

Министерство образования и науки Украины
Днепропетровский национальный университет
им. Олесь Гончара



На правах рукописи

Марченко Сергей Викторович

УДК 621.396.67

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНОГО
УРАВНЕНИЯ ПРОНИЗЫВАЮЩЕЙ ОБЛАСТИ
ДЛЯ РАСЧЕТА ВОЛНОВОДНЫХ ФАР**

Специальность 01.04.03 - Радиофизика

Диссертация на соискания ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Морозов Валентин Михайлович,
кандидат физико-математических
наук, доцент

Днепропетровск – 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
РАЗДЕЛ 1 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВЫДЕЛЕНИЯ ПРОНИЗЫВАЮЩЕЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ВОЛНОВОДНЫХ ФАР	11
1.1 Обзор электродинамических методов расчета волноводных ФАР	11
1.2 Способы согласования волноводных излучателей плоских ФАР	16
1.3 Обзор методов электродинамического расчета бесконечных волноводных ФАР на основе интегрального уравнения с использованием аппарата функций Грина	21
1.4 Расчет линейной ФАР для случая сканирования в Н-плоскости	27
1.5 Расчет линейной ФАР для случая сканирования в Е-плоскости	35
1.6 Выводы к разделу 1	42
РАЗДЕЛ 2 ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ВОЛНОВОДНОЙ ФАР С СОГЛАСУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ	43
2.1 Электродинамический расчет ФАР с диэлектрическим заполнением	43
2.2 Электродинамический алгоритм расчета ФАР с согласующей периодической структурой	53
2.3 Исследование влияния диэлектрического заполнения в волноводной ФАР с согласующей периодической структурой	62
2.4 Выводы к разделу 2	78
РАЗДЕЛ 3 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРОНИЗЫВАЮЩЕЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ БЕСКОНЕЧ- НОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ	80
3.1 Электродинамический расчет бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения, сканирующей в Н-плоскости	80
3.2 Численные результаты	89

	3
3.3 Выводы к разделу 3	93
РАЗДЕЛ 4 ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛОСКОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ	94
4.1 Электродинамический алгоритм расчета бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов, сканирующей в Н-плоскости, при наличии диэлектрических слоев	94
4.2 Численные результаты	106
4.3 Выводы к разделу 4	112
РАЗДЕЛ 5 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВОДНОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ С СОГЛАСУЮЩЕЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ	114
5.1 Расчет бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов с согласующей периодической структурой, сканирующей в Н-плоскости	114
5.2 Численные результаты	126
5.2.1. Треугольная сетка расположения излучателей	126
5.2.2. Прямоугольная сетка расположения излучателей	130
5.3 Выводы к разделу 5	136
ВЫВОДЫ	138
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	141

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ВРОСИ – внутренняя резонаторная области связи излучателей

ЛАУ – линейные алгебраические уравнения

МПО – метод пронизывающей области

МЧПО – метод частичных пересекающихся областей

МЧСО – методе частичных соприкасающихся областей

ПЭВМ – персональная электронно- вычислительная машина

СВЧ – сверхвысокие частоты

СПС - согласующей периодической структуры

СУ – согласующее устройство

СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений

ФАР – фазированная антенная решетки

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Задачи дифракции электромагнитных волн на открытых периодических СВЧ-структурах являются классическими задачами электродинамики СВЧ, решения которых представлены во многих работах [1-17]. Исследование электродинамических характеристик бесконечных волноводных фазированных антенных решеток (ФАР) с согласующей периодической структурой (СПС) связано с созданием излучающего элемента для систем радиосвязи, радиолокации, устройств неразрушающего контроля параметров материалов.

Разработка волноводных фазированных антенных решеток является громоздким и затратным процессом, поэтому теоретическое исследование является важной задачей при проектировании таких устройств [1,18-27]. Анализ согласующей структуры для волноводной ФАР обеспечивает уменьшение затрат на этапе её проектирования. Большое число работ посвящено исследованию согласования волноводных ФАР с внешним пространством. Для согласования используются диэлектрические вставки, диафрагмы, импедансные фланцы, индуктивные штыри и т.д. Необходимо отметить, что использование СПС для согласования волноводной ФАР на данный момент является неизученным, и её анализ в полной мере не рассматривался.

При разработке САПР СВЧ необходимо создание математических методов, адекватных широким классам реальных технических устройств, которые позволяют эффективно выполнять их численный анализ. Предложенный метод пронизывающей области является эффективным электродинамическим методом для расчета нерегулярных направляющих структур, разветвителей, делителей мощности т.д., использование этого метода позволяет строить электродинамические алгоритмы для создания САПР сложных радиофизических систем.

На современном этапе развития методов решения задач

электродинамики СВЧ актуальным методом является метод интегрального уравнения [28,29]. На основе этого метода совместно с аппаратом аффинорных функций Грина были созданы численные алгоритмы решения трехмерных задач электродинамики СВЧ. Построение функции Грина и составление интегрального уравнения с использованием частичных соприкасающихся областей и с использованием частичных пересекающихся областей являются громоздкими на этапе создания математического алгоритма расчета. В этих методах строятся аффинорные функции Грина для каждой частичной области, на которые разбивается вся сложная область определения электромагнитного поля. Построение аффинорной функции Грина для каждой частичной области, подстановка в интегральное уравнение и исключение интегральных представлений некоторых частичных областей с целью сокращения количества неизвестных значительно усложняет электродинамический алгоритм решения задачи.

В методе интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области, связанной с источником возникновения волны, и частичных областей необходимо строить аффинорную функцию Грина только для пронизывающей области. Далее используются граничные условия для частичных областей, и получение интегрального уравнения значительно упрощается.

Этот метод целесообразно применять при исследовании волноводных СВЧ структур, в которых существует возможность выделения такой области определения электромагнитного поля, которая будет пронизывать остальные частичные области, что приводит к интегральному уравнению относительно пронизывающей области.

До настоящего времени метод пронизывающей области применялся для расчета двумерных задач электродинамики СВЧ, поэтому *развитие этого метода для решения трехмерных задач электродинамики СВЧ на примере численного исследования плоских волноводных ФАР с согласующими устройствами является актуальным.*

Математические модели, построенные в диссертации, частично связаны

с результатами, полученными ранее такими учеными N. Amitay, V. Galindo, C. P. Wu, R. Mitra, A. С. Ильинский, С. Л. Просвирнин, Литвиненко Л. Н., Н. Н. Горобец, А. В. Грибовский, Н. J. van Schaik, С. С. Chen, К. К. Chan, И.Г. Прохода, В.М. Морозов.

Связь работы с научными программами, планами, темами: диссертационная работа связана с НИР, которые выполнялись в Днепропетровском национальном университете на кафедре прикладной и компьютерной радиофизики МОН Украины: «Радіофізичні явища в структурах з імпедансними, нелінійними та фрактальними неоднорідними елементами» (№ 0106U000808), «Аналіз радіофізичних явищ в структурах з неоднорідними елементами частотно-часовими методами» (№ 0109U000152), «Аналіз радіофізичних явищ в структурах з неоднорідними елементами на основі концепції узагальнених резонансів» (№ 0112U000194), соискатель – исполнитель.

Цель и задачи исследования. *Целью диссертационной работы* является развитие нового метода численного анализа процесса дифракции электромагнитных волн на апертуре бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов, а именно развитие метода интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области.

Согласно поставленной цели диссертационной работы необходимо решить следующие задания:

- провести анализ вычислительных методов на основе метода интегрального уравнения для решения задач электродинамики СВЧ;

- разработать методику построения функции Грина для плоскострого магнитодиэлектрического заполнения в МПО, разработать подход для получения корректного итогового интегрального уравнения при наличии магнитодиэлектрического заполнения, которое связано с определением функции стороннего источника;

- развить метод пронизывающей области для решения трехмерных задач дифракции электромагнитных волн с апертурными неоднородностями;

- численно исследовать модель плоской волноводной ФАР с СПС.

Определить размеры согласующей структуры (СУ), которые обеспечивают наилучшее согласование для разных сеток расположения излучателей.

Объект исследования – процесс дифракции электромагнитных волн на бесконечных плоских волноводных ФАР.

Предмет исследования – электродинамические модели дифракции электромагнитных волн на бесконечных плоских волноводных ФАР.

Методы исследования. При решении поставленных задач был использован метод интегрального уравнения, математический аппарат электродинамики СВЧ, аппарат аффинорных функций Грина, а также методы вычислительной математики и численного анализа.

Научная новизна полученных результатов:

1. Разработана методика построения функции Грина с учетом плоскострого диэлектрического заполнения волновода для метода пронизывающей области, а также подход для получения корректного итогового интегрального уравнения при наличии диэлектрического заполнения, связанный с правильным определением функции стороннего источника и представлением полей одних областей через другие для метода пронизывающей области.

2. Впервые решена двумерная задача дифракции электромагнитной волны на бесконечной линейной ФАР из плоскопараллельных волноводов с согласующей периодической структурой и диэлектрическим заполнением.

3. Впервые методом пронизывающей области решена трехмерная задача дифракции электромагнитной волны на плоской волноводной ФАР.

4. Впервые МПО решена задача дифракции электромагнитной волны на волноводной ФАР с диэлектрическими слоями .

5. Решена впервые трехмерная задача дифракции электромагнитной волны на бесконечной плоской волноводной ФАР с СПС. Были определены размеры СПС: для треугольной сетки расположения волноводов, которая обеспечивала согласование в диапазоне частот от 5.4 до 5.9 ГГц или в

диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka (a – широкая стенка волновода) от 3.958 до 4.325 в секторе углов сканирования от 0° до 40° . При этом коэффициент отражения уменьшился в два раза. Для прямоугольной сетки показана возможность уменьшения модуля коэффициента отражения в $1,5 \div 2,5$ раза в диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka от 3.995 до 4.288 в секторе углов от 0 до 80 градусов.

Достоверность результатов обеспечивается корректностью математической и физической постановок задач, тестированием вычислительных алгоритмов, а также совпадением результатов расчета с результатами других авторов в отдельных случаях.

Практическое значение полученных результатов.

1. Представлено развитие метода интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области для решения задач дифракции электромагнитных волн на бесконечных ФАР из прямоугольных волноводов с СУ.

2. Разработанная методика построения функции Грина с учетом плоскостойкого диэлектрического заполнения волновода для МПО, а также подход для получения корректного итогового интегрального уравнения при наличии диэлектрического заполнения, связанный с корректным определением функции стороннего источника.

3. Разработана методика решения электродинамических задач и создан пакет программ, которые позволяют проводить анализ плоских волноводных ФАР с согласующими устройствами: с плоскостойким диэлектрическим заполнением и согласующей периодической структурой.

4. Полученные численные результаты анализа подтвердили целесообразность использования ФАР из плоскопараллельных волноводов с СПС как с диэлектрическими заполнениями, так и без них как эффективную согласующую структуру.

5. Использование СПС для ФАР из прямоугольных волноводов позволяет получить согласование в широком секторе углов сканирования. Предложенная

СПС обладает простым конструктивным исполнением, поскольку не требует применения диэлектрических слоев и вставок, что уменьшает стоимость СУ.

Личный вклад соискателя. Основные научные результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно. В работах, опубликованных в соавторстве, личный вклад автора следующий: разработка методики решения задачи [30], разработка математической модели, создание алгоритма решения и обсуждение результатов [31,33,36], разработка методики решения и математической модели, создание алгоритма решения, анализ полученных результатов [32,35,39], численное решение задачи, создание алгоритма и машинного моделирования, анализ полученных результатов [34,37,38].

Аппробация результатов диссертации. Результаты работы докладывались обсуждались на следующих конференциях: 7-я Международная молодёжная научно-техническая конференция “Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций” РТ-2011 (Севастополь, 11-15 апреля 2011), 8th International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'11 (Киев, 20-23 сентября, 2011), 11th International Conference on Modern Problems of Radioengineering, Telecommunications and Computer Science TCSET '2012 (Львов-Славское, 21-24 февраля 2012), IX International Conference on Antenna Theory and Techniques, ICAAT'13 (Одесса, 16-20 сентября 2013).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 10 научных работах, среди которых 6 статей в специализированных журналах и сборниках научных работ, 2 из которых переизданы за границей в научном журнале, входящий в список SCOPUS; 4 тезиса докладов на научных конференциях.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, пяти разделов, выводов, списка использованной литературы. Общий объем диссертационной работы 155, в том числе 127 страниц основного текста. Список использованной литературы 119 наименований работ отечественных и зарубежных авторов. Диссертация включает 55 рисунков и 13 таблиц, из которых 22 рисунка на 22 страницах полностью занимают всю площадь страницы.

РАЗДЕЛ 1

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВЫДЕЛЕНИЯ ПРОНИЗЫВАЮЩЕЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ВОЛНОВОДНЫХ ФАР

1.1 Обзор электродинамических методов расчета волноводных ФАР

Исследованию волноводных фазированных антенных решеток посвящено значительное число работ в отечественной и зарубежной литературе, поэтому остановимся на работах в которых используются строгие электродинамические методы, позволяющие выполнить полное исследование характеристик волноводной решетки, представляющей собой периодическую структуру с размерами ячейки соизмеримыми с длиной волны.

При анализе плоских ФАР используют две модели решетки: представление решетки в виде бесконечной периодической структуры (обосновано при большом числе излучателей, линейные размеры излучающей системы должны превышать $10...15 \lambda$) и в виде периодической структуры с конечным числом элементов. В вычислительном отношении решение электродинамической задачи для первой модели значительно проще, чем для второй, т.к. строится для единичной ячейки периодической структуры. В диссертации рассматривается первая модель решетки, что связано с более простым выяснением достоинств и недостатков предлагаемой методики расчета волноводных ФАР и исследованием предложенного согласующего устройства. Кроме того, использование бесконечной модели для решения трехмерной задачи расчета плоской волноводной ФАР рассмотрено в 3-5 разделах работы. В связи с этим ограничимся только рассмотрением работ, связанных с использованием этой модели ФАР.

