p < 8 \leq 2 \cdot p$ ) фильтры с ИХ – строками матриц (1.59) могут только «обелить» ( $v=1, v=M=8$ ) или «переобелить» ( $v \in 2, 7$ ) входной спектр, но не «обратить» его.

И, наконец, при  $M < p$  (рис. 1.12, г) они не могут не только обратить, но и обелить входной спектр (его можно только «недообелить»).

**В.** На рис. 1.13 в обозначениях рис. 1.12 показан эффект влияния шума на свойства фильтров с **ИХ** – строками матрицы (1.27)

$$\Psi = \{\psi_{i,j}\}_{i,j=1}^M = (\mathbf{I}_M + \eta \cdot \Theta)^{-1} = \mathbf{R}^{-1} \quad (1.60a)$$

или ее треугольных сомножителей разложения Холецкого

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* = \Psi = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}. \quad (1.60b)$$

**ЭЧХ** этих фильтров равны квадратам модулей  $|q_1(f)|^2$ ,  $|p_M(f)|^2$ ,  $|w_v(f)|^2$ ,  $v \in 2, M-1$  соответствующих элементов векторов

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(f) &= \{p_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(f), \\ \mathbf{q}(f) &= \{q_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{N}^* \cdot \mathbf{x}(f), \\ \mathbf{w}(f) &= \{w_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \Psi \cdot \mathbf{x}(f), \end{aligned} \quad (1.61)$$

аналогичных векторам (1.48), (1.52), (1.57) при замене матриц в (1.43) на матрицы в (1.60).

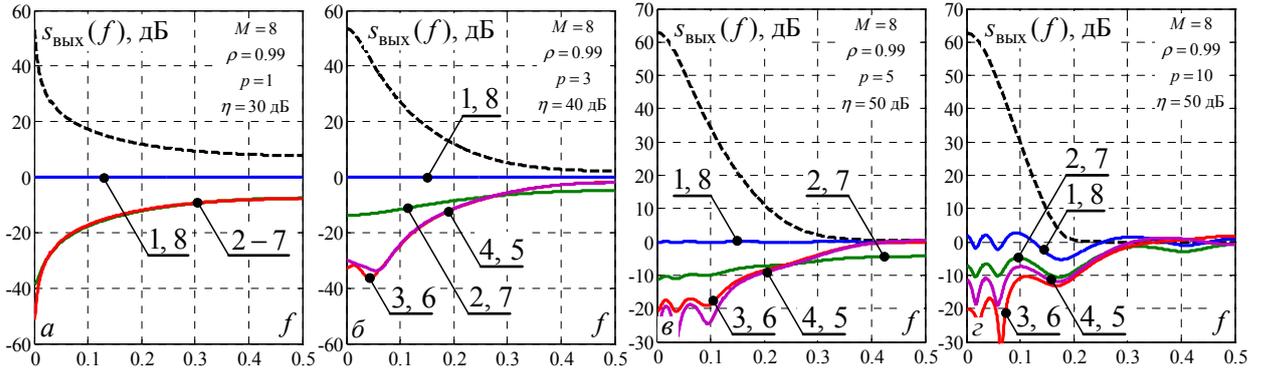


Рис. 1.13 – Спектры **АР**- $p$  процессов на входе и выходе фильтров с **ИХ** – строками матрицы  $\Psi$  ( $M = 8$ ,  $\rho_1 = 0.99$ )

Из сравнения приведенных кривых с соответствующими кривыми рис. 1.12 видно, что степень влияния шума зависит от различий спектра отражений  $\eta \cdot s_{norm}(f)$  и спектра  $s(f)$  (1.9) их смеси с шумом. Оно мало, если малы различия между ними (рис. 1.12, *a* и рис. 1.13, *a*), и увеличивается по мере их роста, наблюдающегося на остальных рисунках. Мерой различий (штриховых кривых рис. 1.12, 1.13) может служить различие минимальных собственных значений [69] матриц  $\mathbf{R}$  (1.9) и  $\Theta_\eta = \eta \cdot \Theta$  или, что эквивалентно, максимальных собственных значений матриц  $\Psi$  (1.60) и  $\Omega_\eta$  (1.59).

Г. Помимо рассмотренных источников рассогласований реально неизбежно дополнительное рассогласование фильтра и входного процесса, обусловленное ошибками оценивания по выборкам конечного объема априори неизвестных матриц (1.60), строки которых выступают **ИХ** фильтров в **ОАС** рис. 1.3, б. Эти ошибки по-разному влияют на качество рассматриваемых далее методов **СО**, которое количественно оценивается в следующем разделе.

### 1.5. АР-параметрические алгоритмы спектрального оценивания

К настоящему времени предложено много параметрических «сверхразрешающих» методов (алгоритмов) **СО**, отличающихся видом используемых в них спектральных функций (**СФ**)  $s(f) = s(f, \Psi)$ . К числу наиболее распространенных в литературе можно отнести, в частности, **СФ**

$$s_1(f) = s_{\text{ЛП}}(f) = \frac{\Psi_{m,m}}{|\mathbf{e}_m^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)|^2}, \quad (1.62a)$$

$$s_2(f) = s_{\text{МД}}(f) = \frac{M}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)}, \quad (1.62б)$$

$$s_3(f) = s_{\text{ТШ}}(f) = \frac{M}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi^2 \cdot \mathbf{x}(f)}, \quad (1.62в)$$

$$s_4(f) = s_{\text{БЛ}}(f) = \frac{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi^2 \cdot \mathbf{x}(f)} = \frac{s_3(f)}{s_2(f)}, \quad (1.62г)$$

$$s_5(f) = s_{\text{МАК}}(f) = \frac{\Psi_{m,m} \cdot \mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)}{M \cdot |\mathbf{e}_m^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)|^2} = \frac{s_1(f)}{s_2(f)}, \quad m \in 1, M. \quad (1.62д)$$

**СФ**  $s_1(f)$  характеризует метод «линейного предсказания (**ЛП**)» Берга [1, 36–42, 48–49, 74–75, 81],  $s_2(f)$  – метод «минимальной дисперсии (**МД**)» Кейпона [1, 36–43, 73–77, 81],  $s_3(f)$  – метод «теплового шума (**ТШ**)» [48, 49, 74–76, 81],  $s_4(f)$  – метод Борджотти-Лагунаса (**БЛ**) [37,48],  $s_5(f)$  – разновидность «модифицированного алгоритма Кейпона (**МАК**)» [57, 78, 81].

Эти алгоритмы разработаны для решения различных задач **СО** на основе различных подходов, трактовок и критериев. Здесь они будут получены в

рамках единого подхода как к разновидностям **ОАС** рис. 1.3, б, ориентированным на решаемую здесь задачу **воспроизведения** формы непрерывного спектра анализируемого **АР** процесса (в отличие, например, от задач оценивания числа и параметров совокупности гармоник в шуме, для решения которой они обычно предназначаются).

В рамках этого подхода каждый из алгоритмов (1.62) представляется в виде функций квадратов модулей элементов векторов (1.61) или их комбинаций. Способ комбинации отличает один метод от другого, а их свойства определяются свойствами используемых матриц преобразования «вектора поиска»  $x(f)$  в (1.61). При трактовке сущности этих комбинаций, их корректировке и обосновании новых вариантов для краткости без специальных оговорок полагается, что свойства преобразующих матриц совпадают с описанными в п. 1.3 при  $M > 2 \cdot p$ . Нарушение этого условия отнесем к факторам расогласования фильтра с входным процессом, влияние которых частично рассмотрено выше и дополнительно анализируется в следующем разделе диссертационной работы.

### 1.5.1. Алгоритмы линейного предсказания Берга

Базовыми для всех рассматриваемых методов **СО** являются методы **ЛП** Берга с **СФ** (1.62а), которые в обозначениях (1.61) записываются в виде

$$s_{\text{ЛП}m}(f) = \frac{\psi_{m,m}}{|w_m(f)|^2}, \quad m \in 1, M. \quad (1.63)$$

Разновидности этих **СФ** с «крайними» значениями  $m=1$  и  $m=M$  соответствуют методу «максимальной энтропии (**МЭ**)» Берга. С учетом (1.39) и свойств сомножителей матрицы  $\Psi$  (1.60б) (пп. 1.3.Д, Е) для них справедливы равенства

$$s_{\text{МЭ}1}(f) = \frac{1}{|p_{p+m}(f)|^2}, \quad s_{\text{МЭ}2}(f) = \frac{1}{|q_m(f)|^2}, \quad m \in 1, M-p. \quad (1.64)$$

Сущность этих **СФ** очевидна. В силу (1.47), (1.53) каждая из них обратна **ЭЧХ** обеляющего фильтра и, следовательно, совпадает со спектром входного

процесса, формируемого фильтром **ОАС** рис. 1.3,  $\bar{b}$  с **ИХ** – строками теплицевых подматриц, пропорциональных (в пренебрежении шумом) подматрицам  $\mathbf{h}_L$  и  $\mathbf{n}_U^*$  ленточных треугольных матриц  $\mathbf{h}_b$  и  $\mathbf{n}_b^*$ .

**СФ** методов **ЛП** при  $m \in p+1, M-p$ , как следует из (1.58), равны

$$s_{\text{ЛП}m}(f) = \frac{\psi_{m,m}}{|w_m(f)|^2} \approx \psi_{m,m} \cdot s^2(f), \quad m \in p+1, M-p \quad (1.65)$$

и, следовательно, пропорциональны квадрату искомого входного спектра.

В задачах квазигармонического **СО** такое представление, увеличивающее контраст между пиками спектра смеси шума и анализируемых гармоник, вполне допустимо, но в задаче воспроизведения непрерывных спектров вместо (1.65) должны использоваться представления

$$s_{\text{ЛП}m}(f) = \frac{1}{|w_m(f)|}, \quad m \in p+1, M-p, \quad (1.66)$$

описывающие спектр, а не его квадрат.

### 1.5.2. Алгоритм минимальной дисперсии Кейпона

Рассмотрим теперь остальные **СФ** (1.62). Начнем с метода **МД** Кейпона, **СФ**  $s_2(f)$  которого в силу (1.60), (1.61) удобно записать в виде [82]

$$s_{\text{МД}1}(f) = \frac{M}{\mathbf{p}^*(f) \cdot \mathbf{p}(f)}, \quad s_{\text{МД}2}(f) = \frac{M}{\mathbf{q}^*(f) \cdot \mathbf{q}(f)}. \quad (1.67)$$

Каждая из этих двух **СФ** обратна среднему арифметическому **ЭЧХ** фильтров с **ИХ** – всеми строками треугольных матриц  $\mathbf{H}$  или  $\mathbf{N}^*$ . Тем самым здесь усредняются **ЭЧХ** не только  $M-p$  «однородных» обеляющих ( $m \in p+1, M$ ), но и  $p$  «недообеляющих» ( $m \in 1, p$ ) (в том числе – «всепропускающего») (пп. 1.3.Д, Е) фильтров. За счет этого **СФ** (1.67) только приближается к спектру входного процесса по мере роста разности  $M-p$  и поэтому при любом ее реально конечном значении потенциально воспроизводит входной спектр хуже, чем базовые **СФ** (1.64), (1.66). Это, однако, не означает, что такое же соотношение между ними сохранится и в «адаптивной» ситуации, что подробно разъясняется в следующем разделе.

### 1.5.3. Алгоритм «теплового шума»

Аналогичные выводы можно сделать и в отношении метода **ТШ** с **СФ**  $s_3(f)$  (1.62в), в силу (1.60), (1.61) равной [83]

$$s_{\text{ТШ}}(f) = M / \mathbf{w}^*(f) \cdot \mathbf{w}(f).$$

Эта **СФ** обратна среднему арифметическому **ЭЧХ** фильтров с **ИХ** – всеми строками обратной матрицы **Ψ** (1.60). Тем самым здесь усредняются **ЭЧХ**  $M - 2 \cdot p$  «однородных» обрабатываемых,  $2 \cdot (p - 1)$  «переобеляющих» и двух обеляющих фильтров (см. выводы п. 1.3.Ж). Поэтому она не совпадает со спектром входного процесса и, кроме того, по мере роста разности  $M - 2 \cdot p$  приближается к его квадрату.

В связи с этим для задач воспроизведения спектров более приемлемы скорректированные варианты метода **ТШ** вида

$$s_{\text{ТШ1}}(f) = \sqrt{M / \mathbf{w}^*(f) \cdot \mathbf{w}(f)}, \quad s_{\text{ТШ2}}(f) = M / \sum_{m=1}^M |w_m(f)|, \quad (1.68)$$

с ростом разности  $M - 2 \cdot p$  приближающиеся к спектру, а не к его квадрату.

### 1.5.4. Алгоритм Борджотти-Лагунаса

**СФ**  $s_4(f)$  (1.62г) метода **БЛ** в силу (1.61) допускает представления

$$s_{\text{БЛ}}(f) = \frac{\mathbf{p}^*(f) \cdot \mathbf{p}(f)}{\mathbf{w}^*(f) \cdot \mathbf{w}(f)} = \frac{\mathbf{q}^*(f) \cdot \mathbf{q}(f)}{\mathbf{w}^*(f) \cdot \mathbf{w}(f)}. \quad (1.69)$$

Здесь числитель приближенно пропорционален (с коэффициентом пропорциональности  $M$ ) **ЭЧХ** обеляющего фильтра (обратной спектру входного процесса), а знаменатель приближенно пропорционален (с тем же коэффициентом пропорциональности) **ЭЧХ** обрабатываемого фильтра (обратной квадрату этого спектра). Поэтому дробь в целом аппроксимирует искомый спектр, но по упомянутым выше причинам потенциально хуже, чем базовые **СФ**.

### 1.5.5. Новые параметрические алгоритмы максимальной энтропии – минимальной дисперсии

Более высокое качество воспроизведения потенциально следует ожидать от скорректированной **СФ** **МАК** вида

$$s_{\text{МАК}}(f) = \frac{\mathbf{p}^*(f) \cdot \mathbf{p}(f)}{M \cdot |w_m(f)|^2} = \frac{\mathbf{q}^*(f) \cdot \mathbf{q}(f)}{M \cdot |w_m(f)|^2}, \quad m \in p+1, M-p. \quad (1.70)$$

Здесь числитель аппроксимирует ЭЧХ обеляющего фильтра (обратную спектру входного процесса) с той же точностью, что и числитель СФ (1.69) метода БЛ, тогда как знаменатель теоретически точно совпадает с ЭЧХ обращающего фильтра (обратной квадрату этого спектра), что и объясняет потенциально более высокую точность МАК по сравнению с методом БЛ.

Список известных параметрических методов СО не ограничивается приведенным. Но уже их названия отражают многообразие подходов, на основе которых могут синтезироваться и трактоваться каждый из них. Это явно прослеживается по многим литературным источникам, где одинаковые СФ синтезируются разными способами, по-разному называются и трактуются [35–41, 48, 49, 74, 75, 82–84].

Развитый подход, основанный на целенаправленном учете связей искомого спектра входного процесса с ЭЧХ фильтров с ИХ – строками матрицы, обратной КМ или ее треугольных сомножителей, ни в коей мере не противоречит, но дополняет известные. Это позволяет единообразно и достаточно просто сравнить «предельные» свойства различных СФ и, что более важно, «увидеть» их практически полезные модификации для задачи воспроизведения формы непрерывных спектров.

К их числу можно отнести, в частности, «промежуточные» («*intermediate*») СФ вида [57, 81, 140] вида

$$s_{\text{INT1}}(f) = \frac{M_e}{\sum_{m=\chi \cdot M}^M |p_m(f)|^2}, \quad s_{\text{INT2}}(f) = \frac{M_e}{\sum_{m=\chi \cdot M}^M |q_{M+1-m}(f)|^2}, \quad (1.71a)$$

$$s_{\text{INT3}}(f) = \sqrt{N_e / \sum_{m=\text{beg}}^{\text{end}} |w_m(f)|^2}, \quad \text{beg} = \left[ \tau \cdot \frac{M+1}{2} \right], \quad \text{end} = M - \text{beg} + 1, \quad (1.71b)$$

$$M_e = M \cdot (1 - \chi) + 1, \quad N_e = \text{end} - \text{beg} + 1.$$

Здесь  $M_e$  и  $N_e$  – число суммируемых квадратов модулей элементов векторов (1.61), которое регулируется «коэффициентами использования раз-

мера пачки»  $\chi \in 1/M, 1$  и  $\tau \in 2/(M+1), 1$ .

При минимальных значениях  $\chi = 1/M$  и  $\tau = 2/(M+1)$ ,  $M_e = N_e = M$  так что **СФ** (1.71) преобразуются в **СФ** (1.67) метода **МД**, а **СФ** (1.69б) – в скорректированную **СФ** (1.68) метода **ТШ**.

При максимальных значениях  $\chi = \tau = 1$  получаем  $M_e = 1$ ,  $N_e = 2$  при четных ( $N_e = 1$  при нечетных) значениях  $M$ . При этом **СФ** (1.71а) преобразуются в **СФ** метода **МЭ** (1.64), а **СФ** (1.71б) – в скорректированную **СФ** (1.66) метода **ЛШ**. Поэтому для удобства в тексте они условно называются **МЭ-МД** методами. Аналогично могут быть построены и «промежуточные» разновидности **СФ** (1.68) – (1.70).

Смысл «промежуточных» **СФ** заключается в увеличении относительной доли «однородных» **ЭЧХ**, формирующих итоговый спектр. За счет этого можно рассчитывать на более высокие «предельные» возможности **СО**, чем при максимальном числе суммируемых «разнородных» **ЭЧХ**, и меньший, чем при их минимальном числе, уровень их флуктуаций в «адаптивной» ситуации. Эти практически важные вопросы исследуются в следующем разделе.

## 1.6. Краткие итоги раздела

1. Рассмотрены два подхода к задаче воспроизведения непрерывных спектров случайных процессов, основанные на использовании непараметрических и параметрических методов спектрального оценивания (**СО**).

К первым относятся методы на основе дискретного преобразования Фурье, в которых форма спектра описывается распределением оценки мощности процесса на выходе перестраиваемого по (пространственной, временной) частоте фильтра с импульсной характеристикой (**ИХ**), не зависящей от параметров анализируемого процесса.

В параметрических методах **СО** оценка спектра определяется непосредственно энергетическими частотными характеристиками (**ЭЧХ**) фильтров, зависящими от параметров анализируемого процесса, для которого полагается известной модель формирующего фильтра (**ФФ**) и, тем самым, структура

его обеляющего и обращающего фильтров (п. 1.2).

2. Показано, что большинство известных параметрических методов **СО** можно единым образом обосновать, полагая анализируемый процесс стационарным процессом авторегрессии (**АР**)  $p$ -го порядка (п. 1.1). Его обеляющим фильтром служат, в частности, трансверсальные фильтры  $p$ -го порядка с **ИХ**, равными первой или последней строке матрицы, обратной  $(p+1) \times (p+1)$  корреляционной матрице (**КМ**) его  $(p+1)$  смежных отсчетов. Обращающим является трансверсальный фильтр, образованный последовательным соединением двух обеляющих фильтров, с **ИХ**, равной средней строке матрицы, обратной  $(2 \cdot p + 1) \times (2 \cdot p + 1)$  **КМ** его  $(2 \cdot p + 1)$  смежных отсчетов (пп. 1.3.А – Г).

3. Фильтры с матричными импульсными характеристиками (**МИХ**), равными треугольным сомножителям Холецкого  $M \times M$  матрицы, обратной **КМ**  $M \geq 2 \cdot p + 1$  смежных отсчетов **АР** процесса  $p$ -го порядка, содержат в своем составе один «всепропускающий»,  $p - 1$  «недообеляющий» и  $M - p$  обеляющих фильтров. Фильтры с **МИХ**, равными обратной  $M \times M$  **КМ** в целом, при  $M \geq 2 \cdot p + 1$  содержат в своем составе два обеляющих фильтра,  $M - 2 \cdot p$  обращающих фильтров с **ИХ**, равными ее строкам с номерами от  $p + 1$  до  $M - p$ , и  $2 \cdot (p - 1)$  «переобеляющих» («недообращающих») фильтров с **ИХ**, равными остальным строкам этой матрицы (пп. 1.3.Д – Ж).

4. Обоснован единый подход к синтезу спектральных функции (**СФ**) распространенных параметрических методов **СО**, которые строятся комбинированием квадратов модулей компонент векторов, полученных преобразованием в этих фильтрах опорных векторов гармоник анализируемой частоты. Отличие между ними заключается лишь в числе и способах комбинирования этих компонент (п. 1.5).

Основные результаты раздела опубликованы в работах [140, 141, 143].

## РАЗДЕЛ 2

### ПРЕДЕЛЬНЫЕ И РЕАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МЕТОДОВ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СПЕКТРОВ ОТРАЖЕНИЙ

Основная цель раздела – обосновать выбор метода (методов) воспроизведения непрерывных спектров междупериодных флуктуаций отражений из числа рассмотренных в предыдущем разделе для практического использования в импульсных РЛС. В основу выбора кладутся результаты количественного анализа и сравнения их «предельных» (в гипотетических условиях известных **КМ**) и «реальных» (в условиях использования вместо них тех или иных случайных матриц – оценок, формируемых по обучающим выборкам конечного объема) возможностей.

Раздел организован следующим образом. В п. 2.1 обосновываются критерии качества «разрешения-воспроизведения» **НЭС**. В п. 2.2 анализируются «предельные» возможности классических и параметрических методов **СО** по этим критериям. В п. 2.3 разрабатывается методика их статистического анализа в реальной «адаптивной» ситуации априори неизвестной **КМ**, определяются количественные показатели эффективности в этих условиях.

Полученные результаты кладутся в основу рекомендаций по практическому выбору методов воспроизведения непрерывных спектров отражений для практического использования в импульсных РЛС.

#### **2.1. О критериях качества оценивания непрерывных энергетических спектров междупериодных флуктуаций отражений**

**А.** Как упоминалось выше в отличие от задач квазигармонического **СО** качество воспроизведения непрерывных спектров должно характеризоваться не поведением **СФ** анализируемых методов в отдельных точках выбранного частотного интервала, а близостью их **СФ** к истинному (априори неизвестному) спектру во всем этом интервале.

В то же время эта «близость» может характеризоваться различными величинами (критериями), которые могут отличаться не только количественно,

но и менять на противоположные оценки свойств анализируемых методов **СО**. Проиллюстрируем это конкретным примером.

На рис. 2.1 сплошными кривыми показаны **СФ**

$$P(f) = \mathbf{w}^*(f) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}(f), \quad f \in -0.5, 0.5 \quad (2.1)$$

периодограммных (коррелограммных) методов **СО**, которые формируются **ОАС** рис. 1.3, а с линейными фильтрами с **ИХ**

$$\mathbf{w}(f) = \frac{1}{\sqrt{M}} \cdot \mathbf{x}(f) \quad (2.2)$$

различного размера  $M$  единичной «длины» при воспроизведении показанных штрих-пунктирными кривыми энергетических спектров смеси шума и **АР**-процессов порядка  $p = 1$  (а) и  $p \rightarrow \infty$  (б) с к.к.  $\rho_1 = 0.99$  и относительной интенсивностью  $\eta = 50$  дБ.

По очевидным причинам фильтры с **ИХ** (2.2) далее для краткости называются **ДПФ**-фильтрами, а соответствующие **СФ** (2.1) – Фурье-спектрами анализируемых процессов.

Из сравнения сплошных и штрих-пунктирных кривых рис. 2.1 можно сделать вывод, что Фурье-спектры (2.1) при равных  $M$  на относительно низком уровне существенно лучше воспроизводят спектр процесса **АР**-1 (а), чем процесса **АР**- $\infty$  (б).

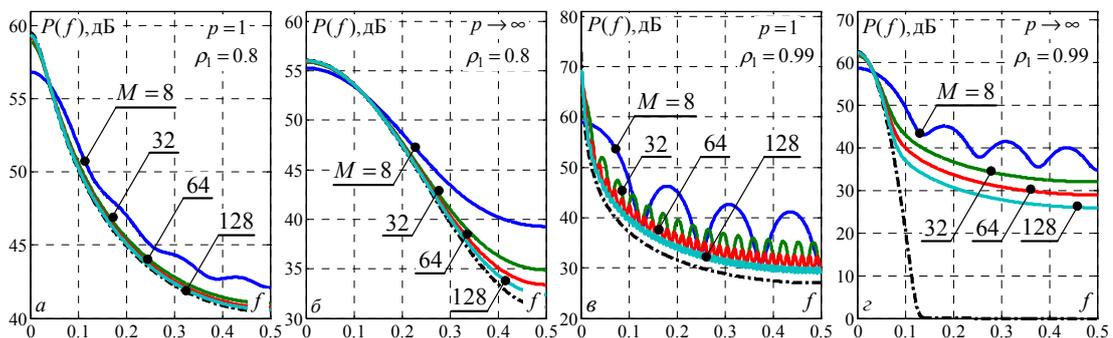


Рис. 2.1 – Фурье-спектры (2.1)

**Б.** Количественной мерой такого различия может служить введенный в [60] критерий «интегральной относительной среднеквадратической ошибки»

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\int_{-0.5}^{0.5} \left( \frac{s(f) - \hat{s}(f)}{s(f)} \right)^2 df}, \quad (2.3)$$

где  $s(f)$  – истинный спектр анализируемого процесса (штрих-пунктирные линии рис. 2.1),  $\hat{s}(f)$  – **СФ** метода **СО**, использованного для оценки спектра, (сплошные линии рис. 2.1).

На рис. 2.2 для **АР**-процессов рис. 2.1 показаны зависимости значений  $\varepsilon_1$  от размера  $M$  пачки (порядка  $M - 1$  фильтра).

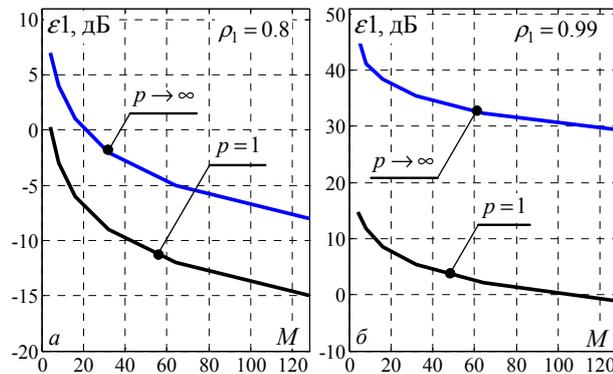


Рис. 2.2 – Ошибки (2.3) Фурье-спектров (2.1)

Видно, что по этому критерию Фурье-спектры (2.1) при любых  $M$  примерно на 30 дБ лучше воспроизводят спектр процесса **АР-1**, чем процесса **АР-∞** с теми же параметрами ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ).

**В.** Однако этим критерием фактически игнорируется существенно лучшее воспроизведение **ДПФ**-фильтрами спектра процесса **АР-∞** на высоком уровне, наглядно видное при сравнении тех же результатов, что и на рис. 2.1, показанных на рис. 2.3 в линейном масштабе.

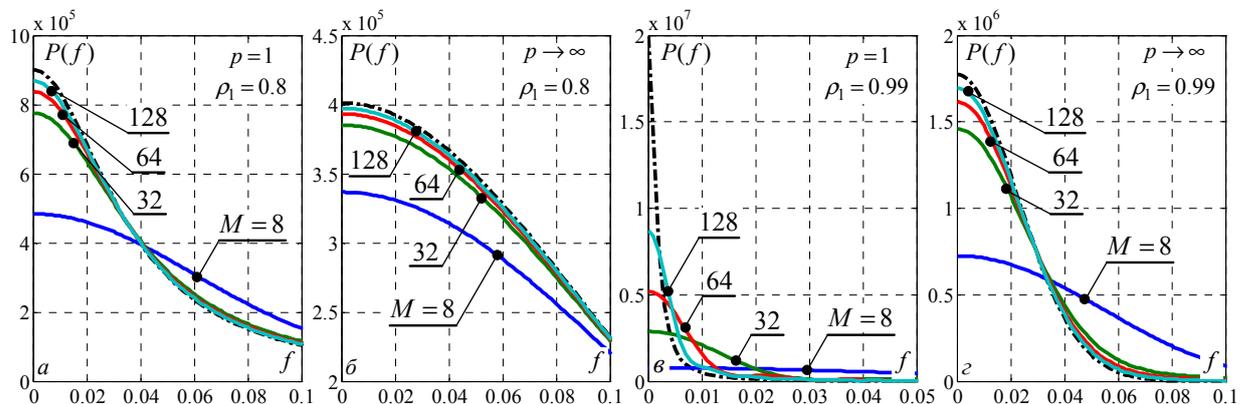


Рис. 2.3 – Фурье-спектры (2.1) в линейном масштабе

В этом легко убедиться, переписав интеграл подкоренного выражения (2.3) в виде

$$I = 2 \cdot (I_1 + I_2), \quad I_1 = \int_0^{f_c} \chi(f) df, \quad I_2 = \int_{f_c}^{0.5} \chi(f) df, \quad \chi(f) = \left( \frac{s(f) - \hat{s}(f)}{s(f)} \right)^2, \quad (2.4)$$

где  $f_c \in 0, 0.5$  – точка пересечения функций  $\hat{s}(f)$  и  $s(f)$ .

В условиях рис. 2.1, рис. 2.3 справедливо неравенство  $I_2 > I_1$ , так что интеграл  $I$  (2.4) и, тем самым, ошибка (2.3) в целом, определяются значением интеграла  $I_2$ , который зависит от соотношения  $\hat{s}(f)/s(f) > 1$  в интервале нормированных частот  $f \in f_c, 0.5$ , т.е. вне зоны вершин этих спектров. Этот вывод остается справедливым независимо от того, совпадают ли спектры  $\hat{s}(f) = s(f)$  ( $\chi(f) = I_1 = 0$ ) в зоне вершин, либо максимально различаются в ней ( $\hat{s}(f) = 0$ ,  $\chi(f) = 1$ ,  $I_1 = f_c < 1$ ).

Такая практическая независимость критерия (2.3) от степени близости **СФ** методов **СО** к истинному спектру в зоне их максимумов не позволяет считать его достаточно универсальным.

Г. Количественная оценка такой близости, часто более важной для задач **СО**, например, отражений от **МО**, лучше характеризуется «интегральной относительной ошибкой» вида [143, 145]

$$\varepsilon_2 = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} |s(f) - \hat{s}(f)| df}{\int_{-0.5}^{0.5} s(f) df} = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} |s(f) - \hat{s}(f)| df}{(1 + \eta)}. \quad (2.5)$$

Нетрудно показать, что критерий (2.5) «чутко реагирует» на отличия **СФ** от истинного спектра в зоне максимумов и существенно слабее – в области скатов спектра. Для условий рис. 2.1, рис. 2.3 его зависимость от значения  $M$  показана на рис. 2.4.

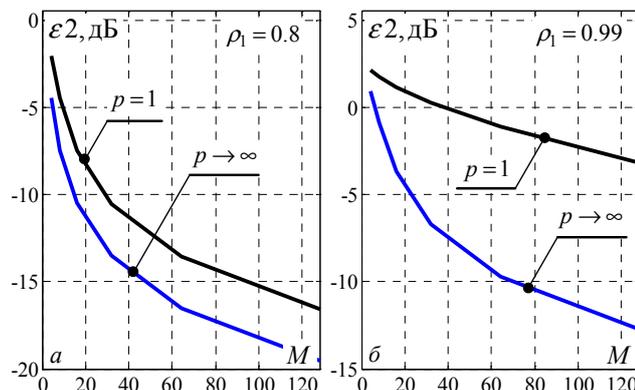


Рис. 2.4 – Ошибки (2.5) Фурье-спектров (2.1)

Из сравнения этого рисунка с рис. 2.2 видно, что критерий (2.5) не только уменьшил абсолютный уровень ошибок воспроизведения спектров процессов  $AP-1$  и  $AP-\infty$  (что не особенно принципиально), но противоположным образом по сравнению с критерием (2.3) оценил качество их воспроизведения Фурье-спектрами (2.1).

Этот результат вполне естественен, поскольку эти критерии решают разные, но взаимно дополняющие задачи. Поэтому различные методы **СО** ниже сравниваются по обоим этим критериям совместно. Для краткости первый из них (2.3) ниже называется **ПИК** (первый интегральный критерий), а второй (2.5) – **ВИК**.

Д. Введенные критерии определяют «разрешающую способность» (**р.с.**) различных методов **СО**. Здесь под ней понимается размер  $M$  анализируемой пачки, необходимый для того, чтобы ошибки воспроизведения анализируемых спектров по выбранному критерию не превосходили допустимых величин. Этот размер должен быть не больше реально доступного

$$M = \frac{\Delta\Theta}{T_p \cdot 6 \cdot n},$$

который при круговом обзоре прямо пропорционален ширине диаграммы направленности (**ДН**) антенны  $\Delta\Theta$  обзорной РЛС и обратно пропорционален интервалу зондирования  $T_p$  и скорости азимутального вращения антенны  $n$ .

Представление о доступном размере пачки при различных значениях  $T_p$  и скорости  $n$  для РЛС с шириной азимутальной **ДН**  $\Delta\Theta = 1^\circ$  дает табл. 2.1.

Таблица 2.1

Размер пачки  $M$ , доступной для анализа

$n$ , об./мин.	1	2	3	4	5	6
$T_p = 1$ мс (150 км)	168	84	56	42	34	28
$T_p = 2$ мс (300 км)	84	42	28	21	17	14
$T_p = 3$ мс (450 км)	56	28	18	14	11	9

При типичных требованиях [4, 11, 53–55] к темпу обзора пространства скорость азимутального вращения обычно не ниже 3 об./мин., так что размер

доступной для анализа пачки обычно не превосходит значения  $M \leq 60$  и уменьшается по мере роста интервала зондирования (протяженности интервала однозначного измерения дальности, приведенного в скобках первой колонки табл. 2.1). Он может быть больше, если предусматриваются программный обзор или режим остановленной антенны.

## 2.2. Предельные возможности разрешения-воспроизведения алгоритмов СО

Ниже количественно оцениваются предельные возможности алгоритмов воспроизведения **НЭС** гауссовых случайных процессов, заданных  $M$ -мерными векторами их дискретных отсчетов. «Предельность» здесь понимается в том смысле, что реально априори неизвестные  $M \times M$  **КМ** этих векторов полагаются заданными и фактически исследуется зависимость точности воспроизведения спектров различными методами от размерности  $M$  доступного вектора отсчетов анализируемого процесса.

### 2.2.1. Предельные характеристики классических алгоритмов

**А.** Начнем с классического периодограммного [30–38] метода **СО**, который реализуется **ОАС** рис. 1.3, *а* в процессе перестройки по частоте в диапазоне  $\varphi \in -0.5, 0.5$  **ДПФ**-фильтра с **ИХ** (2.2).

Эта **ИХ** имеет единичную «длину» (см. п. 1.2.2.), поэтому **ДПФ**-фильтр точно воспроизводит равномерный спектр белого шума. Качество воспроизведения более важных спектров другой формы зависит от соотношения их ширины  $\Delta f$  и ширины  $\Delta f_\varphi$  **ЭЧХ** его фильтра, которая в условиях (2.2) равна

$$k_p(f, \varphi) = k_p(\Delta) = M^{-1} \cdot |\sin(\pi \cdot M \cdot \Delta) / \sin(\pi \cdot \Delta)|^2, \quad \Delta = f - \varphi. \quad (2.6)$$

На рис. 2.5, *а* показана зависимость ширины  $\Delta f_\varphi$  главного лепестка **ЭЧХ** по уровню  $-3$  дБ относительно максимума от размера  $M$  фильтра, а на рис. 2.5, *б* показана зависимость ширины унимодального спектра на том же уровне от коэффициента корреляции  $\rho_1$  смежных отсчетов процесса **АР-р** [70, 89].

На рис. 2.6, *а – в* показаны нормированные **ЭЧХ**  $n_p(\Delta) = k_p(\Delta) / k_p(0)$  **ДПФ**-фильтров с **ЭЧХ** (2.6) при  $M = 8$  (*а*),  $M = 32$  (*б*) и  $M = 128$  (*в*).

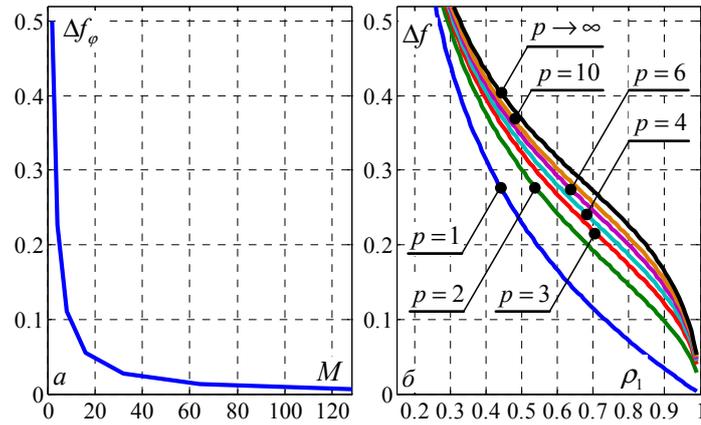


Рис. 2.5 – Связь ширины ЭЧХ ДПФ-фильтров с его размером (а) и к.к. АР-процесса с шириной его спектра (б)

Эти ЭЧХ симметричны относительно точки  $\Delta = 0$  и поэтому показаны только при значениях  $\Delta \geq 0$ . Полная площадь под ЭЧХ (2.6) равна единице, ее основная часть сосредоточена под показанной на рис. 2.6,  $z$  площадью

$$\gamma(\ell) = \int_{-\ell/M}^{\ell/M} k_p(\Delta) d\Delta \quad (2.7)$$

главного ( $\ell = 1$ ) и примыкающих к нему первых боковых лепестков.

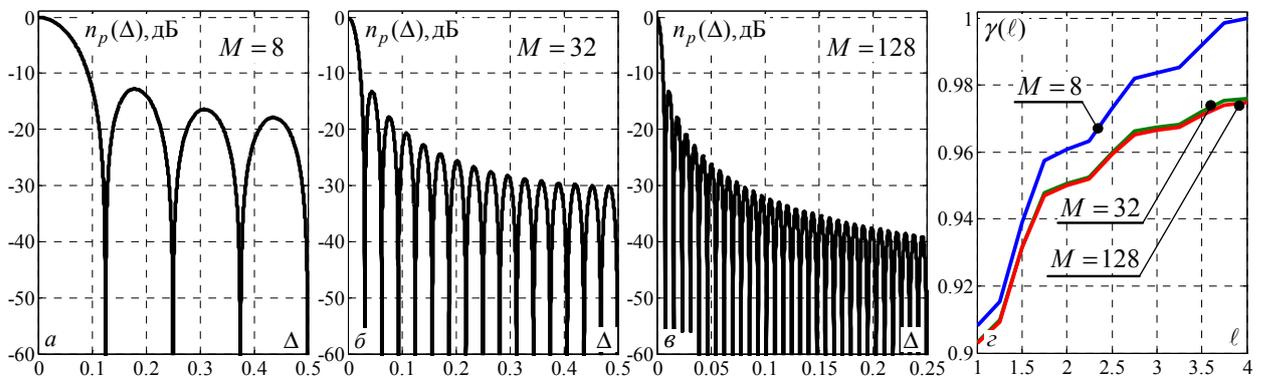


Рис. 2.6 – Нормированные ЭЧХ ДПФ-фильтров

Из рис. 2.6 видно, что ширина лепестков ЭЧХ с ростом  $M$  уменьшается, но их уровень по отношению к главному не меняется. Площадь главного лепестка ( $\ell = 1$ ) составляет примерно 90%, а вместе с примыкающим к нему первым боковым лепестком ( $\ell = 2$ ) – 95% всей площади ЭЧХ.

Б. Эти свойства ИХ (2.2) и ЭЧХ (2.6) ДПФ-фильтров объясняют особенности формируемых на их основе ОАС рис. 1.3, а Фурье-спектров (2.1). В рассматриваемом случае (1.10в) теплицевой КМ R Фурье-спектр имеет вид

$$P(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f), \quad s_{norm}(f) = 1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{M-1} (1 - k/M) \cdot \rho_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot k), \quad (2.8)$$

соответствующий коррелограммному методу **СО** [30–33, 36–38]. При  $M \rightarrow \infty$  это равенство переходит в дискретное преобразование Фурье

$$P(f) = s(f) = 1 + \eta \cdot \left( 1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot k) \right) \quad (2.9)$$

бесконечной корреляционной последовательности  $\rho_k$ , т.е. в точный спектр входного процесса.

Однако при реально конечных размерах  $M$  пачки (фильтра) проявляются общие свойства **ОАС** рис. 1.3, *a*, в силу которых Фурье-спектры (2.1), (2.8) могут **существенно** отличаться от точных. Эти отличия количественно характеризуются приведенными на рис. 2.7 зависимостями от  $M$  значений ошибок по **ПИК** (*a*) и **ВИК** (*b*).

Сплошные кривые здесь повторяют кривые рис. 2.2 и рис. 2.4 ( $\rho_1 = 0.99$ ), штриховые соответствуют значению  $\rho_1 = 0.8$ .

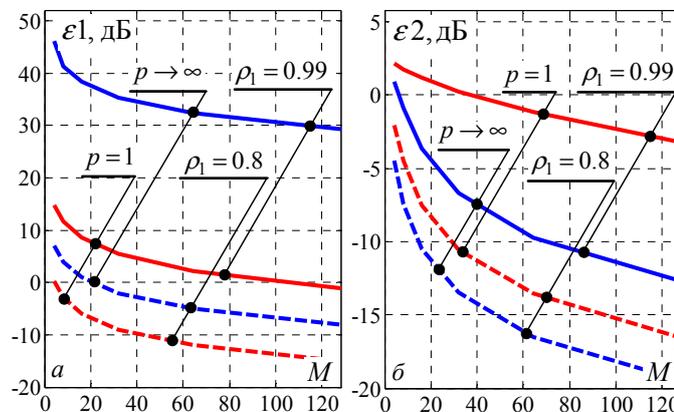


Рис. 2.7 – Ошибки **ПИК** и **ВИК** Фурье-спектров

Видно, что при фиксированном размере  $M$  фильтра, как и следует из свойств 1, 2 п. 1.2.2, ошибки по обоим критериям тем меньше, чем ниже значение  $\rho_1$  (шире спектр входного процесса) и меньше степень его неравномерности («небелости»). При этом «хвосты» спектров процессов **AP**- $\infty$  воспроизводятся хуже, чем процессов **AP**-1 (*a*), тогда как их вершины – лучше (*b*), особенно при больших значениях  $\rho_1$ .

Так, при  $\rho_1 = 0.99$ , как следует из рис. 2.5, ширина спектра процесса

**АР-1** меньше ширины **ЭЧХ** любого **ДПФ**-фильтра размером  $M \leq 64$ , в связи с чем Фурье-спектр (2.8), как следует из свойств 3 и 4, воспроизводит не его, а кривую (рис. 2.1, *a*), близкую к ненормированной **ЭЧХ** (2.6) (рис. 2.6) **ДПФ**-фильтров соответствующего размера  $M \leq 64$ . По мере роста  $M$  соотношение их ширин меняется на противоположное, поэтому при больших  $M$  Фурье-спектр приближается к входному спектру (рис. 2.1, *a*).

При том же значении  $\rho_1 = 0.99$  спектр процесса **АР-∞** шире **ЭЧХ** **ДПФ**-фильтров размера  $M > 16$ , и эти **ЭЧХ** не воспроизводятся соответствующими Фурье-спектрами. При этом они достаточно хорошо воспроизводят вершину входного спектра (рис. 2.3, *б*, рис. 2.7, *б*), но очень плохо – его быстроспадающие «хвосты» (рис. 2.1, *б*, рис. 2.7, *a*). На причинах и следствиях из этого факта стоит остановиться подробнее.

**В.** Основной причиной больших по **ПИК** ошибок воспроизведения быстроспадающих «хвостов» спектров являются боковые лепестки (рис. 2.6) **ЭЧХ** (2.6) **ДПФ**-фильтров. Их негативную роль легко пояснить, анализируя приведенные на рис. 2.8 спектры  $s_{\text{вых}}(f, \varphi) = s(f) \cdot k_p(f, \varphi)$  на выходах **ДПФ**-фильтров **ОАС** рис. 1.3, *a* размера  $M = 64$ , настроенных на частоты  $\varphi = 0$  (*a*), 0.25 (*б*), 0.5 (*в*). Входными для каждого из них являются смесь шума и процесса **АР-∞**, выходными – Фурье-спектры (2.8) (площади под кривыми  $s_{\text{вых}}(f, \varphi)$  на рис. 2.8). Горизонтальная штрих-пунктирная прямая на интервале интегрирования  $f \in -0.5, 0.5$  показывает уровень, площадь под которым равна значению входного спектра  $s(f)$  в точке  $f = \varphi$  настройки фильтра.

В силу (2.7) и рис. 2.6, *в* этому же значению с высокой точностью равна и площадь (интеграл) под главным (на частоте  $\varphi$  настройки фильтра) и примыкающими к нему с обеих сторон первыми боковыми лепестками спектров  $s_{\text{вых}}(f, \varphi)$  на выходах фильтров. Поэтому площадь под всеми остальными лепестками порождает ошибку воспроизведения входного спектра в точке  $f = \varphi$ . Основной вклад в нее вносят площади лепестков, максимумы которых расположены выше соответствующей горизонтальной линии, а ошибкой из-

за боковых лепестков, расположенных под нею, можно пренебречь.

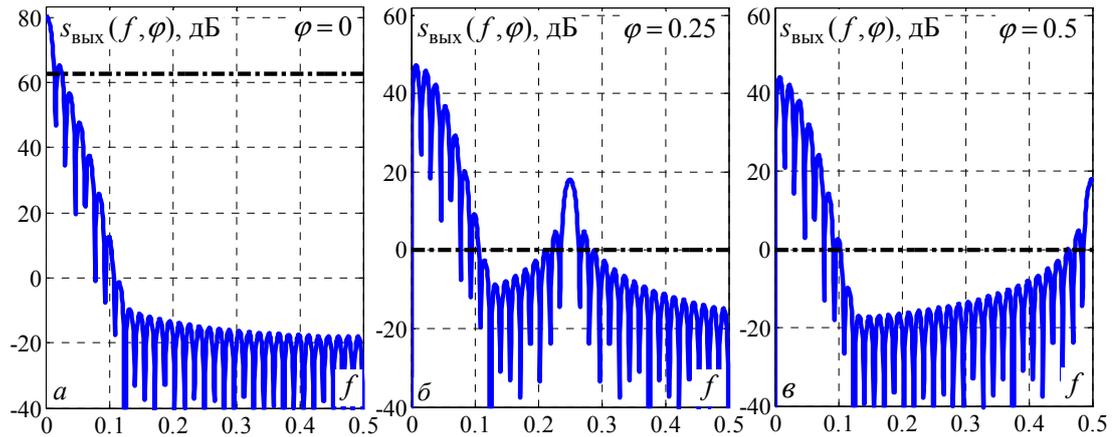


Рис. 2.8 – Спектры на выходе ДПФ-фильтров

( $M = 64$ ,  $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Так, под ней лежат все боковые лепестки спектра на выходе фильтра, настроенного на частоту  $\varphi = 0$  максимума входного спектра (рис. 2.8, а).

Поэтому, как видно из рис. 2.1, б, рис. 2.3, б, оцененный и точный спектры в окрестности максимума при  $M = 64$  достаточно близки по **ВИК** ( $\varepsilon_2 = -10$  дБ, рис. 2.7, б). В спектрах на выходах фильтров, настроенных на частоты  $\varphi = 0.25, 0.5$ , площадь боковых лепестков с максимумами выше горизонтальной линии много больше площади главного и двух первых боковых лепестков на частотах настройки, что и объясняет большую ошибку воспроизведения «хвостов» спектра на рис. 2.1, б по **ПИК** ( $\varepsilon_1 > 30$  дБ, рис. 2.7, а).

На рис. 2.9 показаны спектры  $s_{\text{вых}}(f, \varphi)$  на выходе тех же ДПФ-фильтров размера  $M = 64$ , но для входной смеси шума и процесса АР-1 с существенно более медленно спадающими «хвостами» спектра (рис. 1.2).

Число и, что особенно важно, уровень боковых лепестков, превышающих соответствующие горизонтальные линии, здесь существенно меньше, чем в условиях рис. 2.8, и площадь под ними, определяющая ошибку воспроизведения, близка к площади под главным (на частоте  $f = \varphi$  настройки фильтра) и первыми боковыми лепестками. За счет этого ошибки воспроизведения их «хвостов» намного меньше (**ПИК**  $\varepsilon_1 \approx 0$  дБ, рис. 2.7, а).

Задаваясь пороговыми уровнями допустимых значений **ПИК**  $\varepsilon_1$  и **ВИК**

$\varepsilon_2$ , можно по рис. 2.7 количественно определить «предельную» **р.с.** Фурье-спектров (2.8) по воспроизведению тестовых спектров по этим критериям.

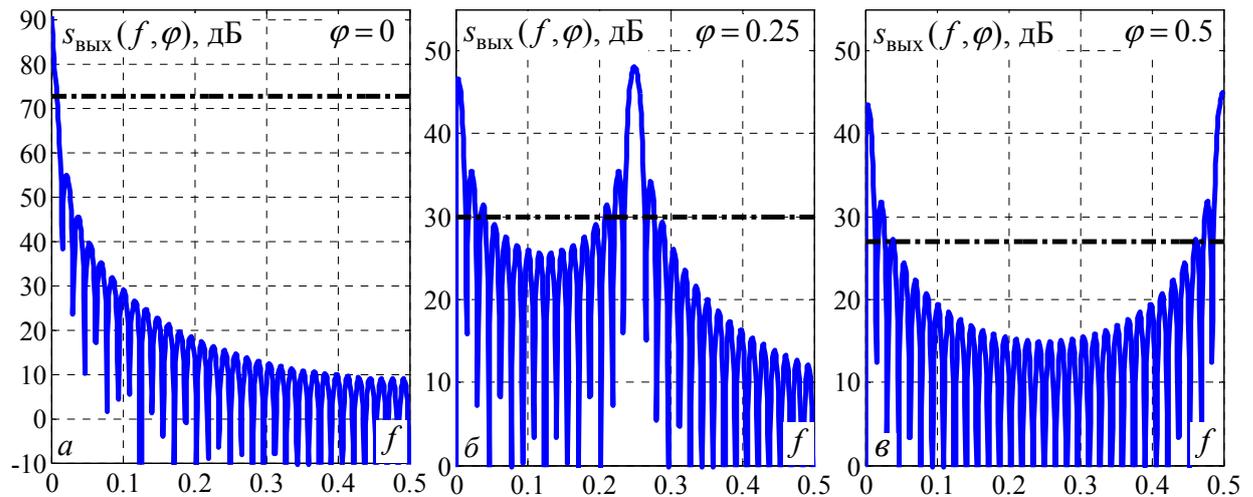


Рис. 2.9 – Спектры на выходе ДПФ-фильтров

( $M = 64$ ,  $p = 1$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

В частности, при выборе пороговых уровней  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0 = -10$  дБ **р.с.** по **ПИК** для смеси шума и процессов **АР-1** (**АР- $\infty$** ) с  $\rho_1 = 0.8$ ,  $\eta = 50$  дБ равна  $M = 40$  ( $\approx 130$ ). При  $\rho_1 = 0.99$  они не разрешаются по этому критерию и при значительно больших значениях  $M$  (рис. 2.7, а).

**Р.с.** по **ВИК** составляет  $M = 16$  (30) для процессов **АР- $\infty$**  (**АР-1**) с  $\rho_1 = 0.8$ ,  $\eta = 50$  дБ, и  $M = 65$  для **АР- $\infty$**  с  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ. Процесс **АР-1** с этими параметрами Фурье-спектрами не разрешается по **ВИК** ни при каких  $M < 128$  (рис. 2.7, б).

Г. Большие ошибки по **ПИК** воспроизведения «хвостов» быстроспадающих спектров можно уменьшить, снижая вклад составляющих входного спектра, действующих по боковым лепесткам **ЭЧХ** (2.6) ДПФ-фильтров с **ЭЧХ** (2.5). Эту задачу можно решить за счет:

1) снижения уровня боковых лепестков **ЭЧХ** (2.7) с помощью «сглаживающих» окон, не зависящих от параметров входного процесса [30–38];

2) предварительного преобразования входного процесса в фильтре с **ИХ**, зависящей от **КМ**, которое снижает уровень гармоник, «просачивающихся» по боковым лепесткам нескорректированной **ЭЧХ** (2.6).

Д. Эти методы, названные в [35, с. 48] «...легко реализуемым эмпирическим способом исправления недостатков...» периодограмм, получаются в ОАС рис. 1.3, а фильтром со «сглаженной» ИХ вида

$$\mathbf{w}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{dn}} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(\varphi), \quad \mathbf{D} = \text{diag}\{d_i\}_{i=1}^M, \quad dn = \sum_{i=1}^M d_i^2 \quad (2.10)$$

единичной «длины». Здесь  $\mathbf{D}$  – диагональная  $M \times M$  матрица «сглаживания», а соответствующий «сглаженный» Фурье-спектр (2.1) равен

$$P_{sm}(\varphi) = \overline{|\xi(\varphi)|^2} = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(\varphi) / dn. \quad (2.11)$$

Известно много разновидностей матриц сглаживания, уменьшающих уровень боковых лепестков ЭЧХ [31–37]. Ниже без потери общности используются диагональные матрицы Хемминга и Ханна [36] с элементами

$$d_i = \alpha - (1 - \alpha) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (i - 1) / (M - 1)), \quad i \in 1, M, \quad M > 1, \quad \alpha = 0.54, \quad (2.12a)$$

$$d_i = 1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot (i - 1) / M), \quad i \in 1, M \quad (2.12б)$$

соответственно.

На рис. 2.10 показаны нормированные ЭЧХ  $n_p(\Delta) = k_p(\Delta) / k_p(0)$  фильтров рис. 1.4 размера  $M = 8, 32, 128$  с ИХ (2.10), сглаженными распределением Хемминга (2.12a) (штрих-пунктирные кривые) и Ханна (2.12б) (сплошные кривые). Штриховыми кривыми воспроизведены ЭЧХ рис. 2.6 фильтров с «несглаженными» ИХ. Они подписаны «Хм», «Хн» и «Ф» соответственно.

Приведенные для распределений (2.12) кривые количественно иллюстрируют хорошо известные эффекты «сглаживания» ИХ – снижение уровня боковых лепестков ЭЧХ и одновременное расширение ее главного лепестка.

На рис. 2.11 показаны «несглаженные» (2.1) и «сглаженные» (2.11) Фурье-спектры тестовых процессов АР-1 и АР- $\infty$  с  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ, а на рис. 2.12 – соответствующие ошибки их воспроизведения по ПИК и ВИК.

Видно, что «сглаживание» ИХ (2.10), уменьшающее уровень боковых лепестков ЭЧХ (рис. 2.10), существенно уменьшает ошибки воспроизведения по ПИК быстроспадающих «хвостов» спектров процесса АР- $\infty$  (рис. 2.12, а). При этом, однако, из-за расширения ЭЧХ (рис. 2.10) увеличиваются ошибки

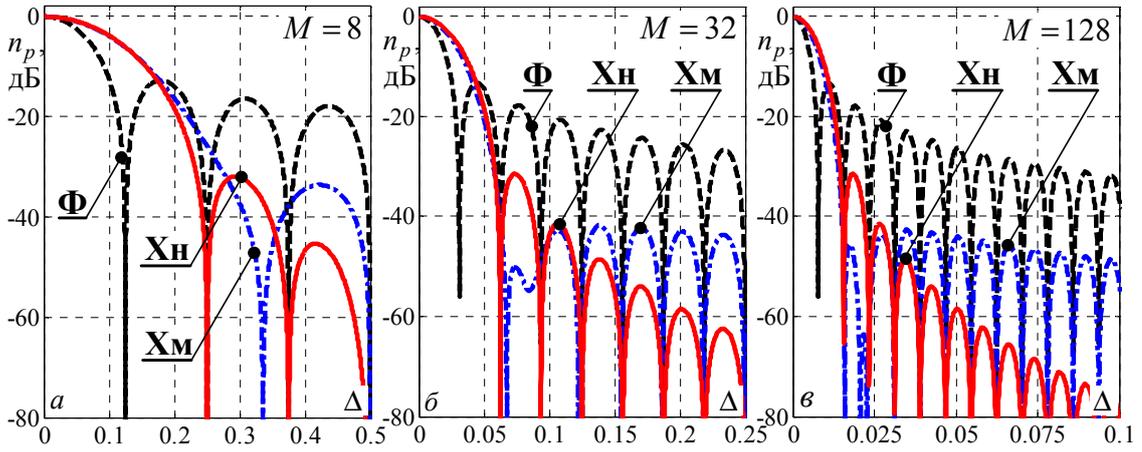


Рис. 2.10 – ЭЧХ «сглаженных» ДПФ-фильтров

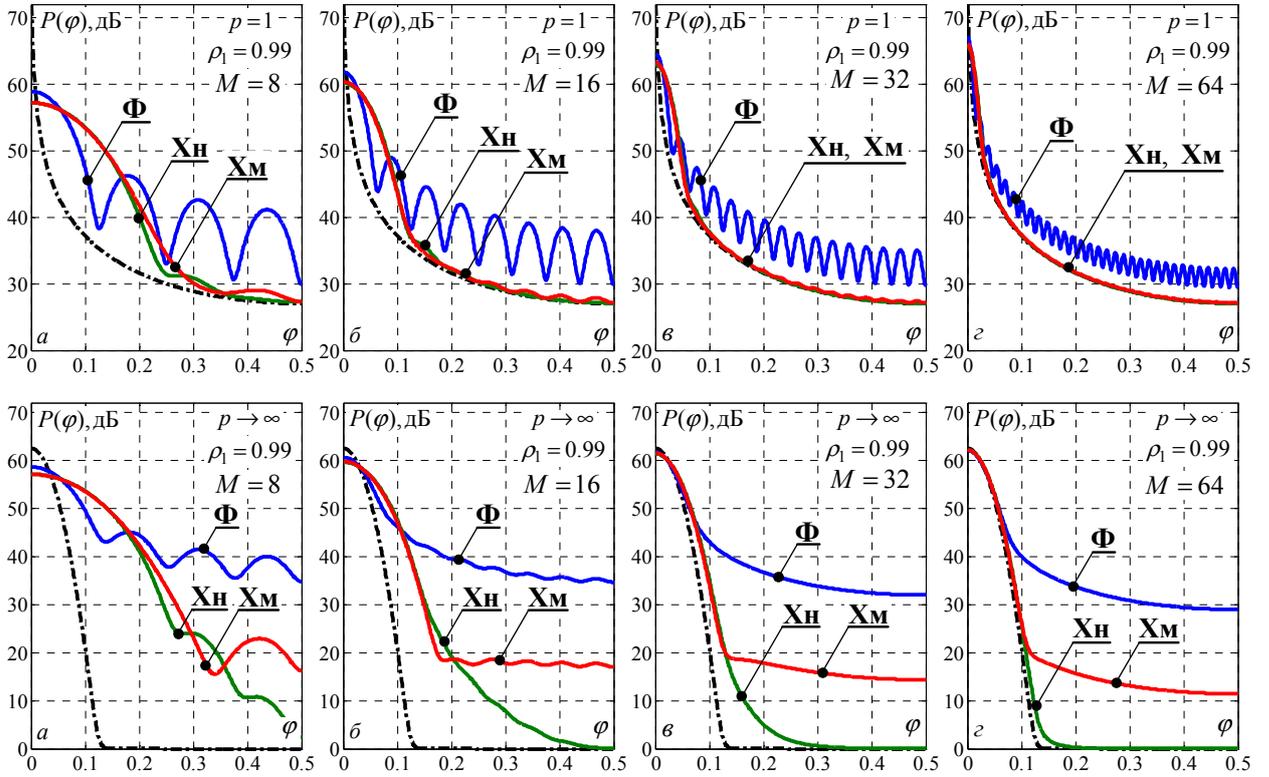


Рис. 2.11 – Фурье-спектры (2.1), (2.11) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

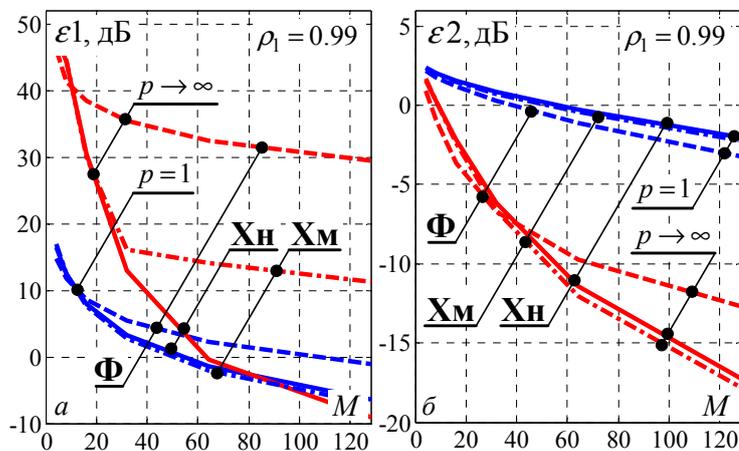


Рис. 2.12 – Ошибки ПИК и ВИК Фурье-спектров (2.1), (2.11)

воспроизведения по **ВИК** (рис. 2.12, б) узких спектров процесса **АР-1**.

Как следует из рис. 2.12, расширение главного лепестка «сглаженных» **ИХ** практически не меняет эффективность воспроизведения Фурье-спектрами как острых, так и пологих пиков спектров (б). Однако точность воспроизведения их «хвостов» (а), особенно – быстроспадающих, улучшилась существенно – примерно на (20 – 40) дБ.

Из рассматриваемых «сглаживающих» распределений окно Ханна в **СФ** (2.11) имеет лучшие характеристики. При примерно равных ширинах главного лепестка это достигается благодаря более быстрому спаданию боковых лепестков его **ЧХ** на всем интервале частот  $f$ , поэтому далее в «сглаженных» Фурье-спектрах используется окно Ханна.

В них при уровне допустимых ошибок  $\varepsilon_0 = -10$  дБ предельная **р.с.** **АР-∞** составляет  $M \geq 128$  по **ПИК** и  $M \geq 56$  по **ВИК** и все так же, как и «несглаженный» Фурье-спектр, по обоим критериям не разрешается спектр **АР-1**.

Не смотря на лучшие «предельные» показатели в сравнении с «несглаженными» методами, требуемые для разрешения размеры пачки и в этом случае могут быть больше их реально доступного размера (табл. 2.1). Рассмотрим поэтому второй подход к ослаблению недостатков классических методов **СО**, порожденных боковыми лепестками **ЭЧХ** (рис. 2.10), который реализуется параметрическими методами **СО**.

### 2.2.2. Предельные характеристики АР-параметрических алгоритмов

**А.** На рис. 2.13 показаны результаты воспроизведения тестовых спектров процессов **АР-1** и **АР-∞ СФ** (1.62б) метода **МД** Кейпона. Штрих-пунктирными кривыми здесь показаны тестовые спектры, штриховыми – «сглаженные» Фурье-спектры (2.11) размеров  $M = 16$  и  $M = 32$ , сплошными – **СФ** (2.13) различного размера  $M$ , которые далее называются **МД-спектрами** и могут быть записаны в виде [1, 36–39, 43, 48, 49, 73–78]

$$s_{\text{МД}}(\varphi) = 1/P(\varphi), \quad P(\varphi) = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(\varphi)/M. \quad (2.13)$$

Видно, что в приведенных примерах **МД-спектры** (2.13) не хуже, чем

«сглаженные» Фурье-спектры (2.11) воспроизводят сравнительно медленно спадающие хвосты спектра процесса **AP-1** ( $a, \bar{b}$ ), но заметно лучше – быстроспадающие «хвосты» спектра процесса **AP- $\infty$**  ( $\bar{b}, z$ ).