В работе [1] проведено исследование плоских ФАР из открытых концов волноводов. Теоретический анализ основан на строгом методе (в отличие от классической теории ФАР, не учитывающей взаимное влияние

элементов) интегральных уравнений при разбиении области определения поля на частичные области: полубесконечный "волноводный канала" и "канал Флоке". На основании теоремы Флоке была построена полная ортогональная система функций для области излучения. Полученные с использованием свойств ортогональности функций интегральные уравнения имеют следующие свойства: в них учитывается взаимодействие излучателей решетки, наличие диэлектрических слоев покрытия и вкладышей; в них содержатся граничные условия и условия излучения; ядро интегрального уравнения не зависит от поля возбуждения (т.е. выполняется принцип взаимности для решетки), что позволяет легко менять тип волны стороннего источника; ядро интегрального уравнения имеет вид бесконечных сумм, представляющих собой вклады типов волн в двух существенно различающихся областях. Эти интегральные уравнения относятся к классу интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Для численного решения их авторы используют проекционный метод Крылова-Боголюбова. С помощью простых аналитических преобразований этих интегральных уравнений можно получить интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Однако, сходимость решения в этом случае не гарантируется [1].

Использование строгого электродинамического метода позволило авторам подтвердить численными результатами наличие пространственных резонансов ("ослепления" ФАР при определенных углах сканирования), существование которых было обнаружено из эксперимента. В работе широко представлены численные результаты, иллюстрирующие сходимость метода, достоверность получаемых численных результатов (сравнение с точным решением для некоторых предельных случаев) и характеристики различных типов решеток из открытых концов плоскопараллельных, прямоугольных и круглых волноводов.

В работе [18] рассмотрено решение электродинамической задачи об излучении бесконечной плоской решетки с треугольной сеткой расположения прямоугольных диафрагмированных волноводов. Трехмерная задача решалась методом сшивания тангенциальных компонент векторов напряженности

электрического и магнитного полей, выражаемых через векторные электромагнитные потенциалы. Для согласования использовались два диэлектрических слоя покрытия и волноводный диэлектрический вкладыш. Приведенные численные результаты, иллюстрирующие влияние размеров диафрагм на апертурное согласование, подтверждают возможность устранения поверхностных резонансов ("ослепления" решетки), наблюдаемых при определенных углах сканирования. На основании численных расчетов по алгоритму, изложенному в этой работе, создан широкополосный излучающий элемент [19]. В более поздней работе [20] на основе алгоритма, изложенного в [21], проведено сравнение численных результатов при различных базисах и результатами работы [21]. Модификация метода привела к сокращению времени счета вдвое по сравнению с [18].

Обзор, посвященный теории ФАР с большим числом излучателей, приведен в работе [22], а теории и исследованию ФАР – в работах [23,24].

В работе [25] проведено исследование характеристик поля, рассеянного бесконечной эквидистантной ФАР плоских волноводов, заполненных однородной изотропной средой без потерь. Рассмотрены способы согласования решетки со свободным пространством. Определены условия полного согласования решетки для двух видов поляризации при определенных параметрах материала, заполняющего волноводы, или толщины стенки волноводов для некоторых интервалов изменения периода решетки. Электродинамическая задача решалась методом "сшивания гармоник". Для случая, когда имеется только зеркально отраженный от решетки луч, дана оценка приближения, при котором усеченная система уравнений дает "практически точное решение задачи". Также приведены некоторые характеристики решетки плоских волноводов конечной глубины.

В работе [26] предложен проекционный метод расчета периодических структур, суть которого состоит в сведении краевой задачи для системы уравнений Максвелла к краевой задаче для конечной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений на конечном промежутке

(неполный метод Галеркина). Рассмотрение метода проведено теоретически на примере падения плоской электромагнитной волны на бесконечную ФАР из полубесконечных волноводов, имеющих вблизи апертуры нерегулярный участок с переменным заполнением. Проведено полное обоснование сходимости решения предложенного метода, имеющего идейную основу метода поперечных сечений.

В работе [27] рассмотрена методом поперечных сечений, развитым в [26], задача дифракции электромагнитной волны на бесконечной ФАР из волноводов произвольного поперечного сечения с феррито-диэлектрическими конусами. Численные результаты приведены для тестового варианта (цилиндрических волноводов). Дальнейшее развитие метода, рассмотренного в [26, 27], получило в работе [40] по электродинамическому расчету плоской периодической структуры полубесконечных волноводов (скалярный случай). Обоснование метода на примере этой задачи дано в [41].

В работе [42] рассмотрен случай локального возбуждения одного элемента бесконечной ФАР из открытых концов волноводов, излучающих в полупространство. В основе предложенного метода лежит переход от исследования задачи во всем пространстве к задаче в ограниченной области пространства путем введения специального интегрального преобразования и формулировки условий излучения.

В обзорных работах [43, 44] рассмотрено использовано прямых проекционных методов, применяемых авторами для решения некоторых задач дифракции, в том числе дифракции на фазированных антенных решетках.

Итерационный процесс на основе "градиентного метода с минимальными невязками" построен в работе [45] для расчета коэффициента отражения ФАР из прямоугольных волноводов с прямоугольной сеткой их расположения. Сущность предложенного зеркально-итерационного метода заключается в раздельном "сшивании" тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на апертуре о помощью двух вспомогательных задач, в которых в апертурной плоскости вводятся идеальные экраны (магнитное и

электрическое "зеркала") с последующим компенсированием их введения путем задания некоторых фиктивных источников. Алгоритм расчета подобен построению обобщенной матрицы рассеяния, связывающей матрицы-столбцы амплитудных коэффициентов волн, отраженных от "стыка", с матрицами-столбцами амплитудных коэффициентов первичного падающего поля. В расчете учитывалось 21 тип волны в волноводах и в области излучения.

В работе [46] проведено исследование бесконечных ФАР из H-образных, четырехгребенчатых волноводов с диэлектрическими слоем покрытия и вкладышем. В основе созданного алгоритма электродинамического расчета бесконечной антенной решетки из волноводов произвольного поперечного сечения лежит метод "сшивания" полей, представляемых в виде разложения по системам вектор – функций [27] выделяемых соприкасающихся областей. Для волноводов собственные значения и собственные функции вычисляются методом конечных элементов.

В развитие предыдущей работы вышли статьи [47] и [48]. В статье [47] изложены принципы машинного проектирования излучателей из H - образных и четырехгребенчатых волноводов (квадратных и круглых) в составе ФАР.

В работе [15] на основе единого алгоритма расчета обобщенных матриц исследованы электродинамические характеристики излучения ФАР из полубесконечных коаксиально – секторных волноводов. Показано, что ФАР из открытых концов "полукруглых", круглых "гребневых" и "коаксиально – реберных" излучателей могут быть эффективно использованы в антенных системах широкого назначения.

Из приведенного обзора видно, что для современного состояния работ характерно построение универсальных численных алгоритмов на основе строгих электродинамических методов, "создание пакетов программ для анализа и оптимизации характеристик" [49] ФАР, "создание системы программ, организованной таким образом, чтобы она обеспечивала возможность расчета широкого класса устройств, включая и такие структуры которых нельзя предвидеть". Следует подчеркнуть, что при решении

дифракционной задачи о волноводной ФАР с кусочно-однородной средой использовались различные подходы [1,50] сведения краевой задачи к системе интегральных уравнений Фредгольма первого рода (в работе [50] сформулирована граничная задача для бесконечной ФАР из открытых концов волноводов на основе метода электромагнитной связи объемов через отверстия без численных результатов).

В настоящей диссертационной работе рассмотрен подход к решению задачи дифракции электромагнитной волны на плоской волноводной бесконечной ФАР, приводящей к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода с последующим решением ее проекционным методом.

1.2 Способы согласования волноводных излучателей плоских ФАР

Требования многофункциональной работы ФАР накладывает жесткие условия её функционирования в широком секторе углов сканирования и полосе частот [1,51,52]. Поэтому вопросы расчета характеристик ФАР при заданных требованиях являются актуальными. Одной из целей расчета ФАР является её согласование в заданном секторе обзора пространства и полосе рабочих частот, т.е. определение таких геометрических размеров решетки и параметров согласующего устройства (СУ), при которых в секторе углов сканирования и полосе частот максимальный модуль коэффициента отражения не превышал бы некоторого заданного или был бы минимальным.

Для ФАР, работающих в сантиметровом диапазоне длин волн распространение получили волноводные излучатели, обеспечивающие достаточные уровни пропускаемых мощностей, широкополосность, малые габариты, широкоугольность при электрическом сканировании, а также удобное согласование хорошо развитой и доступной элементной базой фазовращателей и других волноводных устройств [53-60].

Часто используется на практике (СУ) в питающем фидере, обеспечивающее полное согласование на одном из углов в секторе

сканирования. Вариация внутренних параметров излучателя влияет лишь на значение параметров СУ, т.е. на его конструктивную реализацию, при одинаковом поведении коэффициента отражения в секторе сканирования [61]. Это свидетельствует о том что, дальнейшее расширение сектора сканирования по сравнению со случаем использования СУ можно добиться лишь путем изменения геометрии решетки (размер раскрыва излучателя, расстояние между излучателями в решетке, сетка размещения излучателей в решетке [62], использование многомодовых излучателей [63] и электродинамические характеристики пространства над решеткой [64-66]).

При использовании диэлектрического покрытия необходимо учитывать, что при достаточно больших значениях диэлектрической проницаемости покрытия отклонение луча от нормали приводит к существованию в ФАР типа волны подобного поверхностной волне, распространяющегося внутри диэлектрика, но затухающего в свободном пространстве. При этом превышение толщины диэлектрического покрытия некоторого значения вызывает появление резонансного пика на кривой модуля коэффициента отражения, максимальное значение которого в общем случае равно единице (режим «ослепления» ФАР), и который при увеличении толщины покрытия смещается в направлении нормали к решетке. Дальнейшее увеличение толщины или диэлектрической проницаемости покрытия приводит к появлению двух или более пиков на кривой коэффициента отражения [1].

Применение в качестве излучателей ФАР открытых концов волноводов с большой площадью поперечного сечения приводит вследствие взаимодействия волн высших типов на раскрыве к ослеплению решетки в направлении угла, лежащего в пределах сектора однолучевого сканирования. Использование в качестве согласующих элементов для таких излучателей диафрагм в раскрыве волновода позволяет сдвинуть резонансный провал в ДН излучающего элемента от направления нормального к раскрыву решетки или даже устранить его. При этом не увеличивается частотная чувствительность ФАР, так как электрическое расстояние между излучающей апертурой и расположенной в ее

плоскости диафрагмой равно нулю. Дальнейшее увеличение площади, занимаемой диафрагмой, приводит к уменьшению излучения по нормали к поверхности и перекомпенсации рассогласования ФАР. При этом наличие диафрагмы не ухудшает характеристики решетки в плоскости Е [67].

Размещение в апертуре ячейки излучателя некоторого числа короткозамкнутых (реактивных) волноводов позволяет избавиться от недостатков, присущих многослойному диэлектрическому покрытию (большая масса, изменение параметров диэлектрика с течением времени и т.п.), сохранив возможность эффективного воздействия на характеристики излучателя в секторе сканирования. Если в реактивных волноводах в качестве короткозамыкателей используются отражательные фазовращатели, управляемые от электронно-вычислительной машины, то можно, изменяя их положение для каждого угла сканирования, влиять на характеристики излучателя, т. е. формировать закон согласования излучателя в секторе сканирования, или формировать требуемую ДН излучателя в секторе сканирования.

Использование даже одного реактивного элемента позволяет заметно снизить уровень отражения при сканировании, причем дискретность перемещения короткозамыкателей практически не влияет на уровень коэффициента отражения. Заметно улучшаются характеристики при сканировании в Е-плоскости, где за счет применения реактивного элемента расширяется сектор сканирования до пределов больших чем, это позволяет использовать только СУ в фидере излучателя, а именно практически до размеров однолучевого сектора сканирования. При использовании одного реактивного элемента без СУ в фидере излучателя несмотря на заметное снижение уровня коэффициента отражения трудно добиться полного согласования излучателя в любом направлении в пределах сектора сканирования. Дальнейшего улучшения согласования достигают, увеличивая число реактивных элементов в раскрыве излучателя. При малом дискрете

изменения положения короткозамыкателей можно достичь согласования для всех направлений в секторе сканирования при заметном ухудшении его с увеличением дискрета перемещения короткозамыкателей (более $\lambda_v/8$) [67].

В рассмотренных выше случаях реактивные волноводы располагались в ячейке излучателя в Е-плоскости относительно основного волновода, что существенно улучшало характеристики излучателя при сканировании.

Размещение же их в Н-плоскости не улучшает заметно характеристик излучателя, что связано со слабым возбуждением реактивных волноводов. В этой плоскости возникает нуль диаграммы направленности (ДН) основного волновода в направлении вдоль поверхности ФАР. Улучшить согласование при сканировании в Н-плоскости за счет некоторого его ухудшения в Е-плоскости можно, если разместить реактивные волноводы в ячейке излучателя в диагональной плоскости относительно основного волновода.

В работе [2] представлен способ улучшения согласования двухэлементной активной ФАР из прямоугольных волноводов. Единичная ячейка исследуемой ФАР состояла из полубесконечного активного волновода и волновода закороченного на некотором расстоянии от плоскости раскрыва. По сравнению с одноэлементной ФАР, двухэлементная антенная решетка позволяет уменьшить модуль коэффициента отражения основной волны в секторе углов от 0 до 20 градусов.

Диэлектрическая вставка в волноводе может быть использована как конструктивный элемент, так и для реализации СУ [68]. Наличие вставок делает коэффициент отражения более чувствительным к изменению частоты, однако многослойные вставки со специально подобранными параметрами позволяют увеличить широкополосность излучателя. Использование вставок с высоким значением диэлектрической проницаемости может при некоторых толщинах вставок привести к появлению пиков на кривых коэффициента отражения, связанных с резонансами высших типов волн во вставках [1].

Однослойная вставка, расположенная непосредственно у раскрыва излучателя, не обеспечивает полного согласования излучателя для заданного

угла сканирования. Поэтому необходимо применять либо многослойные вставки, либо однослойные, но расположенные на некотором расстоянии от раскрыва. Можно отметить тот факт, что для ФАР, волноводы которых заполнены диэлектриком, существуют два возможных пути реализации согласующего устройства при помощи вставок с более высоким значением диэлектрической проницаемости, чем у заполнения волновода.

В работах [69-73] теоретически показана возможность использования внутренней резонаторной области связи излучателей для согласования ФАР со свободным пространством. Проведено численное исследование влияния геометрических размеров внутренней резонаторной области связи излучателей (ВРОСИ). Определены оптимальные размеры ВРОСИ для двумерной конечной ФАР при сканировании в Е-плоскости. Для решеток с оптимальными размерами ВРОСИ был выполнен расчет диаграмм направленностей волноводов и решетки, коэффициентов взаимной связи.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. В решетке с расстоянием между излучателями больше половины длины волны целесообразно применение согласующего устройства в питающем фидере излучателя. Как уже упоминалось, одним из простых конструктивных реализаций СУ для конечной двумерной ФАР является ВРОСИ.

2. Широкоугольное согласование излучателей можно обеспечить в решетках с расстоянием между излучателями большим половины длины волны, что однако приводит к увеличению числа излучателей в решетке и соответственно к увеличению её стоимости.

3. Анализ бесконечных ФАР с использованием СУ аналогичному ВРОСИ не проводился, поэтому является актуальной задачей. В СУ типа ВРОСИ можно варьировать не только геометрические его размеры, но и значение диэлектрической проницаемости заполнений.

1.3 Обзор методов электродинамического расчета бесконечных волноводных ФАР на основе интегрального уравнения с использованием аппарата функций Грина

В начале раздела рассмотрены работы, посвященные расчету плоских волноводных ФАР с большим числом излучателей. Среди методов (метод сшивания [1 - 4, 74], операторный метод [75-84], метод конечных разностей во временной области [85-96]) , используемых для расчета этого класса ФАР, особое место занимают методы интегральных уравнений частичных соприкасающихся областей и частичных пересекающихся областей.

О методе интегральных уравнений частичных соприкасающихся областей (МЧСО) можно сказать следующее: "такой подход удобен для анализа и разработки ФАР" [97]. Однако, использование этого метода для расчета ФАР с апертурными неоднородностями дает определенные трудности, связанные со "сшиванием" выделяемых в этих случаях областей и решением получаемых интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Для трехмерных задач и задач с учетом диэлектрического заполнения необходимо строить функцию Грина каждой области, на которые разбита сложная область определения электромагнитного поля.

Метод частичных пересекающихся областей (МЧПО) [98-103] предполагает разбиение сложной области определения поля на названные области и построение функций Грина для этих областей. При исключении некоторых неизвестных из системы интегральных представлений для частичных пересекающихся областей электродинамический алгоритм МЧПО значительно усложняется из-за переобозначений точек источников поля и наблюдения и становится достаточно громоздким.

В разделе диссертационной работы, относящейся к применению метода пронизывающей области (МПО) для расчета линейной волноводной ФАР, рассматривается задача электродинамического расчета решетки с диэлектрическим волноводными вкладышами и слоями. Для рассматриваемых

задач использование МПО имеет определенные преимущества по сравнению с другими методами, так как позволяет учитывать неоднородность при получении интегральных уравнений относительно выделяемых областей ("волноводного канала" и "канала Флоке") как и в методе МЧПО, но при этом решается одно интегральное уравнение составленное относительно пронизывающей области. Граничная задача для ФАР в МПО формулируется в виде интегральных уравнений второго рода, для которых справедлива теорема Фредгольма, и, можно построить алгоритм численного расчета, сходящийся к точному решению [104,105].

Интегральные уравнения в задачах дифракции электромагнитных волн на ФАР получаются сложными и решаются поэтому приближенными методами. Для проверки решения задачи, получаемого численными методами, оценки точности и качественного анализа целесообразно сравнение его с результатами, полученными аналитическими методами, для некоторых частных случаев, допускающих точное аналитическое решение. Для ФАР известно точное решение для решетки из бесконечно тонких плоскопараллельных волноводов, сканирующей в Н или Е - плоскости. В этом случае одномерное интегральное уравнение может быть решено точно методом Винера-Хопфа [1].

Рассмотрим решение задачи дифракции плоской волны для случая разбиения сложной области определения электромагнитного поля с объемом V , ограниченной поверхностью $S = S' \cup S''$, на две частичные области (I и II), для которых известны общие решения уравнения Гельмгольца (для единичной ячейки бесконечной ФАР: волноводная область и область излучения). Пусть искомая функция $U(\vec{r})$ на поверхности S удовлетворяет граничному условию Дирихле, т.е. $U(\vec{r}) = 0$, $\vec{r} \in S$. Для случая разбиения на частичные соприкасающиеся области, изображенного на рис.1.1а, использование второй формулы Грина приведет к следующей системе интегральных представлений для волновых функций полных полей областей:

$$\begin{cases} U^I(\vec{r}) = U_f^I(\vec{r}) + \int_{S^{I''}} U^I(\vec{r}') \frac{\partial G^I(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dS^{I''} \\ U^{II}(\vec{r}) = \int_{S^{II''}} U^{II}(\vec{r}') \frac{\partial G^{II}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dS^{II''} \end{cases} \quad (1.1)$$

При записи уравнений учтено, что функция Грина областей $G^i(\vec{r}, \vec{r}') = 0$; $\vec{r}, \vec{r}' \in \sigma^i = S^i \cup S^{i''}$, $i = I, II$. Функция стороннего поля, выражаемая посредством интеграла по объему возбуждающих источников, следующая:

$$U_f^I(\vec{r}) = \int_{V_f} f(\vec{r}') G^I(\vec{r}, \vec{r}') dV_f$$

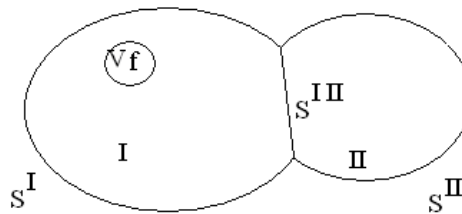


Рис. 1.1 Разбиение области определения электромагнитного поля на соприкасающиеся области

Приравнивая функции и их производные в точках наблюдения на границе частичных областей, устанавливаем их связь, необходимую для решения поставленной электродинамической задачи:

$$U^I(\vec{r}) = U^{II}(\vec{r}); \quad \frac{\partial U^I(\vec{r})}{\partial n} = \frac{\partial U^{II}(\vec{r})}{\partial n}, \quad \vec{r} \in S^{I,II}$$

Физическая интерпретация решения задачи сводится к следующему: при падении волны сторонних источников возникают два непересекающихся множества точек источников поля вдоль границы возникновения нерегулярности, принадлежащие выделяемым областям. Эти источники создают поля в областях такие, что в точках наблюдения на границе нерегулярности равны напряженности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей.

Другой подход может быть связан с условием взаимного проникновения точек источников поля выделяемых областей и приравниванием полей в

общих точках. Такой подход реализуется введением частичных пересекающихся областей I и II (рис. 1.2), ограниченных поверхностями $\sigma^I = S^I \cup S^{III}$ и $\sigma^{II} = S^{II} \cup S^{III}$. Система интегральных представлений для функций полных полей областей на основании второй формулы Грина следующая:

$$\begin{cases} U^I(\vec{r}) = U_f^I(\vec{r}) + \int_{S^{III}} U^{II}(\vec{r}') \frac{\partial G^I(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dS^{III} \\ U^{II}(\vec{r}) = \int_{S^{III}} U^I(\vec{r}') \frac{\partial G^{II}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dS^{III} \end{cases} \quad (1.2)$$

При записи уравнений учтено следующее:

$$U^I(\vec{r}') = U^{II}(\vec{r}'), \quad \vec{r}' \in S^{III}; \vec{r}' \in S^{III} \rightarrow \vec{r}' \in V^{III} = V^I \cap V^{II}; G^i(\vec{r}, \vec{r}') = 0; \vec{r}, \vec{r}' \in \sigma^i, i = I, II.$$

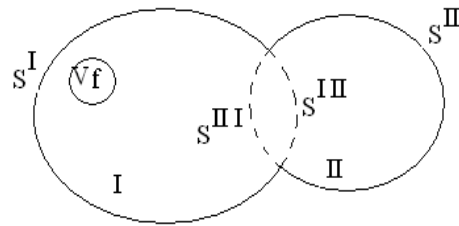


Рис. 1.2 Разбиение области определения электромагнитного поля на пересекающиеся области

Физическая интерпретация решения задачи в этом случае заключается в следующем: при падении волны сторонних источников возникают точки источников вдоль границы возникновения нерегулярности (поверхность S^{III}), которые создают поле в области II. В свою очередь поле области II создает точки источников (на поверхности S^{III}), которые перевозбуждают поле в первой области. Исключая первое уравнение из системы (1.2) получим одно уравнение относительно неизвестной функции поля второй области:

$$U^{II}(\vec{r}) = U_f^{II}(\vec{r}) + \int_{S^{III}} Q^{III}(\vec{r}, \vec{r}') U^I(\vec{r}') dS^{III} \quad (1.3)$$

где,

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^{III}(\vec{r}, \vec{r}''') = \int_{S^{III}} \frac{\partial G^I(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \frac{\partial G^I(\vec{r}', \vec{r}''')}{\partial n''} dS^{III}, \\ U_f^{II}(\vec{r}) = \int_{S^{III}} U^I(\vec{r}') \frac{\partial G^{II}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dS^{III}, \end{array} \right. .$$

Конкретное использование общей схемы доказательства сходимости проекционного метода [106] для метода частичных пересекающихся областей приводит к следующему. Соотношение для скалярных произведений, в которые входят: разность η решения задачи и $U^{II}(\vec{r})$ и приближенного решения (получаемого МЧПО) $U^{II^N}(\vec{r})$ (и $U^{II^N}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N a_n U_n^{II}$, бесконечный остаток ряда Фурье $r_N = \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n U_n^{II}$), устанавливаемое для задачи $\tilde{L}U^{II}(\vec{r}) = U_f^{II}(\vec{r})$, имеет следующий вид (в обозначениях применительно к рассматриваемой задаче):

$$\tilde{L}\eta, \eta = - \tilde{L}U^{II^N}(\vec{r}) - U_f^{II}(\vec{r}), r_N .$$

Введем обозначение интегрального оператора в (1.3):

$$q = \int_{S^{III}} Q^{III}(\vec{r}, \vec{r}''') U^{II}(\vec{r}''') dS^{III} . \quad (1.4)$$

Тогда получим:

$$- \tilde{L}U^{II^N}(\vec{r}) - U_f^{II}(\vec{r}), r_N = (-U^{II^N}(\vec{r}) + qU^{II^N}(\vec{r}) + U_f^{II}(\vec{r}), r_N) = qU^{II^N}(\vec{r}) + U_f^{II}(\vec{r}), r_N$$

т.к. U^{II^N} и r_N ортогональны. Следовательно:

$$|\tilde{L}\eta, \eta| \leq \|qU^{II^N}(\vec{r}) + U_f^{II}(\vec{r})\| \cdot \|r_N\|$$

Интегральный оператор q ограничен [107] (функция $Q^{III}(\vec{r}, \vec{r}''')$) может иметь особенность только в точках $\vec{r}, \vec{r}''' \in S^{III}$ а в (1.4) $\vec{r}, \vec{r}''' \in S^{III}$ и является интегральным оператором Фредгольма вполне непрерывным в L_2 ; функция $U_f^{II}(\vec{r})$ также ограничена. Тогда интегральный оператор ограничен $\tilde{L}\eta, \eta \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$, что указывает на сходимость метода.

Еще один подход может быть связан с условием проникновения точек источника поля пронизывающей области в выделяемые частичные области и приравниванием полей в общих областях пересечения.

Рассмотрим скалярную задачу прикладной электродинамики, которая сводится к решению уравнения Гельмгольца:

$$\left[\vec{\nabla} \left[\vec{\nabla} \vec{E}(\vec{r}) \right] \right] + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = -f_{\text{сноп}}(\vec{r}) \quad (1.5)$$

В некоторой сложной области V , ограниченной поверхностью S допускающей разбиение поверхностями S_1 и S_2 на две области: пронизывающую V_1 и частичную V_2 (Рис.1.3).

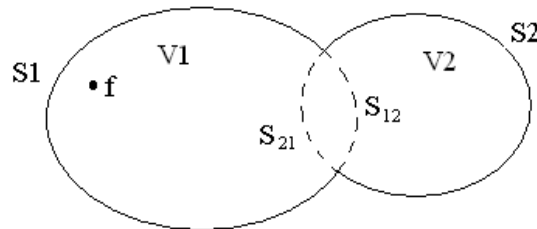


Рис.1.3 Области V_1 и V_2 , ограниченные поверхностями S_1 и S_2

Пусть искомая функция $\vec{E}(r)$ на поверхности S удовлетворяет граничным условиям Дирихле:

$$\vec{E}(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in S \quad (1.6)$$

Источник поля полностью находится в пронизывающей области и не попадает в частичную.

Для решения (1.5) воспользуемся второй формулой Грина, использующей аппарат тензорных функций Грина и граничное условие (1.6), запишем для пронизывающей области интегральное представление для полного поля:

$$\vec{E}^I(\vec{r}) = \vec{E}_{\text{exc}}^I(\vec{r}) + \left[\vec{\nabla} \times \int_{S_{12}} \vec{G}^I(\vec{r}; \vec{r}') \cdot [\vec{n}' \times \vec{E}^II(\vec{r}')] dS_{12}' \right],$$

где: \vec{n}' – вектор внутренней нормали, \times – векторное умножения, $\vec{G}^I(r, r')$ – тензорная функция Грина пронизывающей области, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') = -\vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}'),$$

где: \vec{I} – единичный тензор второго ранга, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ – дельта функция Дирака, и граничным условиям на проводящей поверхности S :

$$[\vec{n} \times [\vec{\nabla} \times \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}')]] = 0; \quad \vec{n} \cdot \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') = 0,$$

где: $\vec{E}^H(r)$ – поле в частичной области, полученное из условия равенства тангенциальных компонент векторов электромагнитного поля пронизывающей и частичной области на поверхности S_{12} .

$$\vec{E}^I(\vec{r}) \Big|_{r \in S_{12}} = \vec{E}^H(\vec{r}) \Big|_{r \in S_{12}}$$

В свою очередь на поверхности S_{21} выполняется условие:

$$\vec{E}^I(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}} = \vec{E}^H(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}}$$

Фиксируя точку наблюдения на S_{21} и учитывая, что на поверхности S_2 поле $\vec{E}^I(r)$ отсутствует:

$$\vec{E}^I(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_2} = 0$$

Получаем интегральное уравнение относительно поля второй области:

$$\vec{E}^H(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}} = \vec{E}_{exc}^I(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}} + \vec{\nabla} \times \int_{S_{12}} \vec{G}^I(\vec{r}; \vec{r}') \cdot \vec{n}' \times \vec{E}^H(\vec{r}') \Big|_{\vec{r}' \in S_{21}} dS'_{12}$$

После его решения поле $\vec{E}^I(r)$ находим на основании равенства тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического поля на поверхности S_{21} :

$$\vec{E}^I(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}} = \vec{E}^H(\vec{r}) \Big|_{\vec{r} \in S_{21}}$$

1.4 Расчет линейной ФАР для случая сканирования в Н-плоскости

Рассмотрим бесконечную ФАР из плоскопараллельных волноводов с

конечной толщиной стенок (рис. 1.4). Элементы этой решетки возбуждаются напряжениями с одинаковыми амплитудами и линейно изменяющимися фазами. Вектор электрического поля ориентирован по оси OY , и сканирование луча происходит в плоскости ZOX , т.е. H - плоскости. Ввиду одинаковости полей во всех периодических ячейках, кроме фазы, меняющейся на постоянную величину от элемента к элементу, рассматривается поле только в одной ячейке, расположенной в начале координат.