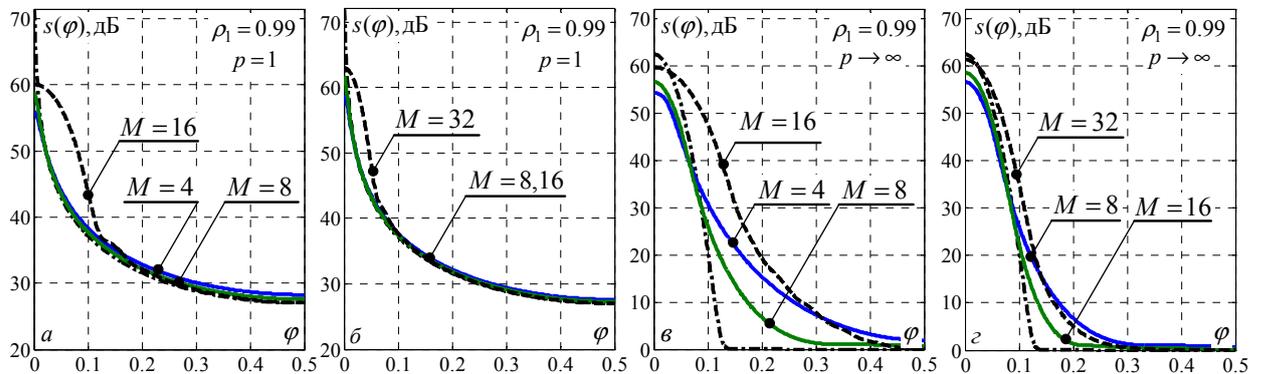


Рис. 2.13 – МД-спектры ( $\rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ)

Разница между ними количественно характеризуется ошибками по **ПИК** и **ВИК**, показанными на рис. 2.14 для «сглаженных» Фурье-спектров (2.11) (штриховые кривые) и МД-спектров (сплошные).

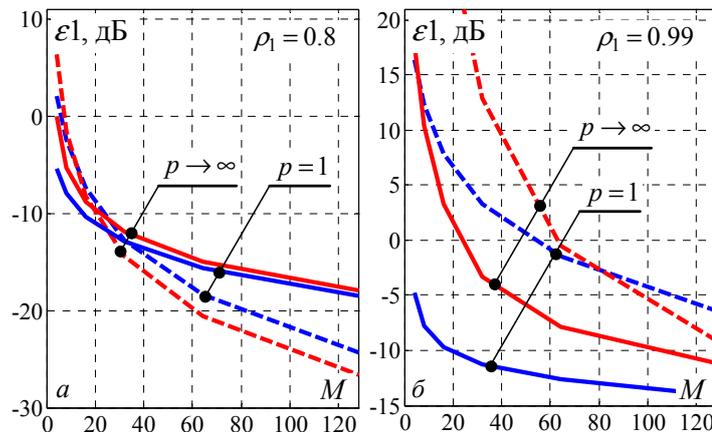


Рис. 2.14 – Ошибки по **ПИК** МД-спектров и «сглаженных» Фурье-спектров

Как следует из этого рисунка, для **AP**-процессов с «низким» к.к. ( $\rho_1 = 0.8$ ) оба метода близки по **р.с.** ( $a$ ). Так, их ошибка по **ПИК** не превосходит значения  $\varepsilon_0 = -10$  дБ уже при  $M \geq 20$ .

Но при том же пороге и  $\rho_1 = 0.99$  ( $b$ ) **р.с.** МД-спектров приблизительно в полтора раза выше для процессов **AP- $\infty$**  и приблизительно в 10 раз – для процессов **AP-1**. Столь большой выигрыш в последнем случае объясняется плохим воспроизведением «сглаженным» Фурье-спектром узких пиков спектра процесса **AP-1** с высоким к.к.  $\rho_1 = 0.99$  (рис. 2.13,  $a, \bar{b}$ ).

Б. Остановимся на принципиальных отличиях рассмотренного способа снижения вредного влияния боковых лепестков (рис. 2.6) ЭЧХ (2.6) ДПФ-фильтра с ИХ  $w(\varphi)$  (2.2). Для этого заметим, что МД-спектр (2.13) можно получить в рамках ОАС рис. 1.3, а, используя в нем линейный фильтр с ИХ

$$w(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{M}} \cdot \Psi \cdot x(\varphi). \quad (2.14)$$

Действительно, при этом его выходной сигнал допускает представление

$$\xi(\varphi) = w^*(\varphi) \cdot u = \frac{1}{\sqrt{M}} \cdot x^*(\varphi) \cdot v, \quad v = \{v_\ell\}_{\ell=1}^M = \Psi \cdot u, \quad (2.15)$$

а Фурье-спектр  $P(\varphi)$  (2.1) совпадает с (2.13).

Тем самым МД-спектр может формироваться ОАС рис. 1.3, а, построенным по схеме рис. 2.15.

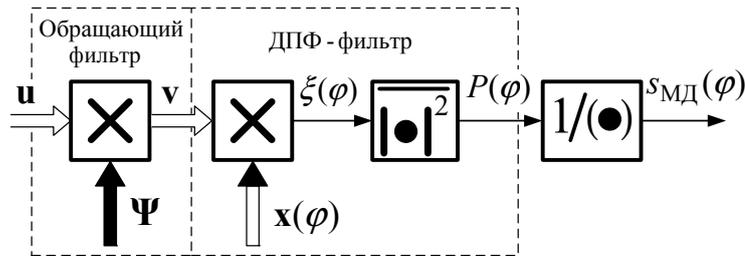


Рис. 2.15 – Формирование МД-спектра

Его основное отличие от ОАС рис. 1.3, а с ИХ (2.6) заключается в том, что в его ДПФ-фильтре преобразуется не входной вектор  $u$ , а результат  $v$  (2.16) его предварительного преобразования в фильтре с МИХ  $\Psi$  (1.27).

Как и входной вектор  $u \sim CN(0, \mathbf{R})$  со спектром  $s(f)$ , преобразованный вектор  $v \sim CN(0, \mathbf{R}_v)$  со спектром  $s_v(f)$  также нормален и имеет нулевое среднее, но его КМ

$$\mathbf{R}_v = \overline{v \cdot v^*} = \overline{\Psi \cdot u \cdot u^* \cdot \Psi} = \Psi \cdot \mathbf{R} \cdot \Psi = \Psi \cdot \mathbf{R}^{-1} \quad (2.16)$$

обратна КМ  $\mathbf{R}$  входного процесса. По этой причине фильтр с МИХ  $\Psi = \mathbf{R}^{-1}$  схемы рис. 2.15 назван обращающим фильтром КМ входного процесса.

Фурье-спектр  $P(\varphi)$  в (2.13) можно также переписать в виде

$$P(\varphi) = x^*(\varphi) \cdot \Psi \cdot x(\varphi) / M = \int_{-0.5}^{0.5} s_{v \text{ Вых}}(f, \varphi) df, \quad (2.17)$$

где  $s_{\text{v}_{\text{ВЫХ}}}(f, \varphi)$  – спектр на выходе ДПФ-фильтра с ИХ  $\mathbf{x}(\varphi)$  в схеме рис. 2.15, настроенного на частоту  $\varphi \in -0.5, 0.5$ .

Равенствами

$$s_{\text{v}_{\text{ВЫХ}}}(f, \varphi) = s_{\text{v}}(f) \cdot k_p(f, \varphi) = s(f) \cdot k_p^{(\Psi)}(f, \varphi) \quad (2.18)$$

он связан со спектрами  $s_{\text{v}}(f)$  и  $s(f)$  процессов на выходе и входе обрабатывающего фильтра. Через

$$k_p^{(\Psi)}(f, \varphi) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{w}(\varphi)|^2 = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(\varphi)|^2 / M \quad (2.19)$$

здесь обозначена ЭЧХ фильтра с ИХ (2.14) линейной части схемы рис. 2.15.

Построенные на основе (2.19) по последнему равенству в (2.18) спектры  $s_{\text{v}_{\text{ВЫХ}}}(f, \varphi)$  процессов на выходе ДПФ-фильтров размера  $M = 64$ , настроенных на частоты  $\varphi = 0$  (а), 0.25 (б), 0.5 (в), показаны на рис. 2.16 в условиях рис. 2.8 ( $p \rightarrow \infty, \rho_1 = 0.99$ ).

Горизонтальная штриховая прямая показывает уровень, площадь под которым на интервале интегрирования  $f \in -0.5, 0.5$  равна значению спектра  $s_{\text{v}_{\text{ВЫХ}}}(f, \varphi)$  (2.17) ДПФ-фильтра в точке  $f = \varphi$  его настройки.

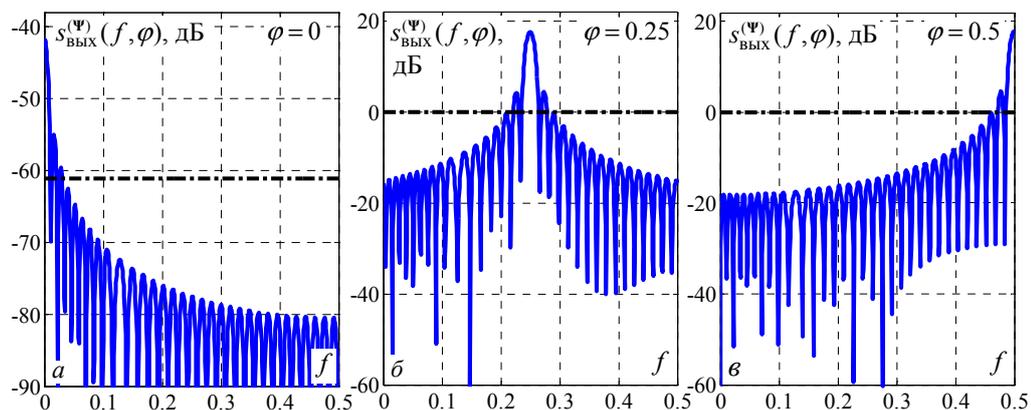


Рис. 2.16 – Спектры на выходе ДПФ-фильтра (рис. 2.15)

$$(M = 64, p \rightarrow \infty, \rho_1 = 0.99, \eta = 50 \text{ дБ})$$

Спектры рис. 2.16 радикально отличаются от спектров  $s_{\text{ВЫХ}}(f, \varphi)$  (рис. 2.8) на выходе ДПФ-фильтров схемы без фильтра, обрабатывающего КМ (рис. 1.3, а). В отличие от последних, в этих спектрах нет интенсивных боковых лепестков в зоне гребней входного спектра – основного источника больших

ошибок воспроизведения его быстроспадающих «хвостов». Спектры (2.18) рис. 2.16 пропорциональны ЭЧХ (2.6) с коэффициентом пропорциональности, равным  $s_v(\varphi)$ . В силу (1.25) это означает, что Фурье-спектр (2.17) на выходе перестраиваемого по частоте в диапазоне  $\varphi \in -0.5, 0.5$  ДПФ-фильтра схемы рис. 2.15 практически точно воспроизводит спектр  $s_v(\varphi)$  на его входе.

**В.** Установим связь между этим «точно воспроизводимым» спектром  $s_v(\varphi)$  и искомым входным спектром  $s(\varphi)$ . С этой целью свяжем его с **КМ**  $\mathbf{R}_v$  (2.16) тем же представлением (1.4) Винера-Хинчина

$$\mathbf{R}_v \approx \int_{-0.5}^{0.5} s_v(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (2.20)$$

которое связывает **КМ**  $\mathbf{R}$  и спектр  $s(f)$  входного процесса.

Отметим сразу, что, в отличие от (1.4), равенство (2.20) в общем случае неверно. Формально это связано с тем, что в рассматриваемом случае (1.5) матрица в правой части (2.20) теплицева, тогда как матрица  $\mathbf{R}_v$  в левой части (2.20), обратная теплицевой матрице  $\mathbf{R}$  (2.16), в общем случае нетеплицева. Однако в рассматриваемом случае  $M$ -мерных векторов входных **АР**- $p$  процессов она может содержать «теплицеву часть», тем большую, чем больше отношение  $M/p$ , что подробно обосновывалось в разд. 1.3 (см. рис. 1.10). В этих случаях равенство (2.20) можно считать приближенно верным. Полагая его пока таковым, перемножим (2.20) и (1.4). Учитывая (2.16) получим

$$\int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} s_v(\varphi) \cdot s(f) \cdot \sigma(\varphi, f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(\varphi) df d\varphi = \mathbf{I}_M, \quad (2.21)$$

где через обозначена  $\sigma(\varphi, f)$  функция

$$\sigma(\varphi, f) = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \mathbf{x}(f) = \sum_{\ell=1}^M x_{\ell}^{\sim}(\varphi) \cdot x_{\ell}(f),$$

которая в соответствии с определением вектора  $\mathbf{x}(f)$  (см. п. 1.1) равна

$$\sigma(\varphi, f) = \sum_{\ell=1}^M \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta \cdot \ell) = c \cdot \text{sum}(\Delta), \quad c = \exp(j \cdot \pi \cdot \Delta \cdot (M+1)), \quad \Delta = f - \varphi,$$

$$sum(\Delta) = \frac{\sin(\pi \cdot M \cdot \Delta)}{\sin(\pi \cdot \Delta)} = \sum_{\ell=1}^M \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta \cdot b_{\ell}), \quad b_{\ell} = \ell - \frac{M+1}{2}. \quad (2.22)$$

Ширина  $2/M$  главного лепестка функции  $sum(\Delta)$  (2.22) по уровню первых нулей по мере роста  $M$  уменьшается, а значение максимума в точке  $\Delta = 0$  растет. При этом интеграл

$$I(M) = \int_{-0.5}^{0.5} sum(\Delta) d\Delta = \sum_{\ell=1}^M \frac{\sin(\pi \cdot (\ell - (M+1)/2))}{\pi \cdot (\ell - (M+1)/2)}$$

при любых нечетных  $M = 2 \cdot k - 1$  равен  $I(M) = 1$ . Нетрудно убедиться, что это равенство приближенно справедливо и для четных  $M = 2 \cdot k$  при  $k \geq 15$ .

Функция (2.22) с такими свойствами и шириной  $2/M \ll \Delta f$ , существенно меньшей эффективной ширины  $\Delta f$  спектра  $s(f)$ , в интеграле (2.21) может быть приближенно заменена дельта-функцией Дирака  $sum(\Delta) \approx \delta(\Delta) = \delta(f - \varphi)$ . Тем самым в гипотетических условиях  $M \rightarrow \infty$  (2.21) преобразуется в равенство

$$\int_{-0.5}^{0.5} s_v(f) \cdot s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{I}_M,$$

которое, как следует из (1.7), выполнится при

$$s_v(f) = 1/s(f). \quad (2.23)$$

Тем самым в схеме рис. 2.15 в условиях

$$M \gg 2 \cdot p, \quad M \gg 2/\Delta f \quad (2.24)$$

приближенной справедливости как равенства (2.20), так и замены функции (2.22) дельта-функцией, на выходе ДПФ-фильтра формируется Фурье-спектр  $P(\varphi)$  (2.17) не входного, а примерно обратного ему спектра  $s_v(f)$  (2.23). Именно в этих условиях метод Кейпона с **СФ**  $s_{\text{МД}}(\varphi) = 1/P(\varphi)$  (2.13) может эффективно использоваться не только для «сверхрэлеевского» разрешения гармоник на фоне шума, для которого он первоначально предназначался, но и в задачах воспроизведения формы спектра входного процесса.

Однако при нарушении этих условий, в частности, с ростом порядка  $p$  входного **АР**-процесса, точность воспроизведения спектра методом Кейпона

будет уменьшаться. Наглядной иллюстрацией этого служат результаты воспроизведения его **СФ** спектров **АР** процессов порядка  $p = 1$  (рис. 2.14, *а, б*) и  $p \rightarrow \infty$  (рис. 2.13, *в, г*).

Г. Равенство (2.23) объясняет причины, по которым в спектрах  $s_{v \text{ вых}}(f, \varphi)$  на выходе «несглаженных» **ДПФ**-фильтров с высоким уровнем боковых лепестков **ЭЧХ** (рис. 2.6) отсутствуют боковые лепестки, превышающие уровень соответствующих горизонтальных прямых (рис. 2.16).

Спектр  $s_v(f)$  на входе **ДПФ**-фильтра в схеме рис. 2.15 примерно обратен входному спектру  $s(f)$  фильтра, обращающего **КМ**. Поэтому зонам максимумов входного спектра  $s(f)$  соответствуют зоны минимумов спектра  $s_v(f)$ , в связи с чем по высоким боковым лепесткам **ЭЧХ** (рис. 2.6) **ДПФ**-фильтра из этих зон «нечему просачиваться».

В выходной спектр  $s_{v \text{ вых}}(f, \varphi)$  **ДПФ**-фильтра, согласованного с гармоникой спектра  $s_v(f)$  в окрестности частоты  $f = \varphi$  его настройки, «просачиваются» только эти «полезные» составляющие входного спектра  $s_v(f)$  и неподавленные обращаемым фильтром остатки его «мешающих» составляющих из зоны боковых лепестков его **ЭЧХ** (2.6). Этим и объясняются относительно малые ошибки воспроизведения **МД**-спектрами быстропадающих «хвостов» входного спектра (рис. 2.14).

Необходимо подчеркнуть, что этот результат достигнут не за счет уменьшения боковых лепестков **ЭЧХ** (2.6) путем «сглаживания» (2.10) **ИХ** (2.2), а за счет предварительного преобразования входного процесса в фильтре с **МИХ**  $\Psi$  (рис. 2.15), обратной его **КМ** (2.16).

В результате этого преобразования оптимально подавляются «мешающие» составляющие входного спектра вне окрестности частоты настройки **ДПФ**-фильтра, который выполняет функции согласованного фильтра «полезной» гармоники преобразованного спектра с частотой  $f = \varphi$ .

Оптимальность здесь понимается в том смысле, что мощность

$\sigma_\ell^2 = \overline{|v_\ell|^2} = \psi_{\ell\ell}$  процесса  $v_\ell = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{u}$  на  $\ell$ -м,  $\ell \in 1, M$  выходе фильтра с **ИХ**  $\mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{\Psi}$  –  $\ell$ -й строкой матрицы  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{R}^{-1}$ , минимальна по сравнению с мощностью процесса  $v_\ell = \mathbf{k}_\ell^* \cdot \mathbf{u}$  на выходе фильтра с любой **ИХ**  $\mathbf{k}_\ell = \{k_i\}_{i=1}^M \neq \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{\Psi}$  при условии равенства их  $\ell$ -х компонент ( $k_\ell = \psi_{\ell\ell} > 0$ ) [141].

Это свойство условной минимизации мощности (дисперсии) фильтрами с **ИХ** – строками матрицы  $\mathbf{\Psi}$ , взято за основу в [36], где метод Кейпона [43], вначале называвшийся «методом максимального правдоподобия (**МП**)» [40, 41, 82], переименован в метод «минимальной дисперсии (**МД**)».

Реализуемый в нем механизм полностью согласуется с общей методологией «разрешения – обнаружения», уже более полувека назад обоснованной в работах Я.Д. Ширмана [1]. Она предполагает подавление «мешающих» составляющих входного процесса, расположенных вне «направления» (здесь – частоты) анализа и накопление составляющей с «направления» анализа, выступающей в роли «полезной».

Эта же методология лежит в основе «единой теории адаптивных к данным методов непрерывного анализа», заявленной в [48] применительно к задачам квазигармонического спектрального анализа почти три десятилетия спустя после основополагающих работ Я.Д. Ширмана [44–46]. Свойства метода Кейпона в задаче «разрешения – обнаружения» подробно проанализированы в [76, 77, 81]. В рассматриваемой задаче «разрешения – воспроизведения» его предельные возможности можно объяснить трансформацией спектра **АР**-процесса в фильтрах с **ИХ** – строками матрицы  $\mathbf{\Psi}$  (2.16) или ее правых треугольных сомножителей Холецкого (1.60б), сопровождающей эту условную (нетривиальную) минимизацию.

Д. Как показано в п. 1.3, 1.4, в условиях (2.24) в фильтрах с **ИХ** – строками матрицы  $\mathbf{\Psi}$  в зависимости от их номера она сопровождается обелением, «переобелением» или обращением спектра входного **АР**-процесса. В фильтрах с **ИХ** – строками правых сомножителей Холецкого этой матрицы (1.60б) в зависимости от их номера она сопровождается «недообелением»

или обелением его спектра. В связи с этим  $\mathbf{CF} s_{\text{МД}}(\varphi)$  (2.13) представляет собой среднее арифметическое равномерно просуммированных «разнородных» ЭЧХ (см. п. 1.5.2). В условиях (2.24) относительное число разнородных ЭЧХ невелико, однако по мере ослабления этих условий их число увеличивается, что может существенно увеличить ошибки воспроизведения спектров, различные по ПИК и ВИК.

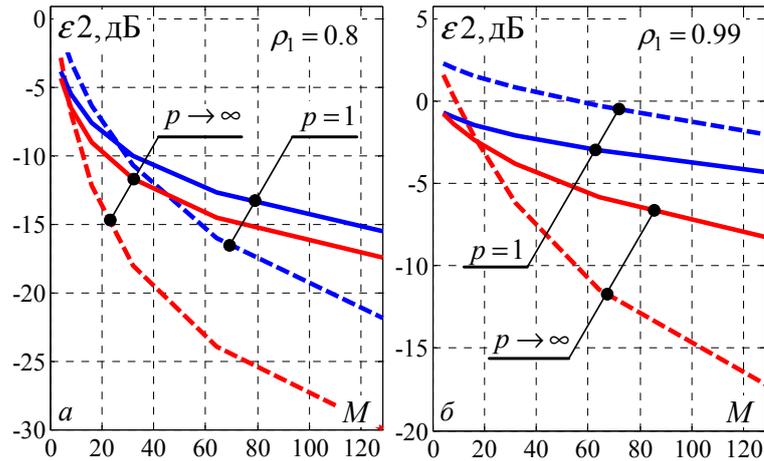


Рис. 2.17 – Ошибки по **ВИК** МД-спектров и «сглаженных» Фурье-спектров

Иллюстрирующие это значения **ВИК** показаны на рис. 2.17. Сплошные кривые здесь соответствуют МД-спектрам (2.13), штриховые – «сглаженным» Фурье-спектрам (2.11). Видно, что для процессов АР-1 МД-спектры незначительно превосходят «сглаженные» Фурье-спектры, но для процессов АР- $\infty$  (при нарушении первого условия в (2.24)) могут значительно уступать им. Так, при  $\rho_1 = 0.99$  (б) их **р.с.** по **ВИК** при пороге  $\varepsilon_0 = -10$  дБ примерно втрое меньше, чем «сглаженных» Фурье-спектров.

Е. Разнородные спектры (ЭЧХ) равномерно суммируются и в **CF** методов «теплового шума (ТШ)» (1.68), Борджотти-Лагунаса (БЛ) (1.69), модифицированном алгоритме Кейпона (МАК) (1.70), которые в связи с этим при нарушении условий (2.24) также могут иметь неприемлемо низкую точность воспроизведения.

Это иллюстрируется рис. 2.18, где показаны **CF** методов ТШ, МАК и БЛ для процесса АР- $\infty$  при  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ, спектр которого с шумом показан штрих-пунктирной кривой.

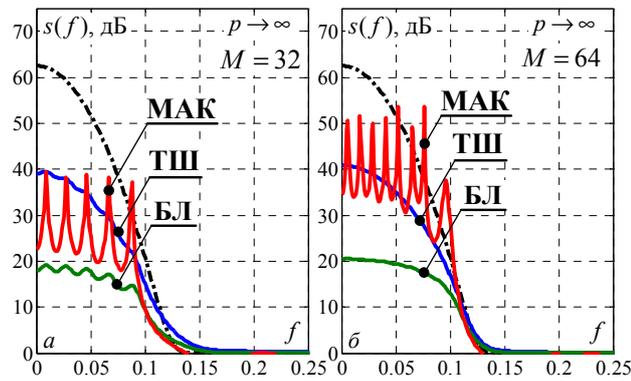


Рис. 2.18 – СФ методов ТШ, МАК, БЛ ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Из-за низкой точности эти сравнительно сложные методы малопригодны для решения рассматриваемой задачи воспроизведения непрерывных спектров, которая по условиям и критериям отличается от задачи оценивания направлений на  $n < M$  точечных источников излучений в антенной решетке, для решения которой они предназначались [48, 49, 74–78].

**Ж.** По этой причине ниже основное внимание уделяется более простым и эффективным базовым СФ (1.63) – (1.66), в которых такого комбинирования нет, и «промежуточным» СФ (1.71), в которых число усредняемых разнородных ЭЧХ меньше.

На рис. 2.19 приведены ЛП-спектры (1.66), МЭ-спектры (1.64), МД-спектры (2.13) (все – сплошные кривые), Фурье-спектры (2.1) и их «сглаженные» разновидности (2.11) (штриховые кривые) для размеров  $M = 4, 8$  анализируемых пачек процесса АР-1 с  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ.

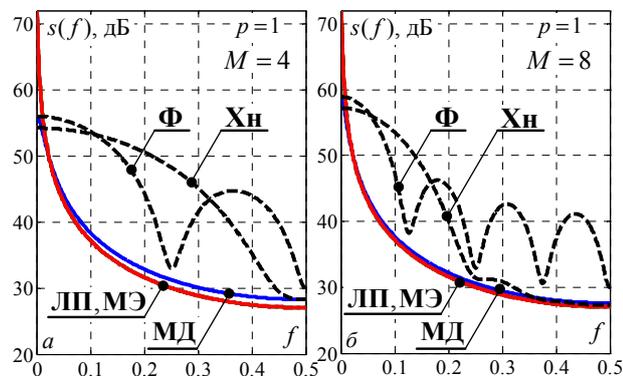


Рис. 2.19 – СФ методов ЛП, МЭ, МД ( $p = 1$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Наблюдаемое здесь совпадение ЛП-спектров и МЭ-спектров, уже при  $M = 4$  практически «укладывающихся» на точный спектр, показанный

штрих-пунктирной кривой, обусловлено высокой степенью согласования входного процесса и фильтров с  $\mathbf{ИХ}$ , равными последней (первой) строке матрицы  $\mathbf{H}$  ( $\mathbf{N}^*$ ) и «средней» строке матрицы  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{R}^{-1}$  (см. п. 1.4).

Источником рассогласования здесь выступает только шум приемника, однако его влияние в данном случае (процесс  $\mathbf{AP-1}$ ,  $\eta = 50$  дБ) даже меньше, чем в примере рис. 1.12, а, рис. 1.13, а ( $\eta = 30$  дБ). Поэтому знаменатели  $\mathbf{СФ}$  (1.66), (1.64) с высокой точностью совпадают с  $\mathbf{ЭЧХ}$  обесцвечивающего фильтра, а  $\mathbf{СФ}$  в целом – со спектром входного процесса.

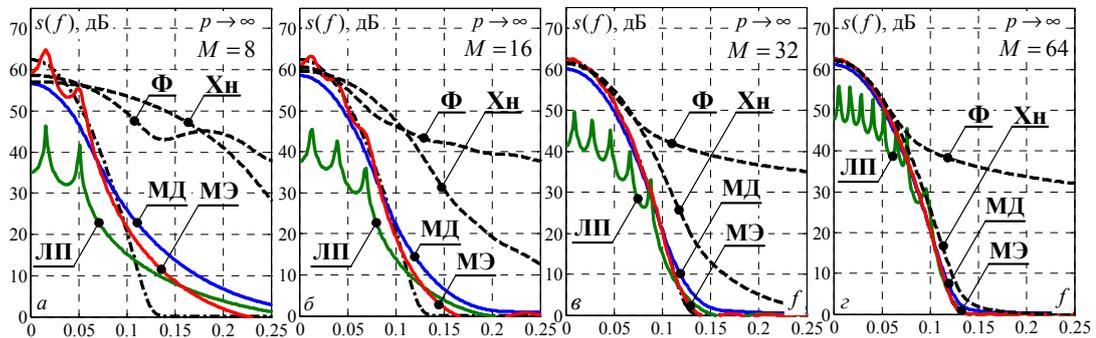


Рис. 2.20 –  $\mathbf{СФ}$  методов ЛП, МЭ, МД ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Знаменатели  $\mathbf{СФ}$  (2.13) метода МД в данном случае содержат только одно (первое) слагаемое, отличающееся от  $\mathbf{ЭЧХ}$  обесцвечивающего фильтра. Его влияние на итоговую  $\mathbf{СФ}$  тем меньше, чем больше значение  $M$ . В условиях примера рис. 2.19 оно незначительно уже при  $M = 4$  (а) и практически отсутствует при  $M = 8$  (б).

Влияние обусловленного шумом рассогласования увеличивается по мере роста порядка  $\mathbf{AP}$  – составляющей входной смеси. Это количественно иллюстрируется результатами рис. 2.20, аналогичными приведенным на рис. 2.19, но для смеси шума и процесса  $\mathbf{AP-\infty}$  с  $\rho_1 = 0.99$  и  $\eta = 50$  дБ.

В этих условиях знаменатели  $\mathbf{СФ}$  рассматриваемых параметрических методов уже не совпадают с  $\mathbf{ЭЧХ}$  обесцвечивающих фильтров (п. 1.3). Их отличия тем больше, чем меньше размер пачки и чем ближе к середине строка матрицы  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{R}^{-1}$  –  $\mathbf{ИХ}$  фильтра (см. рис. 1.13). Именно этим объясняются большие ошибки воспроизведения гребня входного спектра ЛП-спектрами, определяющимися  $\mathbf{ИХ}$  – средней строкой матрицы  $\mathbf{\Psi}$ , при относительно малых

ошибках МЭ-спектров, определяющихся первой (или последней) ее строкой.

Флуктуации ЛП-спектра объясняют и флуктуации МАК-спектра (рис. 2.18), СФ которого (1.70) содержит квадрат ЛП-спектра (1.66).

Результаты количественного сравнения по ПИК и ВИК методов МЭ, МД, а также их «промежуточных» (МЭ-МД) разновидностей, показаны на рис. 2.21. Числами 0.75, 0.5 и 0.25 указано относительное значение  $\chi = M_e / M$  числа накапливаемых элементов векторов (1.61), формирующих «промежуточные» СФ (1.71) (см. п. 1.5). При  $\chi = 1$  они переходят в СФ (1.67) метода МД, при  $\chi = 1/M$  – в СФ (1.64) метода МЭ.

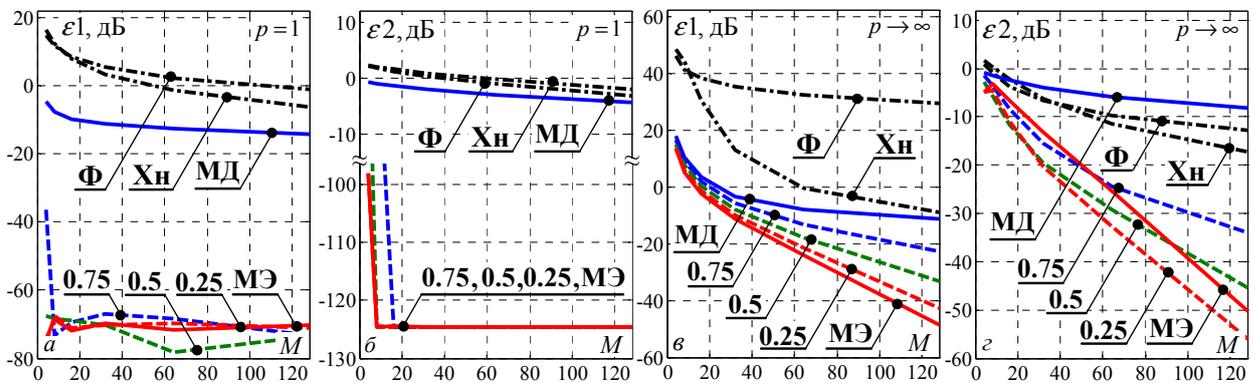


Рис. 2.21 – Ошибки СФ по ПИК и ВИК ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Видно, что когда влияние рассогласования, обусловленного шумом приемника, незначительно, а также при отсутствии рассогласования по размеру пачки и порядку АР-процесса ( $M > p$ ), как в случае процесса АР-1 (а, б), точность воспроизведения МЭ-спектрами и МЭ-МД-спектрами как по ПИК, так и по ВИК определяется исключительно ошибкой численного интегрирования в (2.3) и (2.5).

Однако, даже в ситуации существенного рассогласования с процессом АР- $\infty$  (в, з) р.с. этих методов значительно выше, чем «сглаженных» (2.11) и, тем более, «несглаженных» Фурье-спектров (2.1).

Последние могут превосходить МД-спектры по ВИК (з), характеризующему качество воспроизведения гребней спектров, но уступают по этому критерию МЭ-спектрам и МЭ-МД-спектрам, которые при относительно небольших  $M$  могут быть даже точнее базовых МЭ-спектров за счет сглажи-

вания их флуктуаций в окрестности максимума (рис. 2.19).

3. Рассмотренные предельные характеристики несут важную, но отнюдь не исчерпывающую информацию, на основе которой должен выбираться метод (методы) **СО** для практического использования в реальных условиях априорной неопределенности. Здесь определяющее значение имеют статистические характеристики случайных в этих условиях **ПИК** и **ВИК** методов **СО**, которые исследуются далее.

### 2.3. Статистический анализ методов разрешения-воспроизведения в условиях параметрической априорной неопределенности

В реальных условиях априорной неопределенности статистические характеристики (**КМ**) входных воздействий обычно неизвестны и заменяются теми или иными их случайными оценками, полученными по обучающей выборке ограниченного и зачастую малого объема. Такой подход неизбежно ведет к потерям разрешения-воспроизведения **НЭС** методов **СО**, но величина этих потерь для каждого из методов различна и зависит от объема доступной для анализа обучающей выборки, используемой оценки **КМ** **R** и степени учета возможной априорной информации о ее специфике.

Полученная таким образом оценка **КМ**  $\hat{R}$  и, следовательно, обратная ей матрица  $\hat{\Psi}$ , случайны, следствием чего является и случайность **СФ**  $\hat{s}(f)$  на их основе. В этом случае ключевую роль играет более важный (но и более сложный) статистический анализ этих **СФ**, а обоснование выбора метода **СО**, пригодного для практической реализации, должно базироваться на статистических характеристиках случайных оценок  $\hat{\varepsilon}1$  и  $\hat{\varepsilon}2$  их показателей качества.

Этому вопросу посвящена остальная часть раздела.

#### 2.3.1. Общие адаптивные свойства методов **СО**

А. В рассматриваемой «адаптивной» ситуации качество воспроизведения спектров характеризуют средние значения  $\overline{\varepsilon}1$  и  $\overline{\varepsilon}2$  случайных **ПИК** и **ВИК** соответственно. Их аналитически точное определение для всех рассматриваемых **СФ** и используемых оценок неизвестных параметров практи-

чески невозможно. В связи с этим в большинстве случаев они определяются по результатам математического моделирования. Тем не менее, для некоторых **СФ**, базирующихся на оценках максимального правдоподобия (**МП**) **КМ**, удается получить достаточно точные аналитические приближения к искомым значениям  $\bar{\varepsilon}1$  и  $\bar{\varepsilon}2$ . Помимо важного самостоятельного значения они важны и для контроля методики и результатов моделирования.

**Б.** Получим эти приближения, переписав критерии (2.3), (2.5) в виде

$$\bar{\varepsilon}1 = \sqrt{y1}, \quad \bar{\varepsilon}2 = \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot \sqrt{y2(f)} df, \quad (2.25)$$

$$y1 = \int_{-0.5}^{0.5} y2(f) df, \quad y2(f) = (1 - \hat{\delta}(f) \cdot \gamma(f))^2, \quad (2.26)$$

$$\hat{\delta}(f) = \hat{s}(f)/s_{\infty}(f), \quad \gamma(f) = s_{\infty}(f)/s(f). \quad (2.27)$$

Здесь через  $\hat{s}(f) = s(f, \hat{\mathbf{R}})$ ,  $s_{\infty}(f) = s(f, \mathbf{R})$ ,  $s(f)$  обозначены случайная **СФ** анализируемого метода **СО**, его неслучайная **СФ**, полученная по точно известной **КМ** и истинный спектр анализируемого процесса соответственно.

Равенства (2.25) позволяют записать первые приближения средних значений  $\bar{\varepsilon}1$  и  $\bar{\varepsilon}2$  в виде

$$\bar{\varepsilon}1 \approx \sqrt{\int_{-0.5}^{0.5} y2(f) df}, \quad \bar{\varepsilon}2 \approx \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot \sqrt{y2(f)} df, \quad (2.28a)$$

$$\overline{y2(f)} = (1 - \overline{\hat{\delta}(f)} \cdot \gamma(f))^2 + \sigma_{\hat{\delta}}^2(f) \cdot \gamma^2(f), \quad (2.28b)$$

где  $\overline{\hat{\delta}(f)}$  и  $\sigma_{\hat{\delta}}^2(f)$  – среднее и дисперсия «нормированной» **СФ**  $\hat{\delta}(f)$  (2.27).

Для дисперсии  $\sigma_{\hat{\delta}}^2(f) = \sigma_{\delta}^2$  и среднего  $\overline{\hat{\delta}(f)} = \bar{\delta} = 1 - \nu$ , не зависящих от частоты, получим

$$\overline{y2(f)} = (1 - \gamma(f))^2 + 2 \cdot \nu \cdot (\gamma(f) - \gamma^2(f)) + (\nu^2 + \sigma_{\delta}^2) \cdot \gamma^2(f),$$

$$\bar{\varepsilon}1 \approx \sqrt{\varepsilon1^2 + 2 \cdot \nu \cdot (I_1 - I_2) + (\nu^2 + \sigma_{\delta}^2) \cdot I_2}, \quad I_1 = \int_{-0.5}^{0.5} \gamma(f) df, \quad I_2 = \int_{-0.5}^{0.5} \gamma^2(f) df, \quad (2.29a)$$

$$\bar{\varepsilon}2 \approx \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot |1 - \gamma(f)| \cdot c(f) df, \quad (2.29b)$$

$$c(f) = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \nu \cdot (\gamma(f) - \gamma^2(f)) + (\nu^2 + \sigma_\delta^2) \cdot \gamma^2(f)}{(1 - \gamma(f))^2}}. \quad (2.29\text{в})$$

Для **несмещенных** оценок с  $\overline{\delta(f)} = 1$  и  $\nu = 0$  из (2.28) следует, что

$$\overline{y^2(f)} = (1 - \gamma(f))^2 + \sigma_\delta^2 \cdot \gamma^2(f), \quad (2.30\text{а})$$

$$\overline{\varepsilon 1} \approx \sqrt{\varepsilon 1^2 + \sigma_\delta^2 \cdot I_2}, \quad \overline{\varepsilon 2} \approx \int_{-0.5}^{0.5} \sqrt{\left(\frac{s(f) \cdot (1 - \gamma(f))}{1 + \eta}\right)^2 + \sigma_\delta^2 \cdot \left(\frac{s_\infty(f)}{1 + \eta}\right)^2} df. \quad (2.30\text{б})$$

Как следует из (2.29), (2.30), в **адаптивной ситуации** средние значения ошибок  $\overline{\varepsilon 1}$  и  $\overline{\varepsilon 2}$  складываются из их «предельных» значений (в которые переходят ошибки (2.30б) при неслучайных ( $\sigma_\delta^2 = 0$ ) значениях  $\widehat{\delta}(f)$ ), и дополнительных ошибок из-за возможного смещения  $\nu$  и ненулевой при конечном объеме выборки  $K$  дисперсией  $\sigma_\delta^2$  «нормированной» **СФ**  $\widehat{\delta}(f)$  (2.27).

Поэтому даже метод с нулевой «предельной» ошибкой, для которого

$$s_\infty(f) = s(f), \quad \gamma(f) = \gamma^2(f) = I_1 = I_2 = 1, \quad \varepsilon 1 = \varepsilon 2 = 0,$$

имеет средние ошибки

$$\overline{\varepsilon 1} = \overline{\varepsilon 2} = \begin{cases} \sqrt{\nu^2 + \sigma_\delta^2}, & (a) \\ \sigma_\delta, & \sigma_\delta^2 \gg \nu^2 & (б), \\ \nu, & \nu^2 \gg \sigma_\delta^2 & (в) \end{cases} \quad (2.31)$$

и поэтому может оказаться не лучше метода с ненулевой «предельной» ошибкой, но с меньшей нижней границей средних ошибок (2.31). Отсюда следует также, что увеличение размера  $M$  анализируемой пачки, уменьшающее предельные ошибки, в реальных условиях может не дать эффекта, если не будет одновременно сопровождаться уменьшением этой границы за счет, например, улучшения оценки **КМ** или увеличения объема выборки  $K$ .

Эти границы конкретизируются ниже для выбранных методов **СО**, оценок **КМ** и значений  $K$ .

### 2.3.2. Разновидности оценок **КМ** в алгоритмах **СО**

**А.** Ниже полагается, что для оценки **КМ** анализируемого процесса доступна классифицированная выборка

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(0, \mathbf{R}), \quad (2.32a)$$

объема  $K$  комплексных нормальных  $M$ -мерных векторов  $\mathbf{y}_i$  с нулевым средним и **КМ**  $\mathbf{R}$ , совпадающей с **КМ** анализируемой пачки.

Эта выборка может быть образована, в частности,  $M$ -мерными векторами отсчетов отражений от **МО** в  $K$  смежных элементах разрешения по дальности импульсной РЛС.

Кроме того, эти векторы считаются взаимно независимыми

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K \quad (2.32б)$$

и на рассматриваемом участке – стационарными с одинаковой **КМ**  $\mathbf{R}$  для всех  $K$  векторов.

**Б.** Из большого числа возможных оценок **КМ** и (или) обратных им матриц, формируемых по обучающей выборке (2.32), ограничимся пока лишь некоторыми из них. Они сопоставлены в **Приложении А** (см. [147–150]) применительно к задачам обнаружения когерентных сигналов на фоне гауссовых помех и здесь используются с теми же обозначениями. К их числу относятся.

Выборочная эрмитова **КМ** (обозначается  $\mathbf{1}^0$ )

$$\widehat{\mathbf{R}} = \{\widehat{r}_{ij}\}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (2.33)$$

которая в условиях (2.32) и  $K \geq M$  является **МП** оценкой **КМ** общего вида (**КМ ОВ**) [90, 91, 148], и «пригодна» для использования в системах с произвольным расположением приемных каналов.

В импульсных РЛС с центральной симметрией (в рамках анализируемой пачки) интервалов следования зондирующих импульсов может использоваться **МП** оценка персимметричной **КМ** (**ПКМ**) (оценка  $\mathbf{2}^0$ ) [93–95, 151, 154]

$$\widehat{\mathbf{R}}_{\Pi} = \{\widehat{r}_{ij}\}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot \mathbf{A}_{\Pi}, \quad \mathbf{A}_{\Pi} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}^{\sim} \cdot \mathbf{J}), \quad K \geq M/2. \quad (2.34)$$

Оценка Берга «частных коэффициентов корреляции (**ч.к.к.**)» (оценка  $\mathbf{11}^0$ ), определяющих факторизованное представление оценок  $\widehat{\mathbf{H}}$  и  $\widehat{\mathbf{N}}$  треугольных сомножителей (1.60б) матрицы

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_T = \widehat{\mathbf{H}}^* \cdot \widehat{\mathbf{H}} = \widehat{\mathbf{N}} \cdot \widehat{\mathbf{N}}^*, \quad (2.35)$$

обратной теплицевой **КМ** [96, 154, 97–100, 149, 150], характерна для РЛС с постоянным («регулярным») интервалом зондирования.

В дополнение к приведенным также относятся ленточные аппроксимации (оценки  $\mathbf{5}_1^0$ ,  $\mathbf{5}_2^0$ ,  $\mathbf{13}^0$ ) треугольных сомножителей [80, 101, 102, 148] обратных матриц  $\widehat{\Psi}$  оценок  $\mathbf{1}^0$  (2.33),  $\mathbf{2}^0$  (2.34) и  $\mathbf{11}^0$  (2.35), порождающие ленточную матрицу

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_b = \widehat{\mathbf{H}}_b^* \cdot \widehat{\mathbf{H}}_b = \widehat{\mathbf{N}}_b \cdot \widehat{\mathbf{N}}_b^*. \quad (2.36)$$

Сказанное выше, однако, не означает, что оценки, разработанные для одних специальных условий, не могут быть применены и для других. Здесь необходимо учитывать степень соответствия выбранной оценки используемому закону зондирования. Все приведенные оценки пригодны для рассматриваемого здесь случая регулярного следования зондирующих импульсов, но полнота учета этой информации в них существенно различается (например, оценка **ПКМ** лишь отчасти учитывает специфику **ТКМ**, поскольку теплицева матрица – частный случай персимметричной).

Практически важны наиболее «быстродействующие» методы и оценки. Мерой их быстродействия служит объем выборки, при котором потери ошибок воспроизведения не превосходят допустимых по сравнению с «предельными» ошибками в гипотетической ситуации известной **КМ** [142].

### 2.3.3. Статистический анализ непараметрических алгоритмов СО

**А.** Начнем с периодограммного метода **СО**, в **СФ** (2.1) которого взамен априори неизвестной **КМ R** используется ее оценка **КМ ОВ**  $\mathbf{1}^0$ .

Соответствующая случайная **СФ** (2.1) может быть записана в виде

$$\widehat{P}(f) = \sum_{i=1}^K \theta_i(f) / M \cdot K, \quad \theta_i(f) = |\xi_i(f)|^2, \quad \xi_i(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{y}_i, \quad i \in 1, K. \quad (2.37)$$

В условиях (2.32) каждое из взаимно независимых слагаемых  $\theta_i(f)$  суммы в (2.37), как квадрат модуля комплексной нормальной случайной величины, экспоненциально распределено со средним  $\overline{\theta_i(f)} = M \cdot P(f)$ , а сумма

$K$  таких слагаемых имеет распределение Эрланга [103]

$$p_{\bar{p}}(x) = \frac{(x/b1)^{K-1} \cdot \exp\{-x/b1\}}{b1 \cdot (K-1)!}, \quad b1 = P(f)/K, \quad (2.38)$$

с параметрами формы  $K$  и масштаба  $b1$ .

В связи с этим плотность  $p_{\delta}(x)$  нормированной **СФ**  $\bar{\delta}(f)$  (2.27), связанная с плотностью (2.38) равенством  $p_{\delta}(x) = P(f) \cdot p_{\bar{p}}(P(f) \cdot x)$ , имеет не зависящую от частоты плотность распределения Эрланга

$$p_{\delta}(x) = \frac{(x/b)^{K-1} \cdot \exp\{-x/b\}}{b \cdot (K-1)!}, \quad b = 1/K, \quad c = K \quad (2.39)$$

с параметром масштаба  $b$  и формы  $c$  [103], и функцию распределения

$$F_{\delta}(x) = 1 - \exp(-K \cdot x) \cdot \sum_{i=0}^{K-1} (K \cdot x)^i / i!. \quad (2.40)$$

Ее среднее, смещение и дисперсия равны соответственно [103]

$$\bar{\delta} = b \cdot c = 1, \quad \nu = 0, \quad \sigma_{\delta}^2 = b^2 \cdot c = 1/K. \quad (2.41)$$

На рис. 2.22, *a* показаны точные плотности (2.39) (белые линии) и полученные в  $NA = 10^4$  испытаниях гистограммы нормированной **СФ**  $\bar{\delta}(f)$ , а на рис. 2.22, *б* – ее точные (2.40) и эмпирические функции распределения.

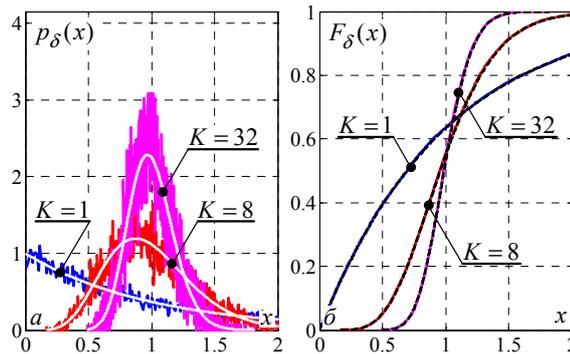


Рис. 2.22 – Точные (2.39), (2.40) и эмпирические плотности (*a*) и функции (*б*) распределения Фурье-спектра

Видно, что точные и эмпирические законы распределения очень близки, что свидетельствует о правильности аналитических выражений (2.38) – (2.41), методики моделирования и обработки результатов.

**Б.** На рис. 2.23 сплошными кривыми показаны средние ошибки  $\bar{\varepsilon}_1$  **ПИК**

( $a, \bar{\varepsilon}$ ) и  $\bar{\varepsilon}2$  **ВИК** ( $b, \varepsilon$ ) оценочных Фурье-спектров (2.37) процессов **АР-1** и **АР- $\infty$**  с  $\rho_1 = 0.99$  и  $\rho_1 = 0.8$ , рассчитанные по (2.30), (2.41) для нескольких значений объема выборки  $K$ , а штрих-пунктирные кривые здесь и далее показывают предельные ошибки  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  (рис. 2.21) соответствующих методов.

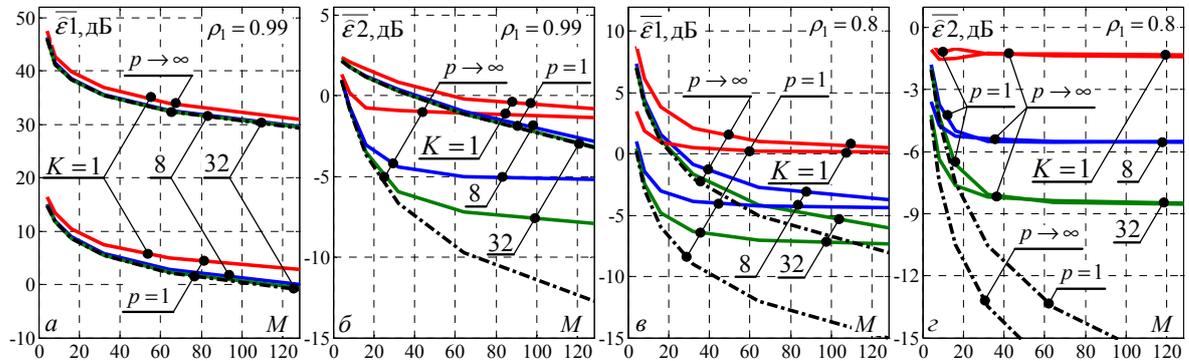


Рис. 2.23 – Средние значения ошибок Фурье-спектров (2.37)

Результаты рис. 2.23 вытекают из общих свойств (2.30), (2.31) средних значений ошибок и специфики параметров (2.41) оценочных Фурье-спектров (2.37) в адаптивной ситуации, и могут быть пояснены следующим образом.

Для выбранных значений  $K = 1, 8, 32$  **нижние границы средних** ошибок (2.31) несмещенных ( $\nu = 0$ ) оценок Фурье-спектров равны  $\sigma_\delta = 1/\sqrt{K} \approx 0, -4.5, -7.5$  дБ соответственно. Эти границы существенно ниже предельных значений **ПИК** для процессов **АР- $\infty$**  с высоким к.к.  $\rho_1 = 0.99$  (рис. 2.23,  $a$ ), поэтому средние значения  $\bar{\varepsilon}1$  **ПИК** (сплошные кривые) в этих условиях практически совпадают с их предельными значениями (штрих-пунктирные кривые). При  $M \leq 128$  и  $K = 8, 32$  это же справедливо и для процесса **АР-1** с тем же  $\rho_1 = 0.99$ , в связи с чем средние ошибки и в этих условиях определяются большими предельными ошибками.

В условиях рис. 2.23,  $c$  картина обратная – предельные ошибки по **ВИК** (штрих-пунктирные кривые) существенно ниже этих границ. Поэтому средние ошибки в этих условиях определяются именно этими границами (сплошные кривые). Они одинаковы как для процессов **АР- $\infty$** , так и **АР-1**, поэтому имеющаяся между ними разница по предельным значениям **ВИК** в средних значениях **ВИК** практически отсутствует.

По тем же причинам разница средних значений обоих критериев для них меньше разницы их предельных значений и в условиях рис. 2.23, б, в.

В ситуациях, в которых определяющими средние значения ошибок являются границы (2.31), не зависящие от размера  $M$  анализируемой пачки, можно указать и граничное значение  $M = M_{bound}$  этого размера. Формально его можно найти из условия, в соответствии с которым в равенствах (2.30) вторые слагаемые подкоренных выражений существенно превосходят первые. При этом будут получены такие значения  $M = M_{bound}$ , при которых сплошные кривые на рис. 2.23 становятся близкими к горизонтальным. Очевидно, что в этих условиях превышение значения  $M = M_{bound}$  только усложнит обработку, но не даст никакого положительного эффекта.

**В.** В условиях постоянного интервала зондирования, порождающего ТКМ, замена оценки КМ ОВ  $1^0$  оценкой ПКМ  $2^0$  не даст положительного эффекта, поскольку в этом случае оценочный Фурье-спектр

$$\hat{P}_{II}(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\mathbf{R}}_{II} \cdot \mathbf{x}(f) / M$$

остается таким же, как и при оценке  $1^0$ . Действительно, в силу (2.1), (2.34)

$$\hat{P}_{II}(f) = \hat{P}(f) + \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{R}} \sim \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{x}(f) / 2 \cdot M.$$

Поскольку для векторов  $\mathbf{x}(f)$  справедливо равенство  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{x}(f) = \mu \cdot \tilde{\mathbf{x}}(f)$ ,  $|\mu|^2 = 1$  (см. разд. 1.3.Б), то

$$g_{II}(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{R}} \sim \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{x}(f) = \left( \mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{x}(f) \right) \sim,$$

откуда, в силу эрмитовости (2.33),  $g_{II}(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{x}(f)$  и, следовательно,  $\hat{P}_{II}(f) = \hat{P}(f)$ , что приводит к результатам, показанным в п.п. А, Б.

**Г.** Практически дословно повторяя рассуждения п.п. А, В, нетрудно показать, что законы распределения и параметры случайной «нормированной» СФ  $\hat{\delta}_{sm}(f) = \hat{P}_{sm}(f) / P_{sm}(f)$  оценочного «сглаженного» Фурье-спектра (2.11)

$$\hat{P}_{sm}(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{D} \cdot \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(f) / dn \quad (2.42)$$

с оценками (2.33) или (2.34) определяются теми же формулами (2.39) – (2.41).

Вытекающие из этого особенности иллюстрируются рис. 2.24.

Сплошными кривыми здесь показаны значения  $\overline{\varepsilon 1}$  и  $\overline{\varepsilon 2}$  ошибок оценочных Фурье-спектров (2.37) («Ф») и «сглаженных» окном (2.12б) Фурье-спектров (2.42) («Хн») для процессов АР- $\infty$  с  $\rho_1 = 0.99$  (а, б) и  $\rho_1 = 0.8$  (в, г).

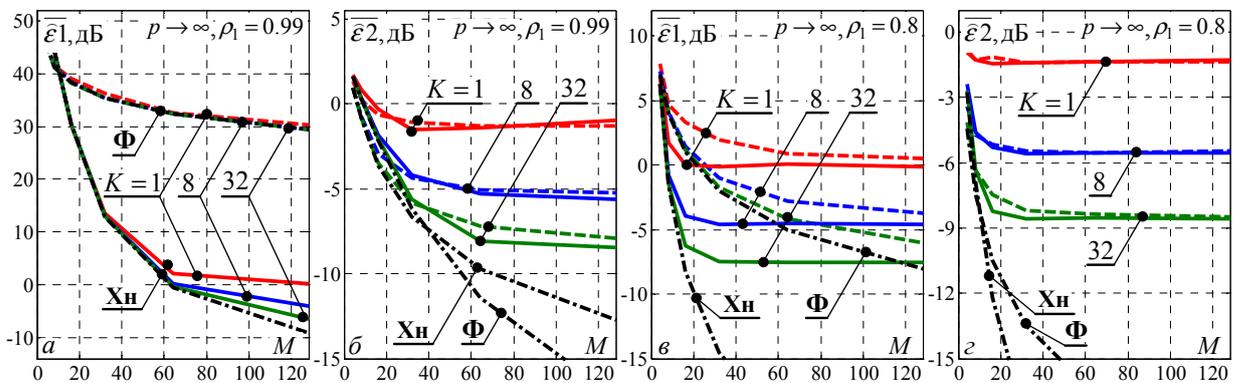


Рис. 2.24 – Средние значения ошибок «классических» СФ ( $p \rightarrow \infty, \eta = 50$  дБ)

Основной практический вывод из приведенных результатов заключается в том, что по причинам, описанным в п. Б, конечность объема обучающей выборки уменьшает различия средних значений ошибок  $\overline{\varepsilon 1}$  ( $\overline{\varepsilon 2}$ ) оценочных Фурье-спектров и их «сглаженных» разновидностей, которые в этой связи могут стать существенно меньше различий их предельных ошибок  $\varepsilon 1$  ( $\varepsilon 2$ ). В частности, в условиях рис. 2.24, б, г «сглаженные» Фурье-спектры теряют свои предельные преимущества – их средние ошибки по **ВИК** практически совпадают со средними ошибками «несглаженных» Фурье-спектров, которые определяются их нижними границами (2.31). Тем самым «... легко реализуемый эмпирический способ исправления недостатков» периодограмм [35, с. 48] на основе «сглаживания» Фурье-спектров (см. п. 2.2.1) может либо в незначительной степени улучшать их по **ВИК**, либо по этому критерию не улучшать их вообще. Преимущества этого способа и по **ПИК** в адаптивной ситуации могут быть существенно меньше, чем предельные (рис. 2.24, в).

Д. Таким образом, большие предельные различия по **ПИК** и **ВИК** классических методов **СО** по воспроизведению различных спектров, а также между их «сглаженными» (2.42) и «несглаженными» (2.37) разновидностями, в реальных условиях априорной неопределенности уменьшаются или могут

быть даже сведены на нет из-за флуктуаций их случайных нормированных **СФ**  $\widehat{\delta}(f)$ . Дисперсия  $\sigma_{\widehat{\delta}}^2$  (2.41) этих флуктуаций, обратно пропорциональная объему выборки  $K$ , использованной для оценки по (2.33) или (2.34) априори неизвестной **КМ**, определяет нижнюю границу (2.31) ошибок воспроизведения спектров по обоим критериям и верхнюю границу размера  $M = M_{bound}$  анализируемой пачки, превышение которого не сопровождается положительным эффектом и поэтому практически нецелесообразно.

В то же время несмещенность (2.41) при определенных условиях может обеспечивать их более высокое быстроедействие в рассматриваемом смысле, чем параметрических методов **СО**. Эти условия и вытекающие из их анализа способы повышения быстроедействия параметрических методов **СО** исследуются ниже.

### 2.3.4. Статистический анализ параметрических алгоритмов **СО** на основе **МП** оценок **КМ**

#### 2.3.4.1. Алгоритм **МД** Кейпона

А. Проанализируем вначале статистические свойства случайной **СФ**

$$\widehat{s}_{\text{МД}}(f) = M / \mathbf{x}^*(f) \cdot \widehat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f) = M / \sum_{\ell=1}^M |p_{\ell}(f)|^2 \quad (2.43)$$

метода **МД** Кейпона (2.13) на основе **МП** оценки  $1^0$  **КМ** **ОВ**.

Как показано в [73], в этом случае при  $K \geq M$  его нормированная **СФ**

$$\widehat{\delta}_{\text{МД}}(f) = \widehat{s}_{\text{МД}}(f) / s_{\text{МД}}(f) \quad (2.44)$$

имеет такую же не зависящую от частоты плотность (2.39)

$$p_{\delta}(x) = \frac{(x/b)^{\Delta} \cdot \exp\{-x/b\}}{b \cdot \Delta!}, \quad \Delta = K - M \geq 0 \quad (2.45)$$

и функцию распределения Эрланга [103]

$$F_{\delta}(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{c}\right) \cdot \sum_{i=0}^{\Delta} \frac{(x/c)^i}{i!}, \quad (2.46)$$

как и нормированная **СФ** оценочного Фурье-спектра (2.37), но с параметрами

$$b = 1/K, \quad c = \Delta + 1, \quad (2.47a)$$

$$\bar{\delta} = 1 - \frac{1-1/M}{K_r}, \quad \nu = \frac{1-1/M}{K_r}, \quad \sigma_{\delta}^2 = \frac{K_r - 1 + 1/M}{M \cdot K_r^2}, \quad K_r = \frac{K}{M}. \quad (2.476)$$

На рис. 2.25 показаны точные (2.45), (2.46) и эмпирические законы распределения нормированной **СФ** (2.44) на основе **МП** оценки **КМ ОВ**.

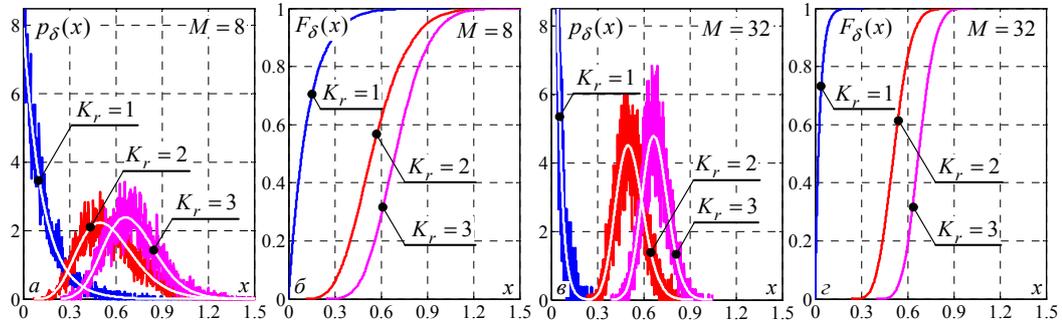


Рис. 2.25 – Точные и эмпирические плотности (*a*, *б*) и функции (*в*, *г*) распределения **СФ** (2.44) на основе **МП** оценки **КМ ОВ**

В отличие от Фурье-спектра (2.37), нормированный **МД**-спектр (2.44) смещен ( $\nu \neq 0$ ) и тем сильнее, чем меньше «относительный» объем выборки  $K_r \geq 1$ . В обычных условиях  $M \gg 1$  сумма  $\nu^2 + \sigma_{\delta}^2 \approx (1 + \Delta/M^2)/K_r^2$  так что при  $\Delta = K - M \ll M^2$  нижняя граница средних ошибок (2.31) равна

$$\bar{\varepsilon}1 = \bar{\varepsilon}2 \approx 1/K_r \approx \nu, \quad (2.48)$$

т.е. определяется именно этим смещением нормированной **СФ** (2.44).

Из сравнения последнего равенства с (2.31б), (2.41) следует, что при **МП** оценке (2.33) и выборке объема  $K_r \geq 1$  ( $K = K_{\text{МД}} \geq M$ ) нижняя граница средних ошибок **МД**-спектров совпадет с аналогичной границей Фурье-спектров, сформированных по выборке объема  $K = K_{\text{Ф}} \geq 1$ , если

$$K_{\text{МД}} = M \cdot \sqrt{K_{\text{Ф}}}. \quad (2.49)$$

Так, если нижняя граница значений  $\bar{\varepsilon}1 = \bar{\varepsilon}2 = -5$  дБ обеспечивается Фурье-спектрами при  $K = K_{\text{Ф}} = 10$ , то **МД**-спектрами на основе оценки  $\mathbf{1}^0$  она обеспечится при  $K_{\text{МД}} = 3.16 \cdot M$ .

**Б.** Требования к объему выборки несколько снижаются при формировании **МД**-спектров (2.43) на основе более «быстродействующей» (см. Приложение А) **МП** оценки **ПКМ**  $\mathbf{2}^0$ . Как показано в [94], в этом случае

нормированная **СФ** также имеет не зависящие от частоты плотность и функцию распределения Эрланга, но со средним, смещением и дисперсией

$$b = 1/2 \cdot K, \quad c = 2 \cdot K - M + 1, \quad (2.50a)$$

$$\overline{\delta_{\Pi}} = 1 - \frac{1 - 1/M}{2 \cdot K_r}, \quad \nu_{\Pi} = \frac{1 - 1/M}{2 \cdot K_r}, \quad \sigma_{\delta_{\Pi}}^2 = \frac{2 \cdot K_r - 1 + 1/M}{2 \cdot M \cdot K_r^2}. \quad (2.50б)$$

В условиях  $M \gg 1$  сумма  $\nu_{\Pi}^2 + \sigma_{\delta_{\Pi}}^2 \approx (1 + 4 \cdot K / M^2) / 4 \cdot K_r^2$  и при  $K \ll M^2 / 4$  нижняя граница средних ошибок (2.31)

$$\overline{\varepsilon 1} = \overline{\varepsilon 2} \approx 1 / (2 \cdot K_r) \approx \nu_{\Pi}, \quad (2.51)$$

т.е. примерно вдвое (на 3 дБ) меньше, чем при использовании **МП** оценки **КМ ОВ**. При этом нижняя граница значений  $\overline{\varepsilon 1} = \overline{\varepsilon 2}$ , обеспечиваемая Фурье-спектрами при выборке объема  $K = K_{\Phi}$  **МД**-спектрами на основе оценки  $\mathbf{2}^0$  обеспечится при

$$K_{\text{МД}\Pi} = (M / 2) \cdot \sqrt{K_{\Phi}}, \quad (2.52)$$

т.е. выборкой вдвое меньшего объема, чем при использовании оценки  $\mathbf{1}^0$ .