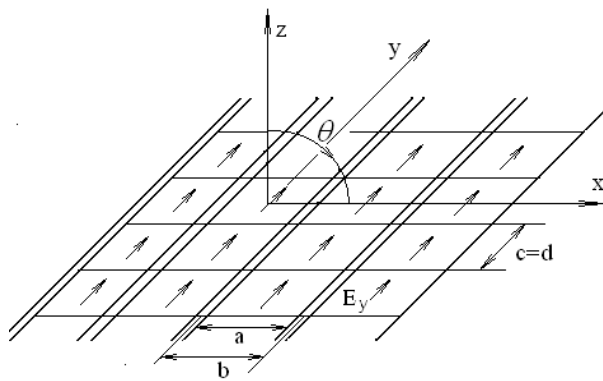


Рис. 1.4 Сканирование параллельно в плоскости ZOX (в H - плоскости)

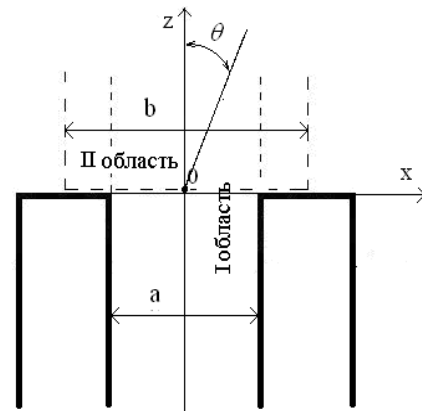


Рис.1.5 Единичная ячейка линейной ФАР при сканировании в H -плоскости

Согласно указанным выше условиям стенки волноводов параллельные оси x не оказывают влияния на распределение полей в раскрыве ФАР, и поэтому их можно удалить из системы. Таким образом, электродинамический расчет прямоугольной решетки из волноводов сводится к расчету ФАР из волноводов, образованных параллельными пластинами.

Падающее поле в каждом ряду элементов такой решетки, представляющий полосу бесконечной протяженности, имеет вид TE -волны в волноводе из параллельных пластин. Стенки волноводов предполагаются идеально проводящими, а среда – однородной и изотропной. Зависимость от времени задается множителем $exp(j\omega t)$. Поскольку в решетке из параллельных пластин нет неоднородностей вдоль оси y и возбуждающие поля не зависят от этой координаты, то вторичные поля содержат только волны типа TE . Данная задача сводится к рассмотрению поля только в одной ячейке ФАР,

расположенной в начале координат, потому что поля в соседних ячейках поуровню амплитуды не отличаются, а отличаются только экспоненциальным фазовым множителем. Рассматриваемая ячейка решетки однородна относительно оси ОУ, поэтому электромагнитное поле в ней будет полностью определяться у-компонентой этого поля, которая удовлетворяет двумерному уравнению Гельмгольца [108].

Разобьем сложную область определения электромагнитного поля (рис. 1.5) на две простые частичные области: область I - регулярный волновод, продлённый в бесконечность (пронизывающая область):

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \quad -\infty < z < \infty.$$

Область II - полубесконечный волновод (“канал Флоке”):

$$-\frac{b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad 0 \leq z \leq \infty.$$

На основании второй формулы Грина и равенства полей в общих точках пересечения областей интегральное представление для компоненты напряженности электрического поля E_y первой области имеет следующий вид:

$$E_y^I(x, z) = E_{y,exc}^I(x, z) + \int_0^\infty \left[E_y^{II}(x', z') \frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{II}(x', z') \frac{\partial G^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right] dz' \quad (1.7)$$

$$x \in \left[\frac{-a}{2}, \frac{a}{2} \right]; \quad x' = \pm \frac{a}{2}; \quad z = 0; \quad z' \in 0, \infty$$

Граничное условие для тангенциальных составляющих вектора напряженности электрического поля при $z=0$:

$$E_y^I(x, z) \Big|_{z=0} = E_y^{II}(x, z) \Big|_{z=0}, \quad x \in \left[\frac{-a}{2}, \frac{a}{2} \right] \quad (1.8)$$

После подстановки граничного условия (1.8) в (1.7) получим интегральное уравнение Фредгольма второго рода, относительно тангенциальной компоненты напряженности электрического поля во второй области:

$$E_y^{\prime\prime}(x, 0) = E_{y,exc}^{\prime}(x, 0) + \int_0^{\infty} \left[E_y^{\prime\prime}(x', z') \frac{\partial G^I(x, 0; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{\prime\prime}(x', z') \frac{\partial G^I(x, 0; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right] dz', \quad (1.9)$$

где: $E_{y,exc}^{\prime}(x, z)$ - напряженность электрического поля стороннего источника, $G^I(x, z; x', z')$ - функция Грина, которая в “истокообразной” форме имеет следующий вид:

$$G^I(x, z; x', z') = \sum_{q=1}^{\infty} \varphi_q(x) \cdot \varphi_q(x') \cdot f_q(z, z'), \quad (1.10)$$

где: $\varphi_q(x)$ - ортонормированные поперечные собственные функции прямоугольного волновода, удовлетворяющие граничным условиям Дирихле:

$$\varphi_q(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \sin \left[\frac{q \cdot \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right];$$

$f_q(z, z')$ - продольная компонента функции Грина для бесконечного волновода.

$$f_q(z, z') = \frac{e^{-j \cdot \gamma_q |z - z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q}$$

γ_q - постоянная распространения волны в волноводном канале:

$$\gamma_q = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2}; & 4\pi^2 \geq \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 \\ j \sqrt{\left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 - k^2}; & 4\pi^2 < \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 \end{cases}$$

Напряженность электрического поля стороннего источника :

$$E_{y,exc}^{\prime}(x, z) = \varphi_1(x) \cdot e^{-j \cdot \gamma_1 \cdot z} \quad (1.11)$$

Неизвестную функцию (тангенциальную компоненту вектора напряженности электрического поля во второй области) представим в виде разложения в ряд Фурье:

$$E_y^{\prime\prime}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \psi_m(x) \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m \cdot z}, \quad (1.12)$$

где: T_m - неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты; $\psi_m(x)$ -

ортонормированные поперечные собственные функции «канала Флоке»:

$$\psi_m(x) = \sqrt{\frac{1}{b}} \cdot e^{j \cdot \frac{k \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b} x},$$

где: θ - угол сканирования, Γ_m - постоянная распространения волны в области излучения:

$$\Gamma_m = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \left(\frac{k \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b}\right)^2}, & k^2 \geq \left(\frac{k \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b}\right)^2 \\ -j \sqrt{\left(\frac{k \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b}\right)^2 - k^2}, & k^2 < \left(\frac{k \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b}\right)^2 \end{cases}$$

Подставляя (1.10), (1.11), (1.12) в (1.9) и фиксируя $z=0$ получим:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_{MF} \psi_m(x) = \varphi_1(x) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} T_m \varphi_q \cdot x \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot (\Gamma_m + \gamma_q) z'}}{2j\gamma_q} dz' \left[\psi_m\left(\frac{-a}{2}\right) \frac{\partial \varphi_q\left(\frac{-a}{2}\right)}{\partial x'} - \psi_m\left(\frac{a}{2}\right) \frac{\partial \varphi_q\left(\frac{a}{2}\right)}{\partial x'} \right]$$

Введем следующие обозначения:

$$A_{m,q} = \psi_m\left(x' = \frac{-a}{2}\right) \cdot \frac{\partial \varphi_q\left(x' = \frac{-a}{2}\right)}{\partial x'} - \psi_m\left(x' = \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{\partial \varphi_q\left(x' = \frac{a}{2}\right)}{\partial x'}$$

$$B_{m,q} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot (\Gamma_m + \gamma_q) z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz'$$

После замены получим:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \psi_m(x) = \varphi_1(x) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} T_m A_{m,q} B_{m,q} \varphi_q(x)$$

Для решения полученного уравнения, умножим правую и левую часть его на комплексно-сопряженные собственные поперечные функции «канала Флоке» $\psi_{mv}^*(x)$ и проинтегрируем по области их определения. В результате переходим к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных комплексных амплитудных коэффициентов T_m :

$$T_m \cdot \delta_{m,mv} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_1(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} T_m \cdot A_{m,q} \cdot B_{m,q} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_q(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx$$

Введем обозначение:

$$C_{mv,q} = \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_q(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx$$

Тогда получим:

$$T_m \cdot \delta_{m,mv} = C_{mv,1} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \sum_{q=1}^{\infty} A_{m,q} B_{m,q} C_{mv,q}$$

где: $\delta_{m,mv}$ - символ Кронекера.

При решении задач численно ограничиваются числом уравнений на некотором значении, которое является достаточно большим и позволяет получить решение задачи с достаточно малой ошибкой. Введем индекс mmf , имеющий значение максимального количества волновых мод, которые используются для решения задачи и определения размера СЛАУ; в рядах, относящихся к волновым модам «канала Флоке» ставим вместо знака бесконечность индекс mmf , а в рядах, относящихся к волновым модам волновода вместо знака бесконечность ставим $2mmf+1$.

Окончательно бесконечная СЛАУ имеет вид:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} A_{m,q} \cdot B_{m,q} \cdot C_{mv,q} - \delta_{m,mv} = C_{mv,1}$$

где: $mv = -mmf, mmf$.

После решения СЛАУ методом редукции используем граничное условие (1.8) и представляем неизвестное поле для первой области в виде ряда Фурье с неизвестными комплексными амплитудными коэффициентами R_q :

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \psi_m(x) = \sum_{w=1}^{\infty} R_w \cdot \varphi_w(x) + \varphi_1(x)$$

Умножим скалярно на $\varphi_w(x)$ и проинтегрируем в пределах $[-a/2; a/2]$:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \int_{-a/2}^{a/2} \psi_m(x) \cdot \varphi_w(x) dx = R_w + \delta_{1,w}$$

Ограничиваясь конечным числом членов разложения, получим:

$$R_w = \sum_{m=-mmf}^{mmf} T_m \cdot C_{m,w} - \delta_{1,w}, \quad w = 1, 2, 3 \dots$$

В таблице 1.1 приведены результаты исследования численной сходимости решения для коэффициента R_{10} . В таблице 1.2 представлены данные, соответствующие случаю волноводов с бесконечно тонкими стенками и поперечным размером $b/\lambda=0.5714$. Из таблицы 1.1, видно что при $M>15$ не меняются 3 знака после запятой в модуле коэффициента отражения. Из таблицы 1.2 видно, что расхождение между точным значением и расчетным модуля коэффициента отражения составляет не более 1.05 % для угла 60° , а для фаз не более 1%. Таким образом, для случая сканирования в Н-плоскости при всех углах сканирования получена численная сходимость решения задачи с достаточной указанной точностью.

Таблица 1.1

Численная сходимость решения задачи для ($b/\lambda = 0.5714$, $a/\lambda = 0.5714$)

M	$ R_{10} $	arg(R_{10}), (град.)	$ R_{10} $	arg(R_{10}), (град.)
	$\theta=2.87^\circ$		$\theta=40^\circ$	
1	0.4342	180.0000	0.4698	180.0000
3	0.3402	158.4693	0.2160	111.9095
5	0.3427	156.3639	0.2218	111.4657
7	0.3443	155.8839	0.2236	111.5796
9	0.3453	155.7321	0.2243	111.6958
11	0.3456	155.6792	0.2247	111.7859
13	0.3461	155.6630	0.2250	111.8548
15	0.3463	155.6618	0.2251	111.9085
17	0.3464	155.6671	0.2252	111.9512
19	0.3466	155.6751	0.2253	111.9859
21	0.3467	155.6841	0.2253	112.0145
	$\theta=20^\circ$		$\theta=60^\circ$	
1	0.4433	180.0000	0.4990224	180.0000
3	0.3111	150.2245	0.0002602	21.74573
5	0.3156	148.4840	0.0002761	22.40091
7	0.3173	148.1662	0.0002800	22.85068
9	0.3182	148.0918	0.0002816	23.11223
11	0.3188	148.0814	0.0002824	23.27849
13	0.3191	148.0908	0.0002828	23.39234
15	0.3193	148.1063	0.0002831	23.47478
17	0.3195	148.1231	0.0002833	23.53704
19	0.3196	148.1393	0.0002834	23.58564
21	0.3196	148.1544	0.0002835	23.62458

Результаты исследования численной сходимости решения для случая волноводов со стенками конечной толщины (относительная толщина стенок $t=(b-a)/b=0.063$) получены для углов $\theta=2.87^\circ, 40^\circ$ (табл.1.3). Как и в случае волноводов с бесконечно тонкими стенками наблюдается хорошая численная сходимость модуля и фазы коэффициента отражения.

В таблице 1.4 приведено сравнения результатов расчета с результатами, представленными в работе [109] для случая волноводов со стенками конечной толщины ($t=(b-a)/b=0.063$). Видно хорошее соответствие рассчитаного модуля и фазы коэффициента отражения с результатами указанной работы. При углах сканирования не превышающих 70° отличие составляет не более 2%; при углах сканирования превышающих 70° отличие может достигать 18%.