Эти аналитические оценки и общая теория п. 2.3.1. подтверждаются результатами моделирования, приведенными на рис. 2.26. Здесь показаны усредненные по множеству испытаний зависимости от размера пачки  $M$  средних значений **ПИК**  $\overline{\varepsilon 1}$  и **ВИК**  $\overline{\varepsilon 2}$  для **МД**-спектров (2.43) на основе оценок  $\mathbf{1}^0$  (штриховые кривые) и  $\mathbf{2}^0$  (сплошные кривые) при различных «относительных» объемах выборки  $K_r = K / M$ .

В условиях рис. 2.26, *a* предельные ошибки (штрих-пунктирная кривая) уже при  $M > 20$  значительно меньше границ (2.48), (2.51) для любых  $K_r < 4$ , поэтому значения **ПИК**  $\overline{\varepsilon 1}$  определяются этими границами, не зависящими от размера пачки  $M$ .

Как следует из (2.49) и (2.52) при одном и том же значении  $K_r < 4$  средние ошибки метода Кейпона на основе оценки  $\mathbf{2}^0$  на 3 дБ меньше, чем для оценки  $\mathbf{1}^0$ , а их минимальные значения (на горизонтальных участках) весьма точно совпадают с теоретически предсказанными уровнями (2.48), (2.51).

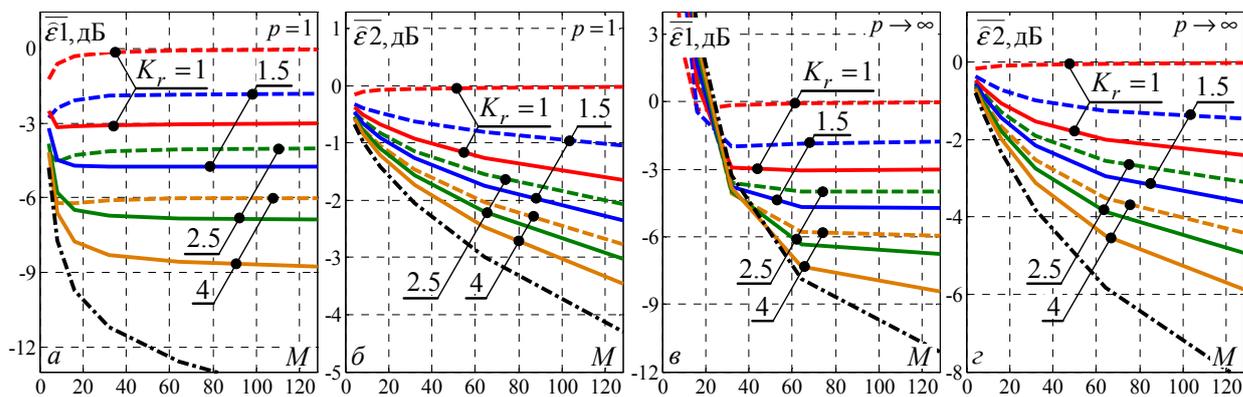


Рис. 2.26 – Средние ошибки МД-спектров на основе оценок **КМ ОБ** (штриховые) и **ПКМ** (сплошные) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Такие же закономерности справедливы для МД-спектров **АР-1** и **АР- $\infty$**  с малым значением  $\rho_1 = 0.8$ , для которых предельные ошибки еще меньше.

В условиях рис. 2.26, в предельные ошибки с ростом  $M$  уменьшаются медленнее, чем в условиях (а), поэтому ошибки, близкие к границам (2.48), (2.52), устанавливаются при тем больших значениях  $M$ , чем больше  $K_r$ .

В условиях рис. 2.26, б, г при любых  $K_r > 1$  эти границы соизмеримы с предельными по **ПИК**, поэтому средние ошибки не достигая их монотонно уменьшаются с ростом  $M$ .

Таким образом, при малых предельных ошибках в гипотетической ситуации известной **КМ** определяющую роль в уровне средних ошибок в адаптивной ситуации играют смещение и дисперсия нормированной **СФ**.

**В.** Устранить смещение, уменьшив тем самым ошибки МД метода, можно благодаря знанию установленных параметров (2.47), (2.50) законов распределения его нормированной **СФ** (2.44).

Для этого вместо (2.43) целесообразно перейти к МД-спектру вида

$$\tilde{s}_{\text{МД}}(f) = \hat{s}_{\text{МД}}(f) / b \cdot c \quad (2.53a)$$

с нормированной **СФ**

$$\tilde{\delta}_{\text{МД}}(f) = \tilde{s}_{\text{МД}}(f) / s_{\text{МД}}(f) = \hat{\delta}_{\text{МД}}(f) / b \cdot c. \quad (2.53б)$$

Ее среднее значение и смещение равны

$$\bar{\tilde{\delta}}_{\text{МД}}(f) = \bar{\hat{\delta}}_{\text{МД}}(f) / b \cdot c = b \cdot c / b \cdot c = 1, \quad v = 0,$$

а дисперсия

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 = \sigma_{\delta}^2 / b^2 \cdot c^2 = b^2 \cdot c / b^2 \cdot c^2 = 1/c$$

выросла, поскольку из (2.47), (2.50) следует, что сомножитель  $1/(b \cdot c) > 1$ , и теперь только она определяет границы средних ошибок (2.31)  $\bar{\varepsilon}1 = \bar{\varepsilon}2 \approx 1/\sqrt{c}$ , которые для оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$  равны соответственно

$$\bar{\varepsilon}1 = \bar{\varepsilon}2 \approx 1/\sqrt{K - M + 1}, \quad (\text{а}) \quad \bar{\varepsilon}1_{II} = \bar{\varepsilon}2_{II} \approx 1/\sqrt{2 \cdot K - M + 1}. \quad (\text{б}) \quad (2.54)$$

При относительном размере  $K_r = 1.5$  и размере пачки  $M = 40$  они составляют  $\bar{\varepsilon}1 = \bar{\varepsilon}2 \approx -6.6$  дБ и  $\bar{\varepsilon}1_{II} = \bar{\varepsilon}2_{II} \approx -9.5$  дБ.

Эффект устранения смещения иллюстрирует сравнение законов распределения смещенной **СФ**  $\tilde{\delta}_{\text{МД}}$  (2.44) (рис. 2.25) с приведенными на рис. 2.27 законами распределения **СФ**  $\tilde{\delta}_{\text{МД}}$  (2.53б) на основе оценки  $\mathbf{1}^0$ .

При этом положительный эффект больше негативного эффекта роста дисперсии, что хорошо видно из рис. 2.28, 2.29, где показаны средние ошибки «несмещенных» (2.53а) (сплошные кривые) и «смещенных» (2.43) **МД**-спектров (штриховые кривые) с оценками  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$ .

Видно, что устранение смещения уменьшило нижние границы средних ошибок (2.54) по **ПИК**, которые стали монотонно уменьшаться с ростом  $M$  (*а, в, д, ж*), и резко повысило быстродействие – уже при  $K_r = 1.5$  средние ошибки по **ВИК** (*б, г, е, з*) практически достигают своих предельных значений, которые выше расчетных средних границ (2.54). Это справедливо как при использовании оценки  $\mathbf{1}^0$ , так и оценки  $\mathbf{2}^0$ .

Г. Как отмечалось при анализе (2.29) – (2.31), при малых «предельных» ошибках, соответствующих гипотетической ситуации известной **КМ** (см. п. 2.2), в реальной «адаптивной» ситуации определяющую роль в уровне средних ошибок играют смещение и дисперсия нормированной **СФ** (2.27). Эти ошибки могут быть меньше для методов с большими «предельными» ошибками, который в связи с этим в адаптивной ситуации могут оказаться лучше методов с меньшими «предельными» ошибками.

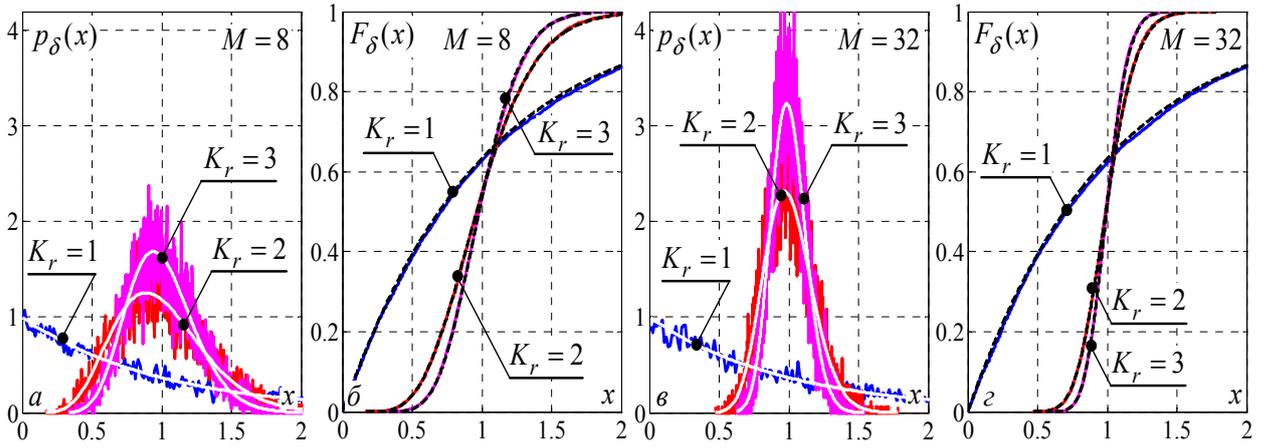


Рис. 2.27 – Точные и эмпирические плотности (а, в) и функции (б, г) распределения СФ (2.53) на основе МП оценки КМ ОВ

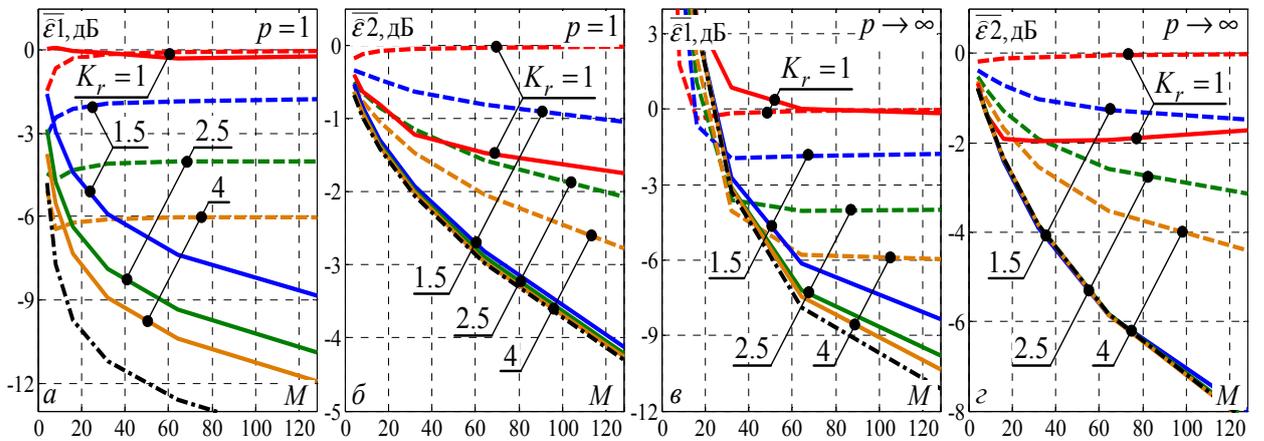


Рис. 2.28 – Средние ошибки «смещенного» МД-спектра (штриховые) и «несмещенного» МД-спектра (сплошные) на основе оценок  $1^0$  ( $\rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ)

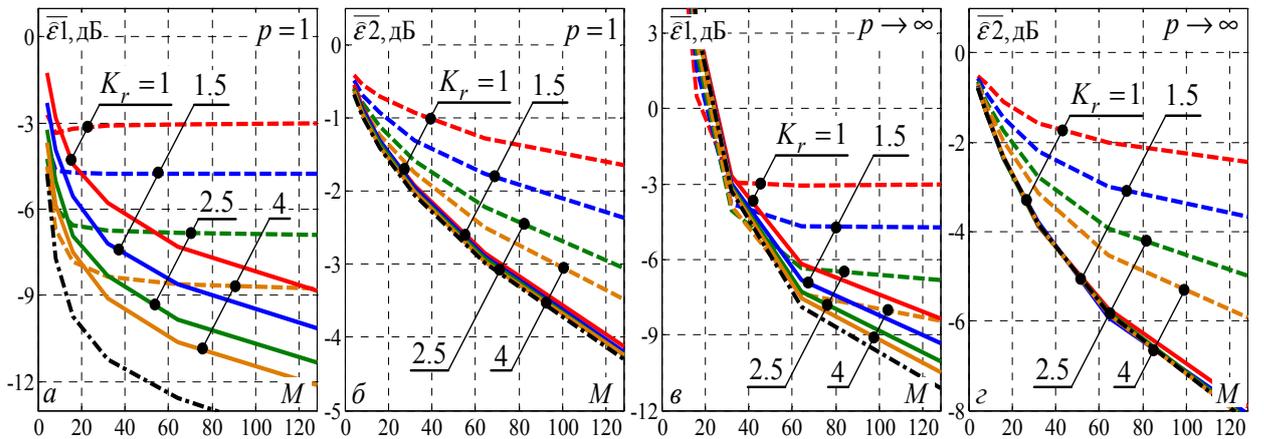


Рис. 2.29 – Средние ошибки «смещенного» МД-спектра (штриховые) и «несмещенного» МД-спектра (сплошные) на основе оценок  $2^0$  ( $\rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ)

### 2.3.4.2. Алгоритм МЭ Берга

А. Перейдем к методу МЭ Берга со СФ

$$\hat{s}_{\text{МЭ}}(f) = \omega_{M,M} / \mathbf{e}_M^*(f) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f) = 1 / |p_M(f)|^2, \quad (2.55)$$

предельные ошибки которого меньше ошибок метода МД Кейпона (рис.2.21)

На рис. 2.30 показаны средние ошибки МЭ-спектра (сплошные кривые) и «несмещенного» МД-спектра (штриховые) на основе МП оценок  $\mathbf{1}^0$  (а, б) и  $\mathbf{2}^0$  (в, г) при воспроизведении спектра процесса АР- $\infty$  ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ).

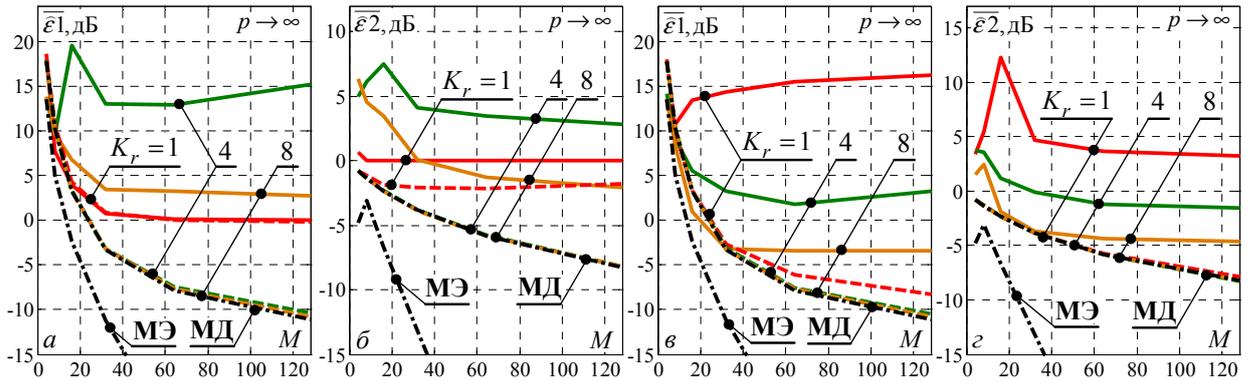


Рис. 2.30 – Средние ошибки МЭ (сплошные) и МД-спектров (штриховые) на основе  $\mathbf{1}^0$  (а, б) и  $\mathbf{2}^0$  (в, г) ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Видно, что в приведенных условиях при любых «относительных» объемах выборки  $K_r \leq 8$  ошибки метода МЭ больше, чем метода МД, тогда как соотношение их предельных ошибок противоположное. Объяснение этого эффекта позволяет обосновать способы улучшения СО в адаптивной ситуации, поэтому остановимся кратко на его причинах.

Нетрудно убедиться, что МЭ-спектр (2.55) связан с МД-спектром (2.43) равенством [76]

$$s_{\text{МЭ}}(f) = s_{\text{МД}}(f, M) \cdot c(f, M), \quad c(f, M) = \frac{s_{\text{МД}}(f, M-1)}{M \cdot s_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot s_{\text{МД}}(f, M)}, \quad (2.56)$$

где  $s_{\text{МД}}(f, N) = N / \sum_{n=1}^N |p_n(f)|^2$  – МД-спектр «N-го порядка».

Поэтому случайный нормированный МЭ-спектр (2.27) с учетом (2.44) допускает представление

$$\hat{\delta}_{\text{МЭ}}(f) = \hat{s}_{\text{МЭ}}(f) / s_{\text{МЭ}}(f) = \hat{\delta}_{\text{МД}}(f, M) \cdot \hat{\delta}_{\text{МД}}(f, M-1) \cdot \hat{d}(f, M), \quad (2.57a)$$

$$d(f, M) = \frac{M \cdot s_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot s_{\text{МД}}(f, M)}{M \cdot \hat{s}_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot \hat{s}_{\text{МД}}(f, M)}. \quad (2.576)$$

Отсюда видно, что нормированный МЭ-спектр пропорционален произведению случайных нормированных МД-спектров  $M$ -го и  $(M-1)$ -го порядков с коэффициентом пропорциональности  $d(f, M)$  (2.576) и, следовательно, имеет большее смещение и дисперсию, чем его сомножители.

Это наглядно видно из сравнения показанных на рис. 2.31 для условий рис. 2.30 эмпирических функций распределения нормированных МЭ-спектров ( $a, б$ ) и МД-спектров ( $в, г$ ) на основе МП оценки  $1^0$  при  $M = 8$  ( $a, в$ ) и  $M = 32$  ( $б, г$ ) и выборках различного относительного объема  $K_r$ .

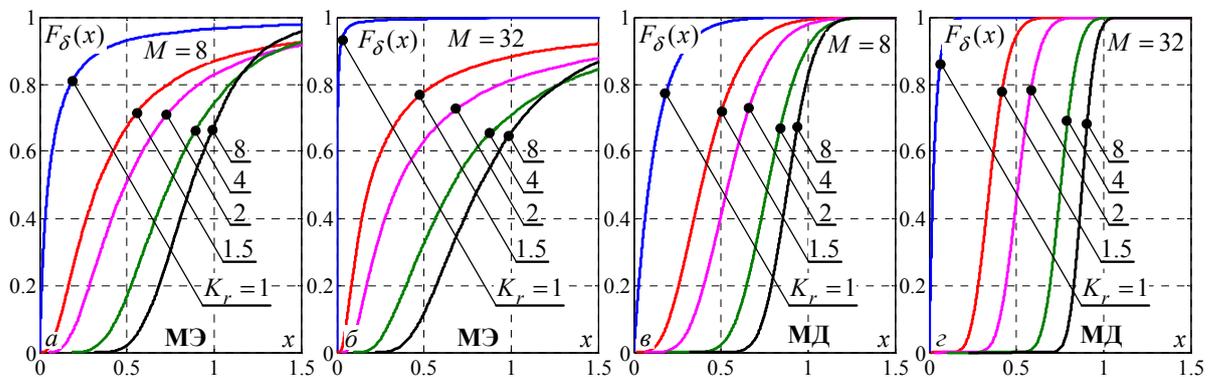


Рис. 2.31 – Функции распределения нормированных СФ методов МЭ и МД

Наблюдаемое существенное различие их смещений и дисперсий в соответствии с (2.31) объясняет более высокие средние ошибки МЭ-спектров по сравнению с ошибками МД-спектров (рис. 2.30). В частности, при минимальном относительном объеме выборки  $K_r = 1$  смещение МЭ-спектров столь велико, что разность  $s_{\text{МЭ}}(f) - \hat{s}_{\text{МЭ}}(f) \approx s(f)$ , так что средние значения ПИК и ВИК близки к 1 (0 дБ) (сплошные кривые на рис. 2.30,  $a, б$  при  $K_r = 1$ ). По мере роста объема выборки  $K_r$  смещение уменьшается, и из-за большой дисперсии случайные значения  $\hat{s}_{\text{МЭ}}(f)$  могут быть больше своих точных значений, так что средние значения ПИК и ВИК могут быть больше 1 (сплошные кривые на рис. 2.30,  $a, б$  при  $K_r = 4$ ). При дальнейшем росте  $K_r$  дисперсия уменьшается быстрее, чем смещение, так что средние значения ошибок МЭ-спектров опять начинают уменьшаться (при  $K_r = 8$ ), но остаются

ся больше, чем средние ошибки МД-спектров (штриховые кривые). При  $K_r = 1.5$  (см. рис. 2.28, в, г) ошибки последних близки к своим предельным значениям, так что дальнейший рост объема выборки для них малоэффективен. Такое же приближение средних ошибок МЭ к своим предельным значениям требует выборок значительно большего объема.

Уменьшить ошибки МЭ-спектров можно используя более эффективную МП оценку ПКМ  $\mathbf{2}^0$  (рис. 2.30, в, г), для которой поведение средних ошибок совпадает с описанным для оценки общего вида  $\mathbf{1}^0$ , но по выборке  $K_{II} = K/2$ .

**Б.** Физическая причина установленных различий заключается в том, что СФ (2.55) метода МЭ строится из квадрата модуля единственного (последнего) элемента случайного  $M$ -мерного вектора  $\mathbf{p}(f)$  (1.61) с функцией распределения, подобной приведенным на рис. 2.31 (а, б), тогда как в СФ (2.43) метода МД усредняются квадраты модулей всех элементов этого вектора с аналогичными функциями распределения. В гипотетической ситуации известной КМ такое усреднение ухудшает предельные характеристики МД-спектров по сравнению с МЭ-спектрами, но в адаптивной – именно это усреднение делает средние ошибки метода МД меньшими по сравнению с МЭ.

#### 2.3.4.3. «Промежуточные» МЭ-МД алгоритмы

**А.** Из последнего утверждения следует, что уменьшить предельные ошибки МД-спектров и средние ошибки МЭ-спектров в адаптивной ситуации можно, усреднив квадраты модуля не всех, но и не единственного, а части элементов вектора  $\mathbf{p}(f)$ , придя к «промежуточным» (*intermediate*) СФ (1.71)

$$\hat{s}_{\text{INT}}(f) = M_e \left/ \sum_{m=\chi \cdot M}^M |p_m(f)|^2 \right., \quad M_e = M \cdot (1 - \chi) + 1, \quad \chi \in 1/M, 1. \quad (2.58)$$

Справедливость этих предположений подтверждают результаты моделирования рис. 2.32 и рис. 2.33, на которых сплошными кривыми показаны средние ошибки «промежуточных» СФ (2.58) на основе МП оценок  $\mathbf{2}^0$  с относительным числом усредняемых компонент вектора  $\mathbf{p}(f)$   $\chi = M_e/M = 0.25$  (а, б) и 0.75 (в, г), штриховыми – средние ошибки МЭ-спектров (рис. 2.32)

или МД-спектров (2.43) (рис. 2.33).

В приведенном примере средние ошибки «промежуточных» методов СО меньше ошибок метода МЭ по ПИК (рис. 2.32, а, в) примерно на 15, 10, 8 дБ при  $K_r = 1, 4, 8$  соответственно, а по ВИК (б, г) выигрыш в аналогичных условиях составляет около 5 дБ.

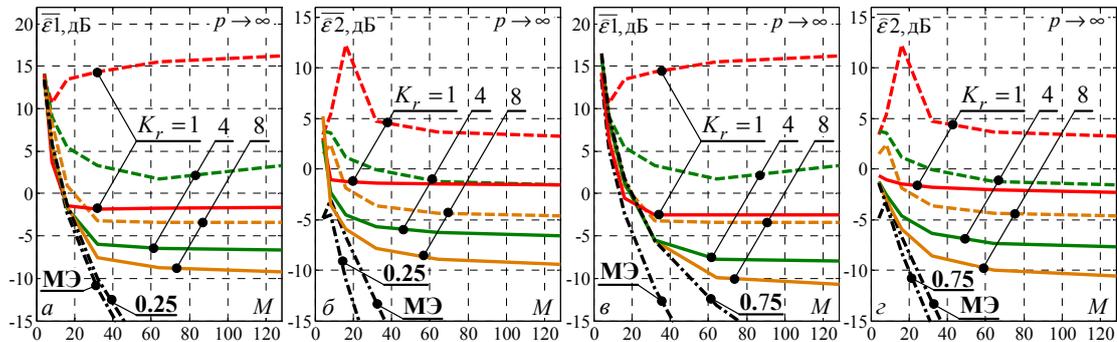


Рис. 2.32 – Средние ошибки МЭ-МД-спектров (сплошные) и МЭ-спектров (штриховые) на основе оценки ПКМ ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

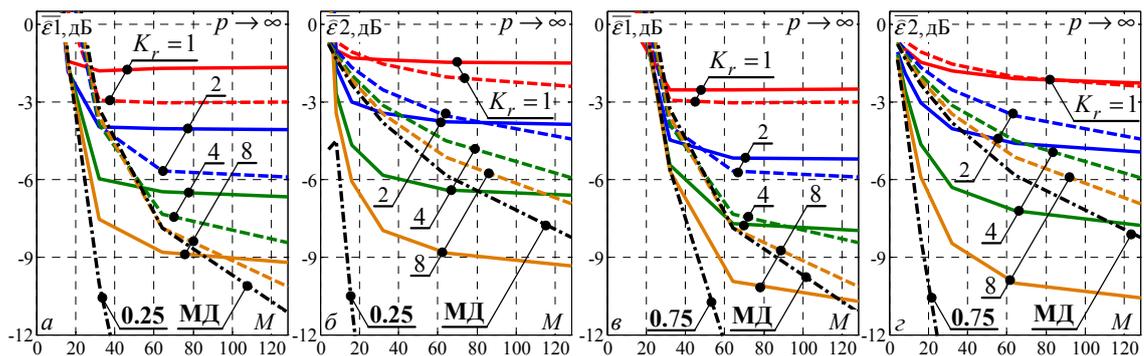


Рис. 2.33 – Средние ошибки МЭ-МД-спектров (сплошные) и МД-спектров (штриховые) на основе оценки ПКМ ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Из сравнения сплошных кривых с аналогичными результатами рис. 2.33 видно, что «промежуточные» методы по ПИК (а, в) могут незначительно уступать методу Кейпона при относительно малых  $K_r = 1, 2$  и малом значении  $\chi = 0.25$  (а, б). Однако, по ВИК (б, г) даже при малых  $K_r$  они не только не уступают, но и выигрывают около 5 дБ.

Кроме того, горизонтальные участки МЭ-МД методов явно указывают на смещенность их СФ, как и в случае СФ (2.43) метода Кейпона. Однако, в отличие от последнего, их законы распределения неизвестны.

Б. Тем не менее, из описанного ранее (см. п. 1.5) подхода к «генезису»

«промежуточных» методов с определенной степенью точности можно утверждать, что при относительном значении  $\chi$ , близком к 1, **СФ** «промежуточных» методов «тяготеют» к **МД**-спектру, а значит, близки и статистические характеристики их нормированных **СФ** (2.27).

Исходя из этих соображений, уменьшить ошибки **МЭ-МД**-спектров на основе **МП** оценок **КМ** можно тем же путем, что и в случае с **МД**-спектром (2.53а), переходя к **СФ**

$$\tilde{s}_{\text{INT}}(f) = \hat{s}_{\text{INT}}(f) / b_{\text{МД}} \cdot c_{\text{МД}}, \quad (2.59)$$

но с нормирующими параметрами  $b_{\text{МД}} = b$ ,  $c_{\text{МД}} = c$  (2.47а), (2.50а), точно известными для метода Кейпона.

Результаты такого эвристического подхода показаны на рис. 2.34, где ошибки **МЭ-МД**-спектров (2.59) (сплошные кривые) сравниваются с ошибками «несмещенного» **МД**-спектра (2.53) (штриховые) в условиях рис. 2.33.

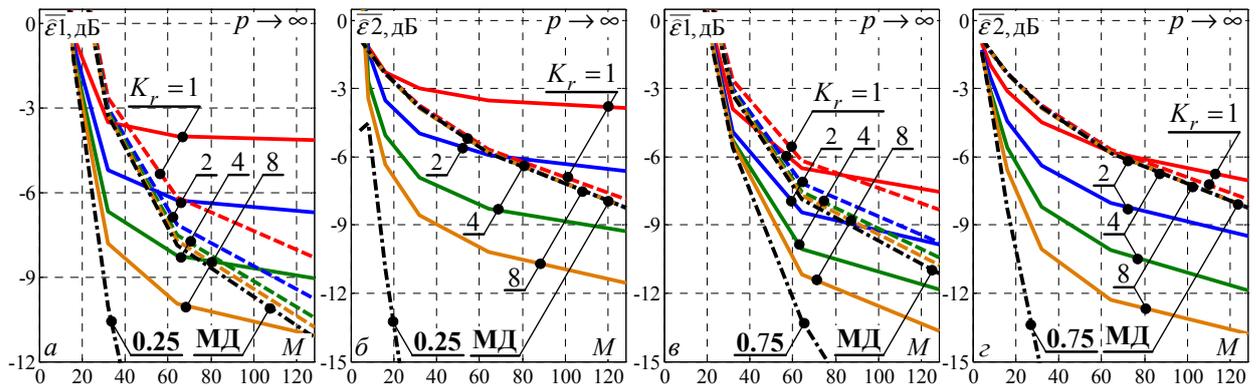


Рис. 2.34 – Ошибки **МЭ-МД**-спектров (сплошные) (2.59) и «несмещенных» **МД**-спектров (штриховые) на основе оценки  $\mathbf{2}^0$  ( $p \rightarrow \infty$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Видно, что введение поправочного (заведомо не оптимального) множителя в **СФ** (2.59) уменьшает смещение **МЭ-МД**-спектров настолько, что их средние ошибки по **ПИК** и **ВИК** в адаптивной ситуации уже при относительных объемах выборках  $K_r \geq 2$  (рис. 2.34, в, г) меньше, чем ошибки **МД**-спектра – в предельной.

**В.** Однако, даже лучшим из рассмотренных – «промежуточным» – методам **СО** при использовании **МП** оценок  $\mathbf{2}^0$  и, тем более,  $\mathbf{1}^0$  для приближения уровня средних ошибок к их предельным значениям требуются выборки та-

кого объема, который при обычных значениях может быть практически недоступен из-за дальностно-азимутальной нестационарности внешних отражений, в частности, от **МО**. В связи с этим для реализации теоретических достоинств параметрических методов **СО** в реальной адаптивной ситуации требуются «более быстродействующие» оценки априори неизвестных параметров отражений, обеспечивающие допустимый уровень ошибок по выбранному критерию (критериям) при меньших объемах обучающей выборки.

Как показано в Приложении А, к ним относится учитывающая специфику структуры истинной **КМ** (1.10в) «теплицева» оценка **КМ 11<sup>0</sup>**.

### **2.3.5. Статистический анализ параметрических алгоритмов СО на основе теплицевой оценки КМ**

**А.** На рис. 2.35 показаны функции распределения (2.46) нормированных **МД**-спектров (2.44) на основе **МП** оценок **КМ ОВ** (штриховые кривые), **МП** оценок **ПКМ** (штрихпунктирные кривые) и эмпирические функции распределения этих спектров, полученных на основе «теплицевой» оценки **11<sup>0</sup>** (сплошные кривые).

Видно, что учет теплицевости **КМ** заметно уменьшает смещение **МД**-спектра без введения дополнительных поправочных множителей, и это смещение тем меньше, чем выше значение  $M$ . В частности, при  $M = 32$  (**б**) уже при выборке половинного объема оно заметно меньше смещения, порождаемого оценкой **2<sup>0</sup>** и, тем более, оценкой **1<sup>0</sup>**.

Следствием этого является и меньший уровень ошибок, достижимый при формировании различных **СФ** более «быстродействующей» оценкой **КМ**. В качестве примера на рис. 2.36 показаны средние ошибки **МД**-спектров на основе оценок **2<sup>0</sup>** (штриховые кривые) и **11<sup>0</sup>** (сплошные кривые).

Здесь «теплицева» оценка обеспечивает одинаковые ошибки по **ПИК** выборками примерно в 2 – 4 раза меньшего объема, чем оценка **ПКМ**. Еще больше она выигрывает (до 16 раз) по **ВИК**. В этом случае уже по выборке относительного объема  $K_r = 0.5$  средние ошибки в адаптивной ситуации не более чем на 1 дБ превосходят предельные значения.

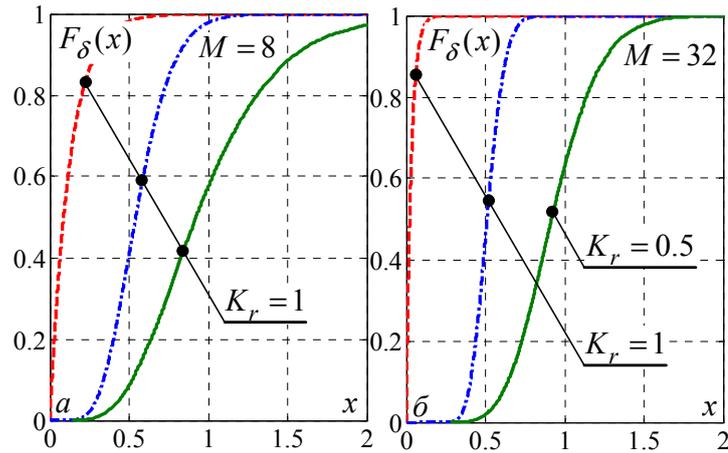


Рис. 2.35 – Функции распределения нормированных МД-спектров на основе МП оценок  $1^0$  (штриховые) и  $2^0$  (штрих-пунктирные) и «теплицевой» оценки  $11^0$  (сплошные)

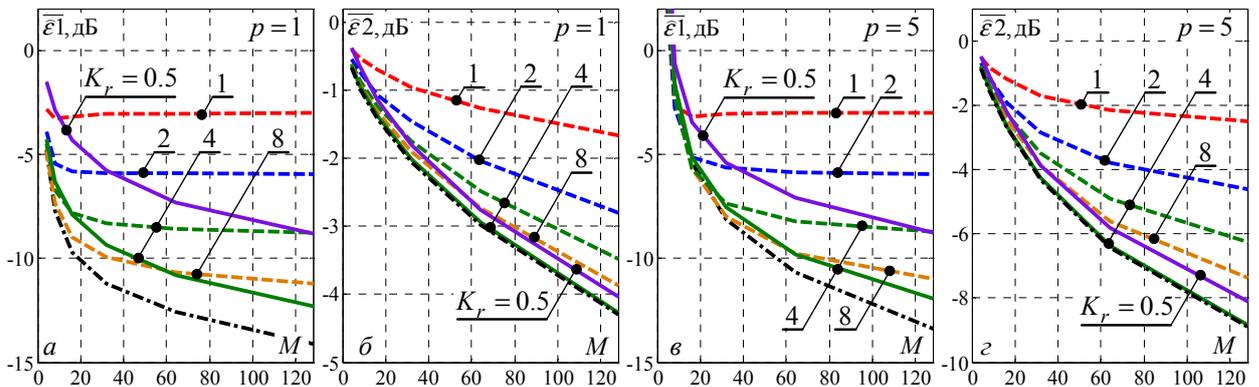


Рис. 2.36 – Средние ошибки МД-спектров (2.43) на основе оценок ПКМ (штриховые) и ТКМ (сплошные) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

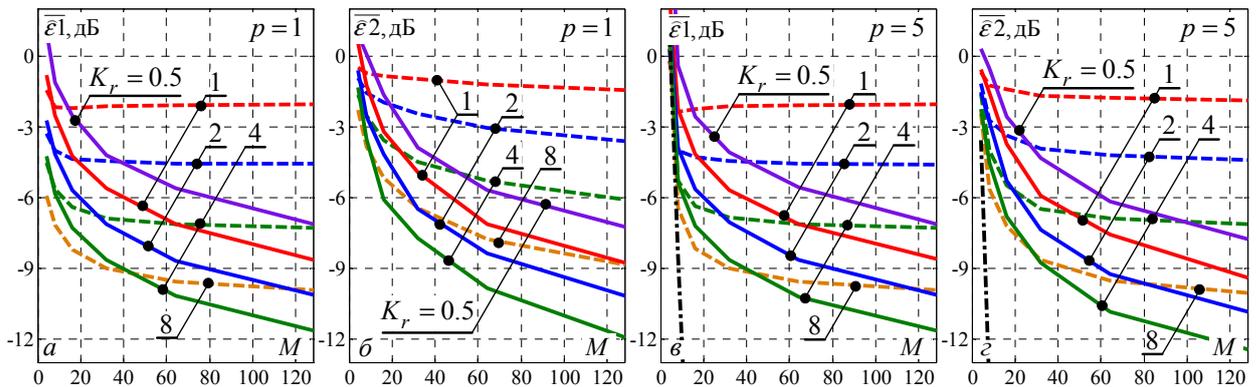


Рис. 2.37 – Средние ошибки МЭ-МД-спектров ( $\chi = 0.5$ ) на основе оценок ПКМ (штриховые) и ТКМ (сплошные) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

**Б.** На рис. 2.37 приведены аналогичные результаты сравнения быстродействия «промежуточных» методов (2.58) с относительным числом  $\chi = 0.5$  усредняемых компонент вектора  $\mathbf{p}(f)$  на основе тех же оценок **КМ**.

Здесь оценки **ТКМ** также обеспечивают более высокое быстродействие, чем оценки **ПКМ**. При этом, как видно из сравнения рис. 2.37 с рис. 2.36, средние ошибки по **ВИК** «промежуточных» методов меньше предельных ошибок **МД**-спектров и, в отличие от результатов рис. 2.34, они достигаются при вчетверо меньшем относительном объеме  $K_r = 0.5$  выборки.

### 2.3.6. Статистический анализ параметрических алгоритмов СО на основе ленточно регуляризованных оценок **КМ**

**А.** Учет теплицевости – важный, но не единственный резерв повышения «быстродействия» адаптивного «разрешения-воспроизведения» в режиме работы РЛС с постоянным интервалом зондирования. Однако в режиме возбуждения интервалов зондирования, используемом для расширения диапазона однозначного измерения радиальной скорости [90, 91, 101, 106, 141, 142, 158–161], теплицевость разрушается, так что «теплицевы» оценки могут резко увеличить ошибки **СО**. В этих условиях определяющую роль могут играть ленточно регуляризованные оценки  $\mathbf{5}^0$  [107] матрицы, обратной оценкам **КМ ОВ** и **ПКМ**, или ее треугольных сомножителей Холецкого.

Ленточная аппроксимация уменьшает число параметров, оцениваемых на этапе адаптации (устраняет нежелательную «перепараметризацию» [60]), что, в соответствии с общими принципами адаптивной обработки [105], лежит в основе положительного эффекта от ее использования.

**Б.** В качестве примера на рис. 2.38 показаны эмпирические функции распределения нормированных **МЭ**-**МД**-спектров (2.58) с  $\chi = 0.5$  на основе **МП** оценок **КМ ОВ**  $\mathbf{1}^0$  и **ПКМ**  $\mathbf{2}^0$ , «теплицевого» **АРФ**  $\mathbf{11}^0$  в сравнении с их соответствующими ленточными аппроксимациями  $\mathbf{5}_1^0$ ,  $\mathbf{5}_2^0$ ,  $\mathbf{13}^0$  с ширинами ленты  $zz = 3$  (а) и  $zz = 8 < M = 16$  (б) (см. п. 1.3, А.2.2).

Из их сравнения видно, что переход к ленточной аппроксимации уменьшает смещение и дисперсию спектров «промежуточного» метода в сра-

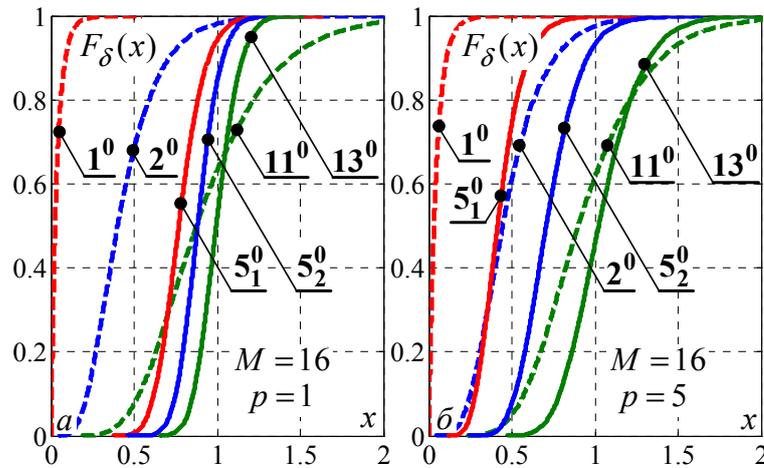


Рис. 2.38 – Функции распределения нормированных МЭ-МД-спектров ( $\chi = 0.5$ ) на основе различных оценок КМ ( $M = 16$ ,  $K = 16$ ,  $\rho_1 = 0.99$ )

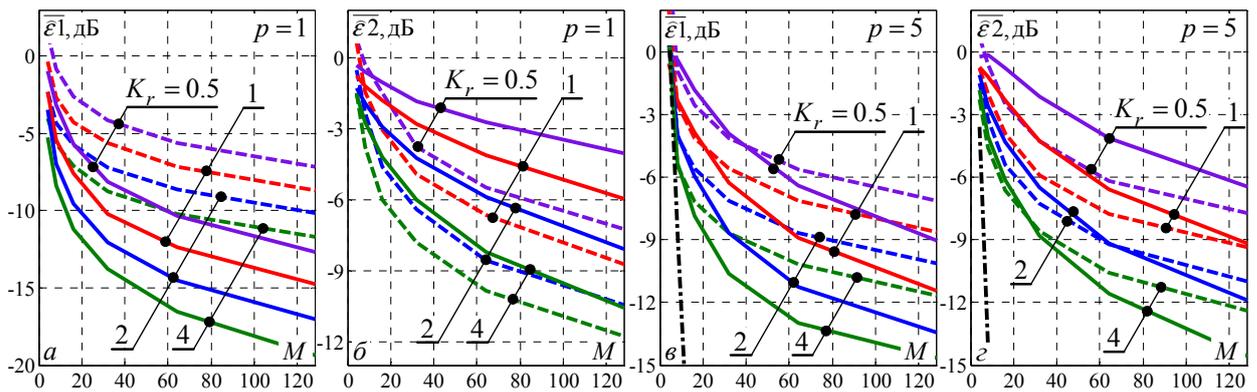


Рис. 2.39 – Средние ошибки МЭ-МД-спектров ( $\chi = 0.5$ ) на основе оценок ПКМ  $5_2^0$  (сплошные) и ТКМ  $11^0$  (штриховые) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

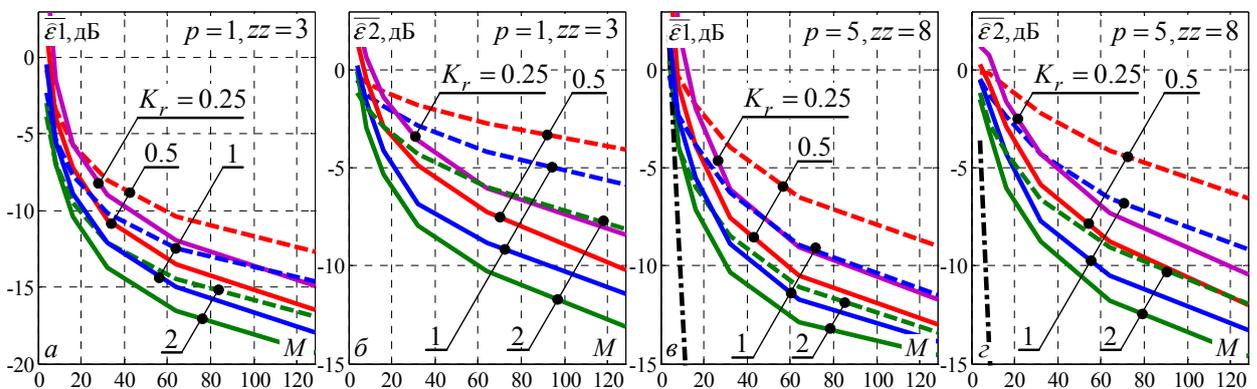


Рис. 2.40 – Средние ошибки МЭ-МД-спектров ( $\chi = 0.5$ ) на основе ленточных оценок ПКМ  $5_2^0$  (штриховые) и ТКМ  $13^0$  (сплошные) ( $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

внении с теми же спектрами на основе «полных» оценок **КМ**. Кроме того, в некоторых ситуациях (*a*) уменьшение влияния нежелательной «перепараметризации» может обеспечить меньшие ошибки, чем только учет априорной информации о «теплицевости» **КМ**.

На рис. 2.39 в условиях рис. 2.37 показано сравнение средних ошибок «промежуточных» методов с  $\chi = 0.5$  с различными оценками **КМ** – на основе ленточной оценки **ПКМ**  $5_2^0$  (сплошные кривые) с ширинами ленты  $zz = 3$  (*a*, *b*) и  $zz = 8$  (*b*, *c*) и оценки **ТКМ**  $11^0$  (штриховые кривые).

Из сравнения результатов рис. 2.39 (сплошные кривые) с аналогичными рис. 2.37 (штриховые кривые) видно, что при использовании ленточной регуляризации выбранный уровень ошибок достигается в несколько раз меньшим объемом обучающей выборки.

Кроме того, **МП** оценка персимметричной **КМ** в сочетании с ленточной аппроксимацией обратной матрицы при согласовании (в соответствии со свойством 1 п. 1.3.2) порядка  $p$  **АР**-процесса и ширины ленты  $zz > p$  (и условии  $zz \leq M/2$ ) может быть не хуже (*c*) и даже лучше (*a*, *b*) «теплицевой» оценки **КМ** без такой аппроксимации.

Очевидно, что ленточная аппроксимация при соответствующем выборе ширины ленты  $zz > p$  должна дополнительно увеличивать «быстродействие» **СО** в условиях, когда справедливо предположение и о теплицевости **КМ**. Это иллюстрируется приведенными на рис. 2.40 средними ошибками «промежуточных» спектров в тех же условиях, что и на рис. 2.39. Штриховые кривые здесь воспроизводят сплошные кривые рис. 2.37, а сплошными показаны ошибки «теплицевой» ленточной оценки  $13^0$ . Видно, что ошибки последней меньше во всех приведенных примерах и при этом они достигаются меньшим объемом выборки.

**В.** Приведенные результаты количественно иллюстрируют общий принцип адаптации, в соответствии с которым ее эффективность при заданном объеме выборки тем выше, чем меньше размерность вектора параметров, подлежащего оцениванию [105].

В примере рис. 2.41, в условиях аналогичных рис. 2.38, нормированные МЭ-МД-спектры «промежуточных» методов на основе «теплицевой» оценки, будучи несмещенными, имеют меньшую дисперсию, чем нормированные Фурье-спектры и «сглаженные» Фурье-спектры при одном объеме выборки.

За счет этого они могут уже при выборках равного объема превосходить по точности Фурье-спектры. Наглядной иллюстрацией этого служат показанные на рис. 2.42 средние ошибки воспроизведения по ПИК и ВИК спектров АР-процессов различных порядков  $p=1$  ( $a-z$ ),  $p=5$  ( $d-z$ ),  $p=10$  ( $u-m$ ) и с различными к.к.  $\rho_1 = 0.8, 0.9, 0.98, 0.99$  «сглаженными» Фурье-спектрами (2.42) (штриховые кривые) и МЭ-МД-спектрами (2.58) ( $\chi = 0.5$ ) на основе ленточной (с шириной ленты  $zz = 8$ ) ТКМ 13<sup>0</sup> (сплошные кривые). Для оценки КМ использовались выборки объема  $K = 1, 2, 4, 8$ .

Из приведенных рисунков видно, что в большом разнообразии ситуаций «промежуточные» методы (2.58) обеспечивают лучшее качество воспроизведения НЭС при выборках обычно доступного объема  $K \leq 8$ . Их средние ошибки по обоим критериям могут быть меньше показанных штрихпунктирными кривыми предельных ошибок «сглаженных» Фурье-спектров в гипотетической ситуации точного знания КМ отражений.

Стоит отметить, что важную роль играет правильный выбор ширины ленты  $zz$ , адаптивно определяемый в каждой конкретной ситуации в соответствии с обычно априори неизвестным порядком анализируемого АР-процесса. Из множества известных методов его оценивания практически наиболее приемлемы методы, развитые в [71].

На рис. 2.42 это значение зафиксировано  $zz = 8$ , обеспечив выигрыш «промежуточных» методов в широком спектре возможных ситуаций.

Г. Таким образом, преимущества в гипотетической ситуации полной априорной определенности параметрических методов СО, базирующихся на АР-модели входных воздействий, не гарантирует их преимуществ и в реальной адаптивной ситуации, когда взамен априори неизвестных параметров

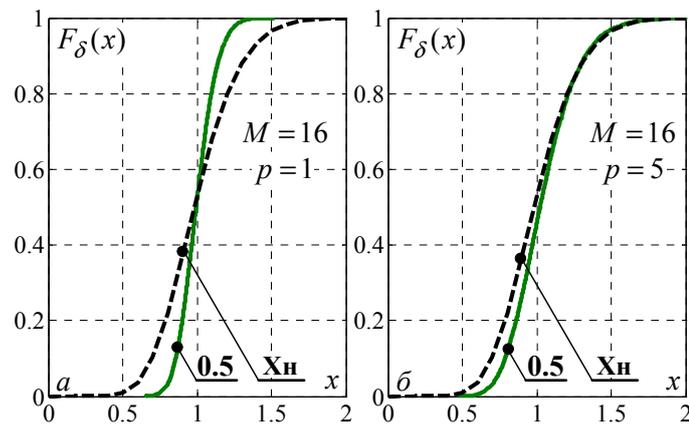


Рис. 2.41 – Функции распределения нормированных МЭ-МД-спектров ( $\chi = 0.5$ ) (сплошные) и «сглаженного» Фурье-спектра (штриховые) ( $M = 16, K = 16, \rho_1 = 0.99$ )

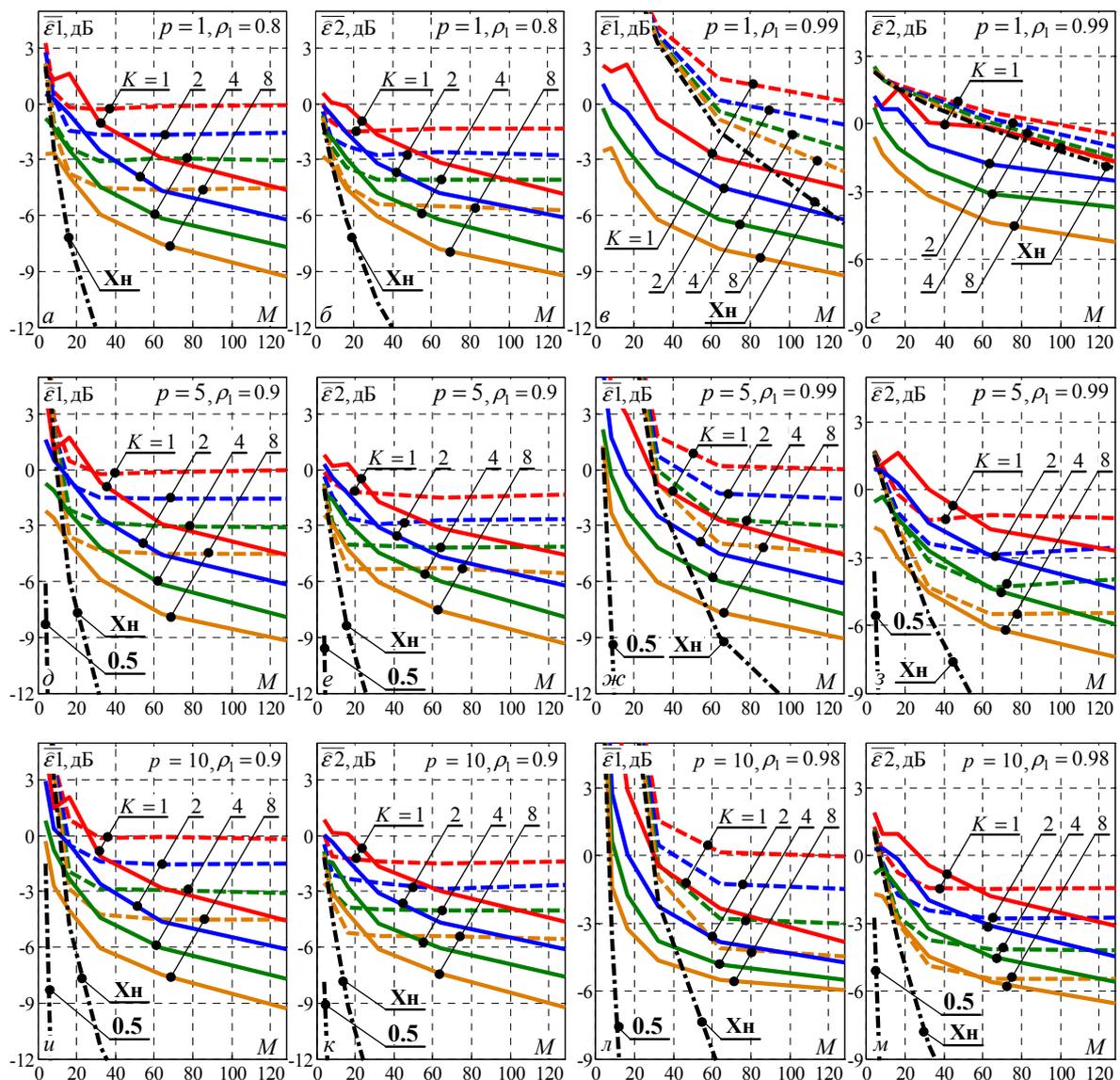


Рис. 2.42 – Средние ошибки «сглаженных» Фурье-спектров (штриховые) и МЭ-МД-спектров (сплошные) на основе «теплицевого» ленточного АРФ

(КМ) используются их оценки, формируемые по выборкам неизбежно конечного объема. Переход от классических к этим методам на основе МП оценок КМ может быть оправдан только при доступности выборок большого объема  $K > M$ , превышающего размер  $M$  анализируемой пачки, что далеко не всегда возможно в обзорных импульсных доплеровских РЛС. Требования к объему выборки снижаются при использовании оценок, которыми эффективно учитывается возможная априорная информация различного вида, уменьшающая неоправданную «перепараметризацию» задачи [104]. Наиболее рациональным способом учета рассмотренной выше априорной информации о возможной специфике (теплицевости) структуры КМ на сегодняшний день может считаться оценка Берга (2.35), (2.36).

#### 2.4. Краткие итоги раздела

Проанализирована эффективность ряда известных и новых методов спектрального оценивания (СО) по единым интегральным критериям (ИК) эффективности, определяющим разрешающую способность воспроизведения энергетических спектров стационарных случайных процессов различной природы, допускающих аппроксимацию аддитивной смесью гауссового белого шума и авторегрессионного (АР) процесса произвольного порядка, в «предельной» и «адаптивной» условиях.

«Предельность» понимается в том смысле, что эти возможности соответствуют гипотетическим условиям знания реально априори неизвестных  $M \times M$  корреляционных матриц (КМ)  $M$ -мерных векторов (пачки) отсчетов комплексных амплитуд внешних отражений в  $M$  интервалах зондирования из каждого элемента дистанции импульсной РЛС. В такой ситуации уровень ошибок воспроизведения спектров зависит только от размера этой пачки.

Показано, что требуемый размер пачки, при котором ошибки воспроизведения не превосходят допустимую величину (например,  $-10$  дБ), для метода Берга и «промежуточных» методов в 2,5 – 4 раза (процесс АР- $\infty$ ) и меньше (процесс АР-1), чем для «классического» Фурье-спектра со «сглаженной» импульсной характеристикой (ИХ) его ДПФ-фильтров (рис. 2.21).

В реальной «адаптивной» ситуации априори неизвестная **КМ** заменяется той или иной ее оценкой, полученной по обучающей выборке обычно конечного объема. В этом случае эффективность методов **СО** зависит от статистических характеристик (смещения и дисперсии) их нормированных **СФ**, определяющих нижнюю границу средних ошибок случайных значений **ИК**, посчитанных по случайным оценкам **КМ**. Поэтому потенциально лучшие методы (например, метод максимальной энтропии Берга) могут уступать более простым «классическим».

Разрешающая способность параметрических методов по рассматриваемым критериям тем выше, чем выше качество используемой в них оценки **КМ**. К ним относится оценка, учитывающая «теплицеву» структуру **КМ** совместно с ленточно регуляризованной аппроксимацией обратной матрицы. В этом случае предложенные параметрические «промежуточные» методы **СО** оказываются эффективнее «классических». При фиксированном размере пачки  $M = 64$  и реально доступном объеме обучающей выборки  $K = 8$  этот выигрыш в большинстве рассмотренных ситуаций (рис. 2.42) достигает 3 – 7 дБ.

Относительная простота и бо́льшая эффективность позволяют рекомендовать именно эти методы для практического использования в задачах воспроизведения непрерывных энергетических спектров междупериодных флуктуаций отражений в системах **МПО** импульсных РЛС.

Основные результаты раздела опубликованы в работах [142–145].

### РАЗДЕЛ 3

## КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ МПО СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

Раздел посвящен анализу и сравнению квазиоптимальных (**КО**) систем **МПО** пачечных когерентных сигналов на фоне пассивных помех (**ПП**) различной физической природы. Эти системы, входящие в состав большинства современных импульсных РЛС, решают задачу нетраекторной селекции движущихся целей (**СДЦ**) на фоне **ПП**, сохраняющую актуальность с момента возникновения радиолокации.

В рамках этой задачи важное место уделено исследованиям устойчивости (робастности) систем **СДЦ** к влиянию различных факторов, сопровождающих работу реальных РЛС. Результаты этих исследований позволяют реалистически оценить возможности систем **СДЦ** и обосновать требования к параметрам их составных элементов [1, 25, 106, 108–110].

Переход к цифровой обработке решил целый ряд важных проблем **СДЦ**, связанных с междупериодной стабильностью параметров приемопередающего тракта РЛС. Однако остаются факторы естественного и искусственного происхождения, робастность к влиянию которых заслуживает специального исследования [63, 107, 111, 134, 135, 146, 163–165].

К ним относится, в частности, робастность показателей эффективности систем **СДЦ** к «сглаживанию» **ИХ** когерентного накопителя импульсов прямоугольной пачки полезного сигнала на выходе фильтра подавления помехи, практически не затронутая в известной литературе. Такое сглаживание широко применяется на практике [25, 63], поскольку снижает уровень боковых лепестков **ЧХ** накопителя, облегчая тем самым разрешение в одном импульсном объеме РЛС целей с различными эффективными поверхностями рассеяния и радиальными скоростями.

Однако это сглаживание рассогласовывает принимаемый и опорный сигналы, так что обработка в целом оказывается не оптимальной даже при

оптимальной структуре и параметрах предшествующего накопителю фильтра подавления помехи и очень чувствительной к степени сглаживания. Поэтому актуален поиск более робастных **КО** систем **СДЦ**, которые в этих условиях не только повышают эффективность селекции, но и упрощают обработку.

Теории, количественным оценкам и важным практическим следствиям из этого «неожиданного» эффекта уделено основное внимание в данном разделе, который организован следующим образом.

В п. 3.1 описывается используемая модель входных воздействий системы **СДЦ**. Специфика **МПО**, решающей эту задачу, заключается в том, что принимаемые РЛС отражения от внешних протяженных источников в смеси с шумом приемника, выступающие полезным объектом в задачах **СО** (разд.2), здесь являются **ПП**. В то же время отраженный сигнал точечной воздушной цели, влияние которого на результаты **СО** должно быть ослаблено (устранено) [167], здесь является полезным, подлежащим обнаружению на фоне **ПП**. С этим связано, в частности, отличие критериев качества **МПО**, решающей задачи **СО** и **СДЦ**. Главным в последней выступают вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения рассматриваемого полезного сигнала. Обсуждаются известные структуры, параметры и эффективность оптимальной **МПО** (**СДЦ**) когерентных пачек отраженных сигналов движущихся точечных целей на фоне смеси шума приемника и **ПП**, аппроксимруемых **АР**-процессами произвольного порядка. Приводимые оценки эффективности оптимальной **МПО** далее используются в качестве границ, по степени близости к которым сравнивается эффективность различные **КО** системы **МПО** со «сглаженными» **ИХ** когерентных накопителей.

В п. 3.2 приводятся варианты **КО** систем **СДЦ** со сглаженными **ИХ** когерентных накопителей. В п. 3.3 разрабатывается теория, объясняющая различия их робастности к такому сглаживанию, в том числе эффект повышения потенциальной эффективности обработки по мере ее упрощения до определенного предела. Приводятся количественные результаты сравнения предельных возможностей рассматриваемых **КО** систем **МПО** в гипотетических

условиях точного знания статистических характеристик входных воздействий. В п. 3.4 по результатам математического моделирования анализируется эффективность предлагаемых адаптивных систем СДЦ в реальной ситуации априорной неопределенности статистических характеристик ПП и обосновываются рекомендации по выбору для работы в этой ситуации.

### 3.1. Оптимальная МПО пачечных когерентных сигналов на фоне гауссовых АР пассивных помех

А. Результаты данного подраздела базируются на хорошо известных положениях классической теории обнаружения сигналов на фоне помех [1, 106, 108–110] и приводятся здесь для удобства последующего сравнения с результатами КО обработки. Их интерпретация воспроизводит и дополняет использованную в [56, 107].

Будем полагать, что на входе системы СДЦ в каждом элементе разрешения по дальности наблюдается  $M$ -мерный случайный гауссов вектор

$$\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s} \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R}_u), \quad \mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M, \quad \mathbf{s} = \mathbf{s}(f_S) = \{s_\ell(f_S)\}_{\ell=1}^M, \quad \gamma = 0, 1 \quad (3.1)$$

аддитивной смеси помехи  $\mathbf{y}$  и (при  $\gamma=1$ ) полезного сигнала  $\mathbf{s} \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R}_s)$ .

Компонентами вектора помехи  $\mathbf{y}$  выступают отсчеты аддитивной смеси комплексных амплитуд шума приемника и отражений из анализируемого элемента разрешения по дальности в  $M$  смежных интервалах зондирования в заданном угловом направлении.

В этих условиях вектор (3.1) имеет нулевое среднее значение и  $M \times M$  эрмитову КМ

$$\mathbf{R}_u = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*} = \begin{cases} \mathbf{R} = \overline{\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^*}, & \gamma = 0, \\ \mathbf{R}_\Sigma = \mathbf{R} + \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_s = \overline{\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^*}, & \gamma = 1. \end{cases} \quad (3.2)$$

В качестве полезного сигнала ниже рассматриваются когерентные пачки

$$\mathbf{s} = \zeta_S \cdot \mathbf{x}(f_S), \quad f_S \in -0.5, 0.5, \quad \zeta_S \sim CN(0, \eta_S), \quad (3.3a)$$

с КМ единичного ранга вида

$$\mathbf{R}_s = \overline{\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^*} = \eta_S \cdot \mathbf{R}_x, \quad \mathbf{R}_x = \mathbf{x}(f_S) \cdot \mathbf{x}^*(f_S). \quad (3.3b)$$

Они соответствуют отражениям от точечной цели, движущейся с радиальной скоростью  $V_r$  (доплеровским сдвигом частоты  $f_S = 2 \cdot V_r / \lambda$  отраженного сигнала,  $\lambda$  – длина волны), с относительной (по отношению к шуму приемника) интенсивностью (отношение сигнал/шум (**ОСШ**))  $\eta_S$  и нормированным доплеровским сдвигом частоты  $f_S = f_S / F_{un}$ ,  $f_S \in -0.5, 0.5$ . Здесь  $F_{un}$  – интервал однозначного (*unambiguous*) измерения доплеровского сдвига частоты, при постоянных интервалах зондирования  $T_\ell = T_P$ ,  $\ell \in 1, M - 1$  равный частоте зондирования  $F_{un} = F_P = 1 / T_P$ .

**Б.** Оптимальная обработка (проверка гипотезы о наличии сигнала в анализируемой смеси (3.1)) сводится к сравнению с порогом монотонно возрастающей функции отношения правдоподобия [1, 106, 108, 109], в роли которой в условиях (3.1), (3.2) может использоваться предпороговая статистика (**ППС**) [1, 110]

$$\varepsilon_0(\mathbf{u}) = c \cdot \mathbf{u}^* \cdot (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{R}_\Sigma^{-1}) \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{L} = \mathbf{\Psi} - \mathbf{\Psi}_\Sigma, \quad \mathbf{\Psi} = \mathbf{R}^{-1}, \quad \mathbf{\Psi}_\Sigma = \mathbf{R}_\Sigma^{-1} \quad (3.4)$$

пропорциональная квадратичной форме вектора  $\mathbf{u}$  (3.1) с матрицей  $\mathbf{L}$ .

Для когерентной пачки (3.3) полезного сигнала оптимальная **ППС** (3.4)

$$\varepsilon_0(\mathbf{u}) = \varepsilon(\mathbf{u}) \equiv |\xi(f_S)|^2 \quad (3.5a)$$

пропорциональна квадрату модуля билинейной формы [1]

$$\xi(f_S) = \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{w}^*(f_S) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{v}_u, \quad (3.5b)$$

которая может быть сформирована по схемам, показанным на рис. 3.1.

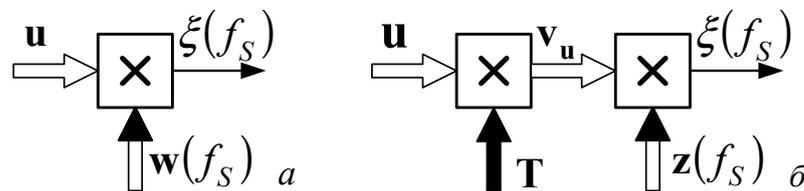


Рис. 3.1 – Обобщенные схемы **МПО**

В первой из них (a) она формируется одномерным (с  $M$  входами и одним выходом) фильтром с  $M$ -мерной **ИХ**

$$\mathbf{w}(f_S) = \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{z}(f_S), \quad \mathbf{z}(f_S) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(f_S) \quad (3.6)$$

с параметрами

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{\Psi}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{I}_M, \quad (3.7)$$

где  $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_\ell\}_{\ell=1}^M$  – диагональная  $M \times M$  матрица «сглаживания» опорного сигнала  $\mathbf{x}(f_S)$ , согласованного с ожидаемым,  $\mathbf{I}_M$  – единичная  $M \times M$  матрица, в которую переходит матрица  $\mathbf{D}$  в отсутствие сглаживания.

В схеме (б) входной вектор  $\mathbf{u}$  вначале преобразуется в многомерном (с  $M$  входами и  $N$  выходами) фильтре с  $M \times N$  **МИХ**  $\mathbf{T} = \{t_{i,j}\}_{i=1,j=1}^{N,M}$  в вектор

$$\mathbf{v}_u = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{v} + \gamma \cdot \zeta \cdot \mathbf{v}_x(f_S), \quad \mathbf{v} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{y}, \quad \mathbf{v}_x(f_S) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{x}(f_S) \quad (3.8a)$$

с **КМ**

$$\mathbf{R}_{v_u} = \overline{\mathbf{v}_u \cdot \mathbf{v}_u^*} = \overline{\mathbf{T} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{T}^*} = \mathbf{R}_v + \gamma \cdot \eta_S \cdot \mathbf{R}_{v_x}, \quad (3.8б)$$

$$\mathbf{R}_v = \overline{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^*} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}^*, \quad \mathbf{R}_{v_x} = \overline{\mathbf{v}_x(f_S) \cdot \mathbf{v}_x^*(f_S)} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{T}^*, \quad (3.8в)$$

где  $\mathbf{R}_v$  и  $\mathbf{R}_{v_x}$  – **КМ** его помеховой ( $\mathbf{v}$ ) и сигнальной ( $\mathbf{v}_x(f_S)$ ) составляющих на выходе многомерного фильтра схемы рис. 3.1, б.

Далее вектор  $\mathbf{v}_u$  преобразуется в настроенном на частоту  $f_S$  одномерном фильтре с **ИХ**  $\mathbf{z}(f_S)$  (3.6) в требующийся скаляр  $\xi(f_S)$  (3.5б), квадрат модуля которого сравнивается с соответствующим порогом, выбранным, в частности, по заданному уровню условной вероятности ложной тревоги.

Для краткости ниже многомерный фильтр с **МИХ**  $\mathbf{T}$  называется просто фильтром, а одномерный фильтр с **ИХ**  $\mathbf{z}(f_S)$  – накопителем (с несглаженной **ИХ** в условиях (3.7) и сглаженной в противном случае).

Все анализируемые далее квазиоптимальные системы **МПО** также имеют структуру рис. 3.1, но их параметры отличны от (3.7).

**В.** В силу (3.1) в рассматриваемой пока гипотетической ситуации неслучайных и известных параметров входных воздействий (3.2), (3.3б) формируемая в схемах рис. 3.1 с произвольными параметрами билинейная форма (3.5б), как линейная комбинация нормальных величин (3.1) с нулевым средним, также нормальна с нулевым средним, поэтому **ППС** (3.5а) имеет экспоненциальное распределение [108].

В этих условиях статистические характеристики обнаружения полезного сигнала цели (вероятности ложной тревоги (**ВЛТ**)  $F$  и правильного обнаружения (**ВПО**)  $D$ ) связаны равенством [1, 106, 108, 109]

$$D = F^{1/(1+\mu)}, \quad (3.9)$$

в котором

$$\mu = \mu(f_S) = P_{S \text{ ВЫХ}}(f_S) / P_{CN \text{ ВЫХ}}(f_S) \quad (3.10)$$

– отношение сигнал/(помеха + шум) (**ОСПШ**) (*signal/(clutter + noise)*) по мощности на выходе схем рис. 3.1.

На рис. 3.2 приведено известное семейство зависимостей **ВПО** (3.9) от энергетического **ОСПШ**  $\mu$  (3.10) при различных значениях **ВЛТ**.

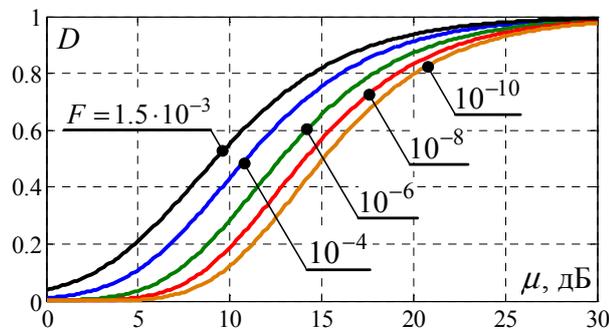


Рис. 3.2 – Оптимальные характеристики обнаружения сигнала (3.3а)

Видно, что при заданной **ВЛТ**  $F$  **ВПО**  $D$  монотонно растет с ростом **ОСПШ**  $\mu$ , поэтому обработка (3.5б) в схемах рис. 3.1 оптимизируется выбором параметров (3.7), максимизирующих **ОСПШ** на их выходе [106,108,109]. Определяющие его мощности сигнала  $P_{S \text{ ВЫХ}}(f_S)$  и помехи  $P_{CN \text{ ВЫХ}}(f_S)$  равны

$$P_{S \text{ ВЫХ}}(f_S) = \eta_S \cdot \mathbf{w}^*(f_S) \cdot \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{w}(f_S) = \eta_S \cdot \mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{R}_{v_x} \cdot \mathbf{z}(f_S), \quad (3.11a)$$

$$P_{CN \text{ ВЫХ}}(f_S) = \mathbf{w}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}(f_S) = \mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{R}_v \cdot \mathbf{z}(f_S), \quad (3.11b)$$

так что **ОСПШ** (3.10) представляет собой отношение квадратичных форм и в условиях (3.3), (3.8) в общем случае имеет вид

$$\mu(f_S) = \eta_S \cdot \frac{|\mathbf{w}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)|^2}{\mathbf{w}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}(f_S)} = \eta_S \cdot \frac{|\mathbf{v}_x^*(f_S) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2}{\mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{R}_v \cdot \mathbf{z}(f_S)}. \quad (3.11b)$$

При оптимальной **МПО** с параметрами (3.7) (т.е. без «сглаживания») **ИХ** в условиях (3.3б) мощности (3.11) равны

$$P_{CN \text{ Вых}}(f_S) = \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f_S), \quad (3.12a)$$

$$P_{S \text{ Вых}}(f_S) = \eta_S \cdot P_{CN \text{ Вых}}^2(f_S), \quad (3.12б)$$

так что оптимальное (максимально возможное) **ОСПШ** (3.10) равно

$$\mu_{\max}(f_S) = \eta_S \cdot \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f_S). \quad (3.13)$$

В силу неравенства Рэля [67–69] оно лежит в границах

$$\eta_S \cdot \frac{\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)}{\lambda_1} \leq \mu_{\max}(f_S) \leq \eta_S \cdot \frac{\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)}{\lambda_M}, \quad (3.14)$$

где  $\lambda_1, \lambda_M$  – максимальное, минимальное собственные числа (с.ч.) **КМ ПП R**

Г. На рис. 3.3 показаны рассчитанные по (3.13) «энергетические скоростные характеристики (ЭСХ)»  $\mu = \mu_{\max}(f_S)$  оптимальной (3.7) **МПО** сигналов с относительной интенсивностью  $\eta_S = 1$  на фоне **АР ПП**  $p = 3$  (штриховые линии) и  $p = 10$  (сплошные линии) с к.к.  $\rho_1 = 0.96$  и  $\rho_1 = 0.99$  и относительной интенсивностью помехи  $\eta = 10^5$  (50 дБ). Результаты приведены для пачек размеров  $M = 8$  (а),  $M = 32$  (б),  $M = 64$  (в),  $M = 128$  (г) и охватывают размеры пачек многих существующих и проектируемых импульсных РЛС.

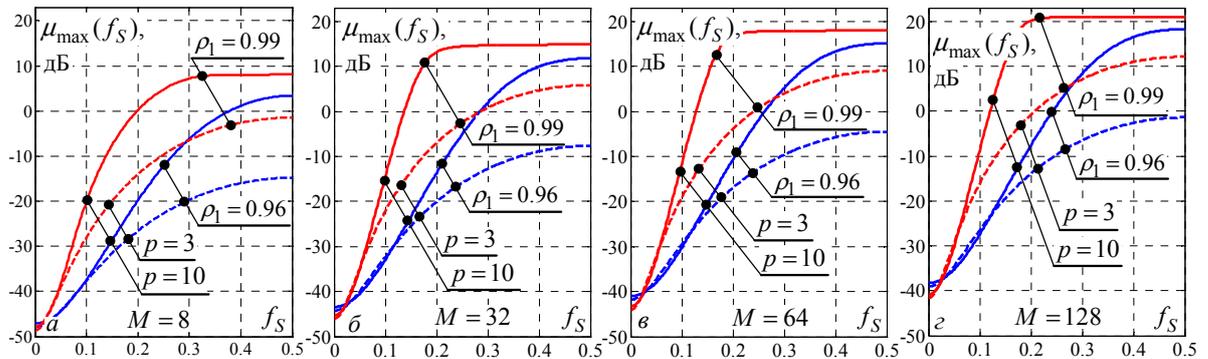


Рис. 3.3 – ЭСХ оптимальной **МПО** когерентного пачки полезного сигнала

Кривые рис. 3.3 наглядно иллюстрируют хорошо известный и физически очевидный результат, в соответствии с которым значения **ОСПШ** минимальны в зоне максимумов спектра помехи (в зоне «слепых» скоростей цели  $f_S \approx 0$ ), в которой различия радиальных скоростей цели и источников **ПП** малы или отсутствуют. Однако даже минимальные значения  $\mu = \mu_{\max}(f_S)$  в зоне слепых скоростей ( $f_S \approx 0$ ) не меньше входного значения **ОСПШ**

$\mu = \eta_S / (1 + \eta)$  (в данном примере  $\mu \approx -50$  дБ), поскольку оптимальная обработка не может ухудшать оптимизируемые параметры. Формально это следует из (3.14), если учесть, что максимальное с.ч. любой эрмитовой положительно определенной матрицы, в том числе **КМ**, не превосходит ее следа. Применительно к **КМ** **R** (3.2) это означает, что  $\lambda_1 \leq \text{tr}(\mathbf{R}) = M \cdot (1 + \eta)$  и, в соответствии с (3.14),  $\mu_{\max}(f_S) \geq \eta_S / (1 + \eta)$ .

В равной степени это относится ко всем зонам слепых скоростей, которые повторяются с интервалом  $\lambda \cdot F_{un} / 2$  [158, 159].

В приведенных примерах **ОСПШ** (3.13) максимально в окрестности точки  $f = f_S = 0.5$  (в зоне «оптимальных» скоростей цели), в которой значения спектров  $s(f)$  смеси шума и **ПП** минимальны (см. рис. 1.2). В соответствии с (3.14), его верхняя граница определяется минимальным с.ч. **КМ** помех, зависящим от формы их спектра.

На рис. 3.4, в условиях и обозначениях рис. 3.3, показаны упорядоченные по величине с.ч. (в дБ)  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$  **КМ** **R** (3.2).

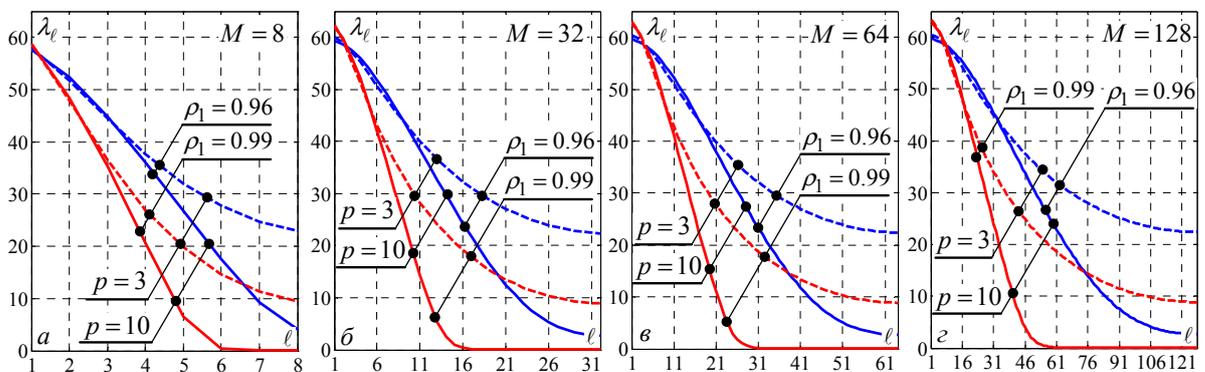


Рис. 3.4 – Спектры собственных чисел **КМ** **АР** **ПП** ( $\eta = 50$  дБ)

В сочетании с (3.14) они объясняют связь значений  $\mu = \mu_{\max}(f_S)$  с формой спектра **АР** **ПП**. Так, для **ПП** **АР**-10 и  $\rho_1 = 0.99$ , для которых минимальное с.ч.  $\lambda_M \approx 1$  (0 дБ), величина

$$\mu = \mu_{\max}(f_S) \approx M \cdot \eta_S \quad (3.15)$$

на рис. 3.3 при  $f_S = 0.5$  практически совпадает с **ОСПШ** при отсутствии **ПП**.

В такой ситуации ( $\eta = 0$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{\Psi} = \mathbf{\Lambda} = \mathbf{I}_M$ ) оптимальная обработка в схемах рис. 3.1 ведется на фоне только собственного шума и сводится к когерентному равновесному накоплению всех  $M$  импульсов прямоугольной пачки вида (3.3), за счет чего при любых  $|f_S| \leq 0.5$  итоговое **ОСПШ** становится в  $M$  раз выше, чем по каждому импульсу в отдельности.

**ПП**, для которых максимально достижимое значение близко к (3.15), можно условно назвать «хорошими», в противовес «плохим» **ПП**, для которых  $\lambda_M \gg 1$  и  $\mu_{\max}(0.5) \approx M \cdot \eta_S / \lambda_M \ll M \cdot \eta_S$ . В рассматриваемых примерах «плохими» могут считаться интенсивные ( $\eta = 50$  дБ) **ПП АР-3** со значением  $\rho_1 = 0.96$  ( $\lambda_M \approx 23$  дБ) и даже с  $\rho_1 = 0.99$  ( $\lambda_M \approx 9.45$  дБ при  $M = 8$  и  $\lambda_M \approx 8.9$  дБ при  $M = 64$ ). Именно на столько на рис. 3.3 соответствующее им значение  $\mu_{\max}(0.5)$  (в дБ) меньше значения (3.15) для «хороших» **АР ПП**. Эти отличия близки к отличию спектров  $s(f_S)$  соответствующих **АР ПП**, причем не только в точке  $f = f_S = 0.5$ , но и во всех точках  $|f_S| \leq 0.5$ , в силу справедливости приближенного равенства [56]

$$\mu_{\max}(f_S) = M \cdot \eta_S / s(f_S). \quad (3.16)$$

Результаты оптимальной обработки (рис. 3.3) не могут быть улучшены никакими **КО** системами **СДЦ** с параметрами, отличными от (3.7). Однако потери **КО МПО** по сравнению с оптимальной при сглаженных ( $\mathbf{D} \neq \mathbf{I}_M$ ) **ИХ** накопителя существенно зависят от выбранных параметров (**МИХ Т** и **ИХ  $z(f_S)$** ) фильтра системы **СДЦ** (рис. 3.1).

Величина потерь

$$\chi(f_S) = \mu_{\max}(f_S) / \mu(f_S) \geq 1, \quad |f_S| \leq 0.5 \quad (3.17)$$

**ОСПШ** (3.10) при сглаживании по сравнению с его максимальным значением  $\mu_{\max}(f_S)$  (3.13) при его отсутствии выступает мерой робастности (устойчивости) систем **СДЦ** к сглаживанию.

Поскольку числитель и знаменатель (3.17) пропорциональны интенсив-

ности сигнала  $\eta_S$ , последняя, как и на рис. 3.3, полагается равной 1.

Рассмотрим разновидности **КО** систем **СДЦ**, исследуемые на робастность к сглаживанию **ИХ** когерентного накопителя.

### 3.2. КО системы СДЦ когерентных пачек сигналов на фоне АР ПП

#### 3.2.1. Базовая структура

Рассматриваемые ниже системы получаются путем последовательного упрощения базовой **КО** структуры рис. 3.1 с  $\mathbf{D} \neq \mathbf{I}_M$  и **МИХ** (3.7), записанной форме «верхне-нижнего» треугольного разложения Холецкого (1.60б)

$$\mathbf{T} = \mathbf{\Psi} = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}, \quad (3.18)$$

матрицы  $\mathbf{\Psi}$ , обратной эрмитовой **КМ**.

Построенные на основе (3.18) известные [1, 56, 107] эквиваленты схемы рис. 3.1, б показаны на рис. 3.5.

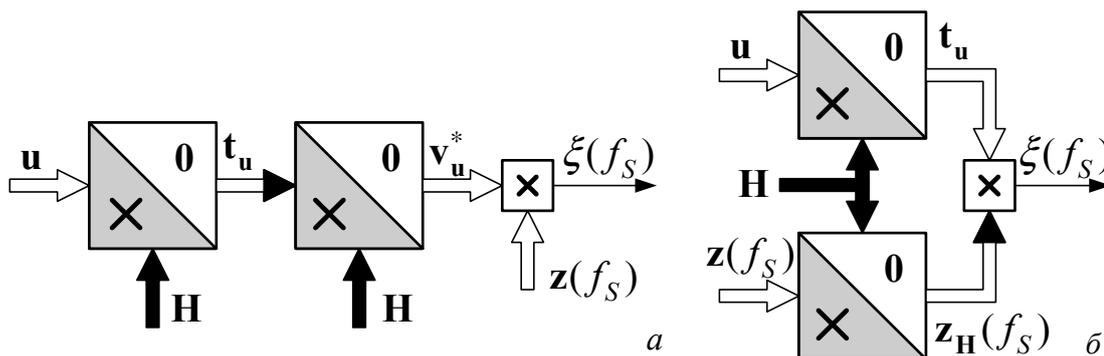


Рис. 3.5 – Схемы базовой структуры **СДЦ**

Первая из них (*a*) по причинам, упоминаемым ниже, называется схемой с двойным (повторным) обелением помехи. Вторая (*б*) в условиях (3.7) реализует классический метод В.А. Котельникова оптимальной обработки когерентного сигнала на фоне стационарного небелого шума [1, 56, 106–109].

Метод В.А. Котельникова предполагает обеление (декорреляцию и нормирование) отсчетов помехи (в верхнем фильтре с нижней треугольной **МИХ**  $\mathbf{H}$ ), преобразование (в нижнем фильтре с **МИХ**  $\mathbf{H}$ ) опорного вектора  $\mathbf{x}(f_S)$  ожидаемого сигнала  $\mathbf{s}$  в вектор  $\mathbf{x}_H(f_S) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(f_S)$ , согласованный с сигналом, прошедшим обеляющий фильтр, и последующую согласованную фильтрацию  $\xi(f_S) = \mathbf{z}_H^*(f_S) \cdot \mathbf{t}_u$  преобразованного сигнала на фоне белого шума.

### 3.2.2. КО МПО на основе фильтров с треугольными ленточными МИХ

Базовые структуры схем рис. 3.5 упрощаются, если вместо фильтров с заполненными треугольными  $M \times M$  МИХ  $\mathbf{H}$  используются фильтры с треугольными ленточными  $M \times M$  МИХ  $\mathbf{H}_b$  с шириной ленты  $zz < M$ . В этом случае, как показано в п. 1.3.Ж,  $M \times M$  эрмитова матрица

$$\mathbf{T} = \mathbf{\Psi}_b = \mathbf{H}_b^* \cdot \mathbf{H}_b \quad (3.19)$$

является ленточной с шириной ленты  $z = 2 \cdot zz - 1$ .

Переход к ним вполне естественен в связи с близостью к ленточной с шириной ленты  $zz = p + 1$  матрицы  $\mathbf{H}_b$  для интенсивных АР- $p$  ПП [56].

Структуры КО систем СДЦ для этого случая показаны на рис. 3.6.

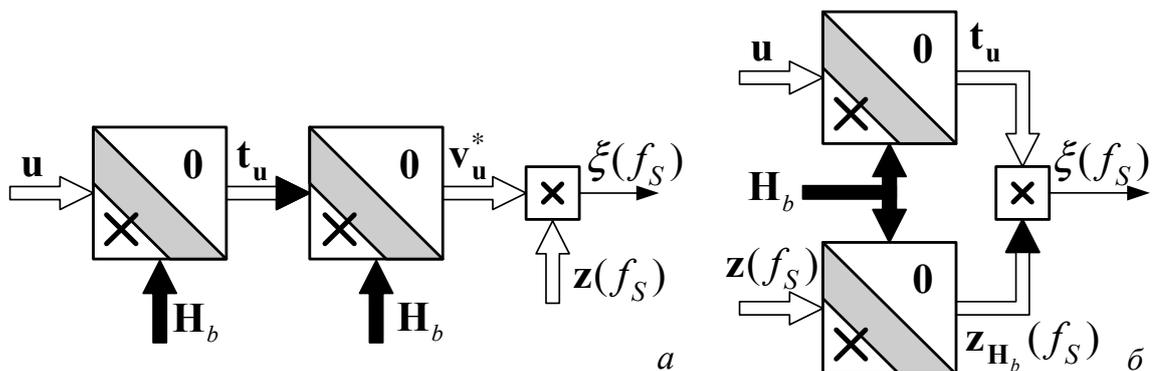


Рис. 3.6 – Схемы базовой структуры СДЦ с ленточными МИХ фильтров

### 3.2.3. КО МПО без повторного обеления

Обработку можно еще больше упростить, отказавшись от коррекции опорного сигнала (нижняя «ветвь» схемы рис. 3.5, б). Соответствующие КО системы СДЦ показаны на рис. 3.7.

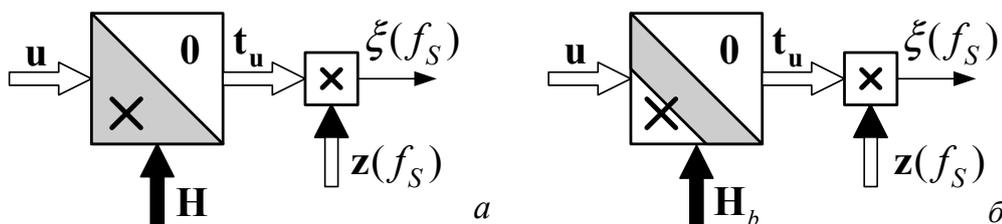


Рис. 3.7 – Схемы СДЦ без повторного обеления

Для схемы (а) и ее более простого варианта (б) МИХ фильтров равны

$$\mathbf{T} = \mathbf{H} \quad \text{и} \quad \mathbf{T} = \mathbf{H}_b. \quad (3.20)$$

### 3.2.4. Квазисогласованная система СДЦ

Простейшая из рассматриваемых – широко распространенная фильтровая система **МПО** на основе квазисогласованного накопителя (рис. 3.8).

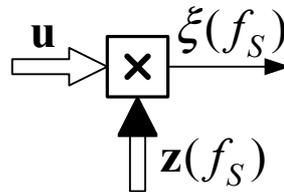


Рис. 3.8 – Схема квазисогласованной системы СДЦ

Она получается из общей схемы рис. 3.1, б при замене фильтра подавления помехи на «всепропускающий» фильтр с **МИХ**

$$\mathbf{T} = \mathbf{I}_M. \quad (3.21)$$

Ограничиваясь приведенным (далеко не исчерпывающим) перечнем примеров **КО** систем СДЦ, сравним их робастность к сглаживанию **ИХ** накопителя (параметрам матрицы сглаживания).

В роли матриц сглаживания **D** будем использовать введенные в п. 2.2.1 диагональные матрицы распределений Хемминга и Ханна с элементами (2.12). Нормированные **ЭЧХ** «сглаженных» фильтров-накопителей различного размера  $M$ , настроенных на частоту  $f_S = 0$ , показаны на рис. 2.10.

Из-за более быстрого спадания уровня боковых лепестков **ЭЧХ** распределение Ханна далее называется «сильно сглаживающим», в противовес распределению Хемминга, называемому «слабо сглаживающим».

## 3.3. Предельные возможности квазиоптимальных систем МПО

Как и ранее, под предельными понимаются показатели качества анализируемых систем СДЦ в гипотетических условиях известных **КМ ПП**.

### 3.3.1. Базовая структура

**A.** На рис. 3.9 показаны потери  $\chi(f_S)$  базовых структур (рис. 3.5) с распределениями Хемминга и Ханна для «хороших» и «плохих» **АР ПП**. При несглаженном накопителе (3.7) эти структуры оптимальны – их потери равны 0 дБ (не показаны на рисунке).

Здесь и далее в разделе, за исключением специально оговоренных слу-

чаев, результаты сглаживающих распределений Хемминга и Ханна и равномерного (в отсутствии сглаживания) показываются штрих-пунктирными, сплошными и штриховыми линиями соответственно. Кроме того, как и в разд. 2, соответствующие кривые могут быть подписаны «ХМ», «ХН» и «Ф».

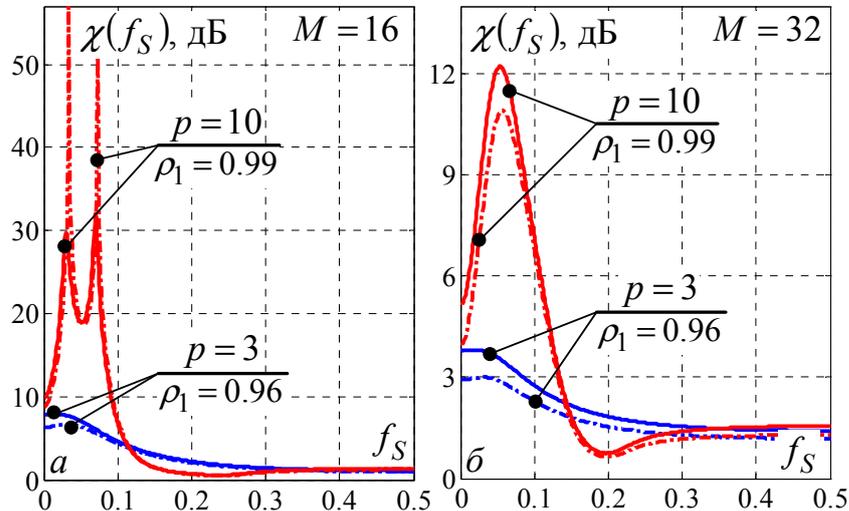


Рис. 3.9 – Потери **ОСПШ** базовой структуры **МПО** ( $\eta = 50$  дБ)

Как видно из рисунка при малой пачке (*a*) для «хороших» **АР ПП** с круто спадающими спектрами ( $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ) в окрестности слепой скорости потери могут превышать 45 – 50 дБ. С увеличением пачки (*б*) они уменьшаются, но остаются достаточно большими (более 10 дБ). Поэтому в этой зоне можно пропустить не только слабые сигналы целей с интенсивностью  $\eta_S < \eta$ , что естественно, но и сигналы мощных целей  $\eta_S > \eta$  с «надпомеховой» видимостью, которые можно было бы обнаружить и без компенсации **ПП** (за счет автоматической регулировки усиления, не меняющей **ОСПШ**).

В условиях «плохих» **АР-3 ПП** в окрестности слепой скорости эти потери не превышают 8 дБ (*a*) и 4 дБ (*б*). В окрестности оптимальной скорости ( $f_S = 0.5$ ) потери значительно меньше (не превышают 2 дБ).

Проанализируем причины выявленных потерь и их зависимость от формы спектра **ПП**, размерности  $M$  накопителя и частоты его настройки, используя спектральную трактовку операций **МПО** в схемах рис. 3.5 – 3.8.

**Б.** В соответствии с равенством Винера-Хинчина (1.4) и п. 2.2.2 мощность помеховой смеси (3.11б) на выходе накопителя каждой из схем п. 3.2

$$P_{CN \text{ Вых}}(f_S) = \int_{-0.5}^{0.5} s_{\text{Вых}}(f, f_S) df, \quad (3.22a)$$

равна площади под кривой спектра

$$s_{\text{Вых}}(f, f_S) = s(f) \cdot k_{\mathbf{w}}(f, f_S) \approx s_{\mathbf{v}}(f) \cdot k_{\mathbf{z}}(f, f_S), \quad (3.22б)$$

на выходе накопителя с **ИХ**  $\mathbf{q}(f_S) = \{q_\ell(f_S)\}_{\ell=1}^M$  и **ЭЧХ**

$$k_{\mathbf{q}}(f, f_S) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{q}(f_S)|^2, \quad (3.22в)$$

где  $s(f)$  и  $s_{\mathbf{v}}(f)$  – спектры помехи на входе и выходе фильтра с **МИХ**  $\mathbf{T}$ .

В условиях  $\mathbf{T} = \mathbf{\Psi}$  и  $\mathbf{z}(f_S) = \mathbf{x}(f_S)$  мощность помеховой смеси (3.22a) совпадает с мощностью (3.12б) помехи на выходе оптимального обнаружителя сигнала с нормированной доплеровской частотой  $f_S$  и с точностью до постоянного множителя  $M$  воспроизводит функцию, обратную **СФ** Кейпона (2.13) входного **АР**-процесса.

В этих обозначениях мощность сигнала (3.11a) равна

$$P_{S \text{ Вых}}(f_S) = \eta_S \cdot |\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{w}(f_S)|^2 = \eta_S \cdot k_{\mathbf{w}}(f_S, f_S). \quad (3.23)$$

При этом для базовых структур (рис. 3.5) с  $\mathbf{T} = \mathbf{\Psi}$  принципиально различны по потерям, обусловленным сглаживанием, следующие ситуации.

**В. Ситуация №1.** В окрестности частоты  $f = f_S$  максимума **ЭЧХ** накопителя  $k_{\mathbf{z}}(f, f_S)$  значения спектра  $s_{\mathbf{v}}(f)$  **ПП** на выходе фильтра **минимальны**. Очевидно, что в этой ситуации площадь под кривой спектра  $s_{\text{Вых}}(f, f_S)$  (3.22б) и, тем самым, мощность помехи на выходе накопителя, с расширением главного лепестка его **ЭЧХ**  $k_{\mathbf{z}}(f, f_S) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2$  при сглаживании, будет увеличиваться, и тем сильнее, чем выше крутизна (модуль производной) спектра  $s_{\mathbf{v}}(f)$  в окрестности точки  $f = f_S$ , и меньше размер пачки  $M$ .

В базовой схеме рис. 3.5 значения спектра  $s_{\mathbf{v}}(f)$  **ПП** на выходе фильтра минимальны в окрестности частоты  $f_S = 0$  (в окрестности «слепой» скорости цели), поскольку спектр  $s_{\mathbf{v}}(f)$  на выходе фильтра с **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{\Psi}$  примерно обратен спектру  $s(f)$  (см. 2.4.В) исходной помехи [56, 107].

Такая ситуация показана на рис. 3.10. Здесь приведены нормированные на мощность сигнала  $P_{S_{\text{ВЫХ}}}(f_S)$  (3.23) спектры помехи

$$\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S) = s_{\text{ВЫХ}}(f, f_S) / k_w(f_S, f_S) \quad (3.24)$$

на выходе накопителя, настроенного на частоту  $f_S = 0$ , при различных параметрах сглаживания и размерах пачки  $M = 16$  (а, в) и  $M = 32$  (б, г) в условиях сравнительно «плохих» ( $p = 3, \rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ) (а, б) и «хороших» ( $p = 10, \rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ) (в, г) **АР ПП**.

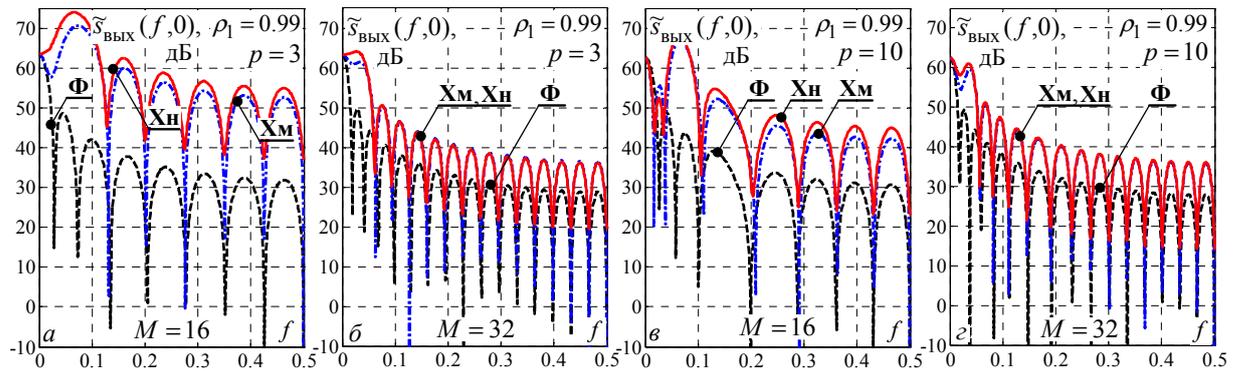


Рис. 3.10 – Нормированные спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, 0)$  на выходе базовой структуры **МПО** ( $\rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ)

Площадь под кривой  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S)$  обратна итоговому **ОСПШ** (3.10), поэтому чем она меньше, тем выше **ОСПШ**.

Видно, что переход от несглаженной (штриховые линии) к «слабо» (штрих-пунктирные линии) и «сильно» (сплошные линии) сглаженным **ИХ** накопителя сопровождается ростом площади под спектрами  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, 0)$  (ростом мощности помехи и уменьшением **ОСПШ**) на его выходе. Это тем заметнее, чем меньше размер пачки  $M$ .

В условиях «хороших» **АР ПП** (в, г) разница площадей выходных спектров при различных параметрах сглаживания больше, чем в условиях «плохих» (а, б), и она заметнее при меньших размерах пачки  $M$ . Такое поведение связано с тем, что в окрестности точки  $f_S = 0$  крутизна спектра  $s_v(f)$ , примерно обратного входному  $s(f)$ , для **АР**-процесса порядка  $p = 10$  выше, чем для  $p = 3$  (см. рис. 1.2). Из-за этого одно и то же расширение **ЭЧХ**  $k_z(f, f_S)$

сильнее увеличивает площадь под кривыми спектров  $s_{\text{ВЫХ}}(f, 0)$  (3.22б) и, тем самым, мощность помехи на выходе накопителя и потери  $\chi(f_S)$ .

**Г. Ситуация №2.** В окрестности частоты  $f_S$  настройки накопителя спектр  $s_v(f)$  помехи на его входе имеет **малую** (в пределе – нулевую) **крутизну**. Такая ситуация соответствует, в частности, области оптимальных скоростей ( $f_S = 0.5$ ).

Пример такой ситуации показан на рис. 3.11. Он рассчитан для условий рис. 3.10, в, г, но здесь накопитель настроен на частоту  $f_S = 0.5$ , в окрестности которой входной спектр помехи  $s(f)$  (см. рис. 1.2, в, г) с приведенными параметрами и, следовательно, обратный ему спектр  $s_v(f)$ , имеют минимальную (близкую к нулю) крутизну.

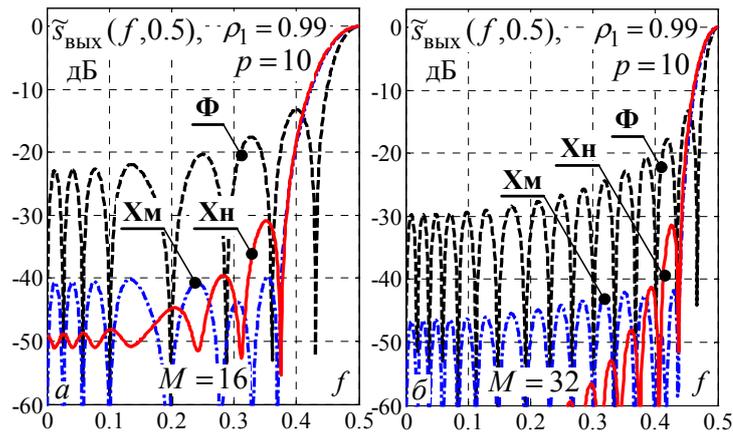


Рис. 3.11 – Нормированные спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, 0.5)$  на выходе базовой структуры **МПО** ( $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Нетрудно показать, что в этом случае мощность сигнала на выходе накопителя примерно пропорциональна значению  $I^{(S)} = \left( \sum_{\ell=1}^M d_{\ell} \right)^2$ , а мощность

помехи –  $I = \sum_{\ell=1}^M d_{\ell}^2$  равна площади под кривой ЭЧХ (2.10) этого накопителя.

Для распределений (2.12а) с параметром  $\alpha$  и (2.12б) они равны

$$I_{\text{XМ}}^{(S)} = ((M + 1) \cdot \alpha - 1)^2, \quad (3.25а)$$

$$I_{\text{XМ}} = (1.5 \cdot M + 2.5) \cdot \alpha^2 - (M + 3) \cdot \alpha + 0.5 \cdot (M + 1). \quad (3.25б)$$

$$I_{\text{ХН}}^{(S)} = M^2, \quad (\text{а}) \quad I_{\text{ХН}} = 1.5 \cdot M. \quad (\text{б}) \quad (3.26)$$

В этом нетрудно убедиться, подставив распределения (2.12) в  $I^{(S)}$ ,  $I$  и приведя тригонометрические слагаемые к табличному ряду [112, (4.4.1.5)]

$$\sum_{i=0}^n \cos(i \cdot x) = \operatorname{cosec}(x/2) \cdot \sin((n+1) \cdot x/2) \cdot \cos(n \cdot x/2),$$

в частном случае  $n = M - 1$  при  $x = 2 \cdot k \cdot \pi / (M - 1)$  и  $x = 2 \cdot k \cdot \pi / M$  ( $k$  – целое число) равному 1 и 0 соответственно.

Отсюда следует, что мощность сигнала (3.26а) на выходе накопителя с распределением Ханна такая же, как и у накопителя без сглаживания  $I_{\Phi}^{(S)} = M^2$ , но мощность помехи (3.26б) в 1.5 раза ( $\approx 1.76$  дБ) больше.

В противоположность этому, мощность помехи (3.25б) на выходе накопителя с распределением Хемминга  $I_{\text{ХМ}} \approx 0.3974 \cdot M - 0.391$  с параметром  $\alpha = 0.54$  меньше площади  $I_{\Phi} = M$  под ЭЧХ невзвешенного накопителя, однако наблюдаемое здесь уменьшение мощности помехи сопровождается опережающим уменьшением мощности сигнала  $I_{\text{ХМ}}^{(S)} = (0.54 \cdot M - 0.46)^2$ , что, в целом, сопровождается потерями **ОСПШ**  $\chi$ . Уровень этих потерь (в дБ) для набора значений  $M$  показан в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Потери **ОСПШ** на выходе сглаженного фильтра накопления  $\chi$ , дБ

Распределение	$M = 8$	$M = 16$	$M = 32$	$M = 64$	$M = 128$
Хемминга (2.12а)	1.75	1.54	1.44	1.39	1.37
Ханна (2.12б)	1.76	1.76	1.76	1.76	1.76

Эти потери базовой структуры в зоне оптимальных скоростей существенно меньше (см. рис. 3.9), чем в зоне слепых (**ситуация №1**).

### 3.3.2. КО СДЦ на основе квазиобращающих фильтров

Более простые, чем базовые (рис. 3.5), структуры (рис. 3.6) с ленточными **МИХ**  $\Psi_b$  (3.19) с шириной ленты  $z \geq 2 \cdot p + 1$  (с ленточными треугольными сомножителями  $\mathbf{H}_b$  с шириной ленты  $zz \geq p + 1$ ) и согласованными (не-

сглаженными) накопителями в условиях мощных ( $\eta \gg 1$ ) **АР-р** **ПП** практически не имеют потерь в **ОСПШ**. Малый уровень потерь в этом случае связан с тем, что для таких **АР** **ПП** сама матрица  $\Psi = \mathbf{R}^{-1}$ , обратная **КМ**, близка к ленточной с шириной ленты  $zz = 2 \cdot p + 1$ , а ее треугольные сомножители в (3.19) – ленточные с шириной ленты  $zz = p + 1$  (см. п. 1.4).

При  $zz \leq p$  потери могут быть больше, однако при отсутствии сглаживания даже для **АР- $\infty$**  с относительной интенсивностью  $\eta < 10^5$  они сравнительно невелики при ширине ленты  $zz \in 3,5$  (двух – четырехкратной между-периодной компенсации помех) [70]. Именно этим можно объяснить широкое распространение компенсационных систем **МПО** с кратностью череспериодного вычитания  $zz - 1 \ll M$ , соответствующее ленточной структуре **МИХ** фильтра подавления помех системы **МПО**.

Однако переход к сглаженным накопителям при  $zz \leq p$  может резко увеличить потери  $\chi(f_S)$ , что наглядно видно из результатов рис. 3.12.

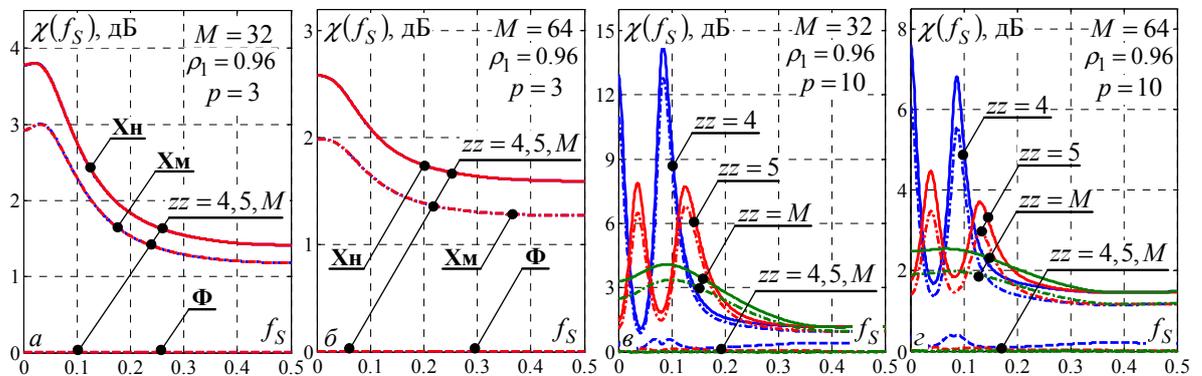


Рис. 3.12 – Потери **ОСПШ** базовой структуры **МПО** с ленточными **МИХ** фильтров подавления ( $\rho_1 = 0.96$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Они соответствуют интенсивным ( $\eta = 50$  дБ) процессам **АР-3** (а, б) и **АР-10** (в, г) с коэффициентом междупериодной корреляции  $\rho_1 = 0.96$  при размере пачек  $M = 32$  (а, в) и  $M = 64$  (б, г) с шириной ленты  $zz = 4, 5, M$ .

Видно, что при  $zz \geq p + 1$  (а, б) и в отсутствии сглаживания (штриховая кривая) потери отсутствуют ( $\chi(f_S) \approx 0$  дБ) и невелики (не превышают 3–4 дБ) при его использовании, независимо от выбранной ширины ленты  $zz$ .

Для **ПП** – процессов **АР-10** при  $zz < p = 10$  и несглаженной **ИХ** накопителя они практически малы уже при  $zz = 4$  и, тем более, при  $zz = 5$ . Но для сглаженных накопителей они в достаточно широкой зоне в окрестности слепой скорости ( $f_S = 0$ ) превышают 6–12 дБ при  $M = 32$  и 3–6 дБ при  $M = 64$ , что значительно выше, чем в базовой структуре ( $zz = M$ ) в тех же условиях.

Механизм роста уровня потерь в этом случае также соответствует «**ситуации №1**», в которой, однако, спектр помехи  $s_v(f)$  на входе накопителя может существенно отличаться от спектра, обратного входному (в рассматриваемом случае – унимодального). При  $zz \leq p$  он может иметь несколько минимумов (см. спектры  $s_{\text{вых}}(f)$  рис. 1.13, в, г), в окрестности которых его крутизна больше, чем при заполненной **МИХ** (3.18). В соответствии с теорией «**ситуации №1**», именно это увеличивает мощность помех на выходе накопителя и, тем самым, потери  $\chi(f_S)$ , по мере степени сглаживания его **ИХ**.

Отсюда следует, что при сглаживании **ИХ** упрощение **МПО** за счет перехода к структуре рис. 3.6 на основе «квазиобращающих» фильтров с ленточными **МИХ** при реально вполне возможных условиях  $zz \leq p$  увеличивает потери  $\chi(f_S)$  и поэтому для практически нецелесообразны.

### 3.3.3. КО СДЦ на основе обеляющих и квазиобеляющих фильтров

А. Переход к **КО** системам рис. 3.7 продиктован желанием обеспечить низкие потери **ОСПШ** при сглаживании, подобные «**ситуации №2**», во всем частотном диапазоне  $f \in -0.5, 0.5$  за счет выравнивая (обеления) спектра  $s_v(f)$  на выходе обеляющего фильтра с **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{H}$  или приближенного выравнивания в «квазиобеляющем» фильтре с ленточной **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{H}_b$ .

Название первого из них связано с преобразованием в нем входного вектора  $\mathbf{u}$  (3.1) в вектор  $\mathbf{t}_u = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}$  с помеховой компонентой  $\mathbf{t} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{y}$  с **КМ**

$$\mathbf{R}_t = \overline{\mathbf{t} \cdot \mathbf{t}^*} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{H}^* = \mathbf{I}_M, \quad (3.27)$$

совпадающей с **КМ**  $M$ -мерного вектора некоррелированных отсчетов стационарного белого шума с постоянным (единичным) значением спектра на

всей частотной оси  $f \in -0.5, 0.5$ . Поэтому фильтр подавления помех с **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{H}$  в схеме рис. 3.7, *a* является обеляющим [1, 56, 107, 110], а схема обработки на его основе, в отличие от схемы рис. 3.5, *a*, по понятной причине называется схемой **без повторного** (двойного) обеления [56, 107]. В условиях интенсивных **АР ПП** так же может называться и схема рис. 3.7, *б*, если ленточная **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{H}_b$  ее в общем случае квазиобеляющего фильтра подавления имеет ширину  $zz > p$ , при которой он весьма близок к обеляющему (см. п.1.3). Второе название схем рис. 3.7 обусловлено тем, что в них, в отличие от схем рис. 3.5, *б* и рис. 3.6, *б* **ИХ**  $\mathbf{z}(f_S)$  накопителя не преобразуется (не корректируется) в обеляющем (квазиобеляющем) фильтре.

Отличия свойств структур рис. 3.7, *a* и рис. 3.5 иллюстрируются рис. 3.13. Здесь в одинаковых условиях показаны нормированные спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{вых}}(f, 0)$  (3.24) на выходе схемы рис. 3.7, *a* (*a*, *б*) и схемы рис. 3.5 (*в*, *г*), воспроизводящие спектры рис. 3.10, *в*, *г*.

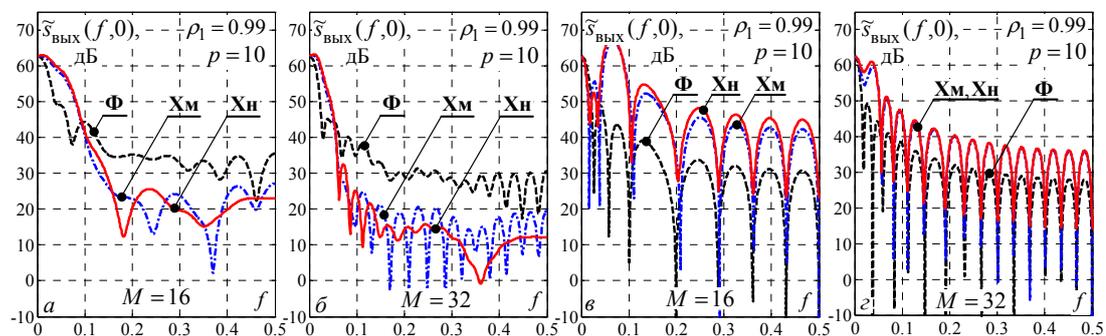


Рис. 3.13 – Нормированные спектры  $\tilde{s}_{\text{вых}}(f, 0)$  на выходе схем **МПО** без повторного обеления (*a*, *б*) и базовой схемы (*в*, *г*) ( $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

В отличие от схем рис. 3.5, сглаживание здесь не увеличивает, а уменьшает площади под соответствующими спектрами  $\tilde{s}_{\text{вых}}(f, 0)$ . Обусловленные сглаживанием потери  $\chi(f_S)$  в целом соответствуют приведенным в табл. 3.1. В зоне слепых скоростей возможны незначительные дополнительные потери, связанные не со сглаживанием, а с подавлением сигнала в этой зоне в процессе обеления помехи.

**Б.** Потери схемы рис. 3.7, *a*, в условиях рис. 3.9, показаны на рис. 3.14.

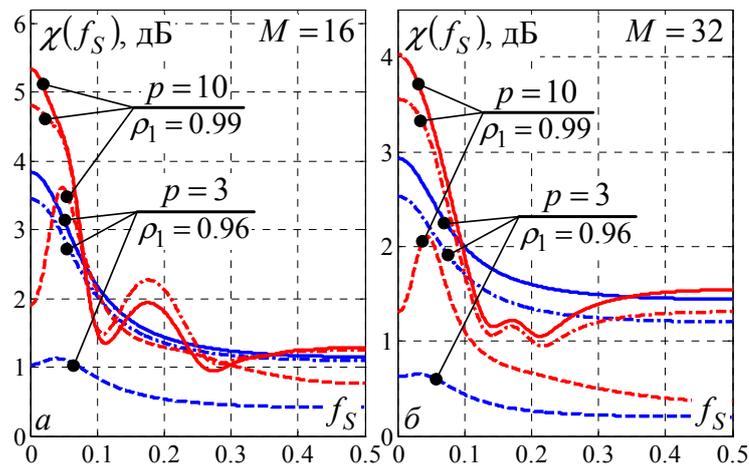


Рис. 3.14 – Потери **ОСПШ** схемы **МПО** без повторного обеления ( $\eta = 50$  дБ)

Из их сравнения видно, что потери **ОСПШ** рассматриваемой структуры при несглаженном накопителе даже при  $M = 16$  (а) не превосходят 4 дБ при  $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.99$  и 1.5 дБ при  $p = 3$ ,  $\rho_1 = 0.96$ , и только в узкой зоне в окрестности слепой скорости. При  $M = 32$  (б) они не превосходят в этой зоне 2.5 и 1 дБ. В связи с этим структура рис. 3.7, а предпочтительнее базовой структуры рис. 3.5 даже при отсутствии сглаживания, поскольку в этом случае небольшие потери в **ОСПШ** могут быть допустимой платой за существенное упрощение обработки.

Это еще более справедливо при сглаживании **ИХ** накопителя. В окрестности слепой скорости даже при «малой» пачке ( $M = 16$ ) и «сильном» сглаживании (сплошные кривые) потери (3.17) не больше 4 дБ при  $\rho_1 = 0.96$  и 5.5 дБ при  $\rho_1 = 0.99$ , и не превосходят 1.5 дБ в зоне оптимальной скорости, что существенно меньше, чем в аналогичных условиях (рис. 3.9) в базовой структуре рис. 3.5.

Важное дополнительное достоинство структуры рис. 3.7, а по сравнению со структурами рис. 3.5 – вытекающее из (3.27) и второго равенства в (3.11б) постоянство мощности помехи на выходе накопителя. Оно позволяет использовать постоянный порог обнаружения при произвольных параметрах **АР ПП** и доплеровском сдвиге частоты сигнала цели. Мощность помехи фиксируется на уровне, зависящем только от известных значений  $M$  и сглаживающего распределения, и получается добавлением (в дБ) к данным

табл. 3.1 значения  $10 \cdot \lg(M)$ .

Подчеркнем, что описанные преимущества в эффективности получаются в структуре рис. 3.7, *а* существенно более простой, чем базовая (рис. 3.5).

**В.** Обработка дополнительно упрощается при переходе к квазиобеляющим фильтрам (рис. 3.7, *б*) с треугольными ленточными **МИХ**  $H_b$  (3.19) с шириной ленты  $zz < M$ . Если при этом  $zz \geq p + 1$ , то в условиях интенсивных **АР ПП** в силу ленточной структуры матрицы  $\Psi_b$  (см. пп. 1.3, 1.4) такое упрощение практически не увеличивает потери **ОСПШ**.

Они появляются при ширине ленты  $zz \leq p$ , когда равенство (3.27) нарушается и спектр помехи на входе накопителя отличается от равномерного, так что возможна «**ситуация №1**». Порожденные этим потери для условий рис. 3.12, *в*, *г* показаны на рис. 3.15.

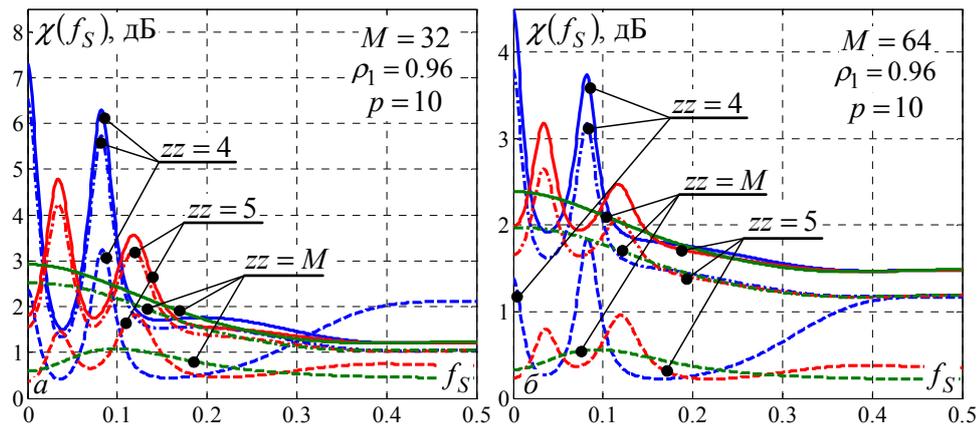


Рис. 3.15 – Потери **ОСПШ** схемы **МПО** без повторного обеления с ленточными **МИХ** фильтров подавления ( $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.96$ ,  $\eta = 50$  дБ)

Из сравнения результатов рис. 3.12, *в*, *г* и рис. 3.15 видно, что уровень потерь в структурах рис. 3.7 существенно меньше, чем в структурах рис. 3.5 и тем более рис. 3.6.

Основной практический вывод, вытекающий из проведенного сравнения, заключается в том, что структуры систем **СДЦ** (рис. 3.7) на основе обеляющих ( $zz = M$ ) и квазиобеляющих ( $zz < M$ ) фильтров подавления помех не только проще систем **СДЦ** (рис. 3.5, 3.6) на основе обрашающих ( $zz = M$ ) и квазиобрашающих ( $zz < M$ ) фильтров, но и принципиально **робастнее** к

сглаживанию **ИХ** накопителя.

### 3.3.4. Квазисогласованная система СДЦ

**А.** На рис. 3.16 для пачек размера  $M = 16$  (*а, в*) и  $M = 64$  (*б, г*) показаны потери квазисогласованной (фильтровой) системы **СДЦ** рис. 3.8 со «все пропускающим» фильтром с **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{I}_M$  (3.21) и схемы рис. 3.7, *а* на основе обеляющего фильтра с **МИХ**  $\mathbf{T} = \mathbf{H}$  (3.20). Они соответствуют «плохим» ( $p = 3, \rho_1 = 0.99$ ) (*а, б*) и «хорошим» ( $p = 10, \rho_1 = 0.99$ ) (*в, г*) **АР ПП**.

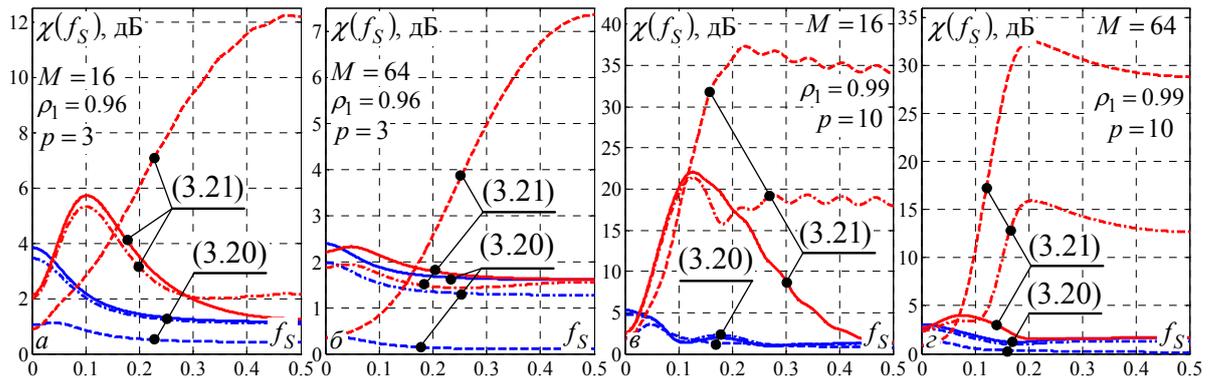


Рис. 3.16 – Потери **ОСПШ** фильтровой **МПО** ( $\eta = 50$  дБ)

Видно, что в окрестности слепой скорости ( $f_S = 0$ ) потери фильтровой обработки малы (не превышают 3 дБ).

В зоне оптимальной скорости ( $f_S = 0.5$ ) потери зависят от степени сглаживания боковых лепестков **ЭЧХ** накопителя (чем «сильнее» сглаживание, тем меньше потери), поэтому здесь фильтр с распределением Ханна наиболее робастный. Приведенные результаты объясняются изменившейся ситуацией.

**Б. Ситуация №3.** Спектр  $s_v(f)$  в окрестности частоты  $f_S \approx 0$  настройки накопителя **максимален**. При этом, как следует из (3.6), (3.22), (3.23)

$$k_w(f, f_S) = k_z(f, f_S) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2, \quad (3.28a)$$

$$P_{S_{\text{ВЫХ}}}(f_S) = \eta_S \cdot k_z(f_S, f_S), \quad (3.28б)$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(f, f_S) = s(f) \cdot k_z(f, f_S). \quad (3.28в)$$

На рис. 3.17 показаны спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S)$  на выходе накопителя размер  $M = 64$ , настроенных на слепую (*а*) и оптимальную (*б*) скорости в условиях «плохих» **АР ПП** ( $p = 3, \rho_1 = 0.99, \eta = 50$  дБ).

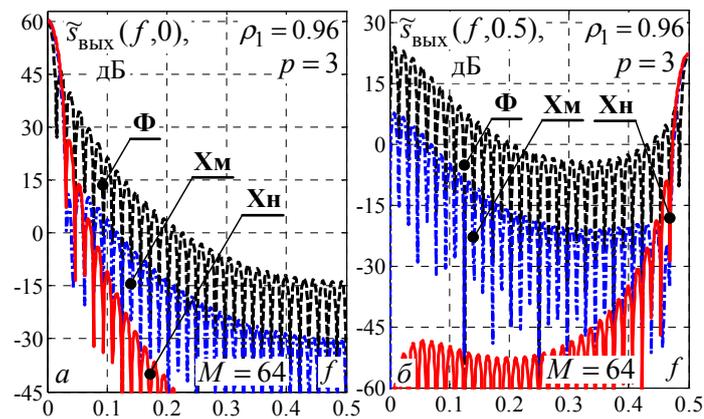


Рис. 3.17 – Нормированные спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S)$  на выходе квазисогласованной схемы МПО ( $M = 64$ ,  $p = 3$ ,  $\rho_1 = 0.96$ ,  $\eta = 50$  дБ)

В этих условиях ЭЧХ фильтра-накопителя (рис. 2.10) заметно уже спектра ПП (рис. 1.2,  $z$ ), в связи с чем на выходе накопителей, настроенных на слепую скорость ( $a$ ), соотношения мощностей помех и полезных сигналов и потери  $\chi(f_S)$  здесь близки к потерям в ситуации №2.

В накопителях, настроенных на оптимальную скорость ( $b$ ), соотношение мощностей полезных сигналов, как следует из (3.28б), остается тем же, но площадь под кривой спектра  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S)$  на выходе несглаженного накопителя существенно больше, чем на выходах сглаженных из-за существенно меньшего уровня боковых лепестков ЭЧХ последних в зоне гребня спектра помехи. В связи с этим потери  $\chi(f_S)$  в несглаженном накопителе могут быть заметно больше, чем в сглаженных.

На рис. 3.18 приведены аналогичные зависимости, но для «противоположных» условий (АР-10 ПП с  $\rho_1 = 0.99$ ), в которых ширина ЭЧХ накопителя размера  $M = 16$  больше ширины спектра помехи.

В этом случае площадь под кривой спектра  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, 0)$  ( $a$ ) слабо зависит от ширины этой ЭЧХ и, следовательно, при сглаживании ИХ мощность помехи на выходе накопителя изменяется примерно так же, как мощность полезного сигнала. Поэтому потери критерия  $\chi(f_S)$  в окрестности слепой скорости ( $f_S = 0$ ) здесь малы при любой степени сглаживания и существенно меньше, чем в значительно более сложной базовой структуре (рис. 3.5).

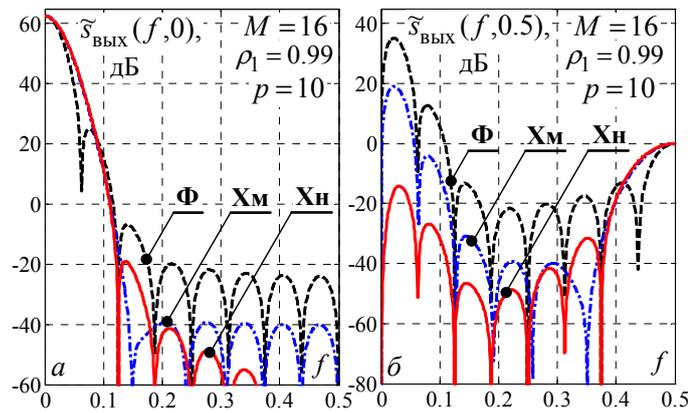


Рис. 3.18 – Нормированные спектры помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, f_S)$  на выходе квазисогласованной схемы МПО ( $M = 16$ ,  $p = 10$ ,  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\eta = 50$  дБ)

В условиях рис. 3.18, б площадь под кривыми спектров помехи  $\tilde{s}_{\text{ВЫХ}}(f, 0.5)$  на выходе накопителей с МИХ  $\mathbf{T} = \mathbf{I}_M$  (рис. 3.8), настроенных на оптимальную скорость, тем меньше, чем сильнее сглаживание. Это связано с существенно меньшим уровнем боковых лепестков соответствующих ЭЧХ в зоне  $f_S \approx 0$  гребня спектра помехи, препятствующих «просачиванию» ее спектральных составляющих на выход сглаженного накопителя (см. п. 2.2.1.В). В структуре рис. 3.7 функцию «препятствия» выполняют фильтры с МИХ  $\mathbf{T} = \mathbf{H}$  (3.20), в связи с чем схема рис. 3.7 в общем случае эффективнее схемы рис. 3.8, особенно при относительно малых размерах пачки  $M$ .