Таблица 1.2

Сравнение результатов расчета с точным решением [1] ($b/\lambda = a/\lambda = 0.5714$)

Угол сканирования(град.)	Точное решение		Результаты расчета	
	$ R_{10} $	$\arg(R_{10}),$ (град.)	$ R_{10} $	$\arg(R_{10}),$ (град.)
2,87	0.347	155.9	0.347	155.74
20	0.320	148.4	0.320	148.23
40	0.226	112.3	0.2255	112.13
51	0.0462	23.86	0.0461	23.69
60	0.000281	24.00	0.000284	23.77

Таблица 1.3

Численная сходимость решения задачи для случая волноводов со стенками конечной толщины: $b/\lambda = 0.6205, a=0.937b$

Количество учитываемых типов волн	$ R_{10} $	$\arg(R_{10}),$ (град.)	$ R_{10} $	$\arg(R_{10}),$ (град.)
	$\theta=2.87^\circ$		$\theta=40^\circ$	
1	0.4436	180.0000	0.4919	180.0000
3	0.3144	148.8628	0.0343	141.7702
5	0.3188	145.8612	0.0346	134.9065
7	0.3208	145.2136	0.0356	132.1409
9	0.3216	145.0537	0.0366	130.5558
11	0.3220	145.0453	0.0375	129.4925
13	0.3221	145.0893	0.0382	128.7321
15	0.3221	145.1480	0.0388	128.1783

Таблица 1.4

Сравнение результатов расчета с результатами работы [109]

$$(b/\lambda = 0.6205, a = 0.937b)$$

Угол сканирования	Результаты расчета		Результаты работы [109]	
	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, (град.)	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, (град.)
0	0.3232	145.45	0.3240	148.3
10	0.3143	143.25	0.3156	146.1
20	0.2855	135.84	0.2884	138.7
30	0.2260	118.84	0.2317	121.9
40	0.0400	126.99	0.0463	123.1
50	0.0724	171.13	0.0725	168.4
60	0.0699	169.82	0.0703	168.8
70	0.0507	153.49	0.0538	148.4
80	0.0410	94.67	0.0500	96.2
90	0.0927	48.25	0.1009	55.9

1.5 Расчет линейной ФАР для случая сканирования в E-плоскости

Рассмотрим случай когда вектор поляризации электромагнитного поля направлен перпендикулярно стенкам волноводов (по оси OY), и сканирование луча происходит в плоскости ZOY. При этом могут быть рассмотрены два случая (рис.1.6): имеются очень тонкие стенки, расположенные с периодом a по оси OX, не влияющие на непрерывность составляющей магнитного поля H от ячейки к ячейке (рис. 1.6, а) - случай сканирования в квази- E –плоскости [1]; указанные выше стенки отсутствуют (рис. 1.6 б) - случай сканирования в E -плоскости.

Для случая сканирования в квази – E – плоскости фаза тангенциальной составляющей поля E_y изменяется скачком (на 180^0) по оси x . Для указанной плоскости сканирования в подкоренном выражении для постоянных распространения γ_q , Γ_q добавляется алгебраический член - $\left(\frac{\pi}{c}\right)^2$.

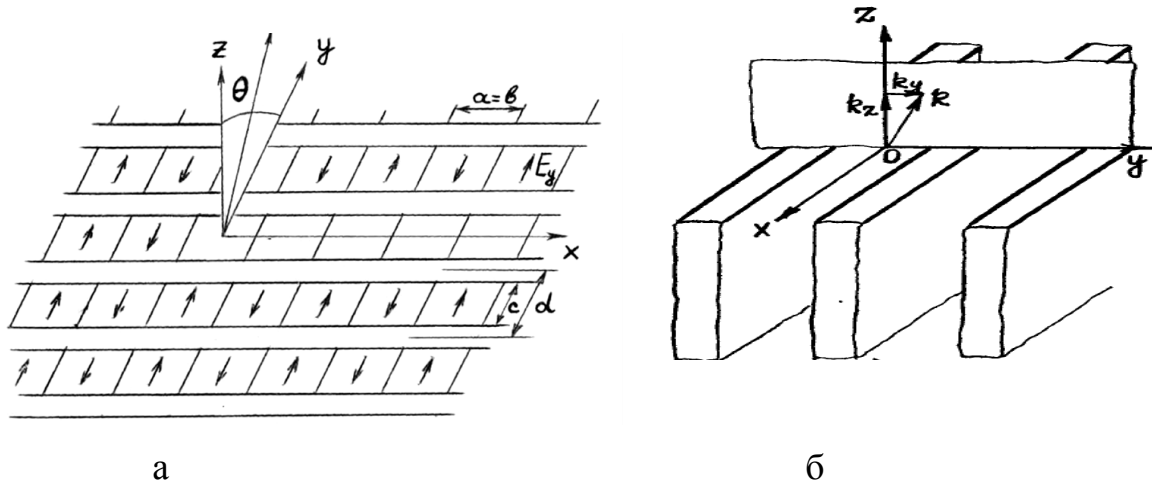


Рис. 1.6 Сканирование в квази - E - плоскости (а) и E – плоскости (б)

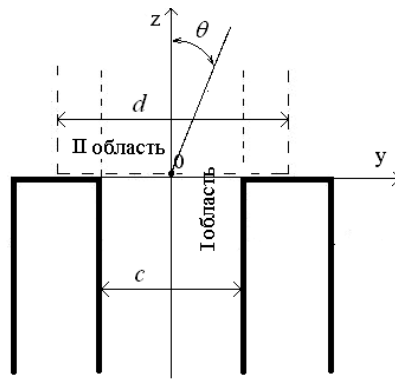


Рис.1.7 Единичная ячейка линейной ФАР при сканировании в E-плоскости

Разобьем сложную область определения электромагнитного поля на две простые частичные области (рис. 1.7):

$$\text{Область I: } -\frac{c}{2} \leq y \leq \frac{c}{2}; \quad -\infty < z < \infty$$

$$\text{Область II: } -\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2}; \quad 0 \leq z < \infty .$$

Интегральное представление для тангенциальной компоненты вектора напряженности магнитного поля H_x для I области согласно подходу описанному в подразделе 1.4:

$$H_x^I(y, z) = H_{x,exc}^I(y, z) - \int_0^\infty \left[G^I(y, z; y' = \frac{-c}{2}, z') \frac{\partial H_x^{II}(y', z')}{\partial y'} \Big|_{y' = \frac{-c}{2}} - \right. \\ \left. - G^I(y, z; y' = \frac{c}{2}, z') \cdot \frac{\partial H_x^{II}(y', z')}{\partial y'} \Big|_{y' = \frac{c}{2}} \right] dz'; \quad (1.13)$$

$$y = \pm \frac{c}{2}; \quad y' \in \left[\frac{-c}{2}, \frac{c}{2} \right]; \quad z = 0; \quad z' \in 0, \infty ,$$

где: $H_{x,exc}^I(y, z)$ - напряженность магнитного поля стороннего источника;

$G^I(y, z; y', z')$ – функция Грина, в “истокообразной” форме имеет вид:

$$G^I(y, z; y', z') = \sum_{q=1}^{\infty} \varphi_q(y) \cdot \varphi_q(y') \cdot f_q(z, z') , \quad (1.14)$$

где: $\varphi_q(y)$ - поперечные собственные функции прямоугольного волновода :

$$\varphi_q(y) = \sqrt{\frac{2 - \delta_{0,q}}{c}} \cos \left[\frac{q \cdot \pi}{c} \cdot \left(y + \frac{c}{2} \right) \right] ,$$

$f_q(z, z')$ – продольная составляющая функции Грина для бесконечного волновода имеет такой же вид как и в предыдущей задаче в подразделе 1.4.

$$\gamma_q = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi \cdot (q+i)}{c} \right)^2}, & k^2 \geq \left(\frac{\pi \cdot (q+i)}{c} \right)^2 \\ -j \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot (q+i)}{c} \right)^2 - k^2}, & k^2 < \left(\frac{\pi \cdot (q+i)}{c} \right)^2 \end{cases}$$

$$i = \begin{cases} 1 - \text{квази-} E - \text{плоскость} \\ 0 - E - \text{плоскость} \end{cases}$$

Напряженность магнитного поля стороннего источника :

$$H_{x,exc}^I(y, z) = \varphi_0(y) \cdot e^{-j \cdot \gamma_0 \cdot z} \quad (1.15)$$

Неизвестную функцию (компоненту вектора напряженности магнитного поля во II области) представим в виде разложения в ряд Фурье:

$$H_x^II(y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \psi_m(y) \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m \cdot z} , \quad (1.16)$$

где: T_m – неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты;

$\psi_m(x)$ – поперечные собственные функции «канала Флоке»:

$$\psi_m(y) = \sqrt{\frac{1}{d}} \cdot e^{j \cdot \frac{k \cdot d \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{d} \cdot y}$$

где: θ – угол сканирования, Γ_m - постоянная распространения волны в

области излучения:

$$\Gamma_m = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \left(k \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot m \cdot \pi}{d}\right)^2} - i \cdot \left(\frac{\pi}{c}\right)^2, & k^2 \geq \left(k \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot m \cdot \pi}{d}\right)^2 + i \cdot \left(\frac{\pi}{c}\right)^2 \\ -j \sqrt{\left(k \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot m \cdot \pi}{d}\right)^2 + i \cdot \left(\frac{\pi}{c}\right)^2 - k^2}, & k^2 < \left(k \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot m \cdot \pi}{d}\right)^2 + i \cdot \left(\frac{\pi}{c}\right)^2 \end{cases}$$

Для случая сканирования в Е-плоскости воспользуемся следующим граничным условием:

$$\left. \frac{\partial H_x^{\text{II}}(y, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial H_x^{\text{I}}(y, z)}{\partial z} \right|_{z=0}$$

$\left. \left(E_y^{\text{II}}(y, 0) = E_y^{\text{I}}(y, 0) \right) \right|_{z=0}$ – граничное условие для тангенциальных составляющих векторов напряженности электрического поля.

Для случая решетки с бесконечно тонкими стенками $c = d$ применимо граничное условие $H_x^{\text{II}}(y, z) = H_x^{\text{I}}(y, z)$. В результате подстановки получаем:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_x^{\text{I}}(y, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{H_x^{\text{I}}(y, z)}{\partial z} \right|_{z=0} - \int_0^{\infty} \left[\frac{G^{\text{I}}(y, z; y' = \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} \right]_{z=0} \left. \frac{\partial H_x^{\text{II}}(y', z')}{\partial y'} \right|_{y' = \frac{-c}{2}} - \\ - \left. \frac{G^{\text{I}}(y, z; y' = \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right]_{z=0} \left. \frac{\partial H_x^{\text{II}}(y', z')}{\partial y'} \right|_{y' = \frac{c}{2}} dz'; \quad y = \pm \frac{c}{2}; \quad y' \in \left[\frac{-c}{2}, \frac{c}{2} \right]; \quad z = 0; \quad z' \in 0, \infty. \end{aligned}$$

Подставляя (1.14), (1.15), (1.16) в интегральное уравнение (1.13) получим:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} -T_m \cdot \psi_m \cdot y \cdot j \cdot \Gamma_m = -j \cdot \gamma_0 \cdot \varphi_0(y) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} T_m \cdot j \cdot \gamma_q \cdot \varphi_q(y') \quad (1.17)$$

$$\left[\psi_m \cdot y' \cdot \left. \frac{d\varphi_q(y')}{dy'} \right|_{y' = \frac{-c}{2}} - \psi_m \cdot y' \cdot \left. \frac{d\varphi_q(y')}{dy'} \right|_{y' = \frac{c}{2}} \right] \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^{-j(\psi_m + \gamma_q) \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz'$$

$$A_{m,q} = \psi_m \cdot y' \cdot \left. \frac{d\varphi_q(y')}{dy'} \right|_{y' = \frac{-c}{2}} - \psi_m \cdot y' \cdot \left. \frac{d\varphi_q(y')}{dy'} \right|_{y' = \frac{c}{2}}$$

$$B_{m,q} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-j(\psi_m + \gamma_q) \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz'$$

С учетом введенных обозначений (1.17) перепишем в следующем виде:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} -T_m \psi_m \quad y \quad j\Gamma_m = -j\gamma_0 \varphi_0(y) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} T_m j\gamma_q A_{m,q} B_{m,q} \varphi_q(y)$$

Умножим обе части последнего уравнения скалярно на $\psi_{mv}^*(y)$ и проинтегрируем в пределах $[-d/2, d/2]$ и разделим обе части уравнения на $j\Gamma_{mv}$.

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T_m \left(\sum_{q=0}^{2-mmf} A_{m,q} B_{m,q} C_{mv,q} \frac{\gamma_q}{\Gamma_{mv}} \right) - \delta_{m,mv} = -C_{mv,0} \frac{\gamma_0}{\Gamma_{mv}} \quad (1.18)$$

$$C_{mv,q} = \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \varphi_q(y) \cdot \psi_{mv}^*(y) dy$$

где: $mv = -mmf, mmf$

После определения T_m воспользуемся граничным условием:

$$H_x^{\text{II}}(y, z=0) = H_x^{\text{I}}(y, z=0)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \psi_m(y) = \sum_{q=0}^{\infty} R_q \cdot \varphi_q(y) + \varphi_0(y)$$

Умножим обе части скалярно на $\varphi_w(y)$ и проинтегрируем по $[-c/2; c/2]$:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_m \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \psi_m(y) \varphi_w(y) dy = R_q + \delta_{0,w}$$

Ограничившись числом членов разложения гармоник Флоке, получаем выражение для вычисления коэффициента отражения:

$$R_w = \sum_{m=-mmf}^{mmf} T_m \cdot C_{m,w} - \delta_{0,w}, \quad w = 0, 1, 2, \dots$$

В таблице 1.5 представлены результаты исследования численной сходимости получаемого решения в зависимости от числа учитываемых типов волн для случая сканирования в Е-плоскости. Видно, что при $M > 25$ не меняется три знака после запятой в модуле коэффициента отражения, а значение фазы – до целой величины. Расхождение между величиной модуля коэффициента отражения точного решения и рассчитанного (таблица 1.7) составляет не более 0.7% для угла $kbsin(\theta) = 144^\circ$, а для фазы результаты совпадают с графической точностью.