В. На рис. 3.19 в условиях рис. 3.16 показаны выигрыши в ОСПШ  $\Delta\mu(f_S)$  (в дБ) системы без повторного обеления на основе обеляющего ( $zz = M$ ) (а, в) и квазиобеляющего ( $zz = 8$ ) (б, г) фильтров подавления ПП по сравнению с фильтровой системой при размерах пачки  $M = 8, 16, 32, 64$ .

Отметим вначале, что в малой окрестности точки  $f_S = 0$  (при слепой скорости цели) потери системы СДЦ рис. 3.7 незначительно (до 3 дБ) больше потерь фильтровой СДЦ. Причина этого связана с тем, что обеление помехи, сопровождается потерями полезного сигнала такой цели. Однако для целей с отличными от слепых радиальными скоростями система СДЦ без повторного обеления более эффективна, и выигрыш тем больше, чем меньше размер  $M$  накопителя (шире главный лепесток его ЭЧХ).

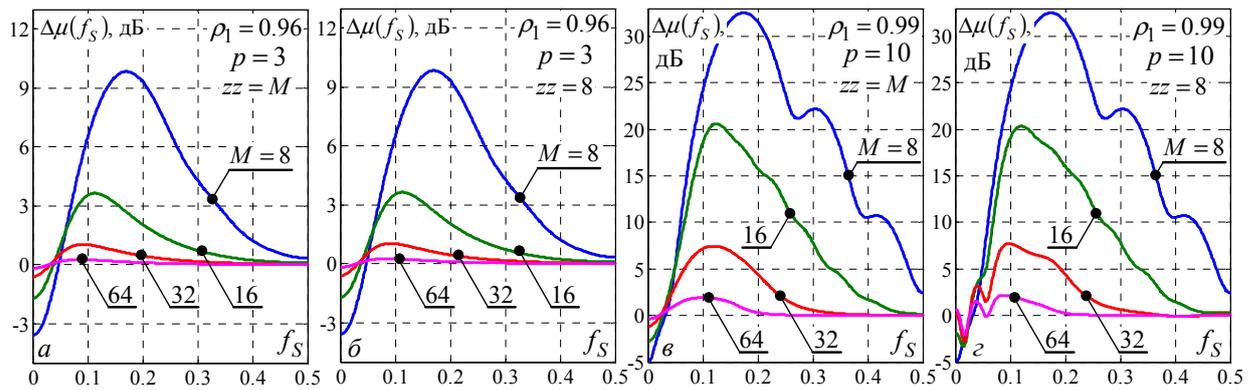


Рис. 3.19 – Выигрыши систем СДЦ рис. 3.7 по сравнению с фильтровой системой СДЦ (рис. 3.8) со сглаживанием Ханна ИХ накопителя ( $\eta = 50$  дБ)

Величина выигрыша различна для «плохих» ( $\approx 10$  дБ) и «хороших» (до 33 дБ) ПП, что связано с более эффективной компенсацией последней. Выигрыш уменьшается по мере приближения к оптимальной скорости ( $f_s = 0.5$ ), поскольку уменьшается влияние помехи, «просачивающейся» по боковым лепесткам ЭЧХ накопителя из зоны слепой скорости. Очевидно, что скорость уменьшения этих выигрышей тем ниже, чем «слабее» сглажена ИХ накопителя и при отсутствии сглаживания может, в принципе, не уменьшаться.

Г. Из анализа результатов рис. 3.19 можно сделать вывод о том, что при «большой» пачке ( $M \geq 64$ ) и «сильном» сглаживании квазисогласованная система СДЦ (рис. 3.8) может быть предпочтительнее более сложных структур (рис. 3.7) на основе обеляющих или квазиобеляющих фильтров. Однако при решении этого вопроса необходимо учитывать следующее.

1. Фильтровая система СДЦ линейна и имеет постоянные параметры, не зависящие от параметров входных воздействий. Поэтому изменение (в частности, рост) мощности помехи на входе сопровождается таким же ростом ее мощности на выходе.

Системы СДЦ рис. 3.5 – 3.7 являются параметрическими. Их параметры зависят от параметров входных воздействий. Поэтому характер изменения мощности помехи на входе и выходе может различаться. В этих условиях линейная фильтровая обработка может быть более чувствительной к изменению мощности помех, чем обработка в параметрических схемах МПО.

Такая ситуация показана на рис. 3.20 и рис. 3.21. Здесь воспроизведены условия рис. 3.16, *в*, *г*, и рис. 3.19, *а*, *в*, но относительная интенсивность  $\eta$  «хороших» **АР ПП** увеличена на 20 дБ ( $\eta = 70$  дБ).

Видно, что по сравнению с условиями рис. 3.16, *в*, *г* потери в схеме рис. 3.7, *а* с **МИХ Т = Н** (3.20) практически не изменились, тогда как в схеме рис. 3.8 с **МИХ Т = I<sub>М</sub>** (3.21) они резко возросли, а вместе с ними вырос и выигрыш (рис. 3.21, *б*) параметрической системы **СДЦ**.

2. Возможны, однако, условия, при которых рост мощности помехи одинаково изменяет эффективность как линейных непараметрических (с постоянными параметрами), так и параметрических систем **СДЦ**. Таковы, в частности, условия рис. 3.16, *а*, *б* и рис. 3.21, *а* «плохих» **АР ПП**, в которых потери при любых  $\eta > 50$  дБ остаются такими же, как и при  $\eta = 50$  дБ, как и выигрыш (рис. 3.21, *а*) системы **СДЦ** без повторного обеления.

3. Различия робастности сравниваемых схем **МПО** к изменению относительной интенсивности  $\eta$  «плохих» и «хороших» **АР ПП** легко пояснить, анализируя связанное с этим изменение спектра (совокупности с.ч. [67–69]) **КМ R** смеси собственного шума и внешних **АР ПП**.

На рис. 3.22 для различных значений  $M = 8, 32, 64, 128$  показаны упорядоченные по величине с.ч.  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$  (в дБ) матрицы **R** помеховой смеси при  $\eta = 50$  дБ и  $\eta = 70$  дБ в условиях «плохих» (штриховые кривые) и «хороших» (сплошные кривые) **ПП**.

Видно, что в условиях «плохих» **АР ПП** (рис. 3.16, *а*, *б*) для всех с.ч. справедливы приближенные неравенства  $\lambda_\ell \gg 1$ ,  $\ell \in 1, M$  в силу которых **КМ R** (1.9) допускает приближенное представление

$$\mathbf{R} \approx \eta \cdot \mathbf{\Theta}, \quad \mathbf{\Psi} = \mathbf{R}^{-1} \approx \eta^{-1} \cdot \mathbf{\Theta}^{-1} = \eta^{-1} \cdot \mathbf{\Omega}. \quad (3.29)$$

В этом случае при квазисогласованной обработке **ОСПШ** (3.11в) равно

$$\mu(f_S) = \frac{\eta_S}{\eta} \cdot \frac{|\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2}{\mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{\Theta} \cdot \mathbf{z}(f_S)}, \quad (3.30a)$$

а при оптимальной обработке

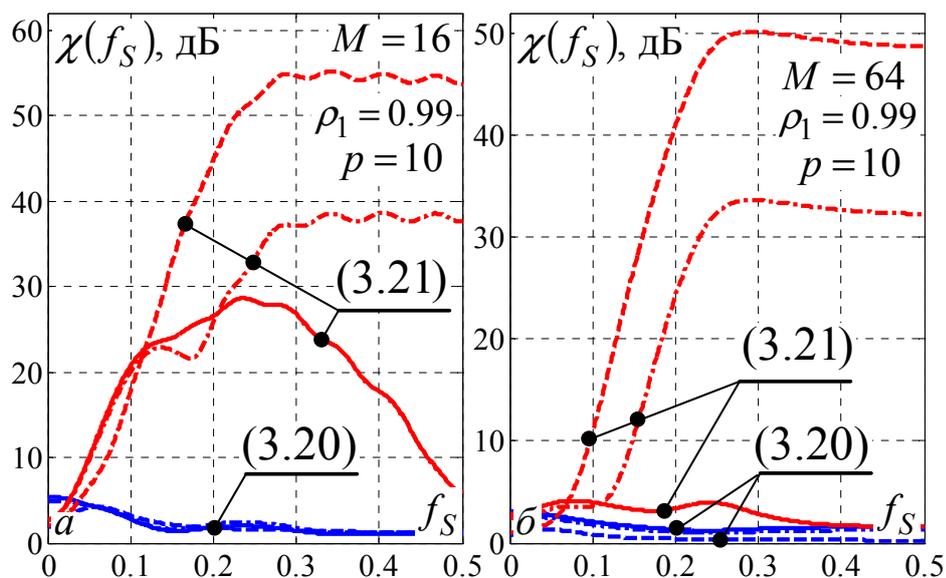


Рис. 3.20 – Потери ОСПШ фильтровой МПО (3.21)  
( $p = 10, \rho_1 = 0.99, \eta = 70$  дБ)

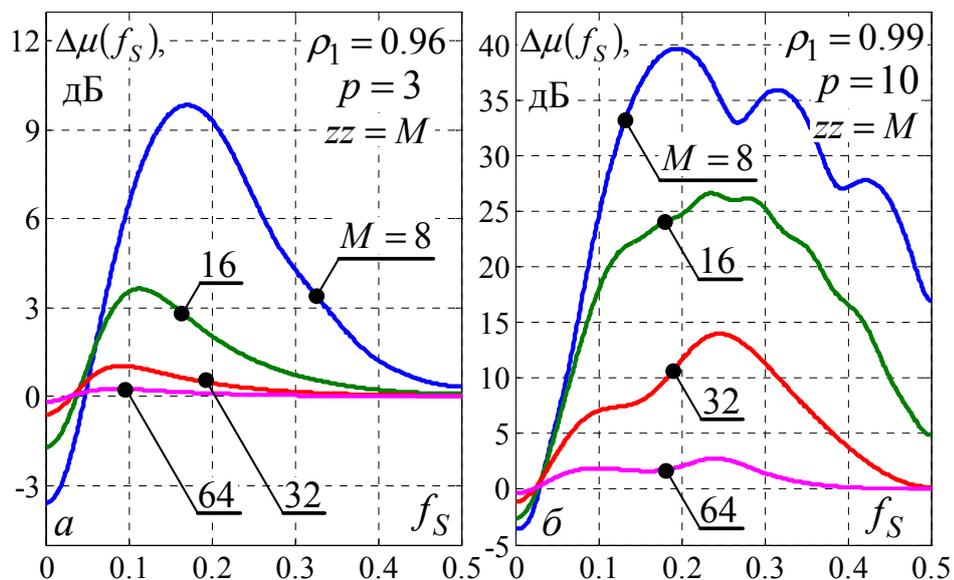


Рис. 3.21 – Выигрыши в ОСПШ системы без повторного обеления на основе  
у фильтровой системы МПО ( $\eta = 70$  дБ)

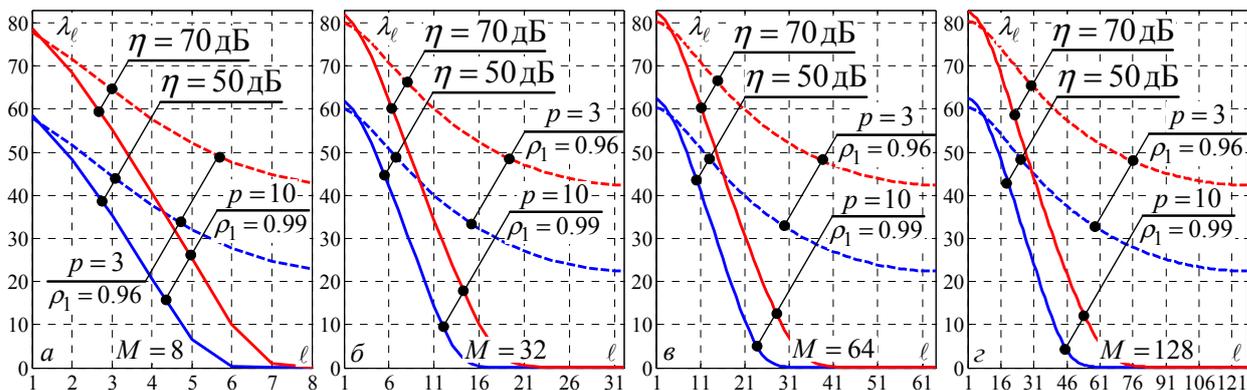


Рис. 3.22 – Спектры собственных чисел КМ АР III

$$\mu_{\max}(f_S) = (\eta_S/\eta) \cdot \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{x}(f_S). \quad (3.30б)$$

Отношение этих **ОСПШ** не зависит от значения  $\eta$ , поэтому в условиях рис. 3.16, *а, б* потери (3.30б) для  $\eta = 50$  дБ не меняются при любых  $\eta > 50$  дБ.

Для условий рис. 3.16, *в, г* «хороших» **АР ПП** равенства  $\lambda_\ell \approx 1$  справедливы только для ограниченного числа  $m < M$  с.ч., в связи с чем равенства (3.29), (3.30) неприменимы. Для оценки влияния относительной мощности  $\eta$  внешних помех в этом случае запишем потери (3.17) фильтровой обработки (3.21), используя (3.6), (3.11в), (3.13), в виде

$$\chi(f_S) = \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f_S) \cdot \mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{z}(f_S) / |\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2 = \varphi_1(f_S) \cdot \varphi_2(f_S),$$

$$\varphi_1(f_S) = \frac{\mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{z}(f_S)}{\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}(f_S)} \cdot \frac{|\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)|^2}{|\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{z}(f_S)|^2}, \quad (3.31)$$

$$\varphi_2(f_S) = \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f_S) \cdot \mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}(f_S) / |\mathbf{x}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)|^2.$$

Определяющую роль в зависимости этих потерь от  $\eta$  играет поведение функции  $\varphi_2(f_S)$ , для которой справедливо неравенство Канторовича [113]

$$\varphi_2(f_S) \leq 4^{-1} \cdot (\sqrt{\lambda_1/\lambda_M} + \sqrt{\lambda_M/\lambda_1})^2. \quad (3.32)$$

Отсюда следует, что верхняя граница потерь (3.17) квазисогласованной обработки рис. 3.8 определяется отношением максимального  $\lambda_1$  и минимального  $\lambda_M$  с.ч. матрицы **R**.

Для «плохих» **АР ПП** это отношение, как видно из рис. 3.22, рис. 3.21, *а*, с ростом  $\eta$  не меняется, в связи с чем верхняя граница потерь (3.17) квазисогласованной обработки при  $\eta > 50$  дБ такая же, как и при  $\eta = 50$  дБ.

В условиях «хороших» **АР ПП** переход от  $\eta = 50$  дБ к  $\eta = 70$  дБ на столько же (в дБ) увеличил максимальное с.ч.  $\lambda_1$ , но практически не изменил минимальное с.ч.  $\lambda_M$ . Для таких **АР ПП** верхняя граница (3.31) потерь (3.17) увеличивается (в дБ) на столько же, на сколько увеличилось значение  $\eta$ , что и объясняет результаты рис. 3.20.

Таким образом, выбор простейшей фильтровой системы **СДЦ** (рис. 3.8)

может быть обоснованным в условиях «плохих» **ПП** и доступности когерентных пачек полезных сигналов такого размера  $M$ , при котором ширина **ЭЧХ** когерентного накопителя существенно меньше ширины спектра этих помех. Для большинства многорежимных обзорных РЛС и пачек сравнительно небольшого размера  $M \leq 32$  (см. табл. 2.1) потенциально более эффективны и универсальны системы **СДЦ** рис. 3.7 на основе обеляющих (квазиобеляющих) фильтров подавления помех, среди рассмотренных параметрических систем **СДЦ** наиболее робастные к сглаживанию **ИХ** накопителя.

Д. Приведенные количественные оценки эффективности и робастности к сглаживанию рассмотренных **КО** систем **МПО** характеризуют их предельные возможности в гипотетической ситуации известных статистических характеристик (**КМ**) входных воздействий. В реальной «адаптивной» ситуации определяющую роль играет робастность их адаптивных разновидностей к неизбежной конечности объема обучающей выборки помех, доступной для формирования оценок их априори неизвестных параметров.

Для рекомендуемой системы **СДЦ** (рис. 3.7) эта задача решается ниже в математическом эксперименте. Ее полунатурные исследования и сравнение с фильтровой системой **СДЦ** одной из действующих РЛС с использованием записей реальных отражений проводятся в следующем разделе.

#### **3.4. Адаптивные КО системы СДЦ на основе обеляющих и квазиобеляющих фильтров**

А. Важнейшим показателем адаптивных систем **СДЦ**, предназначенных для работы в априори неизвестной и динамично меняющейся помеховой обстановке, является их быстродействие. Оно характеризуется объемом обучающей выборки, используемой для оценки априори неизвестных параметров **ПП**, при котором потери эффективности обработки по выбранному критерию не превысят допустимой величины по сравнению с ее «предельными» значениями в той же ситуации.

Для систем обработки с заданной структурой быстродействие определяется качеством используемой оценки априори неизвестных параметров вход-

ных воздействий. Оно существенно зависит от полноты и корректности учета возможной априорной информации об их специфике, в частности, о специфике структуры **КМ** гауссовых **ПП**, уменьшающей размерность вектора параметров, оцениваемого на этапе адаптации.

Как неоднократно упоминалось выше, **КМ** стационарных по азимуту в пределах ширины луча антенны помех в режиме зондирования пространства с постоянными временными интервалами, теоретически является теплицевой. Многочисленные натурные эксперименты [28, 104, 63–66] показывают, что в современных РЛС с цифровой обработкой сигналов «гипотеза теплицевости» **КМ** **ПП** в этом режиме может считаться справедливой не только теоретически, но и практически. Об этом свидетельствуют, в частности, результаты полунатурных экспериментов, описываемых в следующем разделе.

**Б.** Замкнутое выражение оценки максимального правдоподобия теплицевой **КМ**, полностью учитывающее ее специфику, к настоящему времени не получено [96]. Разработано множество существенно неравноценных приближений к ней, обзор и анализ которых содержится в Приложении А [149]. В нем показано, что лучшими из рассмотренных 14 методов оценивания являются алгоритмы Берга **11**<sup>0</sup> и **13**<sup>0</sup>, используемые ниже при формировании случайных оценок  $\hat{\mathbf{H}}$  и  $\hat{\mathbf{H}}_b$  нижних треугольных **МИХ** **H** и **H<sub>b</sub>** адаптивных **КО** систем **СДЦ** на основе обеляющих и квазиобеляющих фильтров подавления помех (рис. 3.7), далее для краткости называемых **АСДЦ**.

В этих условиях оценочное **ОСПШ**

$$\hat{\mu}(f_S) = \eta_S \cdot |\hat{\mathbf{w}}^*(f_S) \cdot \mathbf{x}(f_S)|^2 / \hat{\mathbf{w}}^*(f_S) \cdot \mathbf{R} \cdot \hat{\mathbf{w}}(f_S), \quad \hat{\mathbf{w}}(f_S) = \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{z}(f_S), \quad (3.33)$$

также случайно, в связи с чем для оценки потерь  $\chi(f_S)$  (3.17) используется среднее значение (3.33), полученное по множеству ( $NA = 500$ ) испытаний.

**В.** На рис. 3.23 показаны расчетные семейства потерь **ОСПШ** (3.17) **АСДЦ** на основе оценок **11**<sup>0</sup> и **13**<sup>0</sup> матриц  $\hat{\mathbf{H}}$  и  $\hat{\mathbf{H}}_b$  в условиях рис. 3.16 при размерах пачки  $M = 16$  ( $a=2$ ) и  $M = 64$  ( $d=3$ ).

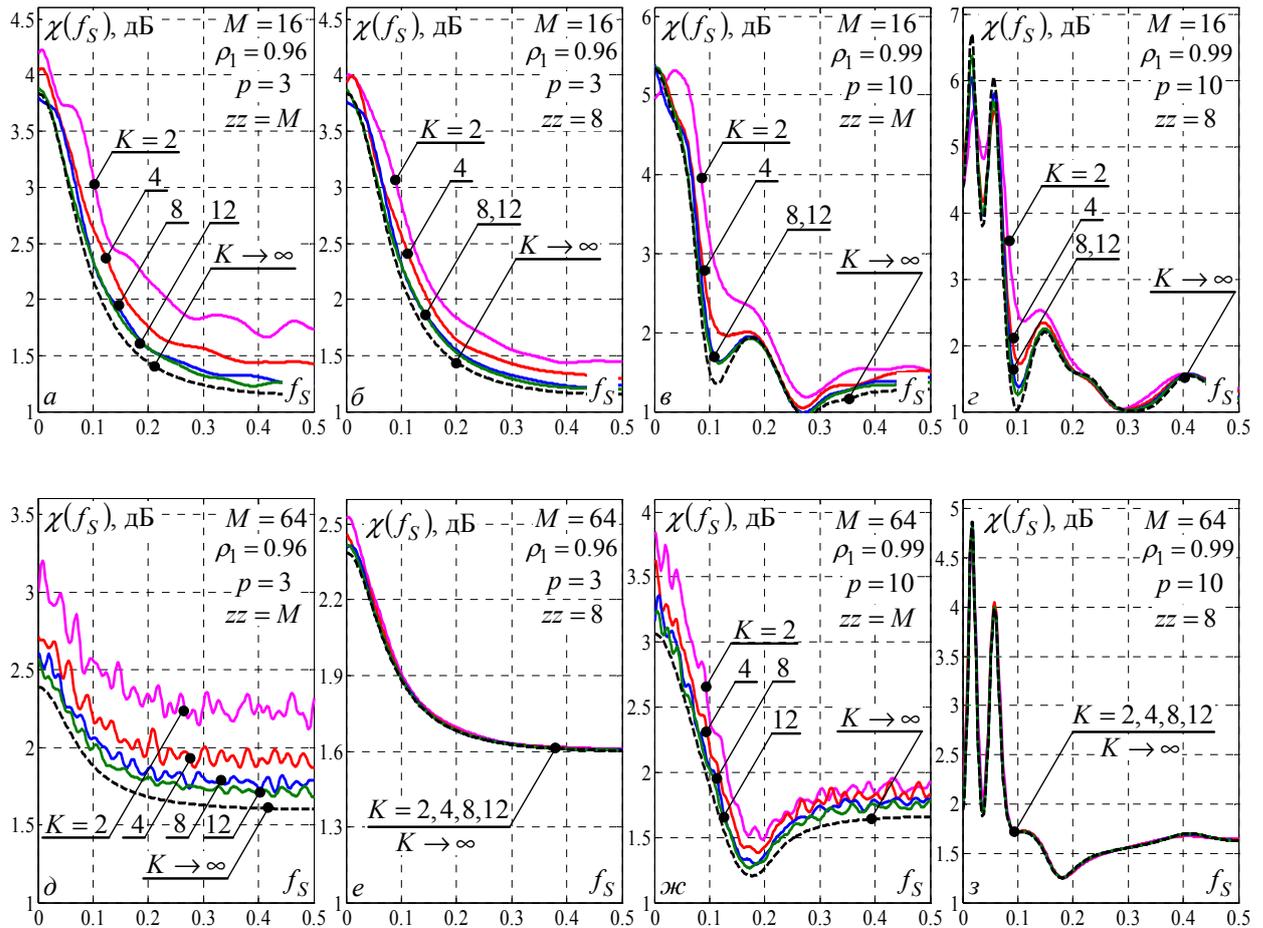


Рис. 3.23 – Потери ОСПШ АСДЦ без повторного обеления на основе оценок Берга  $11^0$  (а, в, д, ж) и  $13^0$  (б, г, е, з) при размерах пачки  $M = 16$  (а – г) и  $M = 64$  (д – з) ( $\eta = 50$  дБ)

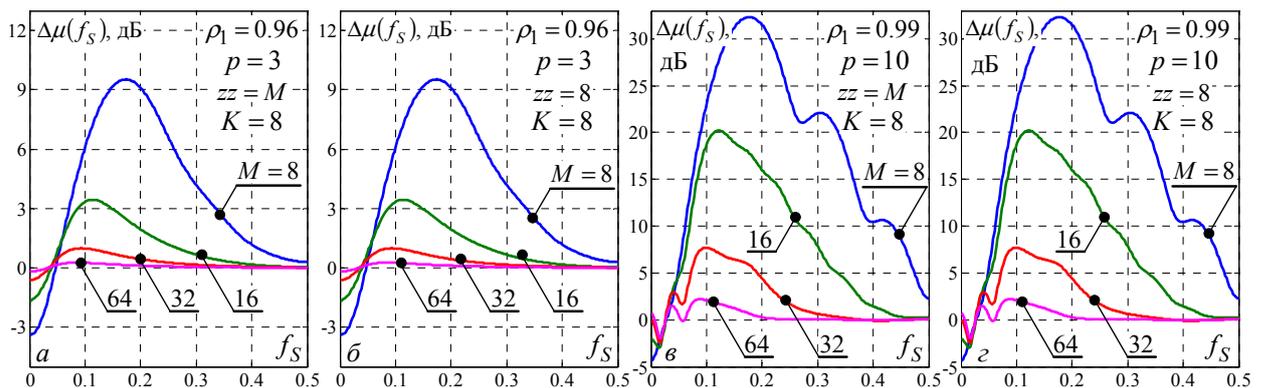


Рис. 3.24 – Выигрыши в ОСПШ системы без повторного обеления на основе алгоритма Берга  $11^0$  (а, в) и  $13^0$  (б, г) по сравнению с квазисогласованной системой с распределением Ханна ( $\eta = 50$  дБ)

Параметром семейств служит объем обучающей выборки  $K \leq 12$  (сплошные кривые), значению  $K \rightarrow \infty$  (штриховые кривые) соответствует «предельная» ситуация точных **МИХ Н** и **Н<sub>b</sub>**.

Видно, что во всех случаях при  $K \geq 4$  потери не превышают 0.5 дБ по сравнению с «предельными», и уже при  $K = 8$  практически совпадают с ними. При этом оценка  $\mathbf{13}^0$  ( $\delta, \varepsilon, e, \varepsilon$ ) достигает «предельных» значений потерь при выборке даже меньшего объема ( $K = 2 - 4$ ), что согласуется с выводами [149] и приложения А.

Эффективность рекомендуемой системы **СДЦ** (рис. 3.7) уже при  $K = 8$  выше эффективности фильтровой (рис. 3.8). Об этом свидетельствуют зависимости выигрыша  $\Delta\mu(f_S)$ , показанные на рис. 3.24 в условиях рис. 3.19.

Эти зависимости очень близки к зависимостям рис. 3.19, что свидетельствует о высоком быстродействии и робастности **АСДЦ** (рис. 3.7,  $\delta$ ) на основе оценок Берга  $\mathbf{11}^0, \mathbf{13}^0$ , которая и рекомендуется для практического использования в импульсных РЛС в режиме постоянного интервала зондирования. При возбуждении этих интервалов (нетеплицевости **КМ**) наиболее приемлемы адаптивные системы **СДЦ** с той же структурой (рис. 3.7,  $\delta$ ), в которых для оценки  $\hat{\mathbf{N}}_b$  нижних треугольных ленточных **МИХ Н<sub>b</sub>** используется комбинированный алгоритм  $K$ -ранговой модификации [155, 157], кратко описываемый в следующем разделе.

### 3.5. Краткие итоги раздела

Раздел посвящен анализу устойчивости (робастности) квазиоптимальных (**КО**) систем **СДЦ** когерентных сигналов на фоне гауссовых пассивных помех (**ПП**) к сглаживанию импульсной характеристики (**ИХ**) когерентного накопителя импульсов прямоугольной пачки полезного сигнала на выходе фильтра подавления помехи.

Критерием робастности служат потери отношения сигнал/(помеха + шум) (**ОСПШ**) при сглаживании по сравнению с его значением на выходе линейной части оптимальной системы. Они зависят от структуры **КО** систем

СДЦ, параметров ПП и доплеровского сдвига частоты полезного сигнала движущейся цели, и в рассматриваемых условиях полностью определяет основные статистические характеристики обработки – условные вероятности ложной тревоги  $F$  и правильного обнаружения  $D$ . Основные результаты раздела сводятся к следующему.

1. Показано, что в гипотетической ситуации точно известных корреляционных матриц (КМ) ПП, аппроксимируемых АР процессами с выбранными параметрами, «сглаживание» окнами Хемминга или Ханна ИХ накопителя базовой (оптимальной – в отсутствии «сглаживания») схемы ведет к большим потерям выбранного критерия (до 5 дБ при относительно больших размерах ( $M = 64$ ) пачки импульсов и до 55 дБ – при малых ( $M = 16$ )).

2. Проанализирован набор КО систем СДЦ, полученных последовательным упрощением базовой структуры. Это упрощение сводится к замене фильтров подавления помехи с «оптимальной» МИХ  $T = \Psi = H^* \cdot H$ , обратной КМ ПП  $R$ , фильтрами с другими матричными ИХ (МИХ). В частности, квазиобращающими фильтрами (с  $M \times M$  МИХ  $T = \Psi_b = H_b^* \cdot H_b$  с нижней треугольной ленточной матрицей  $H_b$  с шириной ленты  $zz < M$ ); обеляющими (с МИХ  $T = H$  с «заполненной» матрицей  $H$ ) и квазиобеляющими (с МИХ  $T = H_b$ ) фильтрами; «все пропускающим» (с МИХ  $T = I_M$ ) фильтром. Оценены потери в ОСПШ рассмотренных КО систем СДЦ при сглаживании ИХ когерентного накопителя в гипотетических условиях известной КМ ПП.

3. Разработана теория «трех ситуаций», объясняющая зависимость этих потерь каждой из схем от доплеровского сдвига частоты полезного сигнала относительно доплеровской частоты гребня спектра ПП.

4. По результатам сравнительного анализа к практическому использованию в РЛС рекомендована адаптивная система СДЦ на основе квазиобеляющих фильтров, более эффективная и, одновременно, более простая, чем базовая система СДЦ на основе обращающих или обеляющих фильтров.

5. Оценено быстроедействие адаптивного варианта рекомендованной

структуры, в которой взамен априори неизвестной **МИХ**  $\mathbf{H}_b$  используется ее оценка  $\hat{\mathbf{H}}_b$ , полученная по алгоритмам Берга **11**<sup>0</sup>, **13**<sup>0</sup>. В математическом эксперименте с моделями **АР ПП** показано, что соответствующие адаптивные системы **СДЦ** в режиме постоянных интервалов зондирования обладают рекордным быстродействием и потому могут рекомендоваться для внедрения в существующие и перспективные импульсные РЛС.

Обоснованность этих практических рекомендаций дополнительно проверяется результатами полунатурных экспериментов с записями реальных отражений действующих РЛС, описываемыми в следующем разделе.

Основные результаты раздела опубликованы в работах автора [146–152].

## РАЗДЕЛ 4

### КОМБИНИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ МПО НА ОСНОВЕ АДАПТИВНЫХ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ

Рассмотренные в предыдущих разделах задачи «разрешения-воспроизведения» непрерывных спектров междупериодных флуктуаций отражений и «разрешения-обнаружения» движущихся точечных целей на их фоне являются важнейшими задачами систем **МПО** импульсных РЛС различного назначения. Из-за различия их итоговых алгоритмов эти задачи обычно решаются различными подсистемами **МПО**, в реальных условиях априорной неопределенности – их адаптивными аналогами. В этих аналогах априори неизвестные параметры входных воздействий заменяются их состоятельными оценками, формируемыми по классифицированным обучающим выборкам конечного объема. В частном, но весьма типичном для практики случае справедливости гауссовой аппроксимации входных воздействий оцениваются параметры, определяющие их **КМ** или матрицу, обратную **КМ**. Соответствующие функции этих оценок определяют как **СФ** адаптивных «сверхразрешающих» систем «разрешения-воспроизведения», так и **ППС** адаптивных систем «разрешения-обнаружения», решающих задачу **СДЦ** (см. разд. 1–3).

Это создает предпосылки для «экономного» построения унифицированных **комбинированных** адаптивных систем (**КАС**) **МПО**, в которых **СФ** методов **СО** и **ППС** систем **СДЦ** являются **различными** функциями одной и той же оценочной **КМ**, определяющие параметры которой формируются **общей** для обеих задач подсистемой их оценивания.

Связанные с этим вопросы, анонсированные во Введении, рассматриваются в данном разделе, организованном следующим образом.

В п. 4.1 рассматриваются принципы построения **КАС МПО** и обосновываются рациональные способы ее практической реализации. В п. 4.2 предлагаемая **КАС МПО** испытывается в полунатурном эксперименте по записям сигналов действующей РЛС.

#### 4.1. КАС МПО сигналов импульсных РЛС

А. Конкретизируем структуру **КАС МПО** импульсной РЛС, в которой в реальных условиях параметрической априорной неопределенности решаются задачи воспроизведения непрерывных спектров отражений от протяженных источников и обнаружения точечных воздушных целей на их фоне.

Сравнительный анализ различных методов **СО** в разд. 1, 2 показал целесообразность практического решения первой задачи на основе «промежуточного» (**МЭ-МД**) метода **СО** с **СФ** (2.58)

$$\hat{s}_{\text{INT}}(f) = M_e \left/ \sum_{m=\chi \cdot M}^M |p_m(f)|^2 \right., \quad M_e = M \cdot (1 - \chi) + 1, \quad \chi \in 1/M, 1, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{p}(f) = \{p_m(f)\}_{m=1}^M = \hat{\mathbf{H}}_b \cdot \mathbf{x}(f),$$

где, как и ранее,  $\hat{\mathbf{H}}_b$  – нижний треугольный  $M \times M$  корень Холецкого (1.60б) ленточной матрицы  $\hat{\Psi}_b$ , которой аппроксимируется матрица, обратная используемой оценке  $\hat{\mathbf{R}}$  априори неизвестной **КМ**  $M$ -мерной пачки  $\mathbf{u}$  смеси отражений от протяженных источников и собственного шума приемника.

Для решения второй задачи в типичных условиях когерентных накопителей с «сильно сглаженной» **ИХ** (2.12б) в разд. 3 рекомендована адаптивная система **СДЦ** (рис. 3.7), формирующая **ППС** вида

$$\hat{\varepsilon}_{QW}(f_S) = |\mathbf{z}^*(f_S) \cdot \hat{\mathbf{H}}_b \cdot \mathbf{u}|^2 = |\mathbf{z}^*(f_S) \cdot \mathbf{v}_u|^2, \quad \mathbf{v}_u = \hat{\mathbf{H}}_b \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{z}(f_S) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(f_S) \quad (4.2)$$

на основе квазиобеляющих (*quasi-whitening*) фильтров с теми же **МИХ**  $\hat{\mathbf{H}}_b$ .

Наиболее сложные операции в (4.1), (4.2) связаны с оценкой по обучающей выборке параметров, определяющих матрицу  $\hat{\mathbf{H}}_b$ , общую для обеих решаемых задач.

Эта общность используется в **КАС МПО**, в которой разные статистики (4.1), (4.2) формируются на основе единого квазиобеляющего фильтра с ленточной нижней треугольной **МИХ**  $\hat{\mathbf{H}}_b$ .

Возможны различные, в общем случае неравноценные, структуры фильтров с такой **МИХ**. Сопоставим кратко некоторые их известные разновидности [170].

### 4.1.1. Квазиобезляющие фильтры с ленточными МИХ

А. На рис. 4.1 показаны примеры двух фильтров с треугольными ленточными МИХ порядка  $M = 6$  с шириной ленты  $zz = 3$ , очевидным образом обобщаемые на произвольные  $M$  и  $zz < M$ .

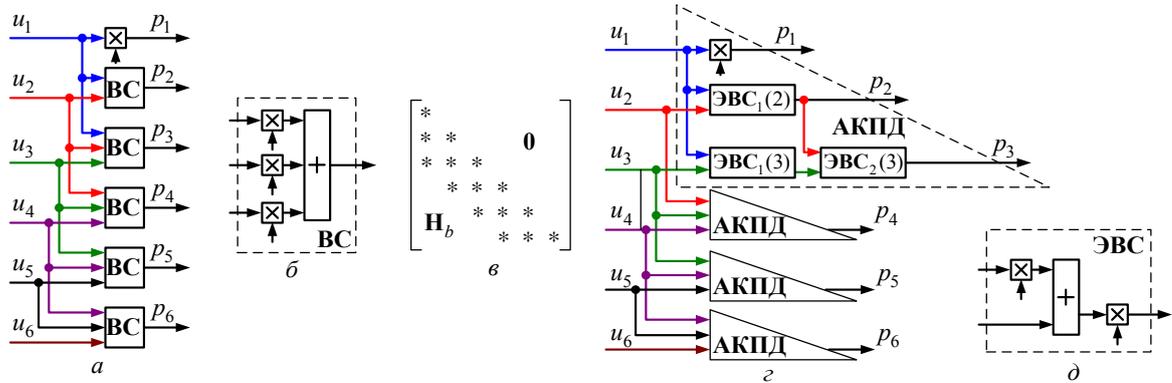


Рис. 4.1 – Фильтры с нижней треугольной ленточной МИХ ( $M = 6$ ,  $zz = 3$ )

В треугольной ленточной структуре МИХ фильтра рис. 4.1, *a* легко убедиться, проследивая количество и расположение компонент входного вектора  $\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M$ , формирующих компоненты выходного вектора  $\mathbf{p} = \{p_\ell\}_{\ell=1}^M$ .

Так, первая ( $p_1$ ) и вторая ( $p_2$ ) компоненты этого вектора на выходе фильтра рис. 4.1, *a* образованы соответственно первой ( $u_1$ ) и первыми двумя ( $u_1, u_2$ ) компонентами входного. Компоненты  $p_\ell$ ,  $\ell \in 3, M$ , начиная с третьей, формируются в весовом сумматоре (ВС) (*б*) из трех ( $zz = 3$ ) компонент  $\ell$ -й ( $u_\ell$ ) и  $zz - 1 = 2$  «предшествующих» компонент  $u_{k-2}, u_{k-1}$ . Тем самым выходной вектор

$$\mathbf{p} = \{p_\ell\}_{\ell=1}^M = \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{u} \quad (4.3)$$

есть результат преобразования входного в фильтре с нижней треугольной ленточной МИХ  $\mathbf{H}_b$  с шириной ленты  $zz = 3$  (рис. 4.1, *a*).

Б. Треугольная ленточная структура МИХ фильтра рис. 4.1, *a*, остается неизменной при любых весах ВС. Однако для того, чтобы эта МИХ стала требуемым треугольным сомножителем Холецкого матрицы, обратной используемой оценке КМ, ВС должны минимизировать и нормировать к единице мощность процесса на выходе (при фиксированном последнем весовом

коэффициенте в **ВС**). Как известно [43, 145], эти условия будут выполнены, если вектор весов **ВС** будет пропорционален последнему столбцу матрицы, обратной **КМ** на его входах, с коэффициентом пропорциональности, нормирующим к единице мощности  $\overline{|p_\ell|^2}$   $\ell \in 1, M$  на всех его выходах.

Очевидный и сравнительно простой способ решить эту задачу в реальной «адаптивной» ситуации заключается в использовании в роли **ВС** корреляционных автокомпенсаторов (**АК**) Я.Д. Ширмана и С.И. Красногорова [18] с выделенным (нерегулируемым) основным каналом, в котором вектор весов компенсационных каналов формируется стохастическим градиентным алгоритмом. Однако быстроедействие таких **АК** в динамично меняющейся внешней обстановке может быть недостаточным, особенно при увеличении ширины ленты (кратности компенсации) [1, 21, 114, 151].

Функции адаптивных **ВС** теоретически могут выполнять и существенно более быстроедействующие **АК**, в которых используются квазиньютоновские алгоритмы адаптации (установки вектора весов) на основе обращения **МП** оценок **КМ** или тех или иных приближений к ним [115]. Их главный недостаток – большая сложность, быстро увеличивающаяся с ростом ширины ленты **МИХ**  $\hat{H}_b$ , и низкая численная устойчивость, ухудшающаяся с ростом объема обучающей выборки [151].

**В.** Более рациональна структура фильтра рис. 4.1, *г* [1, 116–118]. Он состоит из  $\nu = M + 1 - zz$  показанных в штриховых треугольных рамках  $zz = 3$ -входовых фильтров с нижними треугольными  $zz \times zz$  **МИХ**, каждый из которых строится из элементарных **ВС** (**ЭВС**) с нормированным выходом ( $\rho$ ).

Фильтры с  $zz \times zz$  нижними треугольными **МИХ** обозначены **АК ПД** (**АК** с последовательной декорреляцией помех [106]). Ленту нижней треугольной **МИХ** рис. 4.1, *г* образует  $zz \times zz$  нижняя треугольная **МИХ АК ПД**, ее последняя строка заполняет  $zz$ -мерные строки ленты, начиная с  $zz$ -й (п. 1.3).

Здесь, как и в фильтре рис. 4.1, *а*, ленточная нижняя **МИХ** будет требуемым ленточным сомножителем Холецкого матрицы, обратной **КМ** входного процесса, если двухвходовые **ЭВС** минимизируют и нормируют к еди-

нице мощность процессов на их выходах. Однако, в отличие от **ВС** рис. 4.1, б это не связано с обращением **КМ**. Достаточно, чтобы вес единственного регулируемого канала **ЭВС** был пропорционален взятому со знаком минус коэффициенту корреляции процессов на его входах с последующей нормировкой к единице мощности выходного процесса [153].

Недостатками адаптивных фильтров рис. 4.1, з в случае **КМ** общего вида можно считать различие параметров соответствующих **ЭВС** различных **АК ПД**. Оно неоправданно увеличивает объем вычислений на этапе их оценивания и сложность (или даже невозможность) эффективно учесть в их структуре априорную информацию о специфике (в частности, теплицевости) **КМ**.

Эта задача успешно решается при использовании адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**) [57, 58, 71, 79, 97, 98–102, 149, 170], сочетающих все достоинства фильтра рис. 4.1, з, но не имеющих свойственных ему недостатков. На их основе получены все результаты п. 2.3 параметрических методов **СО** и п. 3.4 адаптивного быстрого действия **КО** системы **СДЦ** с **ППС** (4.2).

Теории, технике и практическому использованию **АРФ** при решении различных задач пространственно-временной обработки сигналов в **РЛС** различного назначения посвящено много отечественных и зарубежных работ (см. например, [58, 71, 79, 97–99, 95, 104, 122, 123, 151, 153, 154]), поэтому ниже кратко остановимся только на особенностях реализации на их основе **КАС МПО** в импульсных **РЛС**.

#### 4.1.2. **КАС МПО** на основе **АРФ**

**А.** Пример структуры «параллельного» **РФ** для  $M = 6$  и  $zz = 3$  показан на рис. 4.2, а [153]. Он строится из набора нормирующих множителей  $s_1(\ell)$ ,  $\ell \in 1, M$  в первой ступени **РФ** и нормированных «элементарных» **РФ** (**ЭРФ**) – двухвходовых **ВС** с перекрестными связями (б) в последующих ступенях, число которых уменьшается на единицу от ступени к ступени.

Нетрудно убедиться, что этот **РФ** имеет  $2 \cdot M \times M$  **МИХ**  $W_b$  (в), состоящую из  $M \times M$  нижней  $H_b$  и верхней  $N_b^*$  ленточных треугольных матриц с шириной ленты  $zz = 3$ , равной числу его ступеней. Тем самым он «эконо-

мично» объединяет в своем составе фильтры с **МИХ**  $\mathbf{N}_b$  и  $\mathbf{N}_b^*$  (1.60б).

Чтобы эти **МИХ** были треугольными ленточными сомножителями матрицы, обратной **КМ**, параметры **ЭРФ**  $\alpha_i(\ell)$ ,  $i \in 2, zz$ ,  $\ell \in 1, M+1-zz$  должны минимизировать мощности процессов на их выходах, а множители  $s_i(\ell)$   $i \in 1, zz$ ,  $\ell \in 1, M+1-zz$  нормировать эти мощности к единице.

Эти параметры получаются в процессе обработки обучающей выборки (2.32) по алгоритмам адаптивной настройки **РФ**, отличающихся как видом исходных данных, так и способом учета возможной априорной информации о специфике структуры **КМ** [71, 79, 97–99, 153, 122, 123, 151].

**Б.** Наиболее важное достоинство **РФ** заключается в «наследовании» его параметрами структурных особенностей исходной **КМ**, связанных с симметрией ее элементов относительно побочной диагонали [71, 79, 153, 79], что не свойственно фильтрам другой структуры.

Так, **персимметрия КМ** (симметрия относительно побочной диагонали) порождает попарное равенство параметров **ЭРФ**  $i$ -й,  $i \in 2, zz$  ступени, симметрично расположенных относительно ее центрального **ЭРФ**.

Для **теплицевых КМ** справедливы равенства

$$s_1(\ell) = s_1(1) = s_1, \ell \in 1, M; \alpha_i(\ell) = \alpha_i(1) = \alpha_i, s_i(\ell) = s_i(1) = s_i, i \in 2, M, \quad (4.4)$$

означающие одинаковость параметров всех **ЭРФ** каждой ступени **АРФ**.

Если, кроме того, **КМ** дискретного процесса является процессом **АР- $p$** ,  $p < M$ , то число ступеней **РФ** «укорачивается»:

$$\alpha_i = 0, s_i = 1, \text{ для всех } i > p + 1. \quad (4.5)$$

Отмеченное «наследование» (разновидности которого далеко не исчерпываются приведенными примерами) позволяет достаточно просто использовать априорную информацию о специфике структуры реально неизвестной **КМ** за счет модификации «базовых» алгоритмов их адаптивной настройки, синтезированных для **КМ** общего вида (без явно выраженной специфики) [154]. Эта модификация сводится к простому усреднению случайных оценок априори равных параметров, полученных по «базовым» алгоритмам [154].

**РФ** (рис. 4.2, *a*) в равной степени применим как для систем пространственной, так и временной (в частности, **МПО**) обработки. В первом случае  $M$  входов **РФ** подключаются к выходам  $M$  пространственных каналов приема [79, 95, 124, 153, 170], во втором – к  $M$  отводам линии задержки через временные интервалы, определяемые законом зондирования импульсной РЛС [42, 95, 97–99, 104, 144].

В последнем случае **РФ** можно упростить, используя «последовательный» (временной) эквивалент **РФ** рис. 4.2, показанный на рис. 4.3.

**В.** Он содержит входной нормирующий множитель  $s_1 = s_1(t)$ , в типичных условиях стационарного только на ограниченном временном интервале входного процесса зависящий от времени, и  $zz-1$  последовательно включенных идентичных по структуре **ЭРФ** (рис. 4.3, *б*). Через  $T_1, \dots, T_z$  обозначены элементы задержки на соответствующее время, зависящее от используемого закона зондирования РЛС.

В частности, при постоянных интервалах зондирования и дальностно-азимутальной стационарности входного процесса (теплицевости **КМ**)  $T_1 = T_2 = \dots = T_{zz-1}$ , а параметры  $\alpha_i$  (4.4) **ЭРФ** постоянны и равны «частным» коэффициентам корреляции входного процесса [98–100]\*.

**Г.** На рис. 4.4 показана схема предлагаемой **КАС МПО** на основе единого «последовательного» **АРФ**, включенного на выходе **АЦП** приемника. Статистики (4.1), (4.2) здесь формируются трехэтапной процедурой.

На первом этапе в блоке настройки **АРФ** по обучающей выборке (2.32) оцениваются параметры его **ЭРФ**, которые передаются в соответствующие **ЭРФ** формирователя спектра и обнаружителя, результирующие **МИХ** которых (не формируемые явно) равны требуемой матрице  $\mathbf{H}_b$ .

На втором этапе в **РФ формирователя спектра** векторы «поиска»  $\mathbf{x}(f)$  в заданном диапазоне частот преобразуются в векторы  $\mathbf{p}(f)$  (4.1), а проверя-

---

\* Именно для таких условий были синтезированы Бергом первые РФ [42, 97]. На случай нестационарных пространственно – временных процессов с **КМ** общего вида практически одновременно и независимо они были обобщены в [79, 95, 124, 125]

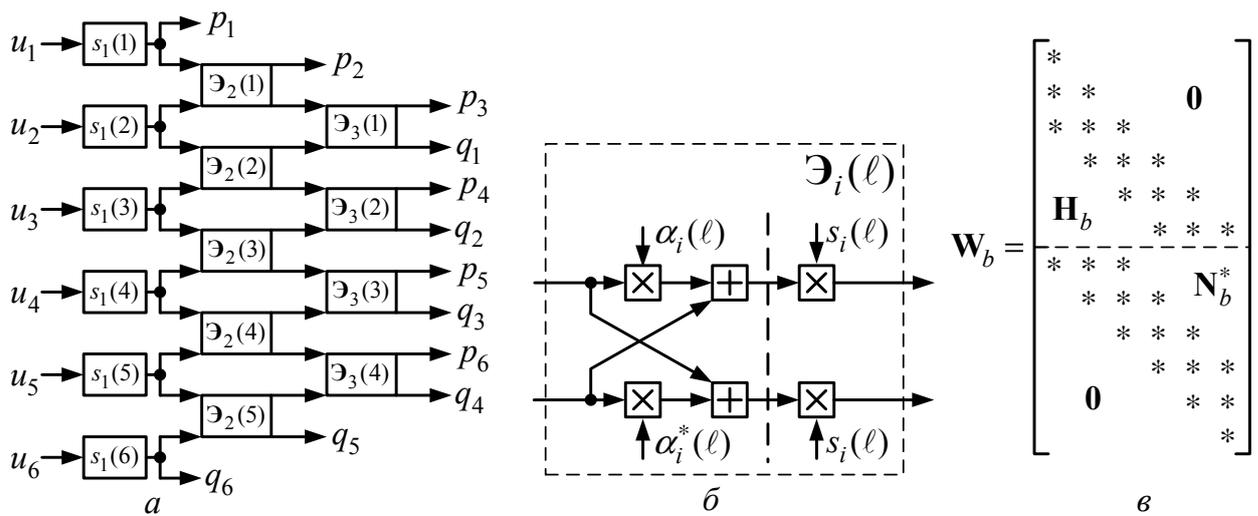


Рис. 4.2 – РФ с треугольными ленточными МИХ ( $M = 6, zz = 3$ )

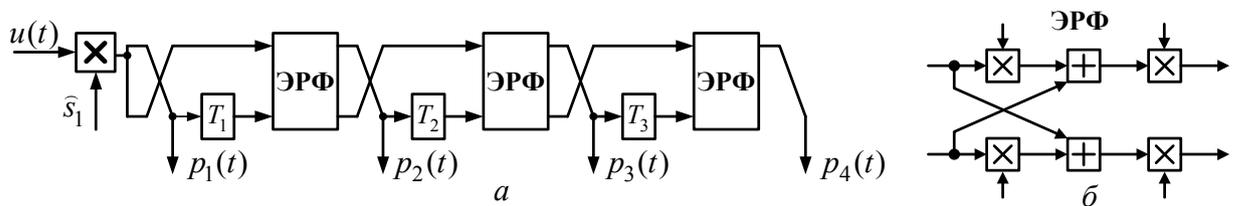


Рис. 4.3 – «Последовательный» (временной) РФ

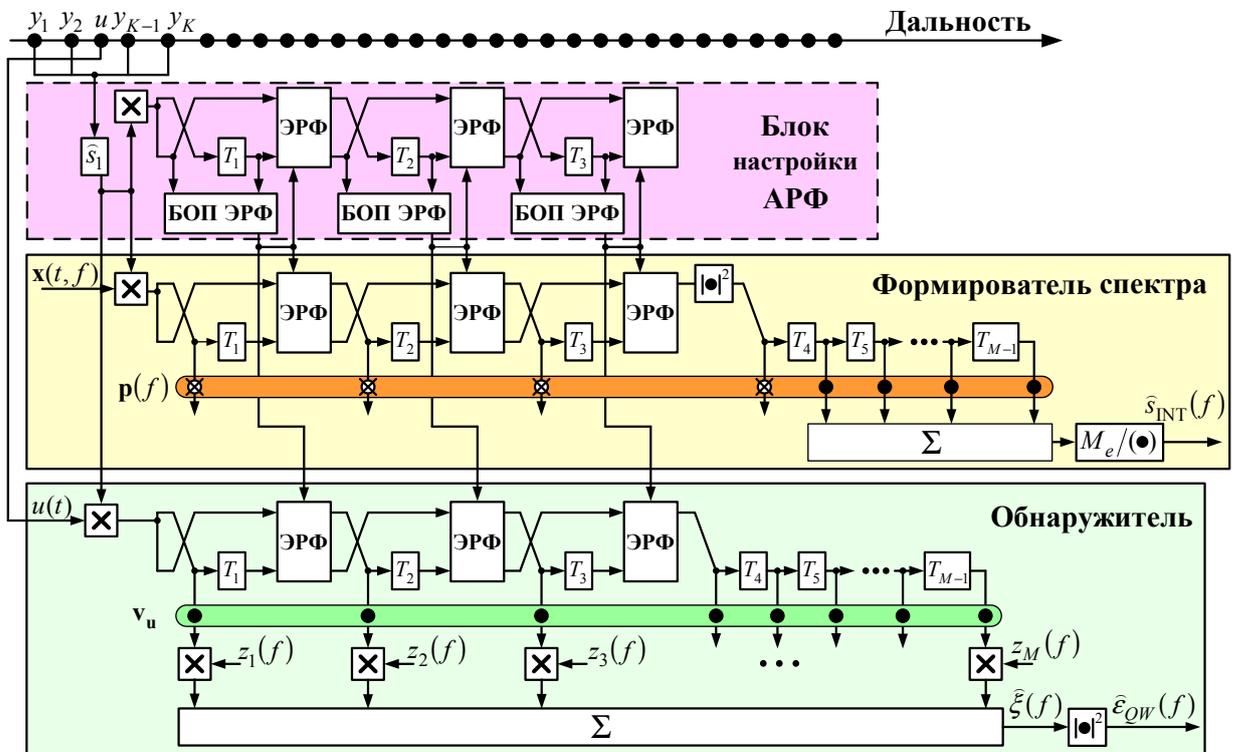


Рис. 4.4 – Схема комбинированной МПО на основе «последовательного» РФ

емый на наличие сигнала вектор  $\mathbf{u}$  в **РФ** обнаружителя – в вектор  $\mathbf{v}_u$  (4.2). Оба **РФ** одинаковы, поэтому при наличии временного резерва достаточно одного (любого) из них, на вход которого подается составной вектор  $[\mathbf{u}, \mathbf{x}(t, f)]$ . Его выходной вектор в этом случае имеет структуру  $[\mathbf{v}_u, \mathbf{p}(t, f)]$ .

На **третьем** этапе суммируются квадраты модулей компонент выходного вектора  $\mathbf{p}(f)$ . Число суммируемых компонент определяет **СФ** избранного метода **СО**. Так, квадрат модуля единственной (последней) компоненты этого вектора определяет **СФ** метода **МЭ** (2.55). Сумма квадратов модулей всех  $M$  его компонент определяет **СФ** метода **МД** (2.43). Показанная на рис. 4.4 сумма квадратов модулей  $M_e < M$  последних компонент определяет **СФ** рекомендованного «промежуточного» метода **МЭ-МД** (4.1). На этом же этапе компоненты вектора  $\mathbf{v}_u$  с выходов обнаружителя когерентно суммируются с весами – компонентами вектора  $\mathbf{z}(f_s)$  (4.2). Квадрат модуля (4.2) полученного скаляра в очередном элементе дальности сравнивается с порогом. По результату этого сравнения принимается решение о наличии (отсутствии) сигнала в проверяемом элементе дальности.

**Д.** В описанной трехэтапной процедуре наиболее сложным и ответственным является первый этап – настройки **АРФ** с требуемой треугольной ленточной **МИХ**  $\hat{\mathbf{H}}_b$ . Обзор и сравнительный анализ известных алгоритмов настройки приведен в [154], а также в Приложении А. Большинство из них базируется на **МП**-оценках параметров **ЭРФ** или тех или иных их модификациях, учитывающих возможную априорную информацию о специфике структуры **КМ**, обусловленной используемым законом зондирования [91–94, 136, 137, 147, 149, 150, 153, 154, 170].

В частности, при постоянстве интервалов зондирования, когда допустимо предположение о теплицевости **КМ**, из множества в общем случае неравноценных модификаций лучшими являются известные оценки Берга [97–99, 154], легко реализуемые в параллельном **АРФ** (рис. 4.2) [153, 168].

**Е.** При вобуляции этих интервалов, когда **КМ** заведомо не теплицева,

практически наиболее приемлем рекуррентный алгоритм настройки, полученный в [155, 157].

Он разработан для типичной ситуации входных воздействий, стационарных только на ограниченном временном интервале, когда обучающая выборка объема  $K$  для  $n$ -го элемента дальности

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(n) = \{\mathbf{u}_i(n)\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{u}_i(n) = \{u_\ell^{(i)}(n)\}_{\ell=1}^M, \quad n \in n_{beg}, n_{end} \quad (4.6)$$

формируется в «скользящем» по дальности (времени) прямоугольном «окне» конечной протяженности, не превышающей ожидаемого интервала стационарности анализируемого процесса по времени (дальности). В этом случае обучающая выборка (4.6) для каждого следующего элемента дальности по сравнению с предыдущей обновляется только частично – за счет выхода из ее состава «старых» и входа «новых» обучающих векторов.

Такое только частичное обновление создает предпосылки для «перенастройки» **АРФ** в очередном элементе дальности с меньшими затратами, чем при пересчете его параметров по новой выборке полного объема  $K$ , что может быть нецелесообразно или даже практически недопустимо.

«Экономная» процедура перенастройки **АРФ** обеспечивается в [155, 157] для оценок **КМ**, допускающих представление в виде суммы

$$\widehat{\mathbf{R}}(n+1) = \widehat{\mathbf{R}}(n) + \mathbf{Q}_r, \quad n \in n_{beg}, n_{end} \quad (4.7a)$$

$M \times M$  оценки  $\widehat{\mathbf{R}}(n)$  **КМ** для  $n$ -го момента времени (элемента дальности) и модифицирующей матрицы

$$\mathbf{Q}_r = \sum_{i=1}^r \lambda_i \cdot \mathbf{Q}_i, \quad \mathbf{Q}_i = \mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_i^* \quad (4.7b)$$

ранга  $r \geq 1$ , равной взвешенной сумме  $r$  матриц  $\mathbf{Q}_i$  единичного ранга, образованных линейно независимыми  $M$ -мерными обучающими векторами  $\mathbf{g}_i$ . Весовые множители  $\lambda_i$  равны +1 для векторов, пополняющих обучающую выборку, и –1 для векторов, исключаемых из нее в процессе «скольжения» обучающей выборки (4.6) по дальности.

Представление (4.7) с  $r \leq 8$  справедливо, в частности, как для оценок  $\mathbf{1}^0$ ,

$2^0$ , так и для их диагонально регуляризованных разновидностей [155, 157].

В условиях (4.7) экономно «перенастроить» параметры **АРФ** для очередного элемента дальности в принципе можно за счет  $r$ -кратного использования известных [97–100, 122, 123] алгоритмов их одноранговой модификации. В них на каждом шаге параметры **ЭРФ** рассчитываются для оценки **КМ**

$$\mathbf{R}_{\text{mod}}(i) = \mathbf{R}_{\text{mod}}(i-1) + \mathbf{Q}_i, \quad i \in 1, r, \quad \mathbf{R}_{\text{mod}}(0) = \widehat{\mathbf{R}}(n), \quad \mathbf{R}_{\text{mod}}(r) = \widehat{\mathbf{R}}(n+1) \quad (4.8)$$

с модифицирующей матрицей  $\mathbf{Q}_i$  единичного ранга.

«Новые» параметры **ЭРФ** для  $i$ -го шага выражаются через «старые» параметры (для  $(i-1)$ -го шага), которые известны, и результаты преобразования в **АРФ** очередной ( $i$ -й) обучающей выборки  $\mathbf{g}_i$ . «Новые» параметры  $(n+1)$ -го элемента дальности становятся «старыми» для ее  $(n+2)$ -го элемента.

**Ж.** Возможен, однако, и принципиально другой путь, предполагающий не  $r$ -кратную коррекцию параметров **АРФ** по алгоритмам одноранговой модификации, основанным на представлении (4.8), а их однократную коррекцию, но по алгоритмам  $r$ -ранговой модификации на основе представления (4.7) в целом. Такой путь уменьшает вычислительную сложность процедуры настройки из-за однократного, а не  $r$ -кратного пересчета скалярных параметров **ЭРФ** в каждом элементе дальности, и повышает ее численную устойчивость, поскольку в этом случае не накапливаются ошибки, возникающие на каждом из  $r$  шагов процедуры одноранговой модификации.

Такой алгоритм  $r$ -ранговой модификации параметров **ЭРФ** получен в [155, 157]. В нем значения «новых» параметров **ЭРФ** (для  $(n+1)$ -го элемента дальности) выражаются через значения их «старых» параметров (для  $n$ -го элемента), которые корректируются по результатам преобразования в **АРФ**  $r$ -мерной строки матрицы  $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_i\}_{i=1}^r$ , соответствующей анализируемому азимутальному направлению зондирования. Элементы  $g_1, g_2, g_3, g_4$  этой корректирующей строки показаны на рис. 4.4 для случая  $r = 4$ , характерного при ориентации на **МП** оценку  $1^0$  **КМ ОВ** [155, 157].

**З.** На сегодняшний день **АРФ** реализованы на современной цифровой

элементной базе, успешно прошли многочисленные полунатурные и натурные испытания и готовы к внедрению в современные и перспективные РЛС различного назначения для решения многообразных задач не только временной (междупериодной), но и пространственной и пространственно-временной адаптивной обработки сигналов [62–66, 144, 153, 154–157, 166, 168].

Примеры их практической реализации показаны на рис. 4.5.

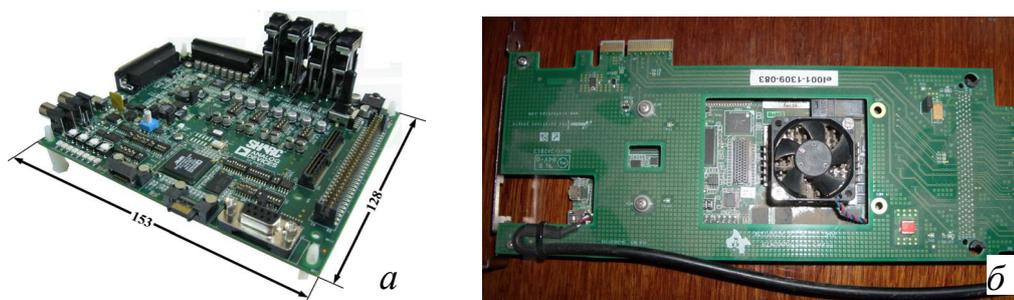


Рис. 4.5 – Отладочные платы ЦСП ADSP-21469 (а) и TMS320C6678 (б)

На рис. 4.5, а показан отладочный комплект ADZS-21469-EZLite, на котором автором реализован «параллельный» АРФ рис. 4.2, а с «теплицевыми» оценками Берга ленточных треугольных сомножителей его МИХ, обратной нижнему треугольному сомножителю диагонально регуляризованной оценки КМ [170–172]. На его основе получены все результаты моделирования в «теплицевых» ситуациях, рассмотренных в п. 2.3.5 и п. 3.4.

На рис. 4.5, б показан отладочный комплект MDSEVM16678L, на котором В.Н. Гриценко при участии автора реализовал «последовательный» АРФ с ленточной МИХ с регулируемой шириной ленты, настраиваемый по рекуррентному алгоритму  $r = 4$ - ранговой модификации [155. 157].

Ниже приводятся результаты их полунатурных исследований по записям реальных сигналов успешно работающих современных импульсных РЛС.

## 4.2. Полунатурные исследования КАС МПО

### 4.2.1. Цели и задачи полунатурных исследований

Полунатурные исследования преследовали как **теоретические**, так и **практические** цели.

Основная **теоретическая** цель – обосновать допустимость используемых в работе моделей реальных входных воздействий и справедливость вы-

двинутых теорий, объясняющих свойства рассматриваемых методов и алгоритмов адаптивной МПО в реальных условиях.

Основная **практическая** цель – обосновать преимущества **КАС МПО** на основе **АРФ** по сравнению с используемыми системами **СО** и **СДЦ** и вытекающую из этого целесообразность их внедрения в отечественные существующие и разрабатываемые импульсные РЛС.

Эти цели достигаются в процессе решения задач, поставленных в описываемых ниже полунатурных испытаниях.

#### 4.2.2. Методика полунатурных исследований КАС МПО

**А.** На рис. 4.6 приведена упрощенная схема полунатурных исследований **КАС МПО** на основе «параллельного» **АРФ** (рис. 4.2, *а*, рис. 4.5, *а*) в импульсной РЛС кругового обзора с постоянными интервалами зондирования.

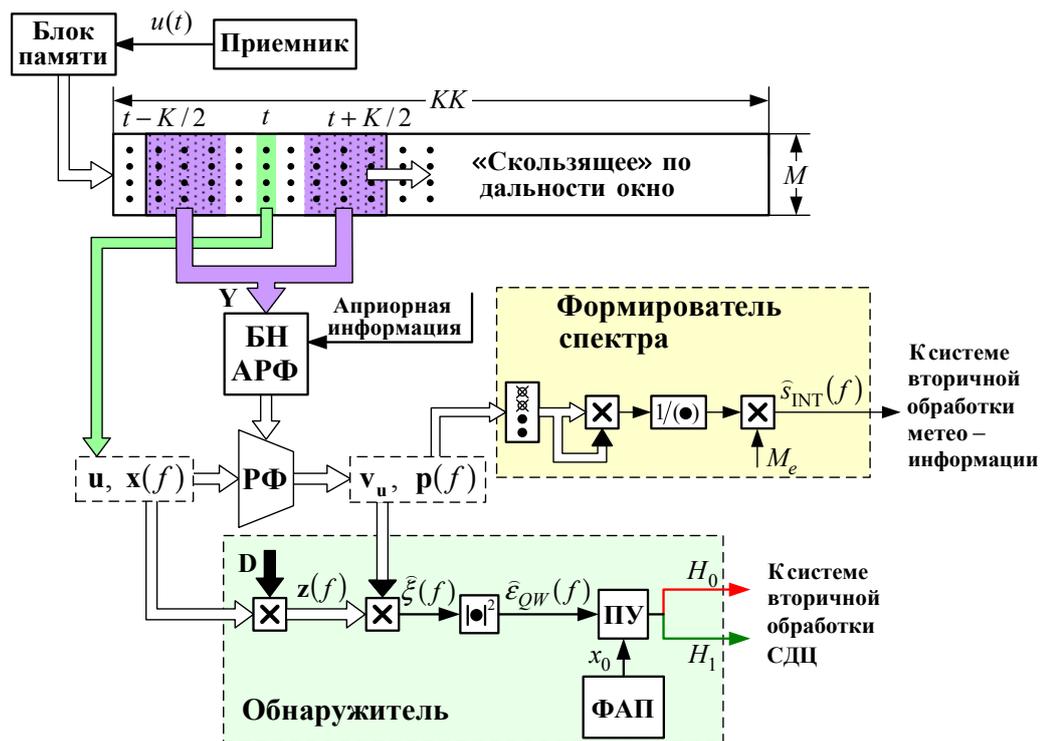


Рис. 4.6 – Упрощенная схема **КАС МПО** на основе **АРФ**

На ее вход с выхода приемника после внутрипериодной обработки в блок памяти на время, равное длительности  $M$ -элементной пачки, подаются комплексные отсчеты отражений  $KK$  элементов дальности из  $\ell$ -го,

$$\ell \in L, L + (M - 1), \quad L \in 1, L_{az} - (M - 1)$$

азимутального направления локации, где  $L_{az}$  – номер максимального азиму-

тального направления. После их запоминания на выходах блока памяти формируется  $M \times KK$ -мерный массив  $\mathbf{U} = \{u_{\ell,k}\}_{\ell=L, k=1}^{L+M-1, KK}$ ,  $L \in 1, L_{аз} - M + 1$  отсчетов отражений  $M$ -мерного «скользящего» по азимуту азимутального сектора со всех  $KK$  элементов дальности зоны ответственности РЛС, условно показанный на рис. 4.6 горизонтальной полосой на выходе блока памяти.

Внутри этой полосы выделен «скользящий» по времени (дальности)  $t \in 1, KK$  обрабатываемый (*processing*) массив размера  $M \times (K + 2 \cdot c + 1)$

$$\mathbf{U}_{proc} = \{u_{\ell,k}\}_{\ell=L, k=t-K/2-c}^{L+M-1, t+K/2+c}, \quad t \in 1, KK, \quad L \in 1, L_{аз} - M + 1. \quad (4.9)$$

Центральный (сигнальный)  $M$ -мерный вектор  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{proc}(t) = \{u_{\ell,t}\}_{\ell=L}^{L+M-1}$ ,  $t \in 1, KK$  этого массива («окна») проверяется на наличие в нем сигнала точечной цели. «Затемненные»  $M \times K/2$  массивы

$$\mathbf{Y}_{об1} = \{u_{\ell,k}\}_{\ell=L, k=t-K/2-c}^{L+M-1, t-c-1} \quad \text{и} \quad \mathbf{Y}_{об2} = \{u_{\ell,k}\}_{\ell=L, k=t+c+1}^{L+M-1, t+K/2+c} \quad (4.10)$$

расположенные слева ( $\mathbf{Y}_{об1}$ ) и справа ( $\mathbf{Y}_{об2}$ ) относительно сигнального образуют обучающую выборку  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_{об1}, \mathbf{Y}_{об2}]$  объема  $K$ . Чтобы исключить влияние боковых лепестков сигнала после внутрипериодной обработки, искажающих обучающую выборку отражений, в нее не включаются примыкающие слева и справа к «сигнальному» вектору  $\mathbf{u}$  «светлые»  $M \times c$  массивы (на рис. 4.6  $c = 1$ ).

Тем самым выборка  $\mathbf{Y}$  объема  $K$  является классифицированной выборкой **ПП** в задаче обнаружения сигнала цели в «сигнальном» векторе  $\mathbf{u}$ , и в то же время – источником полезной информации в задаче воспроизведения спектра отражений в  $t$ -м,  $t \in 1, KK$  элементе дальности. Именно по этой выборке формируется оценка  $\hat{\mathbf{N}}_b$  нижней треугольной ленточной **МИХ**, используемая для решения обеих задач.

**Б.** Обучающая выборка  $\mathbf{Y}$  подается в **блок настройки (БН) АРФ**, в рассматриваемом случае – по упоминавшемуся выше «теплицевому» алгоритму Берга, который настраивает **АРФ** с **МИХ**  $\hat{\mathbf{N}}_b$  для «теплицевого» случая.

На входы настроенного  $M$ -входового **АРФ** подается массив  $[\mathbf{u}, \mathbf{X}]$ , составленный из  $M$ -мерного вектора  $\mathbf{u}$  и  $M \times M$  матрицы  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}(f_i)\}_{i=1}^M$  векторов поиска  $\mathbf{x}(f_i)$  (1.5) по частоте  $f_i = (i-1)/M - 0.5, |f_i| \leq 0.5, i \in 1, M$ . На выходе **АРФ** формируется массив  $[\mathbf{v}_u, \mathbf{P}]$ , составленный из  $M$ -мерного вектора  $\mathbf{v}_u = \widehat{\mathbf{H}}_b \cdot \mathbf{u}$  и  $M \times M$  матрицы  $\mathbf{P} = \widehat{\mathbf{H}}_b \cdot \mathbf{X}$ .

**В.** Векторы поиска  $\mathbf{x}(f_i)$  на  $M$  частотах настройки когерентных накопителей подаются в обнаружитель, где формируются их сглаженные  $M$ -мерные **ИХ**  $\mathbf{z}(f_i) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(f_i)$ . Квадраты модулей результатов когерентного накопления  $\mathbf{v}_u^* \cdot \mathbf{z}(f_i)$  совпадают с **ППС** (4.2). Они сравниваются в пороговом устройстве (**ПУ**) с порогом, который по известным алгоритмам [1, 25, 152, 173] рассчитывается формирователем адаптивного порога (**ФАП**). Сигналы, превзошедшие порог, подаются в систему вторичной (межобзорной) обработки для классификации и отсеивания ложных отметок, порожденных, например, «ангелами» или точечными местными предметами.

Матрица  $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}(f_i)\}_{i=1}^M$  с выходов настроенного **АРФ** подается в формирователь спектра, где вычисляются суммы квадратов модулей  $M_e < M$  последних компонент всех векторов  $\mathbf{p}(f_i)$ , определяющих знаменатель **СФ**  $\widehat{s}_{\text{INT}}(f_i)$  (4.1) рекомендуемого «промежуточного» метода **МЭ-МД** в  $M$  точках выбранного диапазона. Полученные значения  $\widehat{s}_{\text{INT}}(f_i)$  передаются потребителю информации о спектре отражений в  $t$ -м,  $t \in 1, KK$  элементе дальности.

**Г.** Изложенная процедура работы **КАС МПО** остается такой же и при произвольной вобуляции интервалов зондирования. В этом случае, однако, **КМ** не теплицева, поэтому вместо «теплицевого» алгоритма Берга должен использоваться «базовый» алгоритм настройки **АРФ**, соответствующий **КМ ОВ** [154], или более экономичный рекуррентный алгоритм  $r$ -ранговой модификации [155, 157], кратко описанный в п.п. 4.1.2.Е–З.

**Д.** Экономия обеспечивается настройкой **АРФ** не по  $M \times K$  обучающей

выборке  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_{\text{об1}}, \mathbf{Y}_{\text{об2}}]$  объема  $K$ , а по  $M \times r$  матрице  $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_i\}_{i=1}^r$  постоянного объема  $r < K$  (см. п. 4.1.2.Ж). КАС МПО в этих условиях можно еще больше упростить, если строить ее на основе не параллельного (рис. 4.2), а последовательного (временного) АРФ (рис. 4.3, 4.4). Последний настраивается не по  $M \times r$  матрице  $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_i\}_{i=1}^r$ , а по ее единственной  $r$ -мерной строке, обновляющейся через интервал зондирования. Остальные этапы работы такой КАС МПО подробно описаны в п.п. 4.1.2.Г, Е, Ж.

### 4.2.3. Входные данные полунатурных исследований

А. Основной массив данных составляют записи<sup>†</sup> отражений от местных предметов, гидрометеоров (грозовых облаков) импульсной обзорной РЛС  $\lambda = 3$ -см диапазона, предназначенной для обнаружения малоразмерных низколетящих целей (дельтапланов, небольших самолетов, беспилотных летательных аппаратов), с постоянным интервалом зондирования  $T_p = 210$  мкс, дальностью действия 24 км, протяженностью элемента разрешения по дальности 30 м. Ширина ДН антенны в азимутальной плоскости  $\Delta\Theta = 1^\circ$ , скорость вращения –  $n = 6$  об./мин., размер пачки  $M \leq 132$ , интервал однозначности скорости составляет  $V_0 = \pm(\lambda/4) \cdot T_p = \pm 35.7$  м/с.

Б. На рис. 4.7 показаны примеры дальностно-азимутальных (а, б) и дальностного (в) (в азимутальном направлении  $314.4^\circ$ ) распределения мощности смеси шума приемника и отражений от дождевых облаков.

Мощность собственного шума приемника, оцененная по  $10^6$  отсчетам вне зоны отражений, равна  $\hat{\eta}_n \approx 26.6$  дБ, относительная (по отношению к этому шуму) мощность отражений от облаков достигает 54 дБ. Отражения существенно нестационарны по дальности, в связи с чем объем обучающей выборки (4.6), удовлетворяющий условиям (2.32) ограничен и не превышал  $K = 12$ .

На рис. 4.7, г приведен пример экрана дальностно-азимутального (ДАЗ) индикатора с цветовой индикацией мощности входного процесса. Синим

---

<sup>†</sup> Автор признателен коллегам из ГП НИИ РС «Квант-Радиолокация», предоставившим записи сигналов РЛС для полунатурных испытаний КАС МПО.

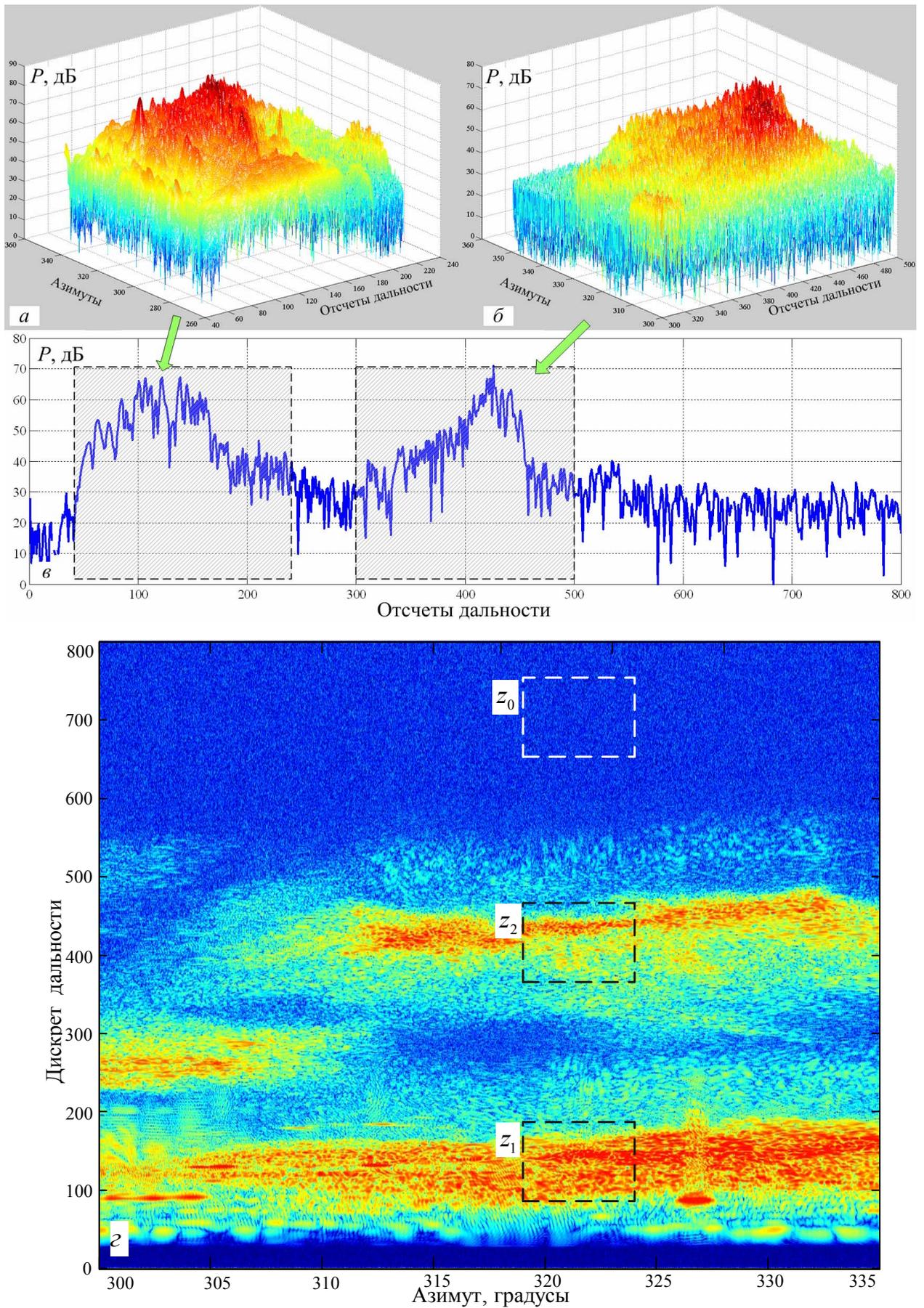


Рис. 4.7 – Дальностно-азимутальные (а, б) и дальностная (в) развертки МО и экран ДАЗ (г) на входе КАС МПО

цветом здесь индицируется шум приемника, красным – отражения с максимальной мощностью. Штриховыми прямоугольниками здесь выделены 3 области обрабатываемых сигналов из азимутального сектора  $324^\circ - 334^\circ$  и элементов дальности 653 – 752 (зона  $z_0$ ), 93 – 192 (зона  $z_1$ ) и 366 – 465 (зона  $z_2$ ).

В зоне  $z_0$  присутствуют только шумы приемника, отражений нет. В зонах  $z_1$  и  $z_2$  наблюдается аддитивная смесь шумов приемника и отражений от внешних источников различной мощности, сигналы точечных целей отсутствуют. В пределах скользящего по дальности «окна» размера  $K \leq 12$  обучающие выборки могут полагаться статистически однородными.

#### 4.2.4. Полунатурные испытания методов СО в КАС МПО

В ходе этих испытаний проверялась справедливость результатов теоретических исследований и моделирования методов СО (разд. 2).

А. На рис. 4.8 показаны оценки сглаженных окном Ханна (2.12б) Фурье-спектров  $\hat{s}_{sm}(f)$  (2.42) (обозначены «Хн») и промежуточных МЭ-МД-спектров  $\hat{s}_{INT}(f)$  (4.1) (обозначены «0.5») в азимутальном направлении  $324^\circ$  на дальности  $d = 159$  зоны  $z_1$  (рис. 4.7, *г*) при размерах пачки отражений  $M = 16, 32, 64, 128$ . Ширина ленты нижней треугольной МИХ  $\hat{N}_b$  «параллельного» АРФ (рис. 4.2, *а*) равна  $zz = 8$ , его параметры оценены «теплицевым» алгоритмом Берга (2.36), объем обучающей выборки  $K = 8$ , число последних элементов векторов  $\mathbf{p}(f_i)$ , использованных для формирования СФ  $\hat{s}_{INT}(f)$  (4.1), равно  $M_e = \chi \cdot M + 1$  с «коэффициентом включения»  $\chi = 0.5$  (указан в подписи  $\hat{s}_{INT}(f)$  на рис. 4.8).

Видно, что положения максимумов обоих спектров практически совпадают (для РЛС с параметрами (п. 4.2.3.А) этим максимумам соответствует средняя радиальная скорость источников отражений  $V_{cp} \approx -2.4$  м/с), однако они различаются по ширине, и тем сильнее, чем меньше размер пачки  $M$ .

Тем самым эксперимент подтвердил теорию п. 2.2.1.Д, в соответствии с которой Фурье-спектр (как несглаженный, так и сглаженный) на выходе

ДФФ-фильтра (рис. 2.11) с ЭЧХ, ширина которой заметно превышает ширину спектра анализируемого процесса, воспроизводит именно эту ЭЧХ, а не искомый спектр (рис. 4.8, а, б).

По мере роста размера пачки ( $M = 64 - 128$ ) (рис. 4.8, в, г) Фурье-спектр приближается к МЭ-МД-спектру, который получается уже при  $M = 16$ . Это важное преимущество метода МЭ-МД достигнуто при сравнительно малом объеме обучающей выборки  $K = 8$ , что подтверждает высокое быстродействие «теплицевого» алгоритма Берга (2.36) настройки АРФ и, в более широком плане, допустимость использования «теплицевых» моделей при теоретическом анализе эффективности адаптивной МПО в реальных импульсных РЛС с постоянными интервалами зондирования.

Б. На рис. 4.9 в условиях и обозначениях рис. 4.8 показаны оценочные СФ тех же методов, но для элемента дальности  $d = 95$  зоны  $z_1$  (рис. 4.7, г).

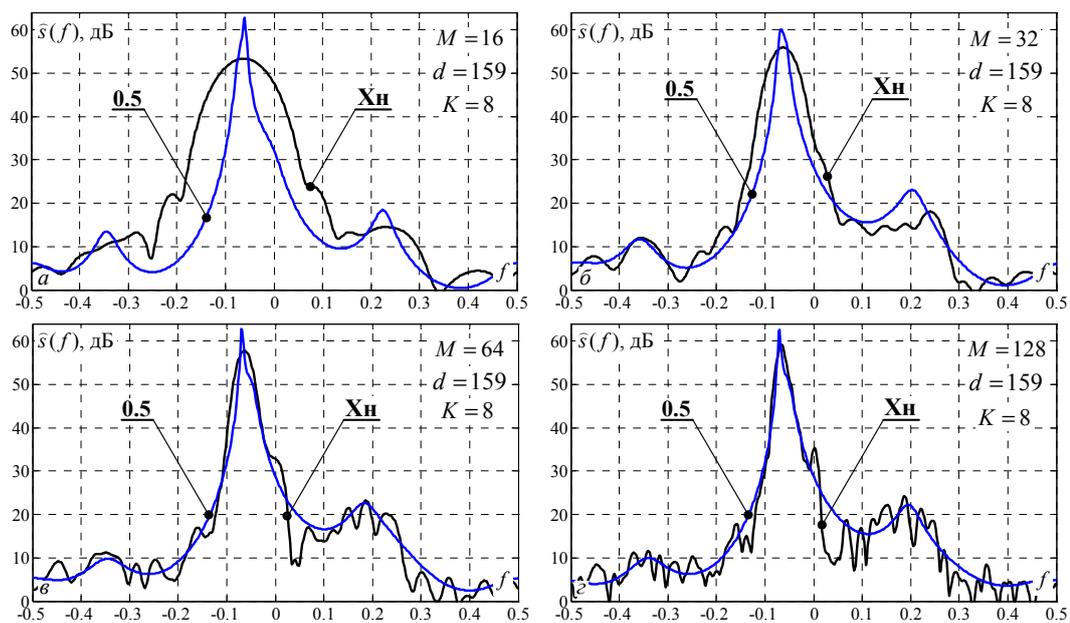


Рис. 4.8 – «Сглаженные» окном Ханна Фурье-спектры и МЭ-МД-спектры элемента дальности  $d = 159$

Здесь МЭ-МД-спектры имеют три моды при всех  $M = 16 - 128$ , что позволяет полагать трехмодовым и соответствующий (априори неизвестный) истинный спектр отражений. Об этом можно судить и по тому, что к трехмодовому МЭ-МД-спектру по мере роста размера пачки  $M$  приближается и сглаженный окном Ханна (2.12б) Фурье-спектр.

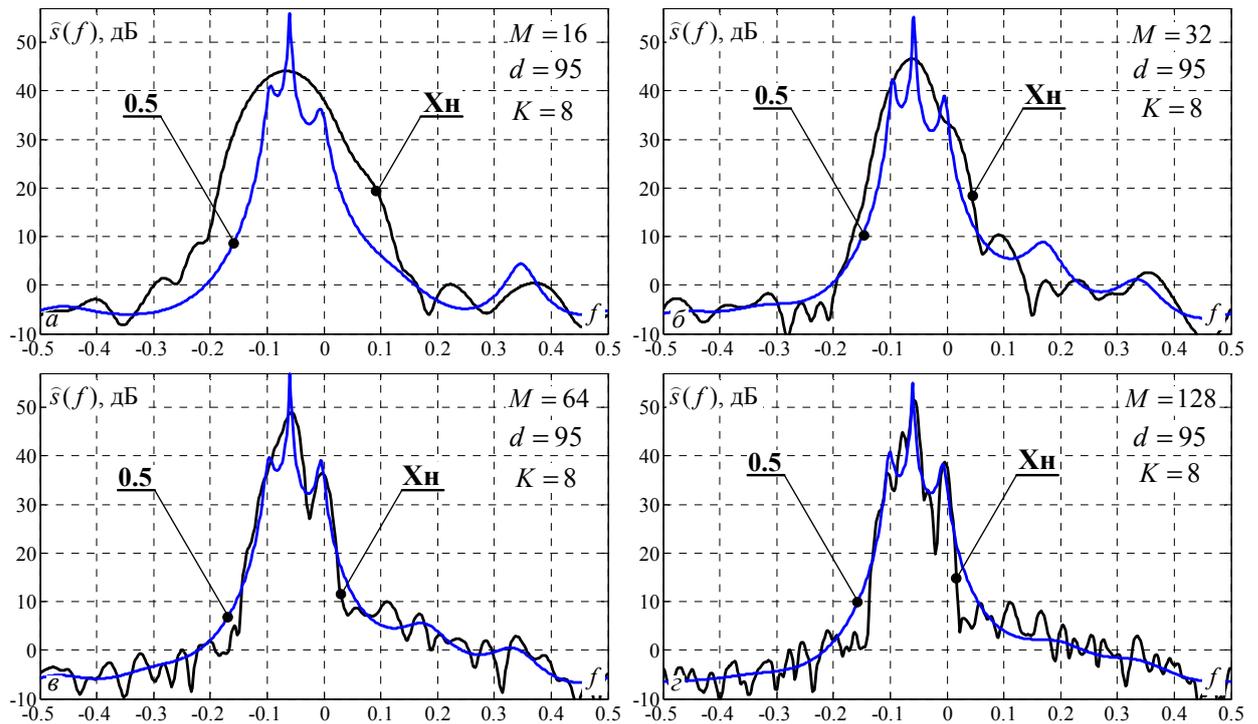


Рис. 4.9 – «Сглаженные» окном Ханна Фурье-спектры и МЭ-МД-спектры  
( $d = 95$ )

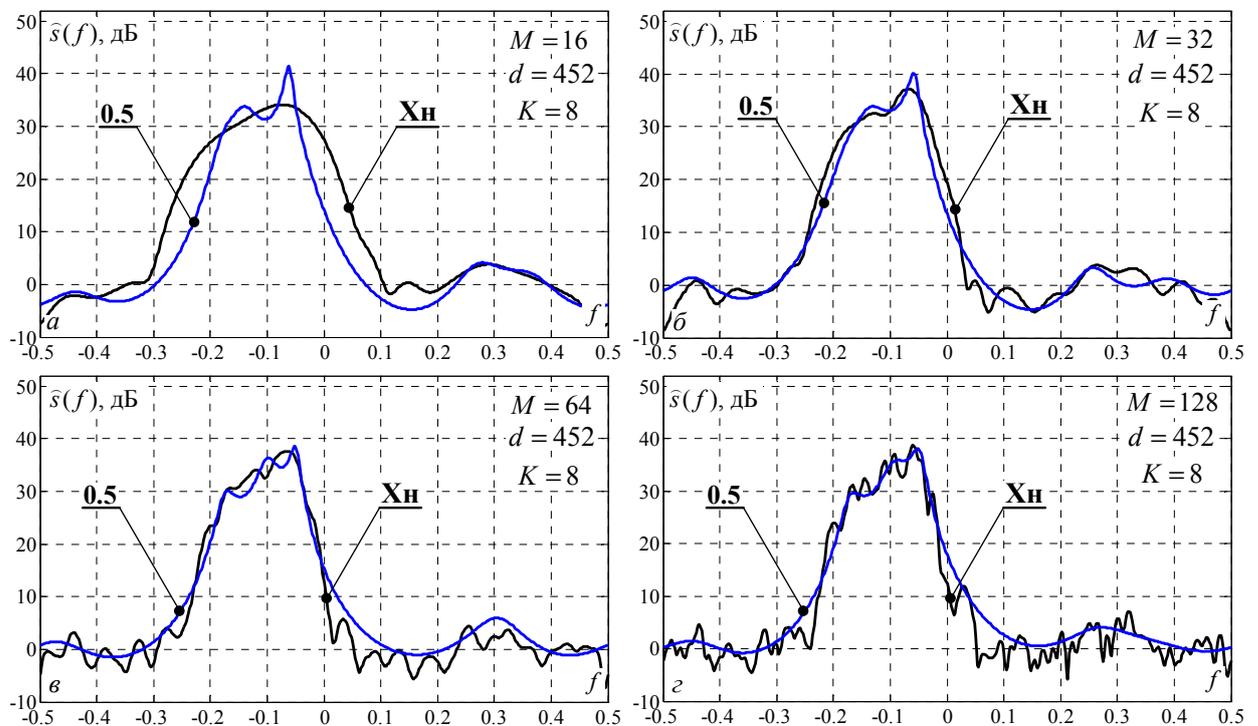


Рис. 4.10 – «Сглаженные» окном Ханна Фурье-спектры и МЭ-МД-спектры  
( $d = 452$ )

Это приближение, однако, сопровождается ростом «изрезанности» последнего, в приведенном примере особенно существенной на низком уровне **СФ**. Этот эффект можно рассматривать как дополнительное преимущество предложенного «промежуточного» метода **МЭ-МД**, в **СФ** которого подобные флуктуации, не имеющие физического обоснования, отсутствуют.

**В.** Отмеченные флуктуации могут искажать **СФ** Фурье-спектра не только на низком, но и на высоком уровне. В качестве примера на рис. 4.10 в условиях и обозначениях рис. 4.9 показаны оценочные спектры тех же методов, но для элемента дальности  $d = 452$  зоны  $z_2$  (рис. 4.7,  $z$ ).

**Г.** В целом приведенные (а также опущенные из-за ограниченности объема работы) результаты полунатурных исследований полностью подтверждают допустимость использованных математических моделей, в частности, **АР** моделей гауссовых отражений с **ТКМ** междупериодных флуктуаций, для реальных входных воздействий, результаты вытекающих из них сравнительных теоретических исследований различных методов «разрешения-воспроизведения» спектров отражений (разд. 2) и, что особенно важно, обоснованность практических рекомендаций по их выбору и практической реализации.

#### 4.2.5. Полунатурные испытания систем **СДЦ** в **КАС МПО**

Испытания проводились совместно с ГП «НИИ РС «Квант-Радиолокация» (г. Киев) в рамках НИР [63]. В ней в качестве основной Заказчиком ставилась задача экспериментально подтвердить полученные в теоретических исследованиях Исполнителя рекомендации по совершенствованию квазисогласованной системы **СДЦ** (рис. 3.8) со сглаженной окном Ханна **ИХ** одной из действующих РЛС разработки Заказчика (штатной системы **СДЦ**), параметры которой приведены в разд. 4.2.3.А.

Эти рекомендации базировались на результатах теоретических и модельных исследований п.п. 3.3.4, 3.4 и сводились к обоснованию целесообразности штатную систему **СДЦ** предварить квазиобеляющим фильтром с нижней треугольной ленточной **МИХ**  $\hat{N}_b$  на основе **АРФ**, настраиваемого по «теплицевым» алгоритмам Берга  $11^0-14^0$  (2.35), (2.36). Такая система **СДЦ**

далее для краткости называется адаптивной (АСДЦ).

Ниже приводятся результаты проведенных исследований по записям реальных сигналов упомянутой, а также некоторых других РЛС.

#### 4.2.5.1. Методика полунатурных испытаний систем СДЦ КАС МПО

А. В качестве основного показателя эффективности сравниваемых систем СДЦ в экспериментах использовался относительный уровень  $\eta_S$  (ОСШ) пороговых сигналов (п.с.), при заданной условной ВЛТ  $F$  обеспечивающий требуемую условную ВПО  $D$ . Эти п.с. вычислялись в выбранных для анализа зонах  $z_0, z_1, z_2$  (рис. 4.7,  $z$ ) общепринятой двухэтапной процедурой.

На первом этапе рассчитывались коэффициенты  $k_{OS}(f_S)$ , фиксирующие ВЛТ  $F$  на выходах фильтров со сглаженной окном Ханна ИХ, настроенных на частоты  $f_S$ . Произведение этих коэффициентов на мощность остатков от помехи на выходе соответствующих накопителей в проверяемом элементе дальности и задавало требуемый порог  $x_0(f_S)$ . Эта мощность оценивалась методом «ранговой статистики» (*order statistics*), предложенной в работе Г. Роллинга [119]. Для этого по данным соответствующей зоны, не содержащей полезные сигналы, в каждом скользящем по дальности и азимуту окне  $U_{proc}$  (4.9) размера  $M \times (K + 2 \cdot c + 1)$  вычислялись ППС  $\hat{\varepsilon}_{QW}(f_S)$  (4.2). Эта же формула использовалась и для расчета ППС фильтровой системы СДЦ, но МИХ  $\hat{N}_b$  квазиобеляющего фильтра заменялась на МИХ  $I_M$  всепропускающего фильтра. Такую МИХ имеют АРФ (рис. 4.2–4.4, 4.6) с параметрами

$$\alpha_i(\ell) = 0, \quad s_i(\ell) = 1, \quad i \in 2, M \quad (4.11)$$

в связи с чем схема рис. 4.6 формировала ППС обеих сравниваемых систем СДЦ. Общее число независимых значений ППС на каждой частоте  $f_S$  каждой системы СДЦ выбиралось равным  $N = 100/F$ . Это позволяло в качестве коэффициента  $k_{OS}(f_S)$  использовать значение, при котором результирующий порог превышен ППС ровно сто раз. Доступное в пределах каждой зоны значение  $N$  позволяло устанавливать значение  $F = 1.5 \cdot 10^{-3}$ .

Искомый **п.с.** определялся на **втором** этапе. Здесь центральный  $M$ -мерный вектор  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{proc}(t)$  каждого «окна»  $U_{proc}$  (4.9) складывался с вектором ожидаемого полезного сигнала  $\mathbf{s}(f_S)$  (3.3а) с переменной относительной интенсивностью  $\eta_S(f_S)$ . По данным этих модифицированных «окон» в  $N$  испытаниях повторно вычислялись **ППС**, которые далее сравнивались с соответствующим порогом  $x_0(f_S)$ . За пороговое принималось значение  $\eta_S(f_S)$ , при котором отношение  $\tilde{D} = \tilde{N}/N$  числа  $\tilde{N}$  превышений порога к общему числу испытаний  $N$  совпало с заданной **ВПО**  $D = 0.5, 0.9$ .

Программа испытаний предусматривала анализ эффективности сравниваемых систем **СДЦ** в зонах отсутствия и наличия **ПП**.

#### 4.2.5.2. Эффективность СДЦ в зонах отсутствия пассивных помех

**А.** В зонах отсутствия **ПП** (наличия только шума приемника) модель помехи разд. 3 представляет собой комплексный гауссов вектор с нулевым средним значением и скалярной (пропорциональной единичной) **КМ**  $\mathbf{R} = \eta_n \cdot \mathbf{I}_M$ . Для этой модели справедливы формулы (3.9), (3.13), из которых следует, что в рассматриваемых условиях **п.с.** при оптимальной (согласованной обработке) не зависят от  $f_S$  и равны

$$\eta_S(f_S) = \eta_{Sopt} = (1/M) \cdot (\ln F / \ln D - 1). \quad (4.12)$$

При неоптимальной (квазисогласованной) обработке рис. 3.8 в фильтре со сглаженной окном Ханна **ИХ** в соответствии с табл. 3.1 и (3.26) величина **п.с.**

$$\eta_S(f_S) = (dn/M) \cdot (\ln F / \ln D - 1) = 1.5 \cdot \eta_{Sopt}, \quad (4.13)$$

т.е. теоретически в полтора раза (на 1.76 дБ) больше, чем при согласованной.

Эти теоретические **п.с.** для **ВЛТ**  $F = 1.5 \cdot 10^{-3}$ , **ВПО**  $D = 0.5$  и  $D = 0.9$  показаны штрих-пунктирными горизонтальными прямыми на рис. 4.11.

Сплошными кривыми здесь показаны экспериментально полученные **п.с.** для зоны  $z_0$  (рис. 4.7,  $z$ ) отсутствия отражений при согласованной и квазисогласованной (в окне Ханна) обработке (помечены «**Ф**» и «**Хн**» соответственно), и **АСДЦ** на основе квазиобеляющего **АРФ** с треугольной ленточ-

ной МИХ, настраиваемого по «теплицевым» алгоритмам Берга  $12^0, 13^0$ .

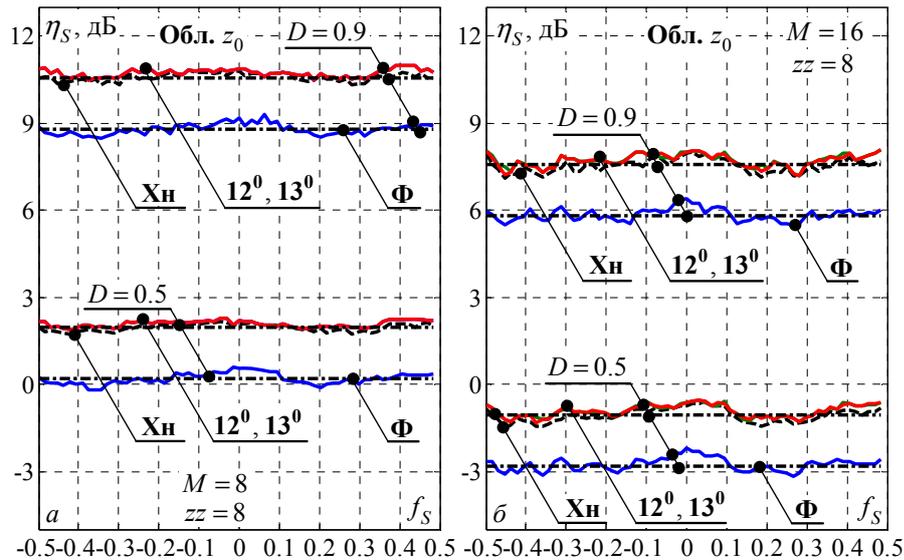


Рис. 4.11 – П.с. АСДЦ и штатной системы СДЦ в зоне  $z_0$  ( $K = 12$ ,  $zz = 8$ )

Как следует из рисунка, экспериментальные п.с. в рассматриваемой беспомеховой ситуации с практически несущественным разбросом флуктуируют вокруг соответствующих теоретических п.с., что свидетельствует о справедливости использованных в разд. 3 моделей входных воздействий и выводов из них. Флуктуации п.с. согласованных и квазисогласованных фильтров можно объяснить конечностью числа испытаний. Для АСДЦ на основе АРФ их дополнительным источником является конечность объема обучающей выборки  $K$ , нарушающая равенства (4.11), которые для параметров АРФ должны выполняться при отсутствии помех. Однако связанное с этим увеличение п.с. АСДЦ по сравнению с п.с. штатной системы СДЦ, полученное в эксперименте, столь незначительно, что позволяет считать практически выполненным обычно строго соблюдаемое требование к любым адаптивным системам помехозащиты – **они не должны снижать эффективность обработки в отсутствии помех**. В эксперименте это требование выполнялось уже при  $K \geq 8$  за счет высокого качества «теплицевых» оценок Берга  $12^0$ – $13^0$ , применимых при постоянстве интервалов зондирования РЛС. Алгоритмы оценивания параметров АРФ в АСДЦ, пригодные при других законах зондирования, анализируются ниже.

### 4.2.5.3. Эффективность СДЦ в зонах пассивных помех

А. На рис. 4.12 и рис. 4.13 показаны полученные в полунатурных экспериментах семейства выигрышей в п.с. АСДЦ по сравнению со штатной системой СДЦ в зонах  $z_1$  и  $z_2$  наличия помех (рис. 4.7, з) при объеме обучающей выборки  $K = 8$ . Параметром семейств здесь служат размеры  $M = 8, 16, 32, 64$  обрабатываемых пачек.

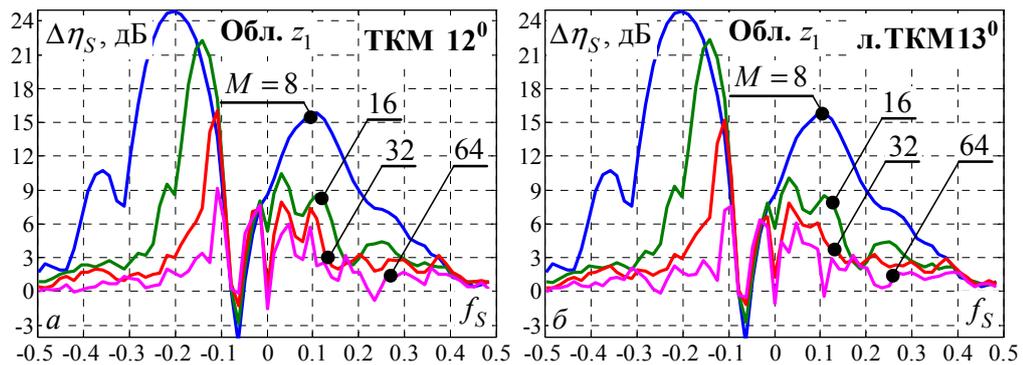


Рис. 4.12 – Выигрыш АСДЦ в п.с. (зона  $z_1$ ,  $D = 0.9$ ,  $F = 1.5 \cdot 10^{-3}$ )

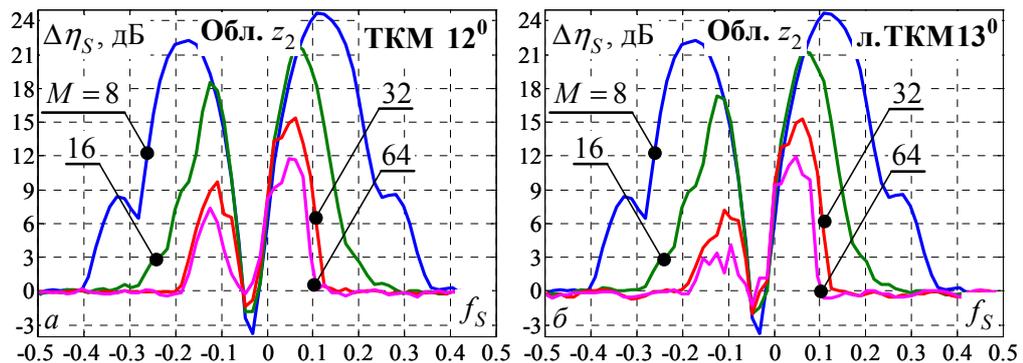


Рис. 4.13 – Выигрыш АСДЦ в п.с. (зона  $z_2$ ,  $D = 0.9$ ,  $F = 1.5 \cdot 10^{-3}$ )

Главное, что обращает на себя внимание на этих рисунках – высокая степень согласованности зависимостей экспериментально полученных выигрышей в п.с. от доплеровской частоты сигнала цели  $f_S$  с выводами теории «трех ситуаций» развитой в п. 3.3.

С позиций «ситуаций 1 и 3» в ней подробно объяснены наблюдаемые на рис. 4.12, 4.13 незначительные (не превышающие 4 дБ при  $M = 8$  и 1.5 дБ при  $M = 64$ ) потери АСДЦ в п.с. по сравнению со штатной системой СДЦ в узкой окрестности слепой скорости, частота  $f_S$  которой совпадает с частотами максимумов экспериментальных спектров отражений, приведенных на

рис. 4.8 и рис. 4.10 соответственно.

Значительные выигрыши в относительно широкой зоне частот  $f_S$  вне слепой объясняются выигрышем в **ОСПШ**, обеспечиваемым обеляющим (квазиобеляющим) фильтром в этой зоне и, одновременно, высокой мощностью помех, действующих по главному лепестку **ЭЧХ** накопителя, расширенной в связи со сглаживанием его **ИХ**. Ширина этого лепестка тем больше, чем меньше размер накопителя  $M$  и сильнее сглаживание, что объясняет более высокие выигрыши **АСДЦ** при  $M = 8$  (в условиях эксперимента достигающий 24 дБ) по сравнению с  $M = 64$ , когда выигрыш в **п.с.** может составить 12 дБ, что также резко увеличивает эффективность помехозащиты. Асимметрия кривых выигрыша на рис. 4.12 и рис. 4.13 обусловлена асимметрией крутизны спектров отражений (рис. 4.8 и рис. 4.10), большая из которых повышает эффективность **АСДЦ** (см. п. 3.3.4.В).

По мере приближения значений  $f_S$  к оптимальным выигрыш **АСДЦ** уменьшается и становится практически несущественным в зоне  $f_S \approx f_{Sopt}$ , в которой крутизна спектра отражений (рис. 4.8–4.10) близка к нулю. Механизм сближения **п.с. АСДЦ** и штатной системы **СДЦ** в этих условиях объясняется «ситуацией 2» (п. 3.3.1.Г), в которой значения параметров **АРФ** близки к (4.11) и, следовательно, **АСДЦ** приближается к штатной системе **СДЦ**.

**Б.** Преимущества **АСДЦ** по сравнению со штатной системой **СДЦ** еще более наглядно иллюстрируются рис. 4.14 (размер обрабатываемой пачки  $M = 8$ ) и рис. 4.15 ( $M = 16$ ). Здесь показаны экраны **ДАЗ**, подключенные ко входу (а) и выходам штатной **СДЦ** (б) и **АСДЦ** (в). Входные сигналы образуют смесь шумов и отражений от земной поверхности (примерно до 200-го дискрета дальности) и метеообразований (на интервале примерно от 200-го до 500-го дискретов). К ним добавлены три воздушных цели, движущиеся по параболическим траекториям в зонах отсутствия и наличия отражений от внешних источников. Выходными каждой из систем **СДЦ** являются сигналы, превысившие порог, установленный по заданной **ВЛТ**, одинаковой для сравниваемых систем.

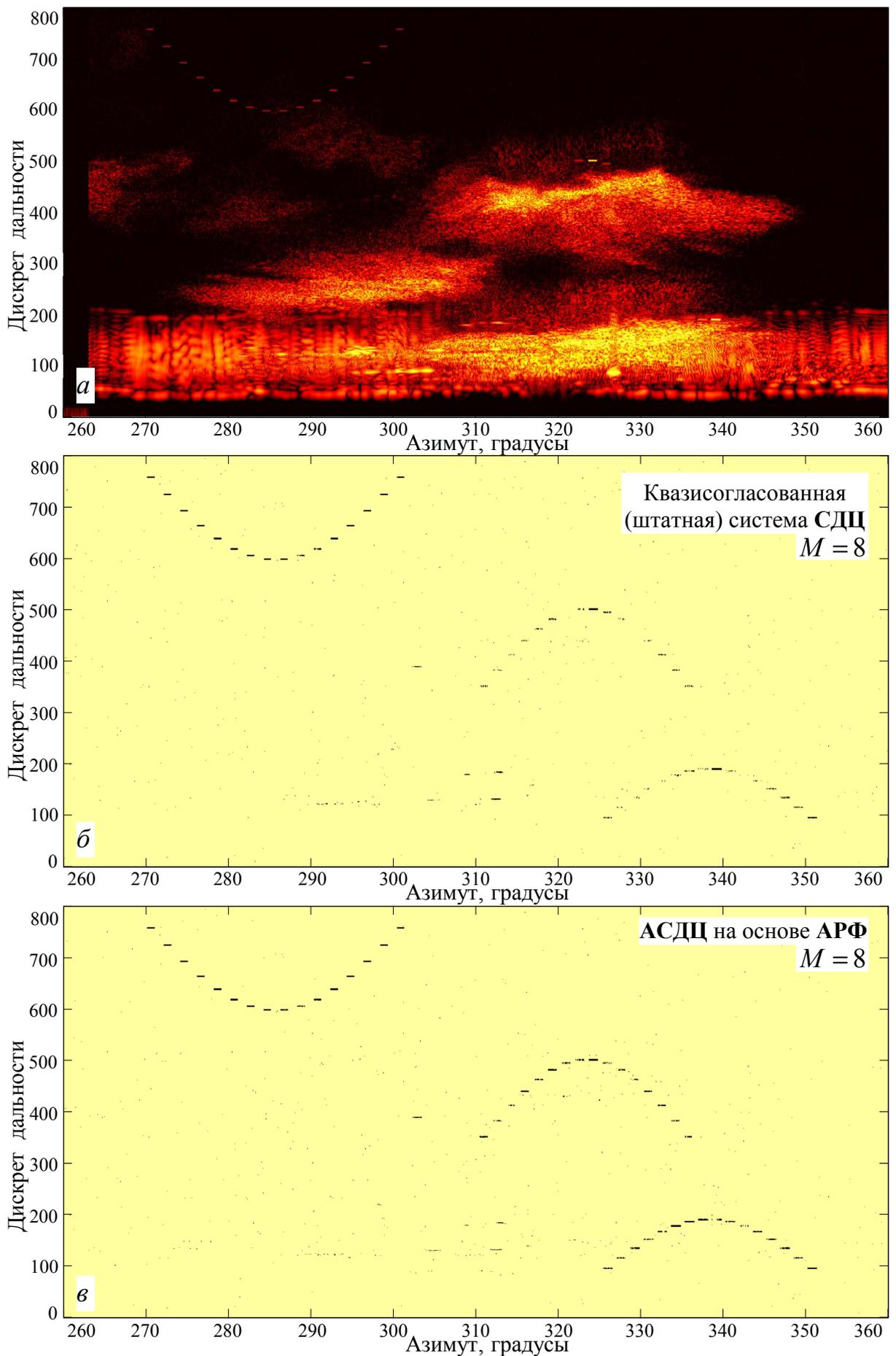


Рис. 4.14 – Экран ДАЗ на входе (а) и выходе (б, в) систем СДЦ ( $M = 8$ )

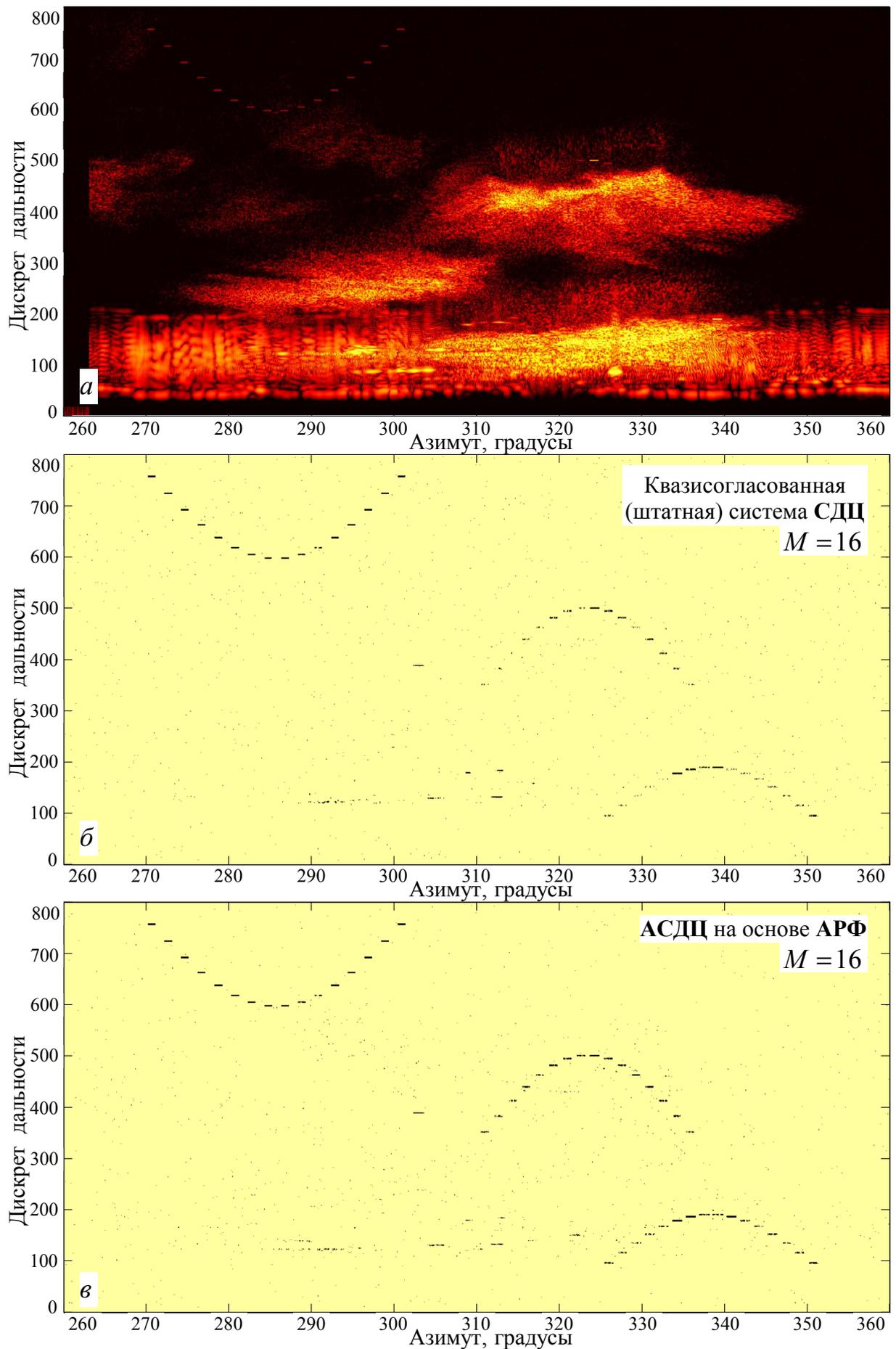


Рис. 4.15 – Экран ДАЗ на входе (а) и выходе (б, в) систем СДЦ ( $M = 16$ )

Из приведенных осциллограмм можно сделать следующие выводы.

1. Цель на фоне только шума, наблюдаемая на входе (*a*) (в верхнем левом углу экрана), с визуально практически неотличимым качеством уверенно обнаруживается и на выходе обеих сравниваемых систем, обеспечивающих в этих условиях ее «беспровальную проводку». Тем самым выполняется упоминавшееся выше требование к адаптивным системам защиты от внешних помех – **не снижать эффективность обработки при их отсутствии.**

2. АСДЦ обеспечивает «беспровальную проводку» целей и в зоне интенсивных отражений как от местности, так и от метеообразований, тогда как качество их проводки штатной системой СДЦ в этих условиях значительно хуже. Это обстоятельство можно рассматривать как важнейший аргумент в пользу целесообразности ее замены на предлагаемую систему АСДЦ.

**В.** Таким образом, в ходе полунатурных испытаний достигнуты поставленные перед ними теоретические и практические цели. Подтверждена адекватность используемых моделей входных воздействий, справедливость предложенных теорий, объясняющих свойства рассматриваемых методов и алгоритмов адаптивной МПО и, что наиболее важно, убедительно продемонстрированы преимущества предложенной КАС МПО и вытекающая из этого целесообразность ее внедрения в подобные рассмотренной импульсные РЛС, имеющие режим зондирования с постоянными временными интервалами.

**Г.** Как неоднократно отмечалось выше, КАС МПО на основе АРФ применима при работе РЛС не только в режиме постоянства интервалов зондирования, но и в режиме их вобуляции по произвольному закону. Для этого достаточно заменить «теплицев» алгоритм Берга настройки АРФ другим алгоритмом, не использующим предположения о теплицевости КМ. Из набора таких алгоритмов практически наиболее приемлем упоминавшийся выше рекуррентный алгоритм  $r = 4$ -ранговой модификации [155, 157], позволяющий, кроме того, перейти от «параллельного» АРФ (рис. 4.2) к существенно более простому последовательному (временному) АРФ (рис. 4.3, 4.4).

**Д.** На рис. 4.16 приведен пример работы такой системы СДЦ по записям

реальных сигналов с выхода амплитудного детектора некогерентной РЛС 8-мм диапазона [126, 127]. Показан вид экрана амплитудного индикатора (двухлучевого осциллографа) с отражениями от гидрометеоров (дождевых облаков, тумана) в рабочем строке РЛС, на фоне которых точечная воздушная цель при выключенном АРФ не обнаруживается (верхний луч), но уверенно обнаруживается при его включении (нижний луч).

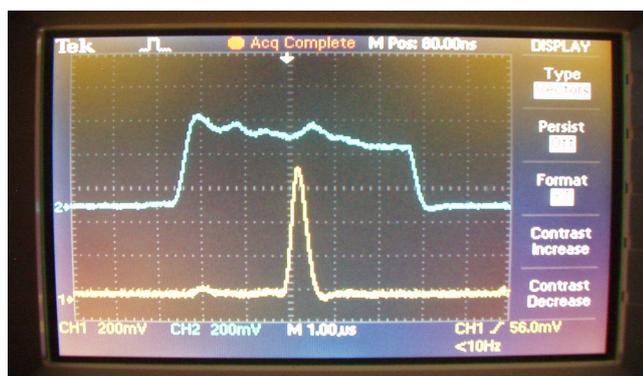


Рис. 4.16 – СДЦ на основе АРФ с настройкой по рекуррентному алгоритму

$r = 4$ -ранговой модификации

В этом эксперименте, размер обрабатываемой пачки  $M = 18$ , объем обучающей выборки  $K = 20$  ППС описывается равенством (4.2), в котором  $\mathbf{u}$  –  $M$ -мерный вектор входных воздействий в анализируемом элементе дистанции после квадратичного детектора,  $\mathbf{H}_b$  – действительная ленточная нижняя треугольная МИХ с шириной ленты  $zz = 5$  АРФ с параметрами, полученными рекуррентным алгоритмом  $r = 4$ -ранговой модификации. Вычислительные и связанные с ними временные затраты этого алгоритма оказались примерно втрое меньше, а точность модификации – заметно выше, чем  $r = 4$ -кратное применение известных алгоритмов одноранговой модификации.

Е. Аналогичные результаты получены при полунатурных испытаниях такой же системы СДЦ в аэродромной РЛС 10-см диапазона, расположенной в зоне аэропорта с интенсивным воздушным движением. Вид экрана ИКО этой РЛС в пасмурный день показан на рис. 4.17, а. Мощные протяженные отражения от гроздовых облаков в этих условиях полностью маскировали сигналы многочисленных точечных воздушных целей. Включение АРФ практически очистило от этих отражений экран ИКО (рис. 4.17, б), на кото-

ром отобразились отметки только точечных объектов. После пороговой обработки они передавались в систему вторичной (траекторной) обработки для классификации и селекции движущихся точечных воздушных целей на фоне мешающих отметок от точечных местных предметов, «ангелов» и т.п.

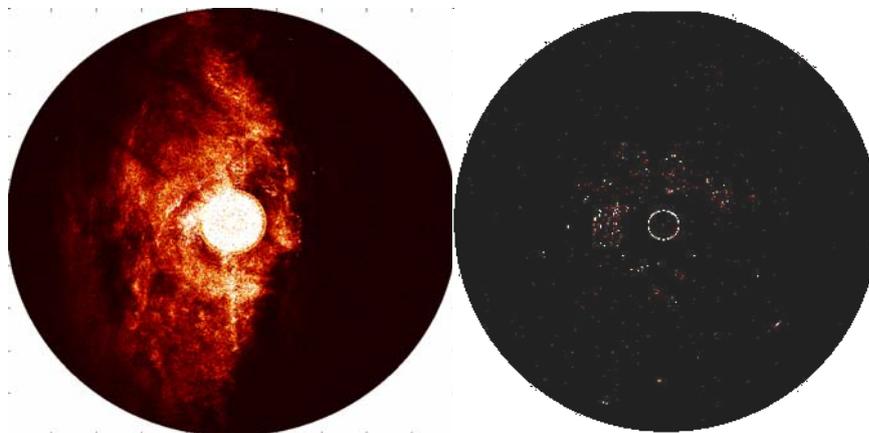


Рис. 4.17 – ИКО с выключенной (а) и включенной (б) СДЦ на основе АРФ

**Ж.** Рассмотренные адаптивные системы СДЦ на основе АРФ использовались и в целом ряде других экспериментов, в частности, при решении различных задач МПО сигналов в доплеровском метеолокаторе С-диапазона. Полученные результаты, подробно описанные в [50, 120, 121, 145, 169], полностью подтвердили их работоспособность и высокую эффективность.

### 4.3. Краткие итоги раздела

Раздел посвящен особенностям построения и полунатурным испытаниям в импульсных РЛС различного назначения предложенных комбинированных адаптивных систем (КАС) МПО, решающих задачи «разрешения-воспроизведения» непрерывных спектров междупериодных флуктуаций отражений и «разрешения-обнаружения» движущихся точечных целей на их фоне, на основе общего адаптивного квазиобеляющего фильтра.

Главные цели испытаний заключались в экспериментальном подтверждении применимости на практике математических моделей, использованных при теоретических исследованиях в предыдущих разделах, правильности развитых при этом теорий, объясняющих особенности и свойства известных и новых методов и алгоритмов МПО, демонстрации преимуществ КАС МПО на основе адаптивных решетчатых фильтров (АРФ) по сравнению с

используемыми на практике, и вытекающую из этого целесообразность их внедрения в отечественные существующие и разрабатываемые РЛС.

Основные результаты раздела заключаются в следующем.

1. Сопоставлены различные структуры квазиобеляющих фильтров с треугольными ленточными матричными импульсными характеристиками (**МИХ**) с регулируемой шириной ленты и обоснованы преимущества **АРФ**, важнейшим из которых является простота и эффективность учета априорной информации о специфике структуры эрмитовой **КМ**, порождаемой симметрией ее элементов относительно побочной диагонали.

2. Предложены схемы **КАС МПО** на основе **АРФ**, описаны трехэтапная процедура рационального решения в них обеих задач **МПО** и эффективные методы адаптивной настройки **АРФ** в режимах работы РЛС с постоянными и произвольно вобулированными интервалами зондирования. Приведены примеры практической реализации **АРФ** на современной элементной базе.

3. Полунатурным испытаниям **КАС МПО** на основе **АРФ** посвящен п. 4.2. В нем сформулированы цели и задачи испытаний, описаны методика экспериментов и массив использованных записей реальных данных одной из действующих РЛС 3-см диапазона. По результатам их обработки требовалось, в частности, подтвердить предсказанные теорией разд. 3 преимущества **КАС МПО** на основе **АРФ** по сравнению со штатной системы **СДЦ** этой РЛС при отсутствии вобуляции интервалов зондирования.

4. Проанализированы результаты полунатурных исследований различных методов воспроизведения непрерывных спектров междупериодных флуктуаций отражений. Подтверждены теоретически предсказанные в разд. 2 преимущества в задаче воспроизведения спектров отражений различной природы предложенного «промежуточного» параметрического метода спектрального оценивания (**СО**) по сравнению с широко используемым методом **СО** на основе сглаженного дискретного преобразования Фурье.

5. Разработана методика и проанализированы результаты полунатурных исследований предложенной **КАС МПО** и штатной системы **СДЦ** на основе

квасисогласованных фильтров со сглаженной окном Ханна **ИХ** в зонах отсутствия и наличия отражений. Показано, что в зонах их отсутствия (наличия только собственного шума приемника) эффективность обеих систем практически совпадает. Однако в зонах мощных отражений соотношение их реальных эффективностей с высокой степенью точности согласуется с выводами теории «трех ситуаций» (разд. 3), объясняющей экспериментально наблюдаемые частотные зоны и условия, в которых **КАС МПО** либо не уступает, либо существенно превосходит по эффективности штатную квасисогласованную систему **СДЦ**.

6. Сопоставлено качество проводки целей сравниваемыми системами **СДЦ** в зонах отсутствия и наличия отражений. Показано, что в первом случае обе системы обеспечивают практически одинаковое качество проводки, тогда как во втором качество проводки целей в адаптивной **СДЦ (АСДЦ)** на основе **АРФ** значительно выше.

Полученные результаты полунатурных испытаний убедительно свидетельствуют о целесообразности перехода от штатной системы **СДЦ** к **КАС МПО**. Такой переход потребует только ввести **АРФ** на вход штатной системы, что не сопряжено с ее радикальной переработкой.

7. На примере обработки записей отражений в РЛС 8-мм и 10-см диапазона продемонстрирована работоспособность и высокая эффективность предложенных систем **СДЦ** на основе **АРФ** с рекуррентными алгоритмами  $r = 4$ -ранговой модификации параметров в импульсных РЛС с произвольной вобуляцией интервалов зондирования. Это позволяет обоснованно рекомендовать их для практического использования в существующих и разрабатываемых отечественных РЛС.

В целом результаты данного и предыдущих разделов работы решают все задачи, сформулированные во Введении и, тем самым, позволяют считать достигнутыми поставленные цели работы, имеющие важное теоретическое и практическое значение для совершенствования отечественной радиолокационной техники различного назначения.

## ВЫВОДЫ

Диссертационная работа посвящена решению актуальных задач совершенствования адаптивных систем междупериодной обработки (**МПО**) сигналов импульсных обзорных РЛС различного назначения.

Основное внимание уделено обоснованию возможности, целесообразности и рациональных способов практической реализации на современной цифровой элементной базе комбинированных адаптивных систем (**КАС**) **МПО**, решающих в комплексе актуальные задачи воспроизведения (спектрального оценивания (**СО**)) непрерывных энергетических спектров (**НЭС**) радиолокационных отражений различной физической природы и селекции движущихся целей (**СДЦ**) на их фоне.

Результаты работы подробно раскрыты в итогах ее четырех разделов. Они решают сформулированные задачи и сводятся к следующему.

1. Развита теория «обобщенных анализаторов» **НЭС** дискретных случайных процессов различной природы, в структуру которых укладывается большинство известных классических (непараметрических) и «несобственноструктурных» параметрических методов **СО**. Практическая важность этой теории обусловлена возможностью объяснить на ее основе преимущества и недостатки известных методов **СО** и, что особенно важно, предложить их новые модификации с практически полезными свойствами.

2. Предложен критерий качества оценивания формы **НЭС** отражений, который в сочетании с известным интегральным критерием более полно характеризует эффективность решения задачи «разрешения-воспроизведения» **НЭС**, чем каждый из них в отдельности.

3. По этим критериям в гипотетических условиях знания статистических характеристик отражений сопоставлены известные и новые методы «разрешения-воспроизведения» **НЭС**. Показано, что в этих условиях разрешающая способность по введенному критерию предложенных «промежуточных» методов **СО** может быть в 2,5 – 4 раза более высокой, чем лучшего из рассмот-

ренных классических методов – «сглаженного» метода Фурье.