Таблица 1.5

Численная сходимость решения задачи для E – плоскости

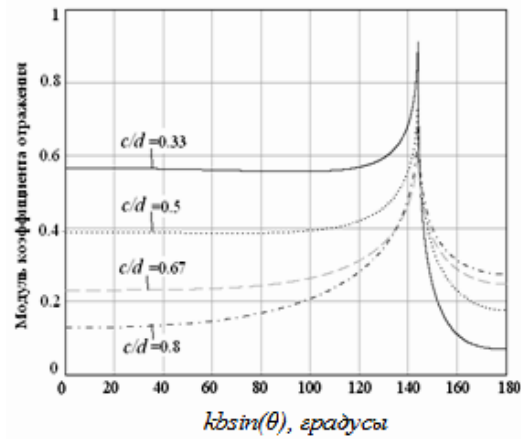
 $(d/\lambda=0.6, kbsin(\theta)=144^\circ)$

Количество типов волн	$ R_{10} $	Arg(R_{10}), (град.)	$ R_1 $	Arg(R_{10}), (град.)
	$c=0.33 d$		$c=0.5 d$	
1	0.9374	162.08	0.8283	148.8340
3	0.9242	157.08	0.7856	142.7960
5	0.9129	154.10	0.7867	144.9027
7	0.9161	155.94	0.7780	144.0230
9	0.9154	156.09	0.7778	144.8910
11	0.9118	155.27	0.7738	144.5551
13	0.9128	155.96	0.7735	145.0383
15	0.9127	156.14	0.7711	144.8614
17	0.9108	155.72	0.7708	145.1734
19	0.9113	156.09	0.7692	145.0639
21	0.9112	156.23	0.7689	145.2841
23	0.9100	155.97	0.7677	145.2093
25	0.9103	156.19	0.7674	145.3742
	$c=0.67 \cdot d$		$c=0.8 \cdot d$	
1	0.7050	137.68	0.7820	136.79
3	0.6690	136.97	0.7453	135.41
5	0.6635	136.97	0.7171	133.53
7	0.6601	137.64	0.7109	133.38
9	0.6537	137.76	0.7154	134.20
11	0.6531	137.98	0.7172	134.78
13	0.6516	138.23	0.7129	134.69
15	0.6485	138.30	0.7078	134.44
17	0.6483	138.44	0.7065	134.49
19	0.6475	138.58	0.7081	134.78
21	0.6456	138.62	0.7088	134.99
23	0.6455	138.72	0.7070	134.97
25	0.6450	138.81	0.7047	134.86

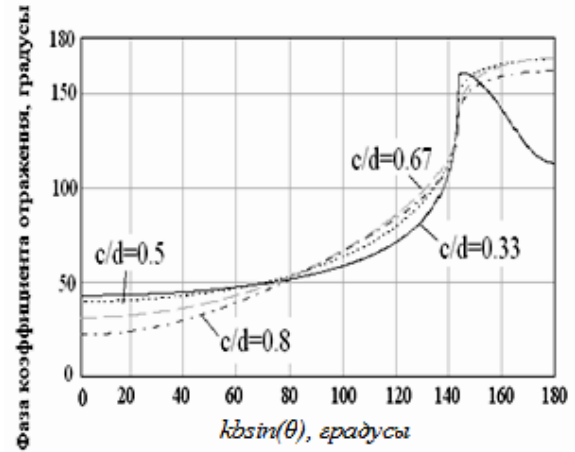
Таблица 1.6

Сравнение точного решения [1] с расчетом $(d/\lambda=0.6, kbsin(\theta)=144^\circ)$

Размер волновода c/d	Точное решение $ R_{10} $	Результаты расчета $ R_{10} $
0.33	0.91	0.91
0.5	0.76	0.765
0.67	0.64	0.643
0.8	0.7	0.705

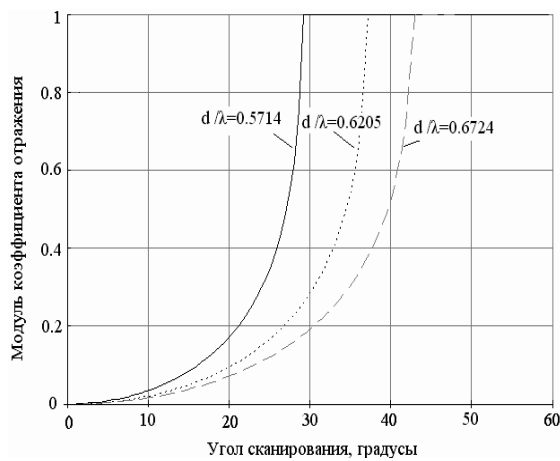


а

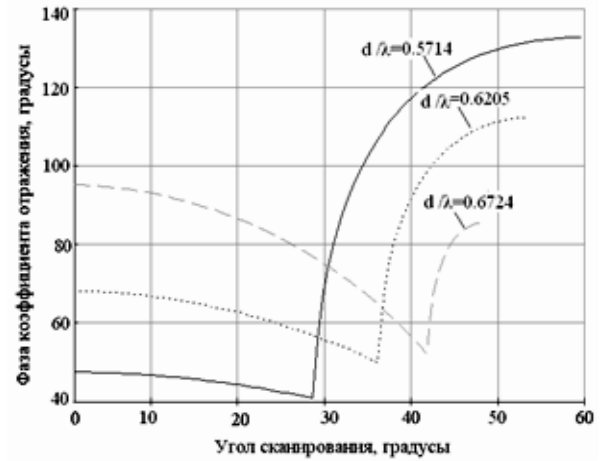


б

Рис 1.8 - Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в E-плоскости $d/\lambda=0.6$



а



б

Рис 1.9 - Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в квази – E-плоскости ($c=d$)

На рисунке 1.8 представлены зависимости модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в E-плоскости. Полученные результаты совпадают с графической точностью с результатами [1]. На рисунке 1.9 представлены зависимости модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в квази – E-плоскости совпадающие с графической точностью с известными результатами [1].

В таблице 1.7 приведены результаты исследования численной сходимости решения задачи для случая сканирования в квази – E-плоскости

при $c=d$ и $\theta=27.5^\circ$. Как и для E–плоскости решение сходится к приближенному значению при $M>23$.

Таблица 1.7 Численная сходимость решения задачи сканирования в квази – E–плоскости при $d=c$ для угла сканирования $\theta=27.5^\circ$

Количество учитываемых типов волн	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, (град.)	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, (град.)	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, (град.)
	d=0.5714 λ		d=0.6205 λ		d=0.6724 λ	
1	0.3715	0.0000	0.2170	0.000	0.1245	180.0
3	0.5301	40.751	0.2258	57.84	0.1460	80.26
5	0.5360	41.671	0.2279	58.37	0.1558	79.70
7	0.5374	41.755	0.2288	58.32	0.1582	79.37
9	0.5379	41.73	0.2292	58.23	0.1592	79.16
11	0.5382	41.69	0.2294	58.15	0.1597	79.00
13	0.5383	41.65	0.2296	58.087	0.1600	78.89
15	0.5384	41.61	0.2297	58.02	0.1601	78.81
17	0.5385	41.59	0.2297	57.98	0.1602	78.74
19	0.5385	41.56	0.2298	57.94	0.1603	78.69
21	0.5386	41.54	0.2298	57.91	0.1604	78.64
23	0.5386	41.52	0.2298	57.88	0.1604	78.60

1.6 ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 1

1. Выполнен обзор электродинамических методов расчета бесконечных волноводных ФАР. Рассмотрены способы согласования антенной решетки со свободным пространством. Определены наиболее перспективные виды согласующих устройств.

2. Рассмотрены методы электродинамического расчета бесконечных волноводных ФАР на основе интегрального уравнения с использованием аппарата функций Грина.

3. Представленные в разделе задачи расчета ФАР из плоскопараллельных волноводов подтвердили корректность и эффективность использования метода пронизывающей области, который может быть использован для исследования магнитодиэлектрического заполнения в волноводно-резонаторных структурах, а также для расчета и исследования волноводных ФАР.

РАЗДЕЛ 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ВОЛНОВОДНОЙ ФАР С СОГЛАСУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

При математическом моделировании сложных электродинамических СВЧ-структур одним из подходов является метод интегрального уравнения, позволяющий строить эффективные электродинамические алгоритмы [1]. Одним из методов интегрального уравнения является метод пронизывающей области [105]. Этим методом были решены ряд двумерных и трехмерных электродинамических задач [36,104]. Актуальной в этом методе является задача учета магнитоэлектрического заполнения выделяемых частичных и пронизывающей областей. Эта задача связана с построением функции Грина плоскостоего магнитоэлектрического заполнения. Несмотря на существующие подходы в построении функции Грина, разработанные рядом авторов, учет магнитоэлектрического заполнения в методе пронизывающей области имеет свои особенности, которые и рассмотрены в этом разделе.

2.1 Электродинамический расчет ФАР с диэлектрическим заполнением

На рис. 2.1 изображен центральный излучатель бесконечной ФАР из плоскопараллельных волноводов для случая сканирования в Н-плоскости с волноводной вставкой, относительная диэлектрическая проницаемость которой равна ϵ_1 , и одним слоем диэлектрического покрытия с проницаемостью ϵ_2 , и $\epsilon_0=1$ для подобластей без диэлектрического заполнения.

Разобьем сложную область определения электромагнитного поля (рис. 2.1) на две простые частичные области:

Область 1 - регулярный волновод, продлённый в бесконечность (пронизывающая область) с диэлектрическим заполнением :

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \quad -\infty < z < +\infty .$$

Область 2 – полубесконечный “ канал Флоке”, состоящий из двух подобластей:

подобласть II – область 2, заполненная диэлектриком ε_{II} :

$$-\frac{b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad 0 \leq z \leq z_{II};$$

подобласть III – область 2, заполненная диэлектриком ε_0 :

$$-\frac{b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad z_{II} \leq z < +\infty$$

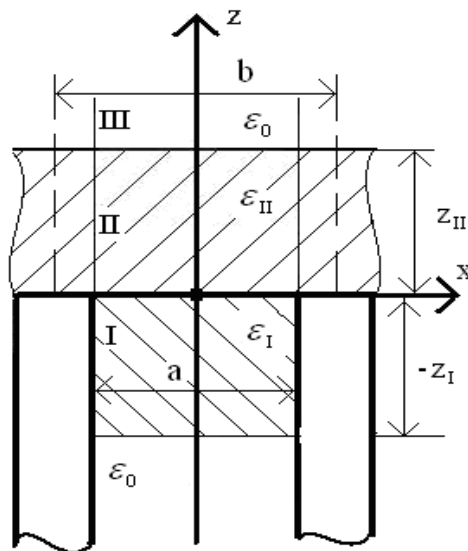


Рис.2.1 Центральный излучатель бесконечной ФАР с волноводной вставкой и одним слоем диэлектрического покрытия

Используя подход, представленный в разделе 1.2, запишем интегральное представление для полного поля пронизывающей области:

$$\begin{aligned}
 E_y^{1(n)}(x, z) = & E_{y,exc}^{1(n)}(x, z) + \\
 & + \int_0^{z_{II}} \left\{ E_y^{1(II)}(x', z') \frac{\partial G_{II}^1(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} - E_y^{1(II)}(x', z') \frac{\partial G_{II}^1(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} \right\} dz' + \\
 & + \int_{z_{II}}^{\infty} \left\{ E_y^{1(III)}(x', z') \frac{\partial G_{III}^1(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} - E_y^{1(III)}(x', z') \frac{\partial G_{III}^1(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} \right\} dz' , \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

$$x \in \left[\frac{-a}{2}, \frac{a}{2} \right]; \quad x' = \pm \frac{a}{2}; \quad z = 0; \quad z' \in 0, z_{II} \cup z_{II}, \infty$$

где: $E_y^{1(n)}(x, z)$, $n=II, III$ – y -компонента вектора напряженности электрического поля пронизывающей области в соответствующей подобласти; $E_{y,exc}^1(x, z)$ – тоже для стороннего источника; $G_n^1(x, z; x', z')$, $n=0, I, II, III$ – функция Грина бесконечного волновода с плоскостойким диэлектрическим заполнением.

Сторонний источник электромагнитного поля находится при $z=-\infty$, т.е. в области $z \in -\infty; -z_I$. Для определения электромагнитного поля в областях необходимо знать выражение для стороннего источника при $z=0$. Представление для стороннего источника в зависимости от координаты z :

$$E_{y,exc}^1(z) = \begin{cases} e^{-j \cdot \gamma_q^n \cdot (z+z_I)} + h_{0r} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^n \cdot (z+z_I)}, & z \in -\infty; -z_I, n=0; \\ h_{Itr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^n \cdot z} + h_{Irr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^n \cdot z}, & z \in -z_I; 0, n=I; \\ h_{IItr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^n \cdot (z-z_{II})} + h_{IIrr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^n \cdot (z-z_{II})}, & z \in 0; z_{II}, n=II; \\ h_{IIItr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^n \cdot (z-z_{II})}, & z \in z_{II}; +\infty, n=III. \end{cases}$$

где: $h_{Itr}, h_{Irr}, h_{IItr}, h_{IIrr}$ ($h_{0r}, h_{Itr}, h_{IIrr}$) – неизвестные амплитудные коэффициенты прошедших (отраженных) волн продольной компоненты стороннего источника в диэлектрических слоях соответствующих областей,

"Сшивая" вышезаписанные представления и их производные при $z= z_I; 0; z_{II}$, найдем выражение для стороннего источника при $z=0$.

“Истокообразное” представление функции Грина:

$$G_n^1(x, z; x', z') = \sum_{q=1}^{\infty} \varphi_q(x) \cdot \varphi_q(x') \cdot f_q^n(z, z'),$$

где: $\varphi_q(x), \varphi_q(x')$ – поперечные собственные функции волновода,

удовлетворяющие граничным условиям Дирихле, $f_q^n(z, z')$ - продольная компонента для соответствующей подобласти пронизывающей области функции Грина.

Продольные компоненты можно найти при учете месторасположения точек источников поля и наблюдения в интегральном представлении и свойства симметрии функции Грина:

$$f_q^n(z, z') = \begin{cases} k_{0r} \cdot e^{-j\gamma_q^0 \cdot (z+z_I)}, & z \in -\infty; -z_I, n=0; \\ \frac{e^{-j\gamma_q^1 |z-z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^n} + k_{Ii} \cdot e^{-j\gamma_q^1 \cdot z} + k_{Ir} \cdot e^{j\gamma_q^1 \cdot z}, & z \in -z_I; 0, n=I; \\ k_{IIi} \cdot e^{-j\gamma_q^{II} \cdot (z-z_{II})} + k_{IIr} \cdot e^{j\gamma_q^{II} \cdot (z-z_{II})}, & z \in 0; z_{II}, n=II; \\ k_{IIIi} \cdot e^{-j\gamma_q^{III} \cdot (z-z_{II})}, & z \in z_{II}; +\infty, n=III; \end{cases}$$

где: $k_{Ii}, k_{IIi}, k_{IIIi}$ - неизвестные амплитудные коэффициенты прошедших и отраженных k_{0r}, k_{Ir}, k_{IIr} волн продольной компоненты функции Грина в диэлектрических слоях соответствующих областей, γ_q^n - постоянная распространения волны в соответствующей подобласти регулярного волновода:

$$\gamma_q^n = \begin{cases} \sqrt{k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} - \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2} & k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} > \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2; \\ -j \sqrt{\left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2 - k^2 \cdot \varepsilon^{[n]}} & k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} \leq \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2. \end{cases}$$

"Сшивая" выражения для продольных компонент и их производных на границах раздела при $z = -z_I; 0; z_{II}$ находим функцию Грина первой области.