4. Исследовано качество воспроизведения **НЭС** непараметрическими и параметрическими методами **СО** в реальной «адаптивной» ситуации замены априори неизвестных параметров анализируемых процессов их оценками различного вида, сформированными по обучающим выборкам конечного объема. На основе полученных аналитически и методом математического моделирования законов распределения нормированных спектральных функций (**СФ**) рассмотренных методов **СО** показано, что в этих условиях для практической реализации в составе **КАС МПО** наиболее пригодны предложенные параметрические «промежуточные» методы **СО** на основе фильтров с нижней треугольной ленточной матричной импульсной характеристикой (**МИХ**), параметры которой оцениваются алгоритмами, учитывающими априорную специфику структуры корреляционной матрицы (**КМ**) анализируемого процесса, порождаемую законом зондирования импульсной РЛС.

5. Исследованы особенности компенсационно-фильтровых систем селекции движущихся целей (**СДЦ**), связанные с широко применяемым на практике «сглаживанием» импульсных характеристик (**ИХ**) когерентных накопителей импульсов пачки на выходе компенсатора пассивных помех (**ПП**). Показано, что оптимальная при отсутствии «сглаживания» система **СДЦ** в этих условиях уже не является таковой и поэтому может быть заменена той или иной квазиоптимальной (**КО**) системой с меньшим уровнем потерь, обусловленных сглаживанием, и одновременно – более простой.

6. Сопоставлены «предельные» (в гипотетических условиях знания статистических характеристик **ПП**) возможности набора **КО** систем **СДЦ**, полученных путем последовательного упрощения «базовой» системы, образованной последовательным соединением компенсатора (обращающего фильтра) **ПП** и когерентного накопителя импульсов пачки со сглаженной **ИХ**. Оценены потери в энергетическом отношении сигнал/(помеха+шум) (**ОСПШ**) рассмотренных **КО** систем **СДЦ** при сглаживании **ИХ** когерентного накопителя.

Разработана теория «трех ситуаций», объясняющая зависимость потерь

каждой из схем от доплеровского сдвига частоты полезного сигнала относительно доплеровской частоты спектра **ПП**. По результатам сравнительного анализа к практическому использованию в РЛС рекомендована адаптивная система **СДЦ** на основе **квазиобеляющего** фильтра с нижней треугольной ленточной **МИХ**, более эффективная и, одновременно, более простая, чем системы **СДЦ** на основе обращающих или обеляющих компенсаторов **ПП**.

7. Оценено **быстродействие** адаптивного варианта рекомендованной системы **СДЦ**, в которой взамен априори неизвестной **МИХ** используется ее оценка, полученная по алгоритмам Берга, учитывающим специфику (теплотцевость) **КМ ПП**. В математическом эксперименте показано, что такие адаптивные системы **СДЦ** в режиме постоянного интервала зондирования имеют рекордное быстродействие и поэтому именно их целесообразно использовать в **КАС МПО** существующих и перспективных импульсных РЛС.

8. Сопоставлены различные структуры квазиобеляющих фильтров с треугольными ленточными **МИХ** с регулируемой шириной ленты. Обоснована целесообразность использования для этой цели адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**), настраиваемых по алгоритмам, эффективно использующим априорную информацию о законе зондирования импульсной РЛС. Приведены примеры работающих на современной элементной базе **АРФ**, реализованные при участии автора. Разработаны **КАС МПО** на основе единого **АРФ** и трехэтапная процедура рационального решения в них обеих задач **МПО**.

9. Проведены обширные полунатурные испытания **КАС МПО** на основе единого **АРФ** по архиву записей реальных данных одной из действующих РЛС 3-см диапазона. Сформулированы цели и задачи испытаний, разработана методика экспериментальной проверки эффективности решения каждой из возлагаемых на нее задач.

По результатам полунатурных исследований различных методов воспроизведения **НЭС** отражений подтверждены предсказанные преимущества предложенного «промежуточного» параметрического метода **СО** по сравнению с широко используемым методом **СО** на основе сглаженного **ДФФ**.

Полунатурные сравнительные исследования **КАС МПО** и штатной системы **СДЦ** на основе квазисогласованных фильтров со сглаженной окном Ханна **ИХ** опытной РЛС 3-см диапазона полностью подтвердили теоретические выводы работы. Показано, в частности, что в зонах отсутствия **ПП** (наличия только собственного шума приемника) эффективность обеих систем практически совпадает. Однако в зонах мощных **ПП** соотношение их реальных эффективностей с высокой степенью точности согласуется с выводами теории «**трех ситуаций**», объясняющей экспериментально наблюдаемые частотные зоны и условия, в которых **КАС МПО** либо не уступает, либо существенно превосходит по эффективности штатную квазисогласованную систему **СДЦ**.

Сопоставлено качество проводки целей сравниваемыми системами **СДЦ**. Показано, что в зонах отсутствия **ПП** обе системы обеспечивают практически одинаковое качество проводки, тогда как при их наличии качество проводки целей в **КАС МПО** на основе **АРФ** значительно выше.

Результаты упомянутых, а также других полунатурных испытаний, приведенные в разд. 4, убедительно подтверждают теоретически обоснованную возможность, целесообразность и высокую эффективность предложенных технических решений, направленных на построение и внедрение **КАС МПО** в действующие и проектируемые импульсные РЛС.

10. Приведенные результаты решения задач, сформулированных во Введении, позволяют считать достигнутой цель работы, имеющей важное теоретическое и практическое значение для совершенствования отечественной радиолокационной техники различного назначения.

\*   \*  
\*  
\*   \*

Автор глубоко признателен коллективу ПНИЛ радиолокационных систем наблюдения ХНУРЭ и особенно – научному руководителю за полезную критику, внимание и помощь в работе, коллегам из организаций, разрабатывающих радиолокационную технику, за уникальные записи радиолокационных сигналов и многократные плодотворные обсуждения задач и результатов диссертации.

**ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК**

1. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е / под ред. Я.Д. Ширмана. — [Изд. 2-е, перераб. и доп.]. — М.: Радиотехника, 2007. — 512 с.
2. Radar Handbook / Ed. by M.I. Skolnik. — [Third ed.].— NY.: McGraw Hill, 2008. — 1352 p.
3. Principles of Modern Radar. Radar applications / Ed. by J.A. Scheer, W.L. Melvin. — Edison, NJ: Scitech publishing, 2013. — 816 p.
4. Метеорологические автоматизированные радиолокационные сети / Т.А. Базлова, Н.В. Бочарников, Г.Б. Брылев [и др.]; отв. ред. Г.Б. Брылев. — СПб.: Гидрометеоздат, 2002. — 209 с.
5. Doppler Radar Observations — Weather Radar, Wind Profiler, Ionospheric Radar, and Other Advanced Applications / Ed. by J. Bech, J. L. Chau. — Rijeka: InTech, 2012. — 481 p.
6. Яновский Ф.И. «Метеонавігаційні радіолокаційні системи повітряних суден» / Ф.И. Яновский. — Киев: НАУ, 2003. — 304 с.
7. Теоретико-експериментальне обґрунтування шляхів розширення функціональних можливостей метеорологічного радіолокатора та підвищення ефективності виявлення небезпечних метеорологічних явищ за рахунок використання поляризаційних властивостей зондувальних і відбитих сигналів: звіт з наук.-дослідн. роботи № 685-ДБ 10 / НАУ; кер. Ф.Й. Яновський. — Київ, 2012. — 201 с.
8. Efremov V. The new generation of Russian C-band meteorological radars. Technical features, operation modes and algorithms / V. Efremov, I. Vylegzhanin, B. Vovshin // International Radar Symposium IRS-2011: int. conf., 7–9 Sept. 2011, Leipzig, Germany: proc. — Leipzig, 2011. — P. 239–244.
9. Спектрально-корреляционные методы извлечения информации из метеолокационных сигналов («Метео-Х»): отчет о науч.-иссл. работе / ХНУРЭ; рук. Д.И. Леховицкий. — Харьков, 2009. — 120 с.

10. Практическая реализация цифровых алгоритмов первичной между-  
периодной обработки метеосигналов («Метео-ХС»): отчет о науч.-иссл. рабо-  
те / ХНУРЭ; рук. Д.И. Леховицкий. — Харьков, 2010. — 293 с.
11. Довиак Р.Дж. Доплеровские радиолокаторы и метеорологические  
наблюдения: пер. с англ. / Р.Дж. Довиак, Д.С. Зрнич; пер. с англ. под ред.  
А.А. Черникова. — Л.: Гидрометеиздат, 1988. — 281 с.
12. Радиолокационные метеорологические наблюдения: в 2-х томах //  
под ред. А.С. Солонина. — СПб.: «Наука», 2010г.
13. Principles of Modern Radar. Advanced techniques / Ed. by W.L. Melvin,  
J.A. Scheer. — Edison, NJ: Scitech publishing, 2012. — 600 p.
14. Nathanson F.E. Radar design principles / F.E. Nathanson, J.P. Reilly,  
M.N. Cohen. — Medham, NJ: Scitech publishing, 1999. — 724 p.
15. Dzvонkovskaya A. WERA HF Ocean radar performance during severe  
storm Xaver / A. Dzvонkovskaya, T. Helzel // International Radar Symposium  
IRS-2015: int. conf., 24–26 June 2015, Dresden, Germany: proc. — Dresden,  
2015. — P. 846–851.
16. Кобзарев Ю.Б. Создание отечественной радиолокации: науч. Тр.,  
мемуары, воспоминания / Ю.Б. Кобзарев; Ин-т радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН. — М.: Наука, 2007. — 503 с.
17. История отечественной радиолокации / под ред. А.С. Якунина. —  
М.: Издательский дом «Столичная энциклопедия», 2011. — 768 с.
18. А. с. № 296267. Способ автоматической регулировки амплитуды и  
фазы компенсирующего сигнала в радиоприемных устройствах с подавлени-  
ем коррелированных помех двухканальным компенсационным методом /  
Я.Д. Ширман, С.И. Красногоров (СССР). — № 296267; заявл. 27.01.62;  
опубл. 1988, Бюл. изобретений № 2.
19. А. с. № 324956. Способ компенсации коррелированных помех и ав-  
томатической ориентации нулей диаграммы направленности на источники  
помех / Я.Д. Ширман, С.И. Красногоров (СССР). — № 324956; заявл.  
02.03.63; опубл. 1988, Бюл. изобретений № 33.

20. Литвинов В.В. Первые разработки корреляционных автокомпенсаторов пассивных помех (1964–74 гг.) и проблематика СДЦ при низкой частоте посылок в обзорных РЛС / В.В. Литвинов // Прикладная радиоэлектроника. — 2009. — Т. 8, № 4. — С. 461–468.
21. Монзинго Р.А. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: пер. с англ. / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
22. Howells P. Explorations on fixed and adaptive resolution at GE and SURC / P. Howells // IEEE Trans. — 1976. — vol. AP-24, № 4. — P. 575–584.
23. Applebaum S.P. Adaptive arrays / S.P. Applebaum // Syracuse University Research Corp.: report. SPL TR 66-1. — August 1966.
24. Widrow B. Adaptive antenna systems / B. Widrow, P.E. Mantey, L.J. Griffiths, B.B. Goode // Proc. IEEE. — 1967. — Vol. 55, № 12. — p. 2143–2159.
25. Радиолокационная станция 36Д6. Эксплуатация и техническое обслуживание: учебное пособие / И.Д. Май, А.Г. Каспирович, В.А. Винник [и др.]. — Запорожье: КЭМЗ Искра, 2003. — 134 с.
26. Пиза Д.М. Метод адаптации автокомпенсатора при воздействии комбинированных помех / Д.М. Пиза, А.С. Сиренко, Е.А. Звягинцев // Радиоэлектроника, информатика, управление. — 2013. — № 2. — С. 28–31.
27. Пиза Д.М. Метод компенсации активной составляющей комбинированной помехи в когерентно-импульсной РЛС / Д.М. Пиза, Е.А. Звягинцев, Г.В. Мороз // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. — 2016. — Т. 59, № 6. — С. 23–29.
28. Жуга Г.А. Резервы и средства повышения защищенности от пассивных помех импульсных РЛС с попачечным изменением интервалов зондирования: диссерт. ... к.т.н. / Г.А. Жуга. — Харьков: ХНУРЭ, 2009. — 246 с.
29. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 5. Адаптивные системы междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга [и др.] // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 508–525.

30. Робинсон Э.А. История развития теории спектрального оценивания / Э.А. Робинсон // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 6–33.
31. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложения: в 2 т. Т. 2: пер. с англ. / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. — М.: Мир, 1972. — 287 с.
32. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление: пер. с англ. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс; пер. с англ. под ред. В.Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1974. — 406 с.
33. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии: пер. с англ. / А.М. Яглом. — Л.: Гидрометеиздат, 1991. — 170 с.
34. Караваев В.В. Статистическая теория пассивной локации / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. — М.: Радио и связь, 1987. — 120 с.
35. Джейнс Э.Т. О логическом обосновании методов максимальной энтропии / Э.Т. Джейнс // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 33–51.
36. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. / С.Л. Марпл-мл.; пер. с англ. под ред. И.С. Рыжака. — М.: Мир, 1990. — 364 с.
37. Stoica P. Introduction to Spectral Analysis / P. Stoica, R. Moses — NJ.: Prentice Hall, Upper Saddle River, 1997. — 319 p.
38. Krim H. Two Decades of Array Signal Processing Research / H. Krim, M. Viberg // IEEE Signal Processing Magazine. — 1996. — Vol. 13, No. 7. — P. 67–95.
39. Ширман Я.Д. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос, Д.И. Леховицкий // Радиотехника. — 1997. — № 1. — С. 31–42.
40. Childers D.G. Modern Spectral Analysis / Ed. by D.G. Childers. — New York: IEEE Press, 1978.
41. Кей С.М. Современные методы спектрального анализа / С.М. Кей, С.Л. Марпл-мл. // ТИИЭР. — 1981. — Т. 69, № 11. — С. 5–51.
42. Burg J.P. Maximum Entropy Spectral Analysis / J.P. Burg // 37th Meeting

of the Society of Exploration Geophysicists, October 1967, Oklahoma City, Oklahoma, USA: proc. — Oklahoma City, 1967.

43. Capon J. High Resolution Frequency-Wave number Spectrum Analysis / J. Capon // Proc. IEEE. — 1969. — Vol. 57, № 8. — P. 1408–1418.

44. Ширман Я.Д. Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовых шумов и произвольного числа мешающих сигналов со случайными амплитудами и начальными фазами / Я.Д. Ширман // Радиотехника и электроника. — 1959. — Т. 4, № 12. — С. 31–35.

45. Ширман Я.Д. Статистический анализ оптимального разрешения / Я.Д. Ширман // Радиотехника и электроника. — 1961. — Т. 6, № 8. — С. 21–23.

46. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я.Д. Ширман. — М.: Сов. радио, 1974. — 360 с.

47. Ширман Я.Д. К сорокалетию харьковских работ по теории и технике разрешения и сверхразрешения / Я.Д. Ширман // Радиотехника. — Харьков, 1996. — № 100. — С. 124–139.

48. Мюнье Ж. Пространственный анализ в пассивных локационных системах с помощью адаптивных методов / Ж. Мюнье, Ж.Ю. Делиль // ТИИЭР. — 1987. — Т. 75, № 11. — С. 21–37.

49. Джонсон Д.Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения / Д.Х. Джонсон // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 126–136.

50. Efremov V. Results of theoretical and experimental investigations of meteorological formations power spectrum using «superresolution» methods / V. Efremov, U. Laurukevich, D. Lekhovyt'skiy [et al.] // International Radar Symposium IRS-2009: int. conf., 09–11 September 2009, Hamburg, Germany: proc. — Hamburg, 2009. — P. 777–784.

51. Леховицкий Д.И. Извлечение метеоинформации на основе спектрального и корреляционного анализа отражений в импульсных доплеровских метеорологических РЛС / Д.И. Леховицкий, Г.А. Жуга, Б.М. Вовшин, В.В. Лаврукевич // Прикладная радиоэлектроника. — 2007. — Т. 6, № 4. —

С. 491–510.

52. Джейнс Э.Т. О логическом обосновании методов максимальной энтропии / Э.Т. Джейнс // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 33–51.

53. Рыжков А. В. Характеристики метеорологических РЛС / А.В. Рыжков // Зарубежная радиоэлектроника. — 1993. — № 4. — С. 29–34.

54. Мельников В.М. Обработка информации в доплеровских МРЛ / В.М. Мельников // Зарубежная радиоэлектроника. — 1993. — № 4. — С. 35–42.

55. Weber M.E. Advances in Operational Weather Radar Technology / M.E. Weber // Lincoln Laboratory Journal. — 2006. — Vol. 16, № 1. — P. 9–29.

56. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 1. Физический смысл и экстремальные свойства операций оптимальной междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 463–478.

57. Леховицкий Д.И. Разновидности сверхразрешающих анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обесценивающих адаптивных решетчатых фильтров / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов // Антенны. — 2000. — № 2. — С. 40–54.

58. Леховицкий Д.И. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов // Изв. Вузов. Радиофизика. — 1992. — Т. 35, № 11–12. — С. 969–991.

59. Lekhovytsky D.I. Combining target detection against the background of jamming signals and jamming signal DOA estimation / D.I. Lekhovytsky, D.V. Atamanskiy, V.P. Riabukha, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT-2015: X int. conf., 21–24 Apr. 2015, Kharkiv, Ukraine: proc. — Kharkiv, 2015. — P. 1–5.

60. Friedlander B. General Lower Bound for Parametric Spectrum Estimation / B. Friedlander, B. Porat // IEEE Trans. on ASSP. — 1984. — Vol. 32, No. 4. — P. 728–733.

61. Теоретико-экспериментальное обоснование методов и алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе (№ 252): отчет о науч.-иссл. работе / ХНУРЭ; рук. Д.И. Леховицкий. — Харьков, 2011. — 289 с.

62. Практическая реализация алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в ДМРЛ на основе программируемых логических интегральных схем (№ 285): отчет о науч.-иссл. работе / ХНУРЭ; рук. Я.С. Шифрин. — Харьков, 2014. — 94 с.

63. Разработка математической модели системы пространственно-временной обработки сигналов на фоне шумовых излучений и мешающих отражений и исследовательской программы для оценки их эффективности в РЛС с АФАР: отчет о науч.-иссл. работе / ХНУРЭ; рук. Д.И. Леховицкий. — Харьков, 2015. — 404 с.

64. Розроблення адаптивних систем захисту радіолокаторів різного призначення від завад: звіт про наук.-техн. роботу / ХНУРЕ; кер. Д.І. Леховицький. — Харків, 2015. — 276 с.

65. Дослідження та обґрунтування шляхів створення складових підсистем спостереження, навігації та радіомоніторингу державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об'єктами (№ 240): звіт про наук.-техн. роботу / ХНУРЕ; кер. Д.І. Леховицький. — Харків, 2010. — 165 с.

66. Перспективні технології та засоби спостереження, навігації та радіомоніторингу в інтегрованих інформаційних системах управління динамічними об'єктами (№ 263): звіт про наук.-техн. роботу / ХНУРЕ; кер. Д.І. Леховицький. — Харків, 2012. — 289 с.

67. Беллман Р. Введение в теорию матриц: пер. с англ. / Р. Беллман. — М.: Наука. — 1976. — 367 с.

68. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения: пер. с англ. / Г. Стренг. — М.: Мир, 1980. — 459 с.

69. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления. / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
70. Леховицкий Д.И. Моделирование пассивных помех импульсным РЛС на основе процессов авторегрессии произвольного порядка / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кириллов // Системи обробки інформації. — 2008. — № 3 (70). — С. 90–101.
71. Abramovich Y.I. Order estimation and discrimination between stationary and time-varying autoregressive (TVAR) models / Y.I. Abramovich, N.K. Spencer, M.D.E. Turley // IEEE Trans. Sig. Proc. — 2007. — Vol. 55, № 6. — P. 2861–2876.
72. Capon J. Correction to «Probability distributions for estimators of the frequency-wavenumber spectrum» / J. Capon // Proc. IEEE. — 1971. — Vol. 59, № 1. — P. 112–112.
73. Кейпон Дж. Распределение вероятности оценок пространственно-временного спектра / Дж. Кейпон, Н. Гудмен // ТИИЭР. — 1970. — Т. 58, № 11. — С. 82–84.
74. Гейбриел У.Ф. Спектральный анализ и методы сверхразрешения с использованием адаптивных антенных решеток / У.Ф. Гейбриел // ТИИЭР. — 1980. — Т. 68, № 6. — С. 19–32.
75. Черемисин О.П. Эффективность адаптивных методов пеленгации помех / О.П. Черемисин // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, № 9. — С. 1850–1861.
76. Леховицкий Д.И. Статистический анализ «сверхразрешающих» методов пеленгации источников шумовых излучений в АР при конечном объеме обучающей выборки / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов, П.М. Флексер // Антенны. — 2000. — № 2 (45). — С. 23–39.
77. Леховицкий Д.И. Статистический анализ разрешающей способности квазигармонического спектрального оценивания методом Кейпона / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер // Современная радиолокация: междунар. науч.-тех. конф., 1994, Киев: сб. докл.—Киев, 1994.— Вып. 1.—С. 66–71.

78. Леховицкий Д.И. Модифицированный алгоритм Кейпона для задач гармонического спектрального анализа пространственно-временных случайных сигналов / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, В.М. Пищухин, П.М. Флексер // Проектирование автоматизированных систем контроля и управления сложными объектами: V всесоюзн. шк.-семина., 1992, Туапсе, РФ: сб. тезис. — Туапсе, 1992. — С. 705.

79. Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д.И. Леховицкий // Изв. Вузов. Радиофизика. — 1992. — Т. 35, № 9–10. — С. 790–808.

80. Dym H. Extensions of band matrices with band inverses / H. Dym, I. Gohberg // Linear Algebra Appl. — 1981. — Vol. 36. — P. 1–24.

81. Lekhovytskiy D.I. Statistical analysis of «superresolving» methods for direction-of-arrival estimation of noise radiation sources under finite size of training sample / D.I. Lekhovytskiy, Y.S. Shifrin // Signal Processing. Special Issue. — 2013. — Vol. 93, No. 12. — P. 3382–3399.

82. Burg J.P. The relationship between maximum entropy and maximum likelihood spectra / J.P. Burg // Geophysics. — Vol. 37. — 1972. — P. 375–376.

83. Гершман А.Б. Взаимосвязь спектральных оценок максимальной энтропии и «теплового шума» / А.Б. Гершман, В.Т. Ермолаев // Радиотехника. — 1988. — № 9. — С. 39–?.

84. Van Den Bos A. Alternative interpretation of maximum entropy spectral analysis / A. Van Den Bos // IEEE Trans. Inform. Theory. — 1971. — Vol. 17. — P. 493–494.

85. Хайкин С. Спектральный анализ радиолокационных мешающих отражений методом максимальной энтропии / С. Хайкин, Б.У. Карри, С.Б. Кеслер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 51–62.

86. Вопросы статистической теории радиолокации: в 2 т. Т. 1 / Под ред. Г.П. Тартаковского. — М.: Сов. Радио, 1963. — 424 с.

87. Dias J. Nonparametric estimation of mean velocity and spectral width in weather radar / J. Dias, J. Leitaó // IEEE International Geoscience and Remote

Sensing Symposium IGARSS'95: int. conf., 10–14 July 1995, Florence, Italy: proc. — Florence, 1995. — P. 2121–2125.

88. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. — М.: Сов. радио, 1966. — 680 с.

89. Справочник по специальным функциям. С формулами, графиками и математическими таблицами: пер. с англ. / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган; пер. с англ. под ред. В.А. Диткина, Л.Н. Кармазиной. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. — 832с.

90. Reed I.S. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays / I.S. Reed, J.D. Mallett, L.E. Brennan // IEEE Trans. on Aerosp. Electr. Syst. — 1974. — Vol. AES-10, № 6. — P. 853–863.

91. Абрамович Ю.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы / Ю.И. Абрамович, А.И. Неврев // Радиотехника и электроника. — 1981. — Т. 26, № 12. — С. 2558–2566.

92. Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing / R. Nitzberg // IEEE Trans. Aerosp. and Electr. Syst. — 1980. — Vol. 16, № 1. — P. 124–127.

93. Lekhovyt'skiy D.I. To the theory of adaptive signal processing in systems with centrally symmetric receive channels / D.I. Lekhovyt'skiy // EURASIP Journ. Adv. Sig. Proc. — 2016. — Vol. 33. — P. 1–11.

94. Леховицкий Д. И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов, В.И. Зарицкий // Антенны. — 2000. — № 1 (44) — С. 30–35.

95. Леховицкий Д.И. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки сигналов / Д.И. Леховицкий, В.И. Зарицкий, И.Д. Раков [и др.]. — М.: РТИ АН СССР, 1987. — 30 с. — (Препринт / АН СССР, РТИ, № 8610, 1987).

96. Берг Дж.П. Оценивание ковариационных матриц с заданной структурой / Дж.П. Берг, Д.Г. Люнбергер, Д.Л. Венгер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 63–77.
97. Burg J.P. A New Analysis Technique for Time Series Data / J.P. Burg // Modern Spectrum Analysis / Ed. by D.G. Childers. — [P. 42–48]: IEEE Press, 1978.
98. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных / Б. Фридландер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 58. — С. 54–97.
99. Фридландер Б. Методы спектрального оценивания на основе решетчатой структуры / Б. Фридландер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 95–125.
100. Адаптивные фильтры: пер. с англ. / Под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. — М.: Мир, 1988. — 392 с.
101. Abramovich Y.I. Band-inverse TVAR covariance matrix estimation for adaptive detection / Y.I. Abramovich, N.K. Spencer, B.A. Johnson // IEEE Trans. on Aerosp. and Electr. Syst. — 2010. — Vol. 46, № 1. — P. 375–396.
102. Lekhovytskiy D. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix, approximations: theory and practical applications / D.I. Lekhovyt-skiy, Y.I. Abramovich / International Radar Symposium IRS-2009: int. conf., 09–11 Sept. 2009, Hamburg, Germany: proc. — Hamburg, 2009. — P. 535–539.
103. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. — М.: Статистика, 1980. — 95 с.
104. Леховицкий Д.И. Экспериментальные исследования систем СДЦ на основе адаптивных решетчатых фильтров в импульсных РЛС с попачечной вобуляцией периодов зондирования / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, В.Н. Лаврентьев // Прикладная радиоэлектроника. — 2008. — Т. 7, № 1. — С. 3–16.
105. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема / Р.Л. Стратонович. — М.: Сов. радио. — 1973. — 144 с.
106. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной

информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. — М.: Радио и связь, 1981. — 416 с.

107. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 3. Структуры, параметры и эффективность квазиоптимальных систем между периодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков // Прикладная радиоэлектроника. — 2009. — Т. 8, № 2. — С. 109–123.

108. Вайнштейн Л.А. Выделение сигналов на фоне случайных помех / Л.А. Вайнштейн, В.Д. Зубаков. — М.: Сов. радио, 1960. — 448 с.

109. Бакулев Г.А. Методы и устройства селекции движущихся целей / Г.А. Бакулев, В.М. Степин. — М.: Радио и связь, 1986. — 286 с.

110. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: в 3 т. Т. 3: пер. с англ. / Г. Ван Трис; пер. с англ. под ред. В.Т. Горяинова. — М.: Сов. радио, 1977. — 663.

111. Гершман А.Б. Робастные адаптивные антенные решетки / А.Б. Гершман // Антенны. — 2000. — № 2. — С. 5–16.

112. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. — М.: Наука, 1981. — 798 с.

113. Маркус М. Обзор по теории матриц и матричных неравенств: пер. с англ. / М. Маркус, Х. Минк. — М.: Наука, 1972. — 232 с.

114. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. / Б. Уидроу, С. Стирнз. — М.: Радио и связь, 1989. — 440 с.

115. Кокин В.Н. Использование текущей оценки обратной корреляционной матрицы помех в адаптивном обнаружителе / В.Н. Кокин, А.В. Теме-ров, В.В. Фединин // Радиотехника и электроника. — 1980. — Т. 25, № 7. — С. 1540–1542.

116. Пат. № 3876847 США, МКИ 325/367 от 8.04.1975 / С. Гираудон.

117. Лексаченко В.А. Синтез многомерного «выбеливающего» фильтра по методу Грамма-Шмидта / В.А. Лексаченко, А.А. Шаталов // Радиотехника и электроника. — 1976. — Т. 21, № 1. — С. 112–119.

118. Бондаренко Б.Ф. Применение методов функционального анализа для решения задач синтеза системы пространственно-временной обработки сигналов / Б.Ф. Бондаренко, В.П. Прокофьев // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1982. — Т. 25, № 7. — С. 12–16.
119. Rohling H. Radar CFAR thresholding in clutter and multiple target situations / H. Rohling // IEEE Trans. on Aerosp. Electr. Syst. — 1983. — Vol. AES-19, № 4. — P. 608–621.
120. Laurukevich V. Estimation of energy, spectral and polarimetric characteristics of meteorological echoes in DMRL-C / V. Laurukevich, A. Pushkov., I. Vylegzhanin [etc.] // International Radar Symposium IRS-2011: int. conf., 7–9 Sept. 2011, Leipzig, Germany: proc. — Leipzig, 2011. — P. 267–272.
121. Laurukevich V. The results of field tests of russian meteorological radar «DMRL-C» / V. Laurukevich, A. Pushkov, B. Vovshin, I. Vylegzhanin // Международный радиоэлектронный Форум: IV междунар. научн.-техн. конф., 18–21 окт. 2011, Харьков, Украина: труды конф. — Харьков, 2011. — Т. 1. — С. 7–12.
122. Saeed A.H. Fundamentals of adaptive filtering / A.H. Saeed. — NJ, Hoboken: John Wiley and Sons Inc., 2003. — 1125 p.
123. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы / В.И. Джиган. — М.: Техносфера, 2013. — 528 с.
124. Lev-Ari H. Schur and Levinson algorithms for nonstationary processes / H. Lev-Ari, T. Kailath // IEEE Acoustic, Speech and Signal Processing: int. conf., March 1981, Atlanta, CA, USA: proc. — Atlanta, 1981. — P. 860–864.
125. Sharman K.C. Spatial lattice filter for high-resolution spectral analysis of array data / K.C. Sharman, T.S. Durrani // IEEE Commun., Radar and Sig. Proc. — 1983. — Vol. 130, № 3. — P. 279–287.
126. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 7. Особенности междупериодной обработки сигналов на фоне пассивных помех в некогерентных импульсных РЛС / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кириллов, С.В. Бурковский // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 536–541.

127. Lekhovytskiy D.I. Special features of interperiod signal processing at the clutter background in noncoherent pulsed radars / D.I. Lekhovytskiy, G.A. Zhuga, B.M. Vovshin, V.V. Lavrukevich // International Radar Symposium IRS-2007: int. conf., 5–7 Sept. 2007, Cologne, Germany: proc. — Cologne, 2007. — P. 461–465.

128. Костенко П.Ю. Технология формирования суррогатных данных с использованием метода SSA для повышения эффективности спектрального анализа сигналов / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2015. — Т. 58, № 8. — С. 25–32.

129. Костенко П.Ю. Повышение эффективности спектрального анализа при низких отношениях сигнал/шум с использованием технологии суррогатных данных без сегментации наблюдения / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2015. — Т. 58, № 2. — С. 36–47.

130. Костенко П.Ю. Методы повышения эффективности оценки числа гармонических компонент сигнала с использованием технологии суррогатных данных / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57, № 10. — С. 3–13.

131. Костенко П.Ю. Повышение эффективности спектрального анализа сигналов методом Root-MUSIC с использованием суррогатных данных / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57, № 1. — С. 31–39.

132. Костенко П.Ю. Коррекция обработки сигналов при их спектральном анализе с использованием суррогатных автоковариационных функций наблюдения, полученных ATS-алгоритмом / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57, № 6. — С. 3–12.

133. Koshevyy V.M. Synthesis of Composite Biphasic Signals for continuous Wave Radar / V.M. Koshevyy, I.V. Koshevyy, D.O. Dolzhenko // Information, Communication and Environment / Ed. by A. Weintrit, T. Neumann. — Ch. 1.5: CRC Press, 2015.

134. Koshevyy V.M. Spatial Processing Based on Ship's Antenna Array

with minimum quantity of Controlling Elements / V.M. Koshevyu, A.A. Shersh-nova // Судовождение. — 2015. — № 25. — С. 113–120.

135. Koshevyu V.M. Synthesis of Waveform-Filter Pairs Under Additional Constraints With Group-Complementary Properties / V.M. Koshevyu // IEEE International Radar Conference RadarCon-2015: int. conf., 10–15 May 2015, Arlington, USA: proc. — Arlington, 2015. — P. 616–621.

136. Кошевой В.М. Использование априорной информации о структуре корреляционных матриц для задач адаптации / В.М. Кошевой // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1982. — Т. 25, № 9. — С. 71–73.

137. Кошевой В.М. Эффективность адаптивных фильтров с центральной симметрией приемных каналов / В.М. Кошевой, В.В. Радионов // Радиотехника и электроника. — 1994. — № 11. — С. 1779–1788.

138. Кошевой В.М. Исследование возможностей повышения эффективности нормировки сигналов по уровню помех на выходе систем междупериодной обработки в условиях малой выборки / В.М. Кошевой, С.Т. Тарабуев // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. — 1985. — Т. 28, № 1. — С. 19–25.

139. Кошевой В.М. Критерий максимума правдоподобия в задачах адаптивной обработки сигналов в эквидистантных приемных каналах / В.М. Кошевой, В.В. Радионов // Радиотехника и электроника. — 1996. — Т. 41, № 4. — С. 478–482.

140. Леховицкий Д.И. Параметрические методы оценивания спектров отражений от метеообразований / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семениака, Д.В. Атаманский // Системи обробки інформації. — 2011. — Т. 5(95). — С. 67–78.

141. Lekhovytskiy D.I. Estimation of the Energy Spectrums of Reflections in Pulse Doppler Weather Radars. Part 1. Modifications of the Spectral Estimation Algorithms / D.I. Lekhovyt'skiy, D.V. Atamanskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // Radioelectronics and Communications Systems. — 2015. — Vol. 58, № 12. — P. 523–550.

142. Lekhovytskiy D.I. Estimation of the energy spectrums of reflections in pulse Doppler weather radars. Part 2. Extreme performance / D.I. Lekhovytskiy, D.V. Atamanskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // *Radioelectronics and Communications Systems*. — 2016. — Vol. 59, No. 9. — P. 379–396.

143. Rachkov D.S. Estimation of continuous energy spectra of random echoes in coherent pulse radar / D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, D.I. Lekhovytskiy, D.V. Atamanskiy // *International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT-2013: int. conf., 16–20 September 2013: proc.* — Odessa, Ukraine, 2013. — P. 319–322.

144. Rachkov D.S. Lattice implementation of «superresolving» methods for meteorological objects spectra estimation / D.S. Rachkov, D.I. Lekhovytskiy, A.V. Semeniaka, B.M. Vovshin, U.U. Laurukevich // *International Radar Symposium IRS-2014: int. conf., 16–18 June 2014, Gdansk, Poland: proc.* — Gdansk, 2014. — P.35–38.

145. Rachkov D.S. Estimation of meteorological objects energy spectra in pulse Doppler weather radar / D.S. Rachkov, D.I. Lekhovytskiy, A.V. Semeniaka [et al.] // *International Radar Symposium IRS-2013: int. conf., 18–21 June 2013, Dresden, Germany: proc.* — Dresden, 2013. — Vol. 2. — P. 811–817.

146. Lekhovytskiy D.I. Quasioptimal algorithms for batch coherent signals interperiod processing against background clutter / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, D.V. Atamanskiy, V.P. Riabukha // *International Radar Symposium IRS-2014: int. conf., 16–18 June 2014, Gdansk, Poland: proc.* — Gdansk, 2014. — P. 25–30.

147. Semeniaka A.V. Band-diagonal regularization of estimates of Gaussian interference covariance matrices with various structure specific / A.V. Semeniaka, D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov // *Radar Science and Technology*. — 2012. — Vol. 10, № 4. — P. 352–362.

148. Леховицкий Д.И. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц в задачах адаптивной обработки сигналов на фоне гауссовых помех / Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, В.П. Рябуха,

Г.А. Жуга, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 419–422.

149. Семеняка А.В. О методах оценивания теплицевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов / А.В. Семеняка, Д.С. Рачков, Д.И. Леховицкий // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 441–447.

150. Semeniaka A.V. Comparative Analysis of Toeplitz Covariance Matrix Estimation Methods for Space-Time Adaptive Signal Processing / A.V. Semeniaka, D.I. Lekhovitskiy, D.S. Rachkov // IEEE CIE International Conference on Radar RADAR-2011: int. conf., 24–27 October 2011, Chengdu, China: proc. — Chengdu, 2011. — P. 696–699.

151. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 5. Адаптивные системы междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 508–525.

152. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 3. Об управлении уровнем вероятности ложной тревоги в фильтровых системах междупериодной обработки сигналов на фоне пассивных помех / Д.И. Леховицкий, С.В. Полишко, А.В. Семеняка, Е.А. Катюшин // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 494–499.

153. Леховицкий Д.И. Адаптивные решетчатые фильтры. Часть I. Теория решетчатых структур / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, В.П. Рябуха, Д.В. Атаманский // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 380–404.

154. Леховицкий Д.И. Адаптивные решетчатые фильтры. Часть II. Алгоритмы настройки АРФ / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, В.П. Рябуха, Д.В. Атаманский // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 405–418.

155. Леховицкий Д.И. Рекуррентные алгоритмы настройки адаптив-

ных решетчатых фильтров / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка // *Технология и конструирование в электронной аппаратуре*. — 2016. — № 2–3. — 26–32.

156. Semeniaka A.V. The systolic design of two-dimensional and multidimensional lattice filters for space-time signal processing / A.V. Semeniaka, D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov // *European Radar Conference EuRAD-2014: int. conf.*, 8–10 Oct. 2014, Rome, Italy: proc. — Rome, 2014. — P. 545–548.

157. Lekhovytskiy D.I. K-Rank modification of adaptive lattice filter parameters / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // *IEEE International Radar Conference RadarCon-2015: int. conf.*, 10–15 May 2015, Arlington, USA: proc. — Arlington, 2015. — P. 127–132.

158. Леховицкий Д.И. Модифицированный метод парных импульсов для когерентных импульсных МРЛ с произвольными интервалами зондирования / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, Д.В. Атаманский, А.А. Пушков // *Успехи современной радиоэлектроники*. — 2012. — № 3. — С. 25–45.

159. Леховицкий Д.И. Оценка ширины доплеровского спектра скоростей метеообразований в когерентных импульсных МРЛ с произвольными интервалами зондирования / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, Д.В. Атаманский, А.А. Пушков // *Успехи современной радиоэлектроники*. — 2012. — № 8. — С. 47–67.

160. Lekhovytskiy D.I. Spectral moment estimation of weather echoes in pulsed Doppler weather radars: Spectrum width / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, V.P. Ryabukha, D.V. Atamanskiy // *Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium: int. conf.*, 25–27 Aug. 2011, Kyiv, Ukraine: proc. — Kyiv, 2011. — P. 236–239.

161. Lekhovytskiy D.I. Improvement of accuracy of meteorological objects velocity unambiguous measurement in Doppler weather radars with staggered pulse repetition times / D.I. Lekhovytskiy, D.V. Atamanskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka // *Radioelectronics and Communications Systems*. — 2015. — Vol. 58. — No. 9. — P. 385–403.

162. Lekhovytskiy D.I. Spectral moment estimation of weather echoes in pulsed Doppler weather radars: Mean power / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, V.P. Ryabukha, D.V. Atamanskiy // *Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium: int. conf.*, 25–27 Aug. 2011, Kyiv, Ukraine: proc. — Kyiv, 2011. — P. 228–231.

163. Ryabukha V.P. Estimation of spatial weight vector fixation interval for sequential space-time signal processing against the background of combined interferences / V.P. Ryabukha, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, Ie.A. Katiushyn // *Radioelectronics and Communications Systems*. — 2012. — Vol. 55, No. 10. — P. 443–451.

164. Леховицкий Д.И. Влияние неортогональности и различия коэффициентов усиления квадратурных подканалов на эффективность пространственной обработки / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, Д.В. Атаманский // *Прикладная радиоэлектроника*. — 2014. — Т.13, № 1. — С. 29–34.

165. Семеняка А.В. Влияние конечной разрядности фазовращателей на эффективность пространственной обработки // А.В. Семеняка, В.П. Рябуха, Д.С. Рачков, Д.В. Атаманский // *Прикладная радиоэлектроника*. — 2014. — Т. 13, № 2. — С. 159–163.

166. Rachkov D.S. Lattice-filter-based ground clutter canceller for pulse Doppler weather radar / D.S. Rachkov, D.I. Lekhovytskiy, A.V. Semeniaka, V.P. Riabukha, D.V. Atamanskiy // *International Radar Symposium IRS-2014: int. conf.*, 16–18 June 2014, Gdansk, Poland: proc. — Gdansk, 2014. — P. 215–219.

167. Rachkov D.S. Statistical analysis of ground clutter and point targets impact on accuracy of weather echoes parameters estimation / D.S. Rachkov, D.I. Lekhovytskiy, A.V. Semeniaka, V.P. Riabukha // *International Radar Symposium IRS-2015: int. conf.*, 24–26 June 2015, Dresden, Germany: proc.— Dresden, 2015. — P. 604–609.

168. Жуга Г.А. Особенности реализации решетчатых фильтров на основе цифровых сигнальных процессоров / Г.А. Жуга, А.В. Семеняка, Д.С.

Рачков, Е.А. Катюшин // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2010: 6-я междунар. молодежн. научн.-техн. конф., 19–24 апр. 2010, Севастополь, Украина: матер. конф. — СевНТУ, 2010. — с. 82.

169. Lekhovytskiy D.I. Statistical analysis of estimation accuracy of the meteorological formations parameters in pulsed Doppler weather radars with arbitrary staggering of pulse repetition intervals / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka [etc.] // International Radar Symposium IRS-2011: int. conf., 7–9 Sept. 2011, Leipzig, Germany: proc. — Leipzig, 2011. — P. 273–278.

170. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц гауссовых помех в алгоритмах адаптации антенных решеток / Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков // Прикладная радиоэлектроника. — 2010. — Т. 9, № 1. — С. 107–121.

171. Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха / Ю.И. Абрамович // Радиотехника и электроника. — 1981. — Т. 26, № 3. — С. 543–551.

172. Abramovich Y.I. A modified GLRT and AMF framework for diagonally loaded and fast maximum-likelihood adaptive detectors / Y.I. Abramovich, N.K. Spencer, A.Y. Gorokhov // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Syst. — 2007. — Vol. 43, № 3. — P. 1017–1051.

173. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. — М.: Сов. радио, 1977. — 432 с.

174. Воеводин В. В. Вычисления с теплицевыми матрицами. В кн. Вычислительные процессы и системы / В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников; под ред. Г. И. Марчука. — М.: Наука, 1983. — Вып. 1. — С. 124–266.

175. Nicolls F.C. Maximum likelihood estimation of Toeplitz-block-Toeplitz covariances in the presence of subspace interference / F.C. Nicolls, G. de Jager // International Conference on Pattern Recognition CPR-1998: int. conf., 20–20 August 1998, Brisbane, Australia: proc. — Brisbane, 1998.

176. Hongbin Li. Computationally efficient maximum likelihood estimation of structured covariance matrices / Li Hongbin, P. Stoica, Li Jian // *IEEE Transactions on Signal Processing*. — 1999. — Vol. 47. — P. 1314–1322.
177. Wirfalt P. On Toeplitz and Kronecker structured covariance matrix estimation / P. Wirfalt, M. Jansson // *IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop SAM-2010: int. conf., 04 – 07 October 2010, Kibutz, Israel :proc.* — Kibutz, 2010. — P. 185–188.
178. Лишак М. Ю. Сокращение вычислительных затрат в адаптивном алгоритме обработки сигналов, принимаемых антенной решеткой / М. Ю. Лишак // *Труды МЭИ*. — М, 1979. — вып. 14. — С. 109–113.
179. Gini F. Performance analysis of two structured covariance matrix estimators in compound-Gaussian clutter / F. Gini // *Signal Processing*. — 2000. — Vol. 80, No. 12. — P. 365–371.
180. Абрамович Ю.И. Адаптивные фильтры компенсации помех, соответствующие теплицевой структуре корреляционной матрицы / Ю.И. Абрамович, Д.З. Аров, В.Г. Качур // *Радиотехника и электроника*. — 1987. — Т. 32, № 12. — С. 2525–2533.
181. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. — М.: Мир, 1976. — 648 с.
182. де Гроот М. Оптимальные статистические решения / М. де Грот. — М.: Мир, 1974. — 492 с.
183. Бриллинджер Д. Временные ряды: обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. — М.: Мир, 1990. — 536 с.
184. Черемисин О.П. Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы / О.П. Черемисин // *Радиотехника и электроника*. — 1982. — Т.27, № 10. — С. 1933–1942.
185. Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема / Д.И. Леховицкий // *Радиотехника* — 1996. — № 100. — С. 140–158.

186. Алмазов В.Б. Теоретические основы радиолокации Ч.2: учебное пособие / В.Б. Алмазов, А.А. Белов, В.Н. Кокин, В.П. Рябуха. — Харьков: ХВУ, 1996. — 466 с.
187. Delsarte F. Mathematical Foundations of the Generalized Levinson algorithm/ F. Delsarte // IEEE Conf. on Acoustic, Speech and Signal Processing: int. conf., 1982, Paris, France: proc. — Paris, 1982. — P. 1717–1720.
188. Kailath T. Displacement ranks of matrices and linear equations / T. Kailath, S. Kung, M. Morf // Journal of Math. Anal. and Appl. — 1979. — Vol. 68. — P. 395–409.
189. Abramovich Yu. Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations / Yu. Abramovich, N. Spencer, M.D.E. Turley // IEEE Trans. Sig. Proc. — 2007. — Vol. 55, No. 4. — P. 1298–1311.
190. Свердлик М. Б. Оценка предельной скорости сходимости алгоритмов адаптивной обработки сигналов в эквидистантных пространственных каналах / М. Б. Свердлик, В.Э. Шпатаковский // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, № 4. — С. 760–766.
191. Fuhrmann D.R. Application of Toeplitz covariance estimation to adaptive beamforming and detection / D.R. Fuhrmann // IEEE Transactions on signal processing. — 1991. — Vol. 39, No. 10. — P. 2194–2198.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ОБЗОР И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНИВАНИЯ КМ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ В ИМПУЛЬСНЫХ РЛС

Основное направление совершенствования адаптивных систем пространственно-временной обработки сигналов связано с повышением их быстродействия, необходимого для эффективной работы в сложной и динамично меняющейся сигнально-помеховой обстановке. Решение этой задачи существенно зависит от качества оценок априори неизвестных параметров входных воздействий, используемых взамен их неизвестных истинных значений. При доступном объеме обучающей выборки оно теоретически может быть тем выше, чем меньше размерность вектора (матрицы) этих параметров [173]. В условиях гауссовых входных воздействий они тем или иным способом определяют корреляционную матрицу (**КМ**) этих воздействий.

В литературе последних десятилетий предложено большое число способов ее оценивания, и их список продолжает расти. В этих условиях важны корректные сравнительные исследования различных методов, на основе которых могут быть обоснованы рекомендации по их выбору и практической реализации.

Приложение посвящено обзору и сравнительному анализу известных и некоторых новых методов оценивания априори неизвестной **КМ** гауссовых входных воздействий применительно к задачам междупериодной обработки (**МПО**) сигналов на фоне пассивных помех (**ПП**) в импульсных РЛС.

#### **А.1. Методика сравнительного анализа**

А. При анализе полагается, что априори неизвестная  $M \times M$  **КМ**  $\mathbf{R} = \{r_{i,j}\}_{i,j=1}^M$  гауссовых входных сигналов  $M$  каналов приема системы **МПО** оценивается по обучающей выборке  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K$ , состоящей из  $K$   $M$ -мерных комплексных нормальных взаимно независимых векторов

$$\mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R}), \quad \overline{\mathbf{y}_i} = \mathbf{0}, \quad \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \begin{cases} \mathbf{R}, & i = j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K. \quad (\text{A.1})$$

с нулевым вектором средних значений и с искомой **КМ**  $\mathbf{R}$ . Здесь, как и ранее, черта сверху и «\*» – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

**Б.** Полученная оценка **КМ** используется для формирования импульсной характеристики (**ИХ**)

$$\widehat{\mathbf{w}} = \widehat{\Psi} \cdot \mathbf{x}, \quad \widehat{\Psi} = \widehat{\mathbf{R}}^{-1} \quad (\text{A.2a})$$

показанного на рис. А.1 адаптивного фильтра, реализующего преобразование

$$\xi = \widehat{\mathbf{w}}^* \cdot \mathbf{u} \quad (\text{A.2б})$$

$M$ -мерного вектора (пачки) комплексных амплитуд аддитивной смеси

$$\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s}, \quad \mathbf{y} \sim CN(0, \mathbf{R}), \quad \mathbf{s} = \zeta_S \cdot \mathbf{x}, \quad \beta \sim CN(0, \eta_S), \quad \gamma = 0, 1. \quad (\text{A.3})$$

взаимно независимых гауссовых помех  $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^M$  с нулевым средним и **КМ**  $\mathbf{R}$  и, возможно ( $\gamma = 1$ ), полезного гауссового когерентного сигнала  $\mathbf{s} = \{s_i\}_{i=1}^M$  с нулевым средним и относительной (по отношению к уровню собственного шума) интенсивностью  $\eta_S$ . Здесь, как и ранее,  $\widehat{\Psi}$  –  $M \times M$  матрица, обратная оценке  $\widehat{\mathbf{R}}$  априори неизвестной **КМ** помехи  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}(f)$  – опорный вектор отсчетов гармоника с нормированной частотой  $f \in [-0.5, 0.5]$  [1, 21, 39].

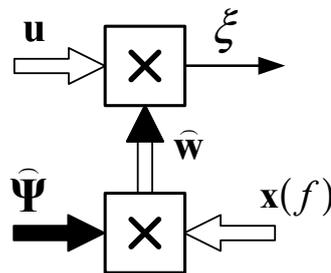


Рис. А.1 – Обобщенная структура адаптивного фильтра

**В.** В роли показателя эффективности сравниваемых методов используется зависимость от объема обучающей выборки  $K$  случайной величины [90]

$$\chi(K) = \frac{\widehat{\mu}(K)}{\mu} \leq 1, \quad \widehat{\mu}(K) = \frac{|\widehat{\mathbf{w}}^*(K) \cdot \mathbf{x}|^2}{\widehat{\mathbf{w}}^*(K) \cdot \mathbf{R} \cdot \widehat{\mathbf{w}}(K)}, \quad \mu = \mathbf{x}^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}, \quad (\text{A.4})$$

имеющей смысл потерь выходного отношения сигнал/(помеха + шум) (ОСПШ) адаптивного фильтра (рис. А.1) по сравнению с его максимальным значением  $\mu$ , которое в гипотетической ситуации точно известной **КМ** помехи  $\mathbf{R} = \Psi^{-1}$  обеспечивается оптимальным весовым вектором  $\mathbf{w} = \Psi \cdot \mathbf{x}$ .

Эти потери рассчитываются для помех с непрерывными спектрами, аппроксимируемых **АР**-процессами целого порядка  $p$ . Способы их формирования кратко описаны в п. 1.1 и более подробно в работах [31–34, 70, 85–87].

Объем выборки, при котором потери (А.4) не превосходят допустимого уровня (обычно  $-3$  дБ), далее для краткости будут называться «**энергетическим быстрым действием**» соответствующего алгоритма адаптации.

## А.2. Разновидности анализируемых оценок **КМ**

### А.2.1. Максимально правдоподобные оценки **КМ**

А. В ставшей к настоящему времени классической и наиболее часто цитируемой статье 1974 г. [90] I.S. Reed, I.D. Mallett и L.E. Brennan предложили новый для того времени метод адаптации, основанный на использовании в качестве оценки неизвестной **КМ** выборочной матрицы

$$\hat{\mathbf{R}} = \{\hat{r}_{i,j}\}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (\text{А.5})$$

которая в условиях (А.1) и  $K \geq M$  является оценкой максимального правдоподобия (**МП** оценкой) **КМ** общего вида (**ОВ**) [1, 73, 181, 182] (далее для удобства обозначается  $\mathbf{1}^0$ ).

Сформированная из векторов (А.1) случайная матрица  $\mathbf{A}$  (А.5) имеет комплексное распределение Уишарта с плотностью [90, 183]

$$p(\mathbf{A}) = p(\mathbf{A}; \delta, \mathbf{R}) = c(\mathbf{R}) \cdot |\mathbf{A}|^\delta \cdot \exp\{-tr(\Psi \cdot \mathbf{A})\}, \quad \delta = K - M \geq 0, \quad (\text{А.6a})$$

где  $tr \mathbf{G}$  и  $|\mathbf{G}|$  – соответственно след и определитель матрицы  $\mathbf{G}$ ,

$$c(\mathbf{R}) = \left( \pi^{N(N-1)/2} \cdot |\mathbf{R}|^K \cdot \prod_{i=1}^N \Gamma(K+1-i) \right)^{-1} \quad (\text{А.6б})$$

– нормирующая константа,  $\Gamma(n)$  – гамма-функция.

В формуле (А.6) под плотностью распределения  $p(\mathbf{A}; \delta, \mathbf{R})$  понимается совместная плотность распределения  $p(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{MM}, \text{Re} a_{il}, \text{Im} a_{il})$ , ( $i \in 1, M-1; l \in i+1, M$ )  $M^2$  действительных случайных величин (с.в.) –  $M$  действительных диагональных и  $M \times (M-1)$  реальных и мнимых частей комплексных наддиагональных элементов эрмитовой матрицы  $\mathbf{A}$  (А.5), полностью ее определяющих. Параметрами плотности (А.6) являются «эффективный объем выборки»  $\delta \geq 0$  и истинная **КМ**  $\mathbf{R}$  векторов  $\mathbf{y}_i$  (А.1).

**Б.** Обработка на основе **МП** оценки  $\mathbf{1}^0$  принципиально отличается от обработки на основе градиентных процедур корреляционных автокомпенсаторов (**АК**) [1, 18, 21, 28, 114, 151] независимостью скорости адаптации от параметров гауссовых **ПП** (спектра собственных чисел их **КМ**). В частности, с.в. (А.4), характеризующая потери в **ОСПШ** на выходе адаптивного фильтра (рис. А.1), имеет  $\beta$ -распределение [90]

$$p_{\chi}(x) = \frac{x^{\delta+1} \cdot (1-x)^{M-2}}{B(\delta+2, M-1)}, \quad B(n+1, m+1) = \frac{n!m!}{(n+m+1)!}. \quad (\text{А.7а})$$

Она зависит от известной «размерности задачи»  $M$  и «эффективного объема»  $\delta$  выборки, но не зависит от неизвестной **КМ** помех. В этом случае среднее значение потерь (А.4)

$$\bar{\chi} = (\delta+2)/(K+1) = (K-M+2)/(K+1) \quad (\text{А.7б})$$

не превосходит уровень 3 дБ ( $\bar{\chi} \geq 0.5$ ) уже при объеме выборки  $K \geq 2 \cdot M - 3$  и, следовательно, оцениваемое по этим потерям быстродействие адаптивной обработки может быть существенно выше, чем при использовании **АК**.

**В.** Быстродействие адаптивной обработки в импульсных РЛС с центральной симметрией (в рамках анализируемой пачки) расположения временных каналов может быть повышено за счет использования в качестве неизвестной **КМ** **МП** оценки [92, 94, 137, 185]

$$\hat{\mathbf{R}}_{II} = K^{-1} \cdot \mathbf{A}_{II}, \quad \mathbf{A}_{II} = 0.5 \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{J}) \quad (\text{А.8})$$

эрмитовой **персимметричной** (симметричной относительно побочной диагонали) матрицы (далее обозначается  $\mathbf{2}^0$ ), удовлетворяющей равенству

$$\mathbf{R} = \mathbf{J}_M \cdot \mathbf{R}^{\sim} \cdot \mathbf{J}_M = \mathbf{J}_M \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{J}_M, \quad \mathbf{J}_M = \mathbf{J}_M^T, \quad \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} = \mathbf{I}_M,$$

где  $\mathbf{J}_N$  –  $N \times N$  ортогональная матрица перестановок [67 – 69] с единицами на побочной диагонали, « $\sim$ » и « $T$ » – символы комплексного сопряжения и транспонирования соответственно.

Умножение матрицы перестановок  $\mathbf{J}$  в (А.8) слева (справа) на матрицу  $\mathbf{A}$  «переставляет» столбцы последней слева направо (строки сверху вниз). Преобразование  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{J}$  эрмитовой матрицы  $\mathbf{A}$  «поворачивает» ее относительно побочной диагонали, а сложение с «исходной» матрицей  $\mathbf{A}$  приводит к равенству элементов  $a_{i,j}^{(II)} = a_{M-j+1,M-i+1}^{(II)} = a_{i,j} + a_{M-j+1,M-i+1}$ ,  $i, j \in 1, M$  итоговой матрицы  $\mathbf{A}_{II}$ .

Ее плотность распределения в условиях (А.4) равна [185]

$$p(\mathbf{A}_{II}) = c_{II}(\mathbf{R}) \cdot |\mathbf{A}_{II}|^{K+(M+1)/2} \cdot \exp\{-tr(\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{II})\}, \quad K \geq L = [(M+1)/2], \quad (\text{А.9а})$$

$$c_{II}(\mathbf{R}) = \left\{ 2^{-r} \cdot \pi^{M \cdot (M-1)/4} \cdot |\mathbf{R}|^K \cdot \prod_{i=1}^M \Gamma(K + (1-i)/2) \right\}^{-1}, \quad r = L \cdot [M/2], \quad (\text{А.9б})$$

где  $[x]$  – целая часть от  $x$ . От плотности (А.6) она отличается бóльшим на  $(M-1)/2$  числом степеней свободы, что обусловлено примерно вдвое меньшим числом параметров, определяющих персимметричную матрицу, по сравнению с матрицей того же размера общего вида. За счет этого, как показано в [137], с.в. (А.4) имеет то же  $\beta$ -распределение (А.7а) [103]

$$p_{\chi_{II}}(x) = \frac{x^{\delta/2} \cdot (1-x)^{(M-3)/2}}{B(\delta/2+1, M/2-0.5)}, \quad B(n, m) = \frac{\Gamma(n) \cdot \Gamma(m)}{\Gamma(n+m)}, \quad (\text{А.10а})$$

но для выборки (А.1) **половинного** объема  $K_{II} = K/2$ , со средним значением

$$\bar{\chi}_{II} = \bar{\mu}_{II} / \mu = v_{II} / (v_{II} + w_{II}) = (K - M + 2) / (K + 1) = \bar{\chi} \quad (\text{А.10б})$$

таким же, как и оценки (А.5) при выборке объема  $K$ . Тем самым переход от оценки  $\mathbf{1}^0$  к оценке  $\mathbf{2}^0$  удваивает «энергетическое» быстроедействие адаптивной обработки по среднему значению потерь в **ОСПШ**. При этом, однако, удваивается и дисперсия  $\sigma_{\chi}^2 = v \cdot w / (v + w)^2 \cdot (v + w + 1)$  этих потерь [94].

Г. Известный недостаток **МП** оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$  заключается в невозможно-

сти начать процедуру адаптации (А.2) на их основе до набора обучающих выборок объема  $K \geq M$  и  $K \geq M/2$  соответственно, а для того, чтобы потери ОСПШ (А.4) не превысили 3 дБ, требуются выборки примерно вдвое большего объема. В широком классе многоканальных ( $M \gg 1$ ) систем обработки, работающих в динамично меняющейся сигнально-помеховой обстановке, выборки такого объема со свойствами (А.1) могут быть практически недоступными, так что эффективную адаптацию на основе этих оценок можно обеспечить только в относительно малоканальных системах.

Причина этого недостатка в том, что ранг оценочных  $M \times M$  матриц (А.5), (А.8) не превосходит значений  $r_1 = \min\{K, M\}$  и  $r_2 = \min\{2 \cdot K, M\}$  соответственно, так что при объеме выборки  $K < M$  и  $K < M/2$  эти оценки вырождены, в связи с чем процедуры адаптивного формирования тех или иных функций обратных к ним матриц не определены.

Упомянутый недостаток этих оценок можно устранить за счет перехода к их регуляризованным разновидностям.

### А.2.2. Регуляризованные разновидности МП оценок КМ

А. К настоящему времени предложены различные методы регуляризации (доопределения до положительно определенных) МП оценочных КМ, вырожденных при упомянутом дефиците обучающих выборок. Наиболее известен и изучен [91, 101, 170–172] предложенный Ю.И. Абрамовичем метод диагонального «нагружения» (*diagonal loading*) [101], при котором матрицы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{A}_D$  в оценках  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$  заменены соответственно матрицами

$$\mathbf{A}_r = c_1 \cdot \mathbf{I}_M + \mathbf{A}, \quad c_1 > 0 \quad (\text{а}) \quad \text{и} \quad \mathbf{A}_{rD} = c_2 \cdot \mathbf{I}_M + \mathbf{A}_D, \quad c_2 > 0 \quad (\text{б}) \quad (\text{А.11})$$

невырожденными (обратимыми) и положительно определенными при любых  $K \geq 1$  (далее они обозначаются  $\mathbf{3}^0$  и  $\mathbf{4}^0$  соответственно).

Дополнительные скалярные матрицы-регуляризаторы введены в [171] как возможный вариант учета достоверной априорной информации о взаимно некоррелированных собственных шумах каналов приема и придают оценочным КМ (А.5), (А.8) структуру истинных КМ (см. (1.9)). В результате

матрицы (А.11) имеют полный ранг, а процедура адаптации на основе обратных им матриц может начинаться уже с первой обучающей выборки.

При соответствующем выборе [172, 184] параметров регуляризации  $c_1, c_2$  оценки  $3^0$  и  $4^0$  могут существенно повысить быстродействие адаптивной обработки. Подтверждение сказанного наглядно иллюстрируют приведенные на рис. А.2 результаты «энергетического» быстродействия оценок  $3^0$  (штриховые кривые) и  $4^0$  (сплошные кривые), обозначенные параметрами диагональной регуляризации  $c = c_1 = c_2 = 1, 10, 100$ , по сравнению с «исходными» оценками  $1^0, 2^0$  в условиях АР-процессов порядка  $p = 1$  (а) и  $p \rightarrow \infty$  (б) с коэффициентом (междупериодной) корреляции (к.к.)  $\rho_1 = 0.99$  и относительной интенсивностью  $\eta = 10^5$ . Здесь и далее горизонтальная штриховая линия соответствует уровню «3 дБ потерь» – условному уровню, который выступает мерой быстродействия адаптивных алгоритмов.

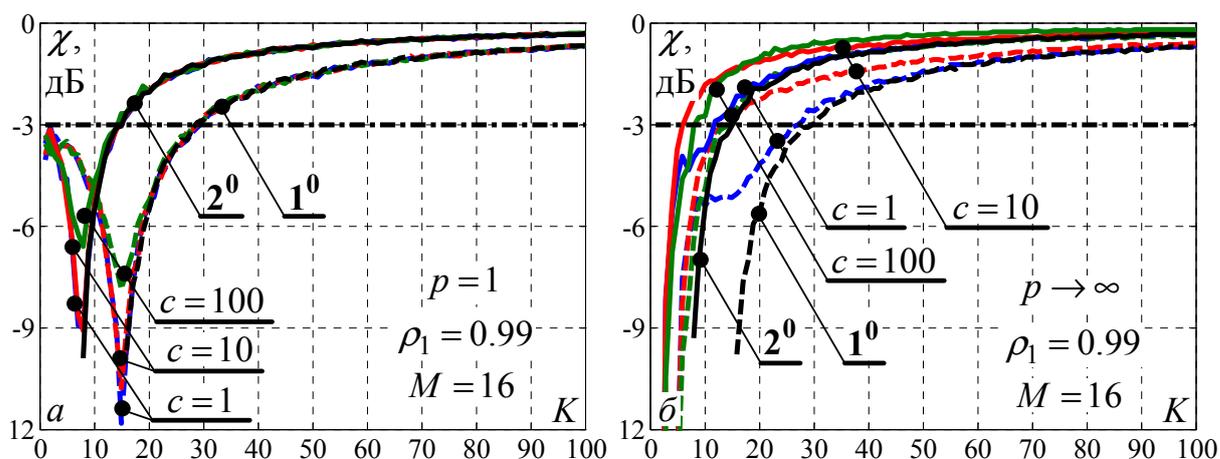


Рис. А.2 – Быстродействие оценок  $1^0 - 4^0$

Из приведенных результатов видно, что независимо от **КМ** средние потери в **ОСПШ** адаптивного фильтра, **ИХ** которого получена на основе **МП** оценок  $1^0$  и  $2^0$ , не превышают уровень 3дБ при выборках объема  $K \approx 2 \cdot M - 3$  и  $K \approx M - 1$  соответственно, что полностью согласуется с аналитическими значениями (А.76), (А.106), и свидетельствует о правильности методики моделирования.

Адаптивная обработка на основе диагонально регуляризованных оценок  $3^0$  и  $4^0$  начинается уже с первой выборки, а их быстродействие с правильно

заданным параметром диагональной регуляризации [171, 172, 184] выше быстрогодействия оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$  без диагональной регуляризации.

Более высокая эффективность персимметричных оценок  $\mathbf{2}^0$  и  $\mathbf{4}^0$  по сравнению с оценками общего вида  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{3}^0$  объясняется лучшим учетом априорной информации о специфике структуры **КМ** входных воздействий.

**Б.** Еще один способ регуляризации [80, 101, 102, 147, 148, 154] заключается в аппроксимации  $M \times M$  ленточной (*band*) матрицей

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_b = \mathbf{H}_b^* \cdot \mathbf{H}_b = \mathbf{N}_b \cdot \mathbf{N}_b^* = \widehat{\mathbf{R}}^{-1} \quad (\text{A.12})$$

с шириной ленты  $z = 2 \cdot zz - 1$ , обратной оценочной  $\widehat{\mathbf{R}}$ . Ее сомножители – ленточные треугольные  $M \times M$  матрицы с шириной ленты  $zz \leq M$ . Их структура показана на рис. А.3 и описана в п. 1.3.

$$\mathbf{H}_b = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{H}^{(m)}(1) \\ \hline \mathbf{b}_m^*(2) \\ \mathbf{b}_m^*(3) \\ \vdots \\ \mathbf{b}_m^*(v) \\ \hline \mathbf{0} \end{array} \end{array} \quad \mathbf{N}_b^* = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{a}_m^*(1) \\ \mathbf{a}_m^*(2) \\ \vdots \\ \mathbf{a}_m^*(v) \\ \mathbf{N}^{(m)^*}(v) \\ \hline \mathbf{0} \end{array} \end{array} \quad v = M - m + 1$$

Рис. А.3 – Структура ленточных треугольных сомножителей матрицы (А.12)

Здесь строки  $\mathbf{a}_m^*(\ell) = \mathbf{e}_1^{(m)*} \cdot \mathbf{N}^{(m)*}(\ell)$  и  $\mathbf{b}_m^*(\ell) = \mathbf{e}_m^{(m)*} \cdot \mathbf{H}^{(m)}(\ell)$ ,  $\ell \in 1, M - m + 1$ ,  $m \leq M$  –  $m$ -мерные первая и последняя ( $m$ -я) строки соответственно верхней  $\mathbf{N}^{(m)*}(\ell)$  и нижней  $\mathbf{H}^{(m)}(\ell)$  треугольных матриц-сомножителей Холецкого эрмитовой  $m \times m$  матрицы

$$\widehat{\Psi}^{(m)}(\ell) = \mathbf{H}^{(m)*}(\ell) \cdot \mathbf{H}^{(m)}(\ell) = \mathbf{N}^{(m)}(\ell) \cdot \mathbf{N}^{(m)*}(\ell) = \left( \widehat{\mathbf{R}}^{(m)}(\ell) \right)^{-1}, \quad (\text{A.13})$$

обратной  $\ell$ -й ( $\ell \in 1, M + 1 - m$ ) главной  $m \times m$  подматрице  $\widehat{\mathbf{R}}^{(m)}(\ell) = \{r_{ij}^{(m)}\}_{i,j=\ell}^{m+\ell-1}$

$M \times M$  оценки **КМ**, в частности, **МП** оценок (А.5), (А.8) или их диагонально регуляризованных разновидностей (А.11).

Эрмитова главная  $m \times m$  подматрица **МП** оценок  $\mathbf{1}^0$ ,  $\mathbf{2}^0$  невырождена уже при  $K \geq m$  и  $K \geq m/2$  соответственно, поэтому процедура адаптации на основе (А.2) может начинаться уже с выборки этого объема.

**В.** Ленточная аппроксимация обратной матрицы специфически опти-

мальна [80], вследствие чего в гипотетических условиях известной **КМ** интенсивных **ПП**, допускающих представление в виде **АР** процессов порядка  $p$ , она обеспечивает практически потенциальную эффективность обработки при ширине ленты  $zz > p$  и малые потери даже при  $zz \ll p$  [147, 148]. В то же время уменьшение за счет ленточной аппроксимации (А.12) числа параметров, оцениваемых на этапе адаптации, может существенно снизить требования к объему обучающей выборки (повысить быстродействие) и одновременно упростить обработку.

Описанная регуляризованная модификация далее обозначается  $5^0$ . Ее быстродействие показано на рис. А.4 в условиях рис. А.2. Здесь нижний индекс указывает на «исходную» оценку  $1^0 - 4^0$ , по которой она сформирована. В частности,  $5_3^0$  и  $5_4^0$  реализуют совместную «ленточно-диагональную» (*band-diagonal*) регуляризацию.

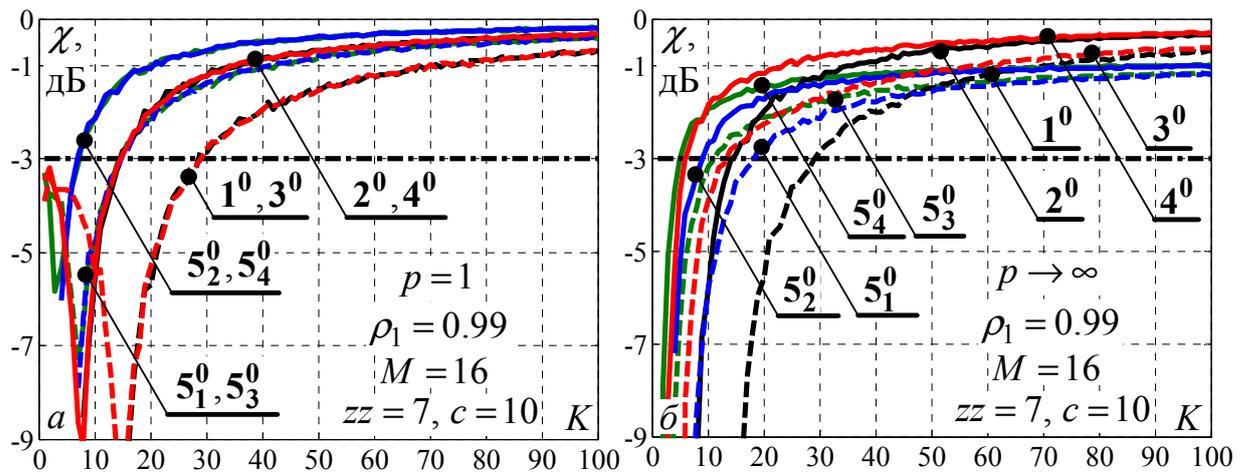


Рис. А.4 – Быстродействие оценок  $1^0 - 5^0$

Из приведенных результатов видно, что в данных условиях у оценки  $5_1^0$  и  $5_2^0$  быстродействие выше по сравнению с оценками  $1^0$  и  $2^0$  на значение примерно 10–15 и 6–10 выборок соответственно, практически не зависимо от **КМ** помехи. И этот выигрыш будет расти тем сильнее, чем меньше рассогласование порядка  $p$  **АР**-процесса и ширины ленты  $zz$ . В условиях большого порядка ( $p \rightarrow \infty$ ) этот выигрыш сохранится уже при малых  $zz$ .

Быстродействие ленточно-диагональной модификации ( $5_3^0, 5_4^0$ ) еще

больше, поскольку такая оценка объединяет в себе достоинства диагональной ( $3^0$ ,  $4^0$ ) и ленточной ( $5^0$ ) регуляризаций – она не хуже, а в большинстве ситуаций – лучше, чем каждая из них в отдельности.

Г. Приведенные способы регуляризации оценок **КМ** **ПП** имеют более высокое быстродействие по сравнению с «классическими» оценками. Это позволяет рекомендовать их для реализации в адаптивных системах с произвольным расположением приемных каналов (импульсные РЛС с внутриаппаратной вобуляцией интервалов зондирования) или системах, в которых условие «регулярности» (постоянство интервалов зондирования) не выполняется.

Однако, в «регулярных» системах они могут уступать методам, учитывающим дополнительную **априорную** информацию об этой «регулярности», которая проявляется в специфической (**теплицевой**) структуре **КМ** **Р**. Различные по степени учета этой информации и сложности практической реализации «теплицевы» методы анализируются далее в одинаковых условиях.

### А.2.3. Методы оценивания теплицевой **КМ**

А. Положительно определенная эрмитова **КМ** является теплицевой, если все ее элементы, расположенные на одной диагонали, равны между собой [69]. Теплицева  $M \times M$  **КМ** (**ТКМ**) **Р** имеет вид

$$\mathbf{R} = \{r_{i,j}\}_{i,j=1}^M = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1^* & \cdots & \rho_{M-2}^* & \rho_{M-1}^* \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1^* & \cdots & \rho_{M-2}^* \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \rho_{M-2} & \cdots & \rho_1 & \rho_0 & \rho_1^* \\ \rho_{M-1} & \rho_{M-2} & \cdots & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

$$r_{i,j} = \rho_{|i-j|} = r_{j,i}^*, \quad r_{i+1,j+1} = r_{i,j}, \quad i, j \in 1, M$$

и полностью определяется элементами  $\rho_i$ ,  $i \in 0, M-1$  первого (последнего) столбца – автокорреляционной последовательностью (**АКП**)  $\mathbf{t} = \{\rho_i\}_{i=0}^{M-1}$  равноотстоящих отсчетов соответствующего стационарного процесса.

Б. Резервы повышения эффективности обработки, связанные с использованием «теплицевых» алгоритмов оценивания **КМ**, определяются тем вы-

игрышем, который они могут обеспечить по сравнению с оценками эту специфику игнорирующим либо учитывающих только частично.

Вопросам использования этих резервов уделяется большое внимание в литературе на протяжении последних 40 лет. И если в эпоху «аналоговой» техники в силу ее несовершенства они носили больше теоретический характер, то в последнее десятилетие благодаря высокому уровню технологического процесса и цифровой элементной базы они получили практическую направленность. В результате число «теплицевых» методов не перестает расти и по сегодняшний день [175–177, 179].

Основная причина такого большого их многообразия может быть вызвана невозможностью явно получить МП оценку ТКМ, подобную  $1^0$  и  $2^0$ .

Как показано в [96] в условиях (А.1) такая оценка максимизирует функцию правдоподобия

$$g(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{R}}_T) = -\ln(|\hat{\mathbf{R}}_T|) - \text{tr}(\hat{\mathbf{R}}_T^{-1} \cdot \hat{\mathbf{R}}) \quad (\text{A.15a})$$

и является решением нелинейного матричного уравнения

$$\text{tr}([\hat{\mathbf{R}}_T^{-1} \cdot \hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{R}}_T^{-1} - \hat{\mathbf{R}}_T^{-1}] \cdot \delta \hat{\mathbf{R}}_T) = 0 \quad (\text{A.15б})$$

точное замкнутое выражение для которой отсутствует. Здесь  $\delta \hat{\mathbf{R}}_T$  – теплицева  $M \times M$  матрица, вариация МП оценки ТКМ  $\hat{\mathbf{R}}_T$ , а  $\hat{\mathbf{R}}$  – оценка (А.5).

Предложенные к настоящему времени методы, различные по своей эффективности, разрабатывались для конкретных задач и не сравнивались между собой. Из этого числа рассматриваются некоторые наиболее известные из них, реализующие два принципиально разных подхода в оценивании теплицевых КМ, условно разделенные на «прямые» и «косвенные».

К первым относятся методы, непосредственно формирующие оценочную АКП, однозначно определяющую ТКМ. Известными примерами методов этой группы являются следующие.

### А.2.3.1. Прямые методы «теплицизации» МП оценок КМ

А. К методам ( $6^0 - 8^0$ ) «теплицизации» (термин введен в [178]) относятся методы, использующие предварительно сформированные оценки  $1^0 - 4^0$

**КМ**  $\widehat{\mathbf{R}}$  для «превращения» их в теплицевы  $\widehat{\mathbf{R}}_T$  вида (A.15).

$\mathbf{6}^0$ . Элементы  $\widehat{r}_{i,j}^{(T)} = \widehat{\rho}_{i-j} = \widehat{r}_{j,i}^{(T)*}$ ,  $i \geq j$  эрмитовой теплицевой оценки  $\widehat{\mathbf{R}}_T$  строятся по элементам оценочной **АКП**

$$\widehat{\mathbf{t}}1 = \{\widehat{\rho}_i\}_{i=0}^{M-1} = \widehat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_1, \quad \widehat{\rho}_i = \widehat{r}_{i+1,1}, \quad i \in 0, M-1, \quad (\text{A.16})$$

в роли которой используется **первый столбец** [178] оценок  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ .

Полученная таким образом оценка  $\widehat{\mathbf{R}}_T$  **КМ** асимптотически (при  $K \rightarrow \infty$ ) несмещена и состоятельна, однако не является гарантированно положительно определенной [186]. В качестве примера рассмотрим эрмитову  $4 \times 4$  **КМ**, соответствующую (A.5), и ее «теплицизованную» оценку  $\widehat{\mathbf{R}}_T$ , полученную методом  $\mathbf{6}^0$ :

$$\widehat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 22.17 & 21.84-0.25i & 21.35-0.67i & 21.55-1.13i \\ 21.84+0.25i & 21.79 & 21.39-0.41i & 21.6-0.75i \\ 21.35+0.67i & 21.39+0.41i & 21.3 & 21.51-0.39i \\ 21.55+1.13i & 21.6+0.75i & 21.51+0.39i & 21.94 \end{bmatrix}, \quad \widehat{\mathbf{R}}_T = \begin{bmatrix} 22.17 & 21.84-0.25i & 21.35-0.67i & 21.55-1.13i \\ 21.84+0.25i & 22.17 & 21.84-0.25i & 21.35-0.67i \\ 21.35+0.67i & 21.84+0.25i & 22.17 & 21.84-0.25i \\ 21.55+1.13i & 21.35+0.67i & 21.84+0.25i & 22.17 \end{bmatrix}.$$

Все ведущие миноры **КМ**  $\widehat{\mathbf{R}}$  ( $\Delta_1 = 22.17$ ,  $\Delta_2 = 6.04$ ,  $\Delta_3 = 1.62$ ) и определитель ( $|\widehat{\mathbf{R}}| = 0.21$ ) положительны, и, следовательно, она положительно определена [69]. Однако для ее «теплицизованного» решения  $\widehat{\mathbf{R}}_T$  условие положительной определенности не выполняется, поскольку его детерминант ( $|\widehat{\mathbf{R}}_T| = -2.07$ ) отрицателен.

$\mathbf{7}^0$ . Элементами  $\widehat{\rho}_i$  определяющей **АКП**  $\widehat{\mathbf{t}}2 = \{\widehat{\rho}_i\}_{i=0}^{M-1}$  теплицевой оценки  $\widehat{\mathbf{R}}_T$  служат средние арифметические значения элементов  $i$ -й диагонали оценок  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$  [136, 173, 178, 179]:

$$\widehat{\rho}_i = \frac{1}{M-i} \cdot \sum_{k=1}^{M-i} \widehat{r}_{i+k,k}, \quad i \in 0, M-1. \quad (\text{A.17})$$

Построенная по (A.17) оценка **ТКМ** асимптотически несмещена и состоятельна и по евклидовой норме она ближе к истинной **ТКМ**  $\mathbf{R}$  [191], чем оценки  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ . Однако гарантия положительной определенности такой матрицы также отсутствует. В приведенном ниже примере эрмитова **КМ**  $\widehat{\mathbf{R}}$  (A.5)

положительно определена ( $\Delta_1 = 79.9, \Delta_2 = 126.7, \Delta_3 = 106.8, |\widehat{\mathbf{R}}| = 49.65$ ), в то время как оценка  $\mathbf{7}^0$  таковой не является ( $|\widehat{\mathbf{R}}_T| = -3260.2$ ).

$$\widehat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 79.9 & 75.27+0.72i & 78.63-2.22i & 80.1-3.33i \\ 75.27-0.72i & 72.5 & 75.1-3.57i & 75.27-4.13i \\ 78.63+2.22i & 75.1+3.57i & 79.35 & 80.19-1.31i \\ 80.1+3.33i & 75.27+4.13i & 80.19+1.31i & 82.8 \end{bmatrix}, \widehat{\mathbf{R}}_T = \begin{bmatrix} 78.64 & 76.85-1.39i & 76.95-3.18i & 80.1-3.33i \\ 76.85+1.39i & 78.64 & 76.85-1.39i & 76.95-3.18i \\ 76.95+3.18i & 76.85+1.39i & 78.64 & 76.85-1.39i \\ 80.1+3.33i & 76.95+3.18i & 76.85+1.39i & 78.64 \end{bmatrix}$$

Причина такого поведения метода  $\mathbf{7}^0$  может быть связана с тем, что замена каждого диагонального элемента средним арифметическим всех элементов соответствующей диагонали приводит к нарушению «диагонального преобладания» в той или иной строке, поскольку элементы побочных диагоналей изменяются в меньшей степени, чем главной. Она гарантированно положительно определена только при  $M = 2$ .

$\mathbf{8}^0$ . Элементами  $\widehat{\rho}_i$  определяющей АКП  $\widehat{\mathbf{t}}_3 = \{\widehat{\rho}_i\}_{i=0}^{M-1}$  служат средние арифметические значения элементов  $i$ -й диагонали оценок  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ , взвешенные окном Бартлетта [136, 173]:

$$\widehat{\rho}_i = \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^{M-i} \widehat{r}_{i+k,k}, \quad i \in 0, M-1. \quad (\text{A.18})$$

Оценочная ТКМ в этом случае гарантированно положительно определена, но даже асимптотически (при  $K \rightarrow \infty$ ) смещена [173, 186].

Полученная методом  $\mathbf{7}^0$  или  $\mathbf{8}^0$  по КМ ОВ (А.5), (А.11а) АКП будет в точности равна АКП, полученной тем же методом по оценке ПКМ (А.8), (А.11б). Это справедливо в силу эрмитовости (А.5) и (А.11), поскольку преобразование в (А.8) приводит к «повороту» исходной матрицы относительно побочной диагонали, оставляя элементы этой матрицы в результирующей матрице на «прежних» диагоналях. Поэтому результат усреднения вдоль диагоналей этих оценок повторит результат по оценкам  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{3}^0$  соответственно. В этой связи методы  $\mathbf{7}^0$  и  $\mathbf{8}^0$  исследуются только на основе оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{3}^0$ .

**Б.** На рис. А.5 показано «энергетическое» быстроедействие методов «теплицизации»  $\mathbf{6}^0 - \mathbf{8}^0$  на основе МП оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$  ( $a - e$ ) и их диагонально регуляризованных разновидностей  $\mathbf{3}^0$  и  $\mathbf{4}^0$  ( $z - e$ ). Результаты получены для

$M = 20$ -элементной пачки  $\text{AR}$ -процесса различного порядка  $p = 1, 5$  и  $p \rightarrow \infty$  с одинаковым к.к.  $\rho = 0.99$ . Номерами  $6_1^0 - 6_4^0$  здесь обозначен алгоритм  $6^0$  на основе оценок  $1^0 - 4^0$  соответственно.

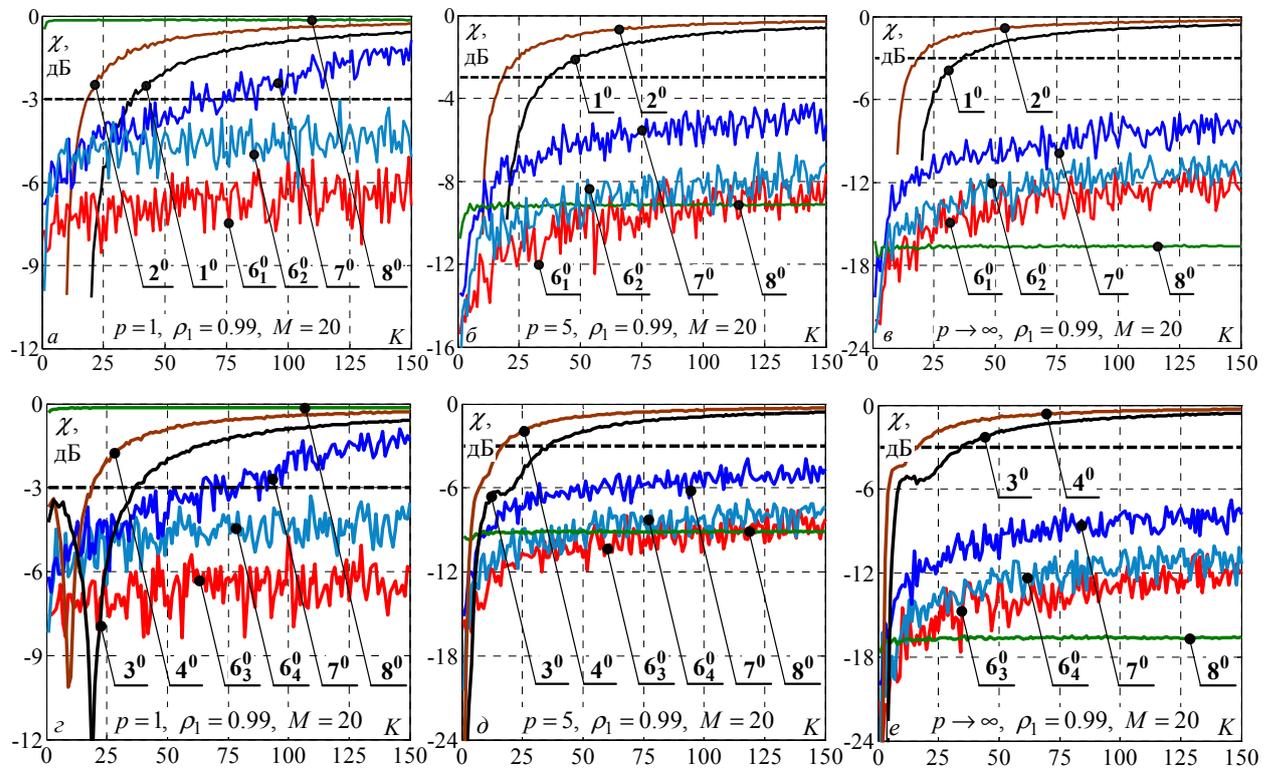


Рис. А.5 – Быстродействие оценок  $1^0 - 4^0, 6^0 - 8^0$

Как видно из рисунка, зависимость «энергетических» потерь  $\chi$  (А.4) от объема выборки  $K$  при использовании оценок  $6^0$  и  $7^0$  имеет резко флуктуирующий характер. Причина этого – отмечавшееся выше отсутствие гарантии положительной определенности соответствующих оценок  $\text{ТКМ}$  при произвольных значениях  $K$ . За счет этого среднее значение оценочного  $\text{ОСПШ}$   $\chi$  ниже, чем обеспечиваемое оценками  $1^0 - 4^0$ , в которых специфика  $\text{ТКМ}$  игнорируется либо учитывается только частично.

Несмотря на то, что по евклидовой норме оценка  $\text{КМ}$   $7^0$  ближе к истинной  $\text{ТКМ}$ , чем оценки  $1^0 - 4^0$ , по «энергетическому» показателю она значительно уступает им, поэтому непригодна для задач адаптивной обработки.

Переход к гарантированно положительно определенной оценке  $8^0$  практически устраняет флуктуации оценочного  $\text{ОСПШ}$  при любых  $K \geq 1$  и для  $\text{AR}$ -процесса  $p = 1$  обеспечивает почти предельное значение  $\chi$  уже при

$K = 1$  ( $a, z$ ). Однако по мере роста порядка аппроксимирующего **AP** процесса соответствующие значения  $\chi$  из-за смещенности оценки  $\mathbf{8}^0$  уменьшаются и могут быть существенно меньше, чем при использовании оценок  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$  ( $b, v, d, e$ ). Поэтому ее можно также считать практически непригодной.

### А.2.3.2. Метод «обратных итераций» Берга

А. К «прямым» методам отнесен также метод «обратных итераций» (ОИ)  $\mathbf{9}^0$ , предложенный в [96] для действительных **KM**, и развитый в [190] на комплексные **KM**, по которому за  $it$  шагов рекуррентной процедуры можно получить приближение  $\mathbf{R}_{it}$  МП оценки **TKM**  $\widehat{\mathbf{R}}_T$ , удовлетворяющее (А.15б).

Для этого теплицеву вариацию  $\delta\widehat{\mathbf{R}}_T$  (А.15б) необходимо разложить по элементам действительного  $2 \cdot M$ -мерного вектора  $\mathbf{z} = \{z_m\}_{m=1}^{2 \cdot M}$

$$\delta\widehat{\mathbf{R}}_T = \sum_{m=1}^{2 \cdot M} z_m \cdot \mathbf{Q}_m \quad (\text{А.19а})$$

в базисе теплицевых матриц  $\mathbf{Q}_m$ ,  $m \in 1, 2 \cdot M$ . Если матрицы  $\mathbf{Q}_m$  [190] вида

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{Q}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, & \dots, & \mathbf{Q}_M &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Q}_{M+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{Q}_{M+2} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, & \dots, & \mathbf{Q}_{2 \cdot M} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{А.19б})$$

тогда  $2 \cdot M$ -мерный вектор  $\mathbf{z}$  состоит из двух  $M$ -мерных векторов действительной и мнимой частей **AKП**  $\delta\mathbf{t} = \{\delta t_m\}_{m=1}^M$  теплицевой вариации  $\delta\widehat{\mathbf{R}}_T$ , «стыкованных» один под другим,

$$z_m = \begin{cases} \text{Re}(\delta t_m), & \text{при } m \in 1, M, \\ j \cdot \text{Im}(\delta t_m), & \text{при } m \in M + 1, 2 \cdot M. \end{cases} \quad (\text{А.19в})$$

Следуя [96, 190] и учитывая (А.19), решение уравнения (А.15) сводится к решению матричного уравнения

$$\text{tr}\left(\left[\mathbf{R}_k^{-1} \cdot \widehat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}_k^{-1} - \mathbf{R}_k^{-1} \cdot \widehat{\mathbf{R}}_{k+1} \cdot \mathbf{R}_k^{-1}\right] \cdot \mathbf{Q}_m\right) = 0, \quad k \in 0, it - 1, \quad m \in 1, 2 \cdot M, \quad (\text{А.20})$$

линейного относительно неизвестной теплицевой оценки  $\widehat{\mathbf{R}}_{k+1}$ , полученной на  $(k+1)$ -м шаге итерационной процедуры. Здесь  $\mathbf{R}_k$  – приближение МП оценки ТКМ, полученное на предыдущем  $k$ -м шаге итерации. В роли начального приближения  $\mathbf{R}_0$  выступает любая эрмитова положительно определенная теплицева матрица, а в роли «базовой» оценки  $\widehat{\mathbf{R}}$  – выборочная оценка КМ ОВ (А.5) или ее диагонально регуляризованная модификация (А.11а).

Представляя матрицу  $\widehat{\mathbf{R}}_{k+1}$  в виде (А.19а) и подставляя в (А.20) ее определяющий столбец (АКП в виде (А.19в))  $\widehat{\mathbf{z}}^{(k+1)} = \{\widehat{z}_m^{(k+1)}\}_{m=1}^{2 \cdot M}$  является решением матричного уравнения  $\mathbf{A} \cdot \widehat{\mathbf{z}}^{(k+1)} = \mathbf{c}$ , где через матрицу  $\mathbf{A} = \{a_{m,n}\}_{m,n=1}^{2 \cdot M}$  и вектор-столбец  $\mathbf{c} = \{c_m\}_{m=1}^{2 \cdot M}$  обозначены соответственно матрица и вектор-столбец элементов

$$a_{m,n} = \text{tr}(\widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \cdot \mathbf{Q}_m \cdot \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \cdot \mathbf{Q}_n), \quad m, n \in 1, 2 \cdot M, \quad (\text{А.21})$$

$$c_m = \text{tr}(\widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \cdot \widehat{\mathbf{R}} \cdot \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \cdot \mathbf{Q}_m), \quad m \in 1, 2 \cdot M. \quad (\text{А.22})$$

На  $(k+1)$ -м шаге метода ОИ решение уравнения (А.20)  $\widehat{\mathbf{R}}_{k+1}$  будет приближением  $\mathbf{R}_{k+1} = \widehat{\mathbf{R}}_{k+1}$  МП оценки ТКМ только в том случае, если для него выполняются условия положительной определенности и роста целевой функции (А.15а)

$$\mathbf{R}_{k+1} > 0 \text{ и } g(\widehat{\mathbf{R}}, \mathbf{R}_{k+1}) > g(\widehat{\mathbf{R}}, \mathbf{R}_k). \quad (\text{А.23})$$

Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, тогда последовательным уменьшением параметра  $q = 1$  вдвое (или по другому закону, анализ которого в работе не проводится) находится такое значение

$$\mathbf{R}_{k+1} = \mathbf{R}_k + q \cdot (\widehat{\mathbf{R}}_{k+1} - \mathbf{R}_k), \quad (\text{А.24})$$

для которого эти условия будут выполняться.

**Б.** Необходимо отметить, что в условиях (А.19б)  $(M+1)$ -е элементы вектора  $\mathbf{c}$  и матрицы  $\mathbf{A}$  нулевые, поскольку получены по нулевой матрице  $\mathbf{Q}_{M+1}$ , что приводит к вырожденности матрицы  $\mathbf{A}$ . В таком случае для того,

чтобы отыскать  $2 \cdot M$ -мерный вектор  $\hat{\mathbf{z}}^{(k+1)}$  необходимо решить матричное уравнение  $\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{z}}^{(k+1)} = \mathbf{c}$  меньшей  $(2 \cdot M - 1)$ -й мерности, «вычеркивая» нулевые  $(M + 1)$ -е элементы, а после решения «вернуть»  $(M + 1)$ -ю позицию, записав ее равной нулю.

**В.** Необходимое число шагов  $it$  итеративной процедуры (A.19) – (A.24) определено численным моделированием в  $NA = 100$  испытаниях по кривым зависимости с.в.  $\chi(it)$  (A.4) при различных размерностях  $M = 8$  (рис. A.6, а) и  $M = 16$  (рис. A.6, б) в условиях  $\mathbf{AP} - \infty$  с к.к.  $\rho_1 = 0.99$ . Параметром семейства кривых служит объем обучающей выборки  $K = M/2, M, 2 \cdot M$ . Начальным приближением, согласно [190], выбрана единичная матрица, а в роли «базовой» оценки выступает оценка (A.5).

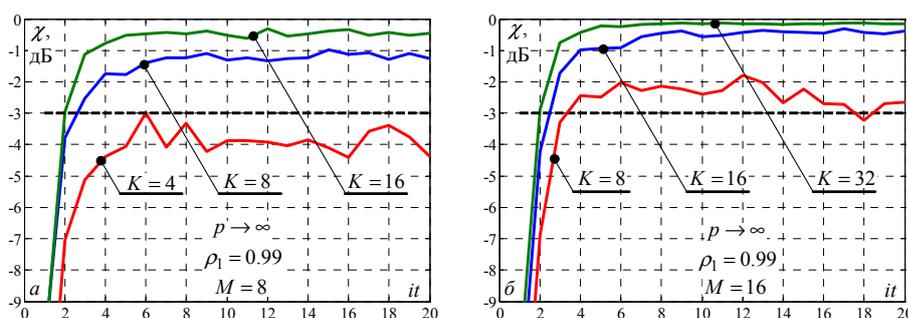


Рис. A.6 – Зависимость потерь в **ОСПШ** метода **ОИ**  $\mathbf{9}^0$  от числа итераций

Из рис. A.6 видно, что уже при  $it \geq 10$  значение потерь в **ОСПШ** (A.4) на выходе фильтра рис. A.1 на основе оценки  $\mathbf{9}^0$ , полученной по процедуре (A.19) – (A.24), практически не меняется, флуктуируя относительно своего среднего, поэтому для этого метода число итераций выбрано  $it = 10$ .

**Г.** «Энергетическое» быстродействие метода **ОИ** показано на рис. A.7. Нижний индекс при  $\mathbf{9}^0$  указывает на оценку  $\mathbf{1}^0$  или  $\mathbf{3}^0$ , используемую в (A.20) в качестве «базовой».

Из приведенных результатов наглядно видно, что независимо от **КМ** помехи ее теплицева оценка на основе метода **ОИ** существенно выигрывает у оценок  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$  и этот выигрыш растет с ростом размерность задачи  $M$ .

Такое высокое быстродействие объясняется более полным учетом специфики **ТКМ** по сравнению с предыдущими методами.

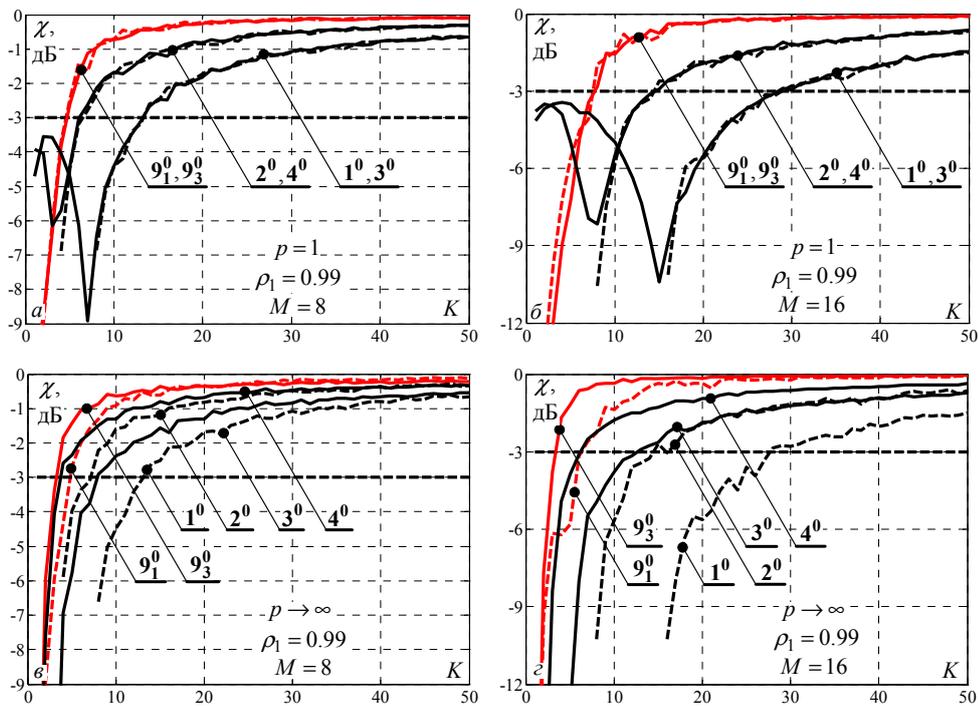


Рис. А.7 – Быстродействие метода **ОИ 9<sup>0</sup>**

Однако, несмотря на высокую эффективность этот метод малопригоден для практического использования из-за большой вычислительной сложности, порожденной необходимостью на каждом шаге рекуррентной процедуры (А.19) – (А.24) обращать матрицу размера  $M \times M$  (часто  $M \geq 8$ ) и проверять результирующую оценку (нефиксированное число раз в пределах одной итерации) на рост целевой функции (А.15) и положительную определенность.

### А.2.3.3. Косвенные методы. Метод Ю.И. Абрамовича, Д.З. Арова и В.Г. Качура

К «косвенным» отнесены методы, в которых в роли оцениваемых выступают не элементы **АКП** непосредственно, а параметры тех или иных представлений **ТКМ** (А.14), в том числе параметры обратной ей матрицы, наиболее часто требующейся для задач адаптивной обработки [79, 154].

А. К методам данной группы относится и метод, предложенный Ю.И. Абрамовичем, Д.З. Аровым, В.Г. Качуром (**ААК**) [180]. В нем непосредственно оценивается вектор  $\mathbf{v} = \{v_m\}_{m=1}^M = v_1^{-1} \cdot \boldsymbol{\Psi}_1^{(T)}$ , пропорциональный первому столбцу  $\boldsymbol{\Psi}_1^{(T)} = \{\psi_m\}_{m=1}^M$   $M \times M$  матрицы  $\boldsymbol{\Psi}_T = \mathbf{R}_T^{-1}$ , обратной эрмитовой **ТКМ**. По этому столбцу с помощью формулы Гохберга-Семенцула

[69, 174, 187, 188]

$$\Psi_T = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} - \mathbf{N}^* \cdot \mathbf{N}, \quad (\text{A.25a})$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ v_2 & v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ v_3 & v_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & v_1 & 0 \\ v_M & \cdots & v_3 & v_2 & v_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ v_M^* & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ v_{M-1}^* & v_M^* & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ v_2^* & \cdots & v_{M-1}^* & v_M^* & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.25b})$$

однозначно восстанавливается вся матрица  $\Psi_T$ .

Как показано в [180] необходимое и достаточное условие для столбца  $\Psi_1^{(T)}$  матрицы (A.25a) является принадлежность всех корней  $z_i, i \in 1, M-1$  полинома

$$\Psi(z) = \sum_{m=1}^M \psi_m \cdot z^{M-m}, \quad (\text{A.26})$$

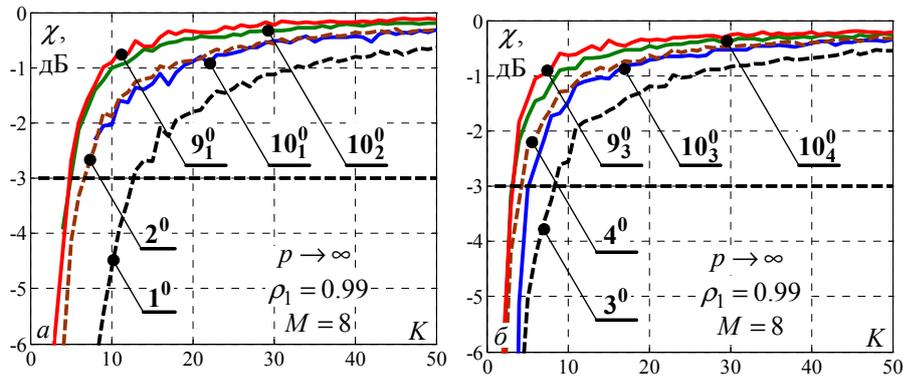
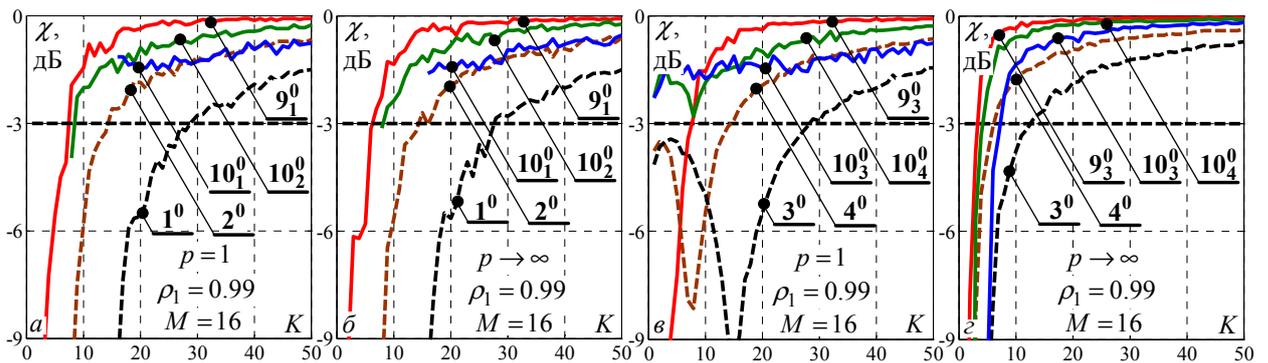
сформированного из элементов  $\psi_m$  этого столбца, кругу единичного радиуса

$$\Psi(z) = 0 \text{ при } |z| \leq 1. \quad (\text{A.27})$$

«Источником» коэффициентов  $\psi_m$  полинома (A.26) может выступать первый столбец матрицы, обратной оценкам  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ . Однако у полученного по ним полинома могут существовать  $m \leq M-1$  корней  $z_i, i \in 1, m$ , для которых условие (A.27) не будет выполняться. В таком случае эти корни заменяются обратными и комплексно сопряженными им корнями, определяющими «новый» полином, удовлетворяющий (A.27), а его коэффициенты однозначно восстанавливают всю матрицу (A.25a)

Здесь и далее, в тексте и на рисунках, метод **ААК** обозначается  $\mathbf{10}^0$ .

**Б.** Быстродействие адаптивного  $M=8$  и  $M=16$ -канального фильтра на основе метода **ААК** показано соответственно на рис. А.8 и рис. А.9 в условиях рис. А.6, А.7. Нижним индексом при  $\mathbf{10}^0$  указываются оценки  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$  матриц, обращаемых для получения определяющего столбца, по элементам которого формируется оценка обратной матрицы (A.25).

Рис. А.8 – Быстродействие метода ААК  $10^0$  ( $M = 8$ )Рис. А.9 – Быстродействие метода ААК  $10^0$  ( $M = 16$ )

Из приведенных результатов видно, что быстродействие алгоритма  $10^0$  практически вдвое выше, чем быстродействие его «источников» и этот выигрыш теоретически [180] будет тем больше, чем больше требуется модифицировать корней полинома, сформированного из элементов первого столбца  $\Psi_1^{(T)}$  матрицы, обратной  $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ .

Тем не менее, этот метод не превосходит по быстродействию метод **ОИ**  $9^0$  и также слишком сложен для практической реализации из-за необходимости отыскивать корни полиномов  $M$ -й степени, модифицировать их и затем вычислять коэффициенты полиномов по их модифицированным корням.

#### А.2.3.4. Алгоритм Берга настройки адаптивного решетчатого фильтра

А. К «косвенным» методам также относится алгоритм Берга [97, 98], по которому настраивается  $M$ -входной адаптивный решетчатый фильтр (**АРФ**) [58, 98, 116–118, 154], структура которого показана в п. 4.1.2, с  $2 \cdot M \times M$  матричной **ИХ** (**МИХ**)

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{N}^* \end{bmatrix}, \quad (\text{A.28})$$

состоящей из  $M \times M$  нижней  $\mathbf{H}$  и верхней  $\mathbf{N}^*$  треугольных матриц-сомножителей верхне-нижнего и нижне-верхнего разложений Холецкого (1.60б) матрицы, обратной КМ.

Настроить АРФ означает оценить по  $M \times K$  обучающей выборке  $\mathbf{Y}$  нормирующие множители  $s_m, m \in 1, M$  и частные к.к. (ч.к.к.)  $\alpha_m, m \in 2, M$  образующих его элементарных решетчатых фильтров (ЭРФ) – двухвходовых весовых сумматоров с перекрестными связями.

Общая схема настройки АРФ показана на рис. А.10.

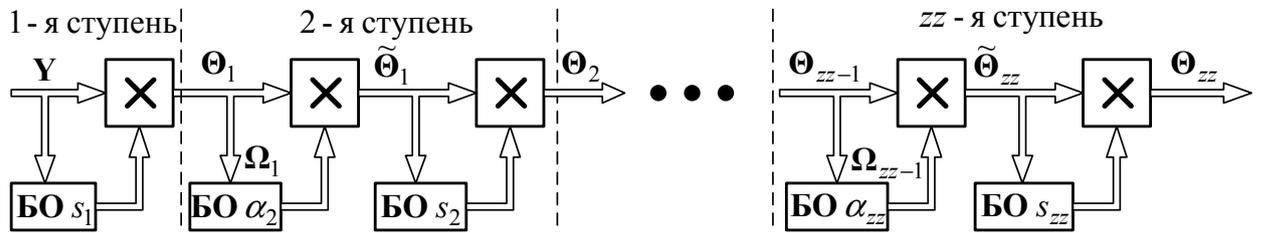


Рис. А.10 – Общая схема адаптивной настройки АРФ

Здесь предусматриваются этапы инициализации и последовательной настройки ступеней АРФ. На этапе инициализации оцениваются нормирующие множители  $s_1$  первой ступени, после чего она преобразуется в  $2 \cdot M \times K$  блочную матрицу  $\Theta_1 = \{\Theta_1(\ell)\}_{\ell=1}^M$  с  $2 \times K$  блоками

$$\Theta_1(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^*(\ell) \\ \mathbf{q}_1^*(\ell) \end{bmatrix} = s_1 \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell) \\ \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) \end{bmatrix} = s_1 \cdot \tilde{\Theta}_1(\ell), \quad \tilde{\Theta}_1(\ell) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell) \\ \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.29})$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell) = \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{Y}, \quad \ell \in 1, M.$$

Процедура последовательной настройки ступеней АРФ включает в себя два этапа. На **первом** из них по преобразованным в предыдущих ступенях исходным данным в соответствующих блоках оценки (БО) оцениваются параметры  $\alpha_m, s_m, m \in 2, M$  ЭРФ настраиваемой ступени. На **втором** этапе (после их оценки) входные данные преобразуются в «настроенных» ЭРФ и используются в качестве входных для настройки следующей ступени.

**Б.** На первом этапе алгоритмом Берга (далее – оценка  $\mathbf{11}^0$ ) непосредст-

венно определяются оценки частных коэффициентов корреляции (ч.к.к.)  $\alpha_m$ ,  $m \in 2, M$  и нормирующих множителей  $s_m$ ,  $m \in 1, M$

$$s_1 = 1/\sqrt{g_1}, \quad g_1 = \frac{\sum_{\ell=1}^{M-1} \tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell+1) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_1(\ell+1) + \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_1(\ell)}{2 \cdot (M-1)}, \quad m=1, \quad (\text{A.30a})$$

$$\alpha_m = \frac{-\sum_{\ell=1}^{M+1-m} \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1) \cdot \mathbf{q}_{m-1}(\ell)}{M-m+1}, \quad m \in 2, M, \quad (\text{A.30б})$$

$$s_m = 1/\sqrt{g_m}, \quad g_m = \frac{\sum_{\ell=1}^{M-m} \tilde{\mathbf{p}}_m^*(\ell+1) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_m(\ell+1) + \tilde{\mathbf{q}}_m^*(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_m(\ell)}{2 \cdot (M-m)}, \quad m \in 2, M. \quad (\text{A.30в})$$

Алгоритм второго этапа включает в себя преобразование  $2 \times K$  матриц

$$\mathbf{\Omega}_{m-1}(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell) \\ \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1) \end{bmatrix} \text{ на входах «настроенного» } \ell\text{-го, } \ell \in 2, M-m+1 \text{ двух-}$$

входного ЭРФ  $m$ -й,  $m \in 2, M$  ступени в  $2 \times K$  матрицы

$$\tilde{\mathbf{\Theta}}_m(\ell) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_m^*(\ell) \\ \tilde{\mathbf{q}}_m^*(\ell) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_m & 1 \\ 1 & \alpha_m^* \end{bmatrix} \cdot \mathbf{\Omega}_{m-1}(\ell), \quad (\text{A.31a})$$

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{p}}_m^*(\ell) = \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1) + \alpha_m \cdot \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell), \\ \tilde{\mathbf{q}}_m^*(\ell) = \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell) + \alpha_m^* \cdot \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1), \end{cases} \quad (\text{A.31б})$$

и нормирование этих матриц, т.е. их преобразование в  $2 \times K$  матрицы

$$\mathbf{\Theta}_m(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_m^*(\ell) \\ \mathbf{q}_m^*(\ell) \end{bmatrix} = s_m \cdot \tilde{\mathbf{\Theta}}_m(\ell), \quad \begin{cases} \mathbf{p}_m^*(\ell) = s_m \cdot \tilde{\mathbf{p}}_m^*(\ell) \\ \mathbf{q}_m^*(\ell) = s_m \cdot \tilde{\mathbf{q}}_m^*(\ell) \end{cases} \quad (\text{A.31в})$$

на выходах  $\ell$ -го ЭРФ  $m$ -й,  $m \in 2, M$  ступени.

В алгоритме **11**<sup>0</sup> (A.30) теплицевость оцениваемой **КМ** учитываются простым усреднением оценок априори равных параметров  $\alpha_m, s_m$  всех ЭРФ соответствующей ( $m$ -й,  $m \in 1, M$ ) ступени.

**В.** Описанные в п. А.2.2 способы диагональной, ленточной и ленточно-диагональной регуляризации достаточно легко реализуются в алгоритме Берга и обозначаются далее **12**<sup>0</sup> – **14**<sup>0</sup> [58, 102, 170] соответственно.

Так, диагонально регуляризованная оценка определяется  $M \times (K+M)$

обучающей выборкой

$$\mathbf{Y}_r = [\sqrt{c} \cdot \mathbf{I}_M, \mathbf{Y}], \quad c > 0,$$

образованной простым дополнением  $M \times K$  обучающей выборкой  $\mathbf{Y}$  (А.1) матрицей-регуляризатором, пропорциональной единичной, с параметром диагональной регуляризации  $c > 0$ , а ленточная, с шириной ленты  $zz < M$ , регуляризация – простым уменьшением числа адаптивно настраиваемых ступеней **АРФ**.

Г. На рис. А.11 показаны результаты испытаний оценки  $\mathbf{11}^0$  на основе **АРФ** в сравнении с **МП** оценками  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$ , а также с лучшим из рассмотренных выше алгоритмов – **ОИ**  $\mathbf{9}^0$ .

Видно, что при относительно малом числе приемных каналов  $M = 8$  (а) быстродействие «теплицевого» **АРФ** значительно выше быстродействия «классических» оценок  $\mathbf{1}^0$  и  $\mathbf{2}^0$ , и практически одинаково с методом **ОИ**  $\mathbf{9}^0$ . С увеличением размера пачки  $M$  (б) растет и выигрыш **АРФ**, который будет и далее расти по мере роста  $M$ .

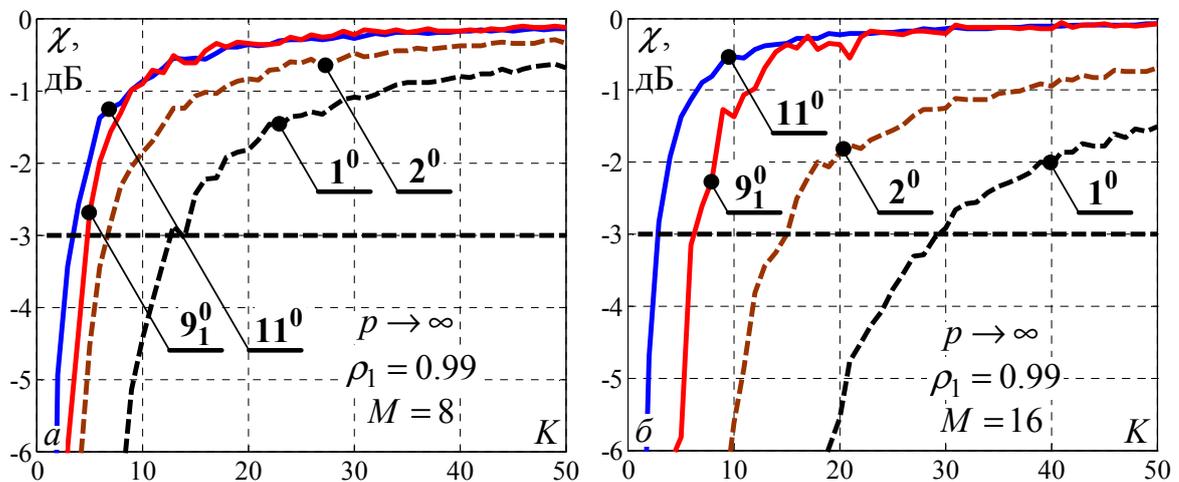


Рис. А.11 – Быстродействие «теплицевого» алгоритма  $\mathbf{11}^0$  на основе **АРФ**

Более высокое быстродействие этого метода достигается за счет упомянутого выше важнейшего достоинства **АРФ** – наследования специфики структуры истинной **КМ**. Указанная специфика позволяет накопить и усреднить требуемые параметры вдоль каждой ступени («межканальное» усреднение) и, таким образом, в условиях обучающей выборки конечного объема оценить их точнее по сравнению с другими методами, ее игнорирующими.

На рис. А.12 показаны результаты сравнения «теплицевых» оценок  $11^0$  –  $14^0$  при настройке  $zz = 5$  (а) и  $zz = 8$  (б) ступеней «ленточного»  $zz < M = 16$  АРФ (для алгоритмов  $13^0$  и  $14^0$ ) и параметром диагональной регуляризации  $c = 10$  (для алгоритмов  $11^0$  и  $14^0$ ).

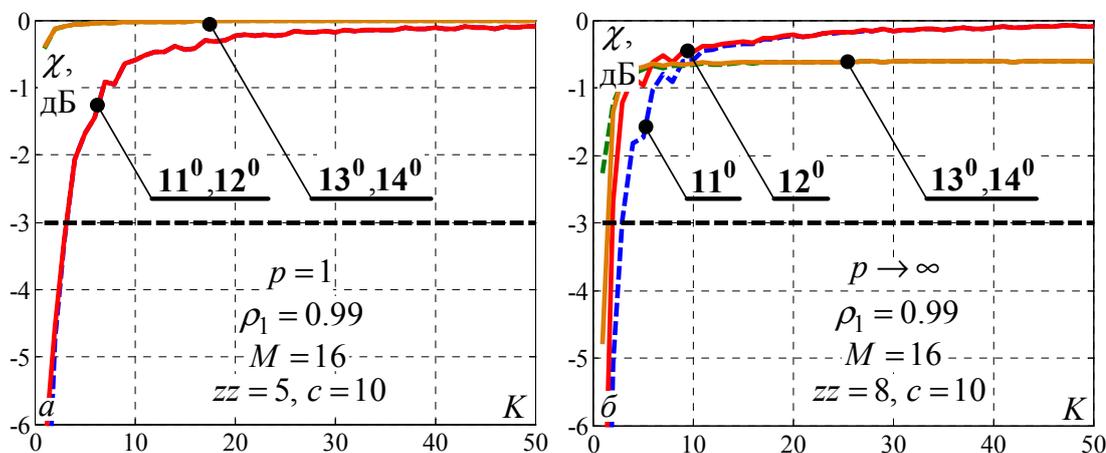


Рис. А.12 – Быстродействие «теплицевых» методов  $11^0$  –  $14^0$  на основе АРФ

Видно, что «ленточные» оценки  $13^0$  и  $14^0$  практически не уступают  $11^0$  и  $12^0$ . Будучи более простыми они могут быть и более эффективными, в частности, при низком порядке  $p$  входного АР-процесса (а) [71,80,147,154,189].

Их высокое быстродействие объясняется специфической оптимальностью ленточной аппроксимацией матрицы, обратной КМ, которое заключается в меньшем числе оцениваемых параметров в условиях выборки конечного объема [80]. При этом выбор как диагональных регуляризаторов  $c$ , так и ширины ленты  $zz$  (числа настраиваемых ступеней АРФ) не особо критичен и может быть обоснован по методике [71, 101, 102, 172].

Полученные результаты сравнительного анализа позволяют рекомендовать в импульсных РЛС с «регулярной» структурой приемных каналов теплицевы оценки  $13^0$  и  $14^0$  КМ на основе АРФ для решения широкого круга практических задач МПО сигналов.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель Генерального директора  
по научной работе ОАО «НПО «ЛЭМЗ»  
Главный инженер ОКБ

к.т.н. В.С. Ефремов

\_\_\_\_\_ 2012 г.



о реализации результатов диссертационной работы  
Семеняки Андрея Викторовича  
в разработках ОАО «НПО «ЛЭМЗ»

Комиссия в составе:

**Председателя** – начальника 13 отдела ОКБ ОАО «НПО «ЛЭМЗ» д.т.н. Вовшина Бориса Михайловича

и **членов комиссии:**

главного специалиста ОКБ ОАО «НПО «ЛЭМЗ» к.ф.-м.н. Вылегжанина Ивана Сергеевича,  
ведущего научного сотрудника 13 отдела ОКБ ОАО «НПО «ЛЭМЗ» к.т.н. Седлецкого  
Рудольфа Мироновича,

ведущего инженера 13 отдела ОКБ ОАО «НПО «ЛЭМЗ» Лаврукевича Владимира Владимировича,

составила настоящий Акт о нижеследующем.

Результаты диссертационной работы Семеняки А.В., включенные в отчет о НИР «Практическая реализация цифровых алгоритмов первичной междупериодной обработки метеосигналов» (договор №3/10-2005 от 09.02.2010 между ОАО «НПО «ЛЭМЗ» и ХНУРЭ), в части:

- статистического анализа точности воспроизведения доплеровских спектров метеобразований (МО) параметрическими методами оценивания;
- рекомендаций по практической реализации адаптивных решетчатых фильтров в системах первичной обработки;
- построения режекторного фильтра отражений с нулевыми доплеровскими скоростями;
- предложенной схемы оценивания параметров МО на основе рекуррентных алгоритмов настройки адаптивных решетчатых фильтров,

**использованы** ОАО «НПО «ЛЭМЗ» в ОКР по разработке доплеровского метеорадиолокатора «ДМРЛ-С», выполненной по заданию Росгидромета РФ, а также в НИР «Технология – МРЛ-ЛЭМЗ», выполняемой по заданию Министерства Промышленности и Торговли РФ.

Председатель комиссии  
Начальник отдела

д.т.н. Б.М. Вовшин

Члены комиссии  
Главный специалист  
Ведущий научный сотрудник  
Ведущий инженер

к.ф.-м.н. И.С. Вылегжанин

к.т.н. Р.М. Седлецкий

В.В. Лаврукевич



Державний концерн «Укроборонпром»  
Казенне підприємство  
«Науково-виробничий комплекс «Іскра»

State Enterprise «Scientific and Production Complex «Iskra»

вул. Магістральна, 84, м. Запоріжжя, 69071, Україна  
Тел. (061) 271-21-52, 271-22-79  
Факс (061) 271-22-11, 271-21-63 E-mail: iskra@iskra.zp.ua  
Код ЄДРПОУ 14313866

84, Magistralna St., Zaporizhzhya, 69071, Ukraine  
Tel. (38061) 271-21-52, 271-22-79, 271-21-63  
Fax (38061) 271-22-11, 271-21-63  
E-mail: iskra@iskra.zp.ua

№ \_\_\_\_\_

На № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з науки  
Начальник науково-технічного центру  
Казенного підприємства «Науково-виробничий  
комплекс «Іскра»

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012  
В.Ф. Траїлін



м. Запоріжжя

АКТ

про впровадження результатів наукових досліджень  
Семеняки Андрія Вікторовича

Науково-технічна комісія у складі:

Голови – Антюхова Юрія Митрофановича, головного інженера науково-технічного центру  
(НТЦ) Казенного підприємства «Науково-виробничий комплекс «Іскра» (КП «НВК «Іскра») і  
Членів комісії:

– Томачинського Миколи Тимофійовича, головного конструктора КП «НВК «Іскра»,  
– к.т.н. Лаврентьєва Володимира Миколайовича, начальника відділу КП «НВК «Іскра»,  
склала дійсний акт про наступне.

Результати дисертаційних досліджень Семеняки Андрія Вікторовича, а саме:

– структури та параметри квазіоптимальних систем міжперіодної обробки гаусових  
сигналів на фоні гаусових пасивних завод;  
– експериментальний порівняльний аналіз ефективності адаптивних «надрозділяючих»  
алгоритмів спектрального оцінювання;  
– практична реалізація «надрозділяючих» алгоритмів спектрального оцінювання на основі  
адаптивних решітчастих фільтрів,

використані в науково-дослідній роботі «Розробка й обґрунтування рекомендацій по побудові  
системи просторово-часової обробки сигналів для РЛС метрового діапазону хвиль з цифровою  
обробкою вихідних сигналів АР» (шифр «Пространство-В») при обґрунтуванні принципів  
побудови системи просторово-часової обробки сигналів на тлі завод на основі адаптивних  
решітчастих фільтрів в нових РЛС КП «НВК «Іскра».

Голова комісії  
Головний інженер НТЦ

 Ю.М. Антюхов

Члени комісії:  
Головний конструктор

 М.Т. Томачинський

Начальник відділу

 к.т.н. В.М. Лаврентьєв



ДЕРЖАВНИЙ КОНЦЕРН «УКРОБОРОНПРОМ»  
 ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО  
 НАУКОВО – ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ  
 РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИСТЕМ  
 «КВАНТ-РАДІОЛОКАЦІЯ»



THE STATE CONCERN "UKROBORONPROM"  
 STATE ENTERPRISE  
 SCIENTIFIC RESEARCH INSTITUTE  
 OF RADAR SYSTEMS  
 KVANT - RADIOLOKATSIIA

вул. Ділова, 5, м. Київ, 03150  
 а/с № 36, Україна  
 Tel + 380 44 2897621  
 Fax + 380 44 2899646  
 Код ЄДРПОУ 24577572  
 E-mail: kvant-rs@ln.ua

Post office box № 36, 03150 Kyiv, Ukraine,  
 5, Dilova Str.  
 Tel + 380 44 2897621  
 Fax + 380 44 2899646  
 Code 24577572  
 E-mail: kvant-rs@ln.ua

№ \_\_\_\_\_



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Директор

Державного підприємства

Науково-дослідний інститут радіолокаційних систем «Квант-Радіолокація»

В. І. Гузь

2016 р.

м. Київ

#### АКТ

науково-технічної комісії про реалізацію результатів наукових досліджень  
 СЕМЕНЯКИ Андрія Вікторовича

Комісія у складі:

ГОЛОВИ – Ю. Г. Нікітенко, вчений секретар, головний науковий співробітник, д.т.н.,  
 с.н.с.;

ЧЛЕНІВ КОМІСІЇ:

- В. П. Ліпатов, головний інженер, заступник директора з науки;
- Я. М. Піронер, головний конструктор, заступник директора;
- М. І. Андрусенко, начальник НДВ-1, заступник головного інженера;
- В. В. Цісарж, заступник директора, к.т.н, с.н.с.;
- М. В. Хоменко, начальник НДВ-2;
- О. Г. Єна, начальник науково-дослідного відділу;
- А. В. Бутирін, начальник науково-дослідного сектору, к.т.н, с.н.с.;
- Т. В. Барінгольц, начальник науково-дослідного відділу;

склала цей Акт про наступне.

Результати дисертаційних досліджень А.В. СЕМЕНЯКИ, що включені до звіту з НДР «Разработка математической модели системы пространственно-временной обработки сигналов на фоне шумовых излучений и мешающих отражений и исследовательской программы для оценки их эффективности в РЛС с АФАР» (за договором №72К/2015 від 16.03.2015 між ДП НДІ РС «Квант-Радіолокація» та НТЦ АНІПРЕ), зокрема:

- алгоритми і структури систем міжперіодної обробки (МПО) пачкових когерентних сигналів на тлі пасивних завад;
- дослідницька програма для моделювання радіолокаційних відбиттів і оцінки ефективності адаптивних систем захисту від заважаючих відбиттів різної природи в імпульсних РЛС та «інструкція користувача» до неї;

- результати порівняльних напівнатурних випробувань адаптивної системи МПО сигналів на тлі пасивних завад на основі адаптивного решітчастого фільтра і неадаптивної фільтрової системи МПО для РЛС із довільним інтервалом зондування;  
**використані** при обґрунтуванні і програмно-алгоритмічному забезпеченні системи просторово-часової обробки сигналів на тлі шумових випромінювань і заважаючих відбиттів в РЛС з двовимірною АФАР ДП НДІ РС «Квант-Радіолокація».

**ГОЛОВА КОМІСІЇ:**

Вчений секретар, головний науковий співробітник,  
 д.т.н., с.н.с.

Ю. Г. Нікітенко

**ЧЛЕНИ КОМІСІЇ:**

Головний інженер, заступник директора з науки

Головний конструктор, заступник директора

Начальник НДВ-1, заступник головного інженера

Заступник директора, к.т.н., с.н.с.

Начальник НДВ-2

Начальник науково-дослідного відділу

Начальник науково-дослідного сектору, к.т.н., с.н.с.

Начальник науково-дослідного відділу

В. П. Ліпатов

Я. М. Піронер

М. І. Андрусенко

В. В. Цісарж

М. В. Хоменко

О. Г. Сна

А. В. Бутирін

Т. В. Барінгольц