Тангенциальные составляющие вектора напряженности электрического поля второй области находим в следующем виде:

$$E_y^{2(II)}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_{II_m} \cdot e^{-j\Gamma_m^{II} \cdot (z-z_{II})} + R_{II_m} e^{j\Gamma_m^{II} \cdot (z-z_{II})} \psi_m(x),$$

$$E_y^{2(\text{III})}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_{\text{III}m} \cdot \psi_m(x) \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m^{(\text{III})} \cdot (z-z_{\text{II}})} ,$$

где: $T_{\text{III}m}, R_{\text{II}m}, T_{\text{III}m}$ - комплексные амплитудные коэффициенты, подлежащие определению; $\psi_m(x)$ - ортонормированные поперечные собственные функции "канала Флоке", $\Gamma_m^{[n]}$ - продольные коэффициенты распространения второй области:

$$\Gamma_m^{[n]} = \begin{cases} \sqrt{k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} - \left(\frac{2\pi \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b} \right)^2}, & k^2 \varepsilon^{[n]} \geq \left(\frac{2\pi \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b} \right)^2 \\ -j \sqrt{\left(\frac{2\pi \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b} \right)^2 - k^2 \cdot \varepsilon^{[n]}}, & k^2 \varepsilon^{[n]} < \left(\frac{2\pi \cdot b \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot m \cdot \pi}{b} \right)^2 \end{cases}$$

Если диэлектрик регулярно заполняет поперечное сечение области определения электромагнитного поля, то поперечные собственные функции подобластей с разными диэлектрическими значениями будут равны между собою [1], таким образом тангенциальные составляющие электрической напряженности в частичных областях с диэлектрическим заполнением могут быть выражены через тангенциальные составляющие электрической напряженности области излучения.

"Сшивая" функции $E_y^{2(\text{II})}(x, z)$, $E_y^{2(\text{III})}(x, z)$ и их производные на $z=z_{\text{II}}$ (тангенциальные составляющие) выразим $E_y^{2(\text{II})}(x, z)$ через $E_y^{2(\text{III})}(x, z)$:

$$T_{\text{II}m} = T_{\text{III}m} \cdot 0.5 \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_m^{(\text{III})}}{\Gamma_m^{(\text{II})}} \right);$$

$$R_{\text{II}m} = T_{\text{III}m} \cdot 0.5 \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_m^{(\text{III})}}{\Gamma_m^{(\text{II})}} \right) .$$

Выражения для $T_{\text{II}m}$ и $R_{\text{II}m}$, функция Грина и функция стороннего источника подставляются в интегральное представление (2.1) при фиксировании точки наблюдения при $z=0$, что приводит к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Применяв метод Галеркина к интегральному уравнению, получим СЛАУ:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} TIII_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} A_m [C_{m,q} + D_{m,q}] + B_m [F_{m,q} + G_{m,q}] \right) + H_{m,q} L_{m,q} - \delta_{m,mv} A_m + B_m = -M_{m,1} hIt + hlr$$

где:

$$A_m = e^{j \Gamma_m^{[III]} \cdot z_{II}} 0.5 \left(1 + \frac{\Gamma_m^{[III]}}{\Gamma_m^{[II]}} \right) ;$$

$$B_m = e^{-j \Gamma_m^{[III]} \cdot z_{II}} 0.5 \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_m^{[III]}}{\Gamma_m^{[II]}} \right) ;$$

$$C_{m,q} = k_{It} \cdot e^{j \gamma_q^{[III]} \cdot z_{II}} \int_0^{z_{II}} e^{-j(\Gamma_m^{[III]} + \gamma_q^{[III]}) \cdot z'} dz' ;$$

$$D_{m,q} = k_{Ir} \cdot e^{-j \gamma_q^{[II]} \cdot z_{II}} \int_0^{z_{II}} e^{-j(\Gamma_m^{[II]} - \gamma_q^{[II]}) \cdot z'} dz' ;$$

$$E_{m,q} = \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_q(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx \cdot \left[\psi_m(x') \cdot \frac{\varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x'=\frac{-a}{2}} - \psi_m(x') \cdot \frac{\varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right] ;$$

$$F_{m,q} = k_{It} \cdot e^{j \gamma_q^{[II]} \cdot z_{II}} \int_0^{z_{II}} e^{j(\Gamma_m^{[II]} - \gamma_q^{[II]}) \cdot z'} dz' ;$$

$$G_{m,q} = k_{Ir} \cdot e^{-j \gamma_q^{[II]} \cdot z_{II}} \int_0^{z_{II}} e^{j(\Gamma_m^{[II]} + \gamma_q^{[II]}) \cdot z'} dz' ;$$

$$H_{m,q} = \int_{z_{II}}^{\infty} e^{-j(\Gamma_m^{[III]} + \gamma_q^{[III]}) \cdot z'} dz' ; \quad L_{m,q} = e^{j \Gamma_m^{[III]} \cdot z_{II}} \cdot k_{III} \cdot e^{j \gamma_q^{[III]} \cdot z_{II}} ;$$

$$M_{m,1} = \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_1(x) \psi_{mv}^*(x) dx ;$$

СЛАУ была решена методом редукции. После определения неизвестных $TIII_m$, вычисляем комплексные амплитудные коэффициенты в диэлектрическом слое $TIII_m$ и $RIII_m$, сшивая функции и производные выражений для

вектора напряженности электрического поля подобластей II и III при $z = -z_1$. Выражаем поле падающей и отраженной волн области ближайшей к источнику поля, через отраженные и прошедшие волны в диэлектрической вставке (рис.2.2).

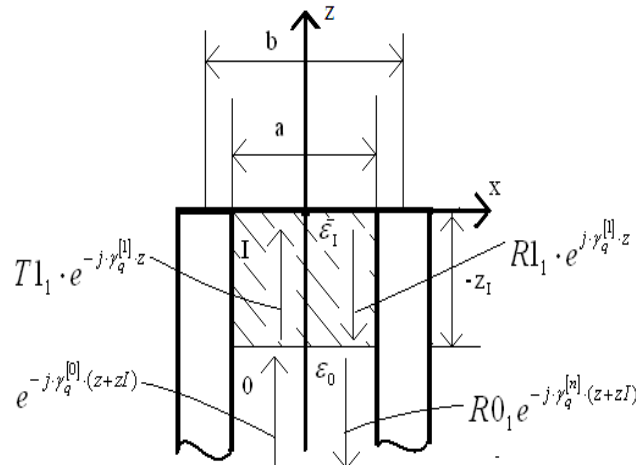


Рис.2.2 Определение поля стороннего источника в «волноводном канале» с учетом диэлектрического вкладыша

Таким образом, поле в волноводе $[-z_1; 0]$ имеет следующий вид:

$$E_y^I(z=0) = R0_q \cdot \left[\frac{e^{-j\gamma_1^I \cdot z_1} \left(1 - \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right) + \frac{e^{j\gamma_1^I \cdot z_1}}{2}}{\left(1 + \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right)} \right] + \left[\frac{e^{-\gamma_1^I \cdot z_1} \left(1 + \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right) + \frac{e^{\gamma_1^I \cdot z_1} \left(1 - \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right)}{2}}{\left(1 + \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right)} \right]$$

Определив TII_m, RII_m , а также компоненты поля в волноводе при $z=0$, сшиваем поля области I и области II при $z=0$ и получаем коэффициент отражения для волны H_{10} .

$$R0_1 = \left(\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} TIII_m A_m + B_m \cdot V_{1,m} \right] - N_1 P_1 - Q_1 S_1 / P_1 S_1 - N_1 Q_1 \right)$$

где:

$$N_1 = 0.5 \left(1 + \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right) ; \quad P_1 = 0.5 \left(1 - \frac{\gamma_1^0}{\gamma_1^I} \right)$$

$$Q_1 = e^{CJ \cdot \gamma_1^{[0] \cdot z_I};} \quad S_1 = e^{-j \gamma_1^{[0] \cdot z_I} .} \quad V_{1,m} = \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_1(x) \psi_m(x) dx$$

На рис. 2.3 и 2.4 представлены известные результаты, полученные методом сшивания [1] (отмечены линиями) и полученные по рассмотренному алгоритму (отмечены крестиками). На рис.2.3 изображены кривые зависимости модуля коэффициента отражения для слоя с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=3.0625$, а на рис.2.4– кривые зависимости модуля коэффициента отражения для диэлектрической вставки с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=2$. Нормированный поперечный размер канала Флоке – $b/\lambda_0=0.5714$; для плоскопараллельного волновода: $a=b$ для случая диэлектрического покрытия; $a=0.937b$ для диэлектрической вставки. Толщина диэлектрического покрытия z_{II} определяется в длинах волн $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}$, а толщина волноводной вставки z_I определяется через поперечный размер “канала Флоке”. При расчете на ПК учитывалось 31 гармоник Флоке и такое же количество типов волн в волноводе. Полученные результаты совпадают с графической точностью с известными данными. В волноводе и «канале Флоке» учитывалось одинаковое количество типов (гармоник «Флоке»), т.к. геометрические размеры областей практически одинаковы (правило Митры).

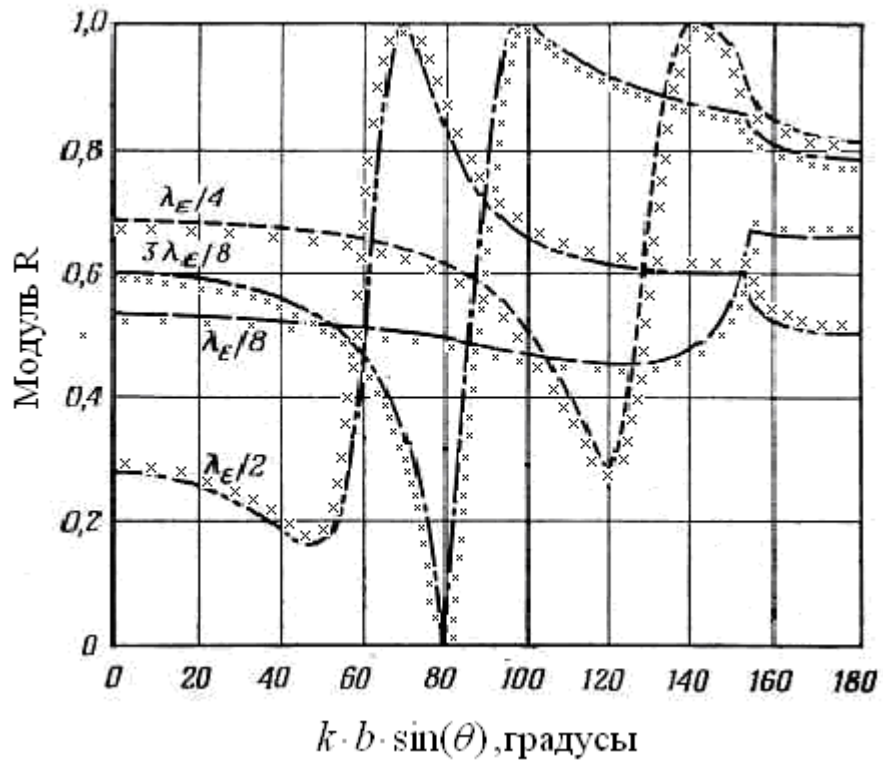


Рис. 2.3 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости для решетки со слоем диэлектрического покрытия

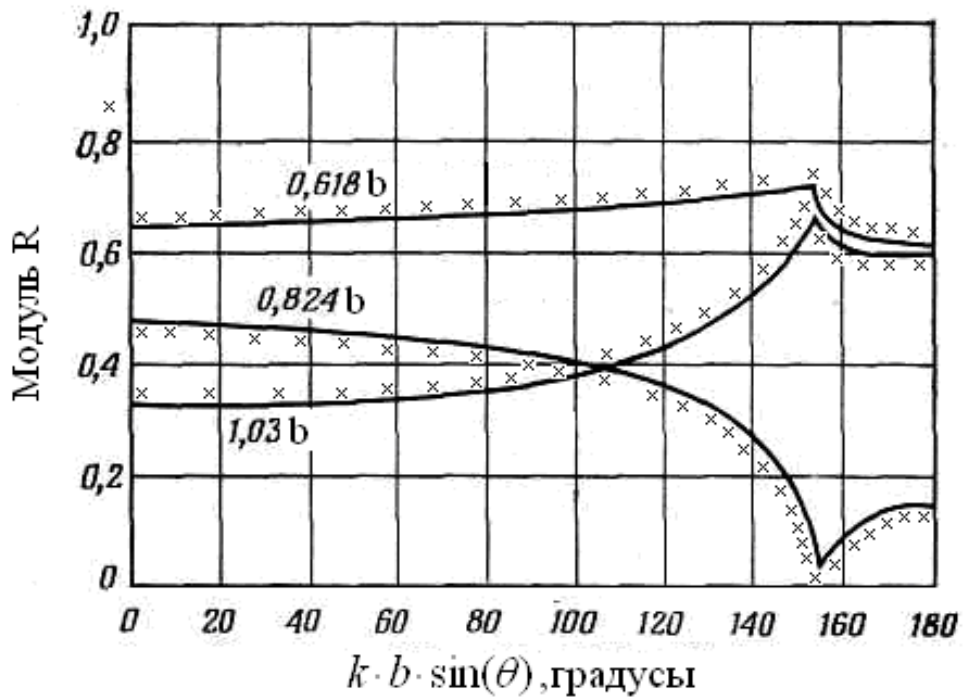


Рис. 2.4 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости для решетки из волноводов с диэлектрической вставкой

Таблица 2.1

Численная сходимость алгоритма МПО при наличии диэлектрического слоя покрытия для параметров ФАР: $a/\lambda=b/\lambda=0.5714$, $\theta=60.79^\circ$, $\varepsilon_{II}=3.0625$, $z_{II}/\lambda=0.5$.

Число учитываемых типов волн	Модуль R_1	$\arg(R_1)$ (град.)
3	0.43191	-68.002
5	0.46220	-68.246
7	0.47239	-68.460
9	0.47722	-68.599
11	0.47996	-68.694
13	0.48169	-68.762
15	0.48287	-68.812
17	0.48372	-68.852
19	0.48437	-68.883
21	0.48486	-68.908
23	0.48526	-68.929
25	0.48558	-68.946
27	0.48585	-68.962
29	0.48608	-68.974
31	0.48627	-68.986

Таблица 2.2

Численная сходимость алгоритма МПО при наличии диэлектрической вставки для параметров ФАР: $b/\lambda=0.5714$, $\theta=60.79^\circ$, $a/\lambda=0.937b$, $\varepsilon_I=2.$, $z_I/\lambda=0.824b$.

Число учитываемых типов волн	Модуль R_1	$\arg(R_1)$, град.
3	0.44230	203.260
5	0.44731	204.852
7	0.44924	205.195
9	0.45007	205.276
11	0.45047	205.274
13	0.45069	205.243
15	0.45081	205.204
17	0.45090	205.168
19	0.45096	205.138
21	0.45101	205.115
23	0.45105	205.102
25	0.45109	205.095
27	0.45113	205.095
29	0.45117	205.098

Из таблиц сходимости алгоритма МПО при наличии диэлектрического заполнения решетки следует, что достаточно учитывать от 21 до 29 типов волн (гармоник «Флоке») в областях в зависимости от параметров заполнения. При этом не меняются 3 знака после запятой в модуле коэффициента отражения, а фаза определяется с точностью до целой величины.

2.2 Электродинамический алгоритм расчета ФАР с согласующей периодической структурой

Рассмотрим скалярную задачу излучения электромагнитной волны из линейной волноводной бесконечной ФАР, состоящей из основной решетки и подрешетки с такими же геометрическими размерами поперечного сечения, расположенной на некотором расстоянии от неё. На рис.2.5 представлена геометрия рассматриваемой задачи. Представим всю сложную область определения поля в выбранной ячейке в виде трех областей:

I (пронизывающая) область- “волноводный канал”:

$$\frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \quad -\infty < z < +\infty;$$

II (частичная) область – “канал Флоке” конечной длины:

$$\frac{-b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad -z_2 \leq z \leq -z_1.$$

III (частичная) область – внешнее пространство излучения (полубесконечный “канал Флоке”):

$$\frac{-b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad 0 \leq z < +\infty.$$

Используя вторую теорему Грина, получим интегральное представление относительно полного поля пронизывающей области с учетом равенства полей в общих областях пересечения:

“канале Флоке”. Подставляя в интегральное представление (2.2) выражения для функции Грина, источника стороннего поля и составляющие напряженности электрического поля во II и III областях, а также фиксируя последовательно в обеих частях (2.2) точки наблюдения при $z=-z_2, -z_1, 0$ получим интегральное уравнение относительно трех неизвестных $T2_m, R2_m, T3_m$. Применив процедуру Галеркина, получаем СЛАУ из трех подсистем:

При $z=-z_2$:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} C_m E_{m,q} G_{m,q,mv} H_q - \delta_{m,mv} A_m \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} D_m F_{m,q} G_{m,q,mv} H_q - \delta_{m,mv} B_m + \sum_{m=-mmf}^{mmf} T3_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} G_{m,q,mv} H_q L_{m,q} \right) = -M_{1,mv}$$

При $z=-z_1$:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} C_m G_{m,q,mv} N_q P_{m,q} - \delta_{m,mv} \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} D_m G_{m,q,mv} N_q Q_{m,q} - \delta_{m,mv} + \sum_{m=-mmf}^{mmf} T3_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} \left\{ G_{m,q,mv} L_{m,q} S_q \right\} \right) = -M_{1,mv} V_1$$

При $z=0$:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} C_m G_{m,q,mv} P_{m,q} + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} D_m G_{m,q,mv} Q_{m,q} + \sum_{m=-\infty}^{mmf} T3_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} G_{m,q,mv} L_{m,q} - \delta_{m,mv} \right) = -M_{1,mv} W_1$$

где:

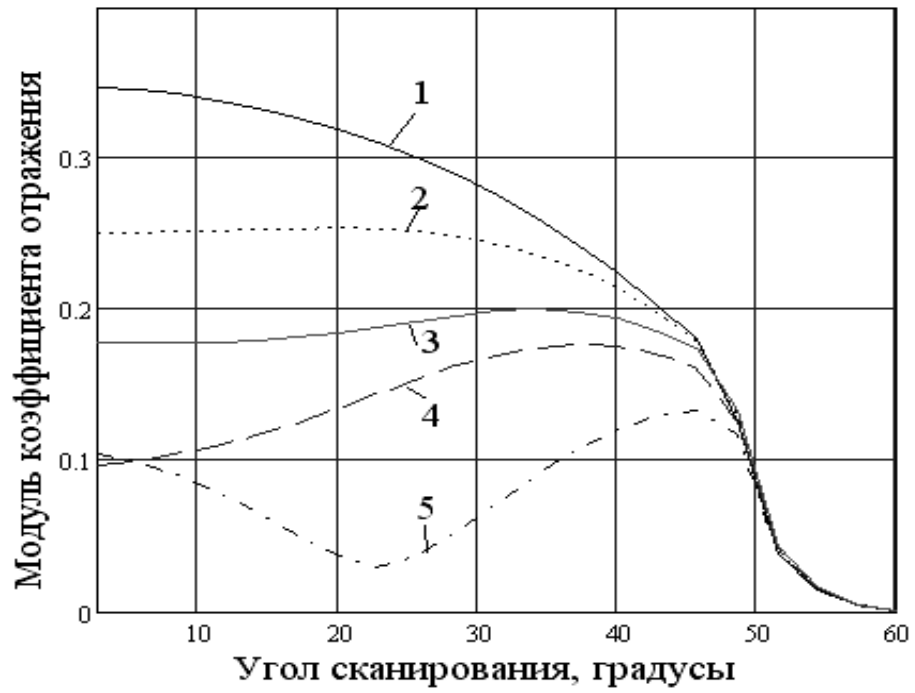
$$A_m = e^{-j \cdot \Gamma_m \cdot (z_1 - z_2)}; \quad B_m = e^{j \cdot \Gamma_m \cdot (z_1 - z_2)}; \quad C_m = e^{-j \cdot \Gamma_m \cdot z_1};$$

$$\begin{aligned}
D_m &= e^{j \cdot \Gamma_m \cdot z_1} ; & E_{m,q} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_m + \gamma_q \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz' ; & F_{m,q} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{j \cdot \Gamma_m - \gamma_q \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz' ; \\
G_{m,q,mv} &= \int_{-a/2}^{a/2} \varphi_q(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx \cdot \left[\psi_m(x') \cdot \frac{d \varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x'=-a/2} - \psi_m(x') \cdot \frac{d \varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x'=a/2} \right] \\
H_q &= e^{-j \cdot \gamma_q \cdot z_2} ; & L_{m,q} &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_m + \gamma_q \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz' \\
M_{mv,1} &= \int_{-a/2}^{a/2} \psi_{mv}^*(x) \cdot \varphi_1(x) dx ; & N_q &= e^{j \cdot \gamma_q \cdot z_1} \\
P_{m,q} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_m - \gamma_q \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz' ; & Q_{m,q} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{j \cdot \Gamma_m + \gamma_q \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q} dz' ; \\
S_q &= e^{-j \cdot \gamma_q \cdot z_1} ; & V_1 &= e^{-j \cdot \gamma_1 \cdot (z_2 - z_1)} ; & W_1 &= e^{-j \cdot \gamma_1 \cdot z_2}
\end{aligned}$$

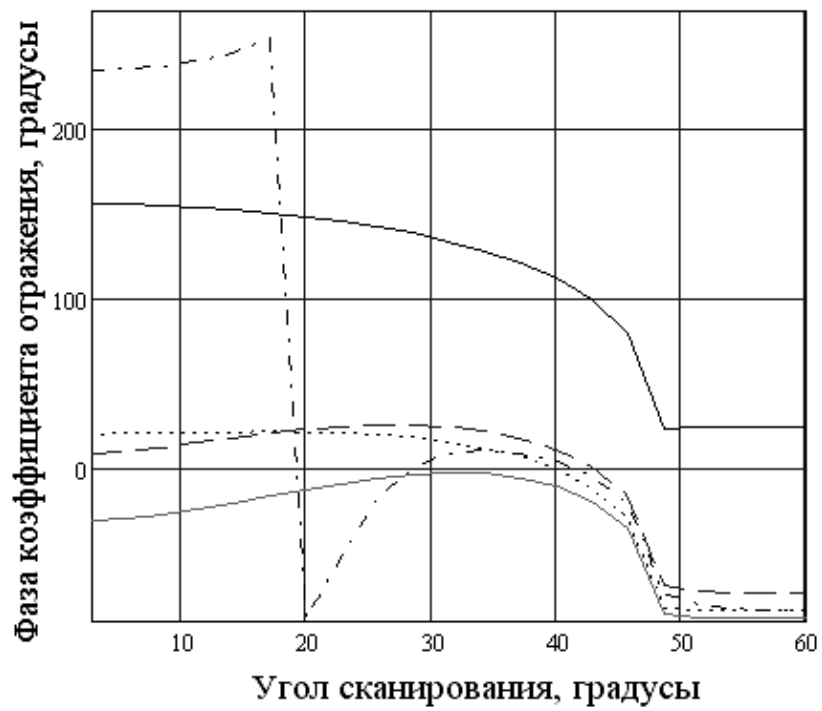
Решив полученную СЛАУ, определим коэффициент отражения для волны H_{10} при использовании равенства тангенциальных компонент электрического поля при $z = -z_2$.

Предложенная согласующего периодическая структура представляет собой подрешетку, расположенную на некотором расстоянии от основной решетки. Пространство между подрешеткой и основной решеткой имеет вид “канала Флоке” конечной длины и представляет согласующую неоднородность.

Результаты численного расчета представлены на рис. 2.6 - 2.10. Определение оптимального размера z_2/λ с точки зрения минимального возможного коэффициента отражения проводилось для каждого фиксированного значения z_1/λ (с шагом 0.05). Кривые приведены для значений z_1/λ , при которых наблюдается уменьшение коэффициента отражения падающей волны. Как видно из рисунков малое значение $z_1/\lambda=0.05$ обеспечивает

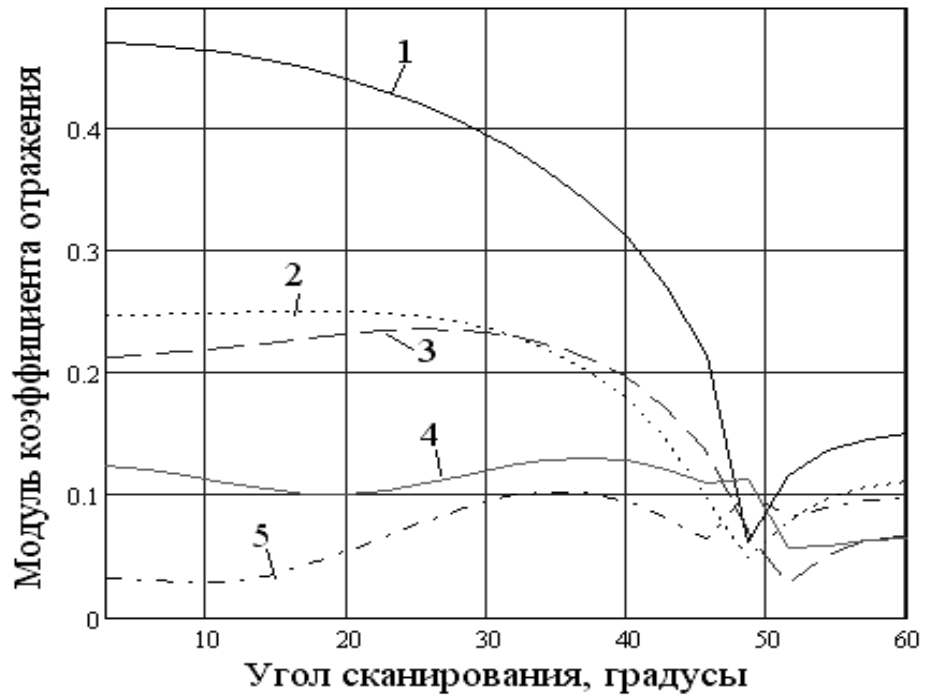


а

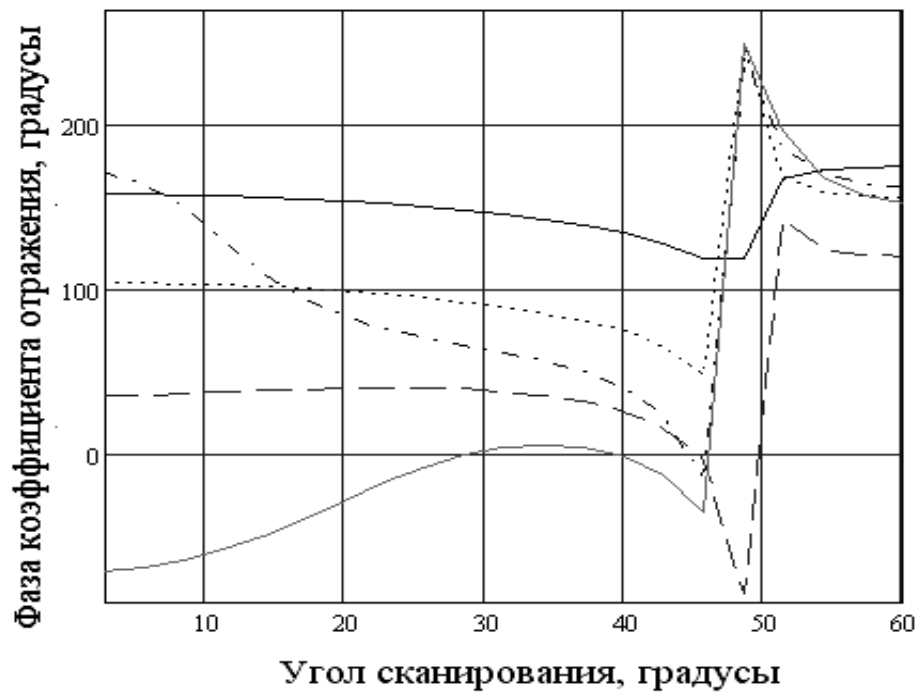


б

Рис.2.6 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости при: $a/\lambda = 0.5714, b/\lambda = 0.5714$: 1. $z_1 = z_2 = 0$; 2. $z_1/\lambda = 0.2, z_2/\lambda = 0.3$; 3. $z_1/\lambda = 0.1, z_2/\lambda = 0.3$; 4. $z_1/\lambda = 0.15, z_2/\lambda = 0.25$; 5. $z_1/\lambda = 0.05, z_2/\lambda = 0.25$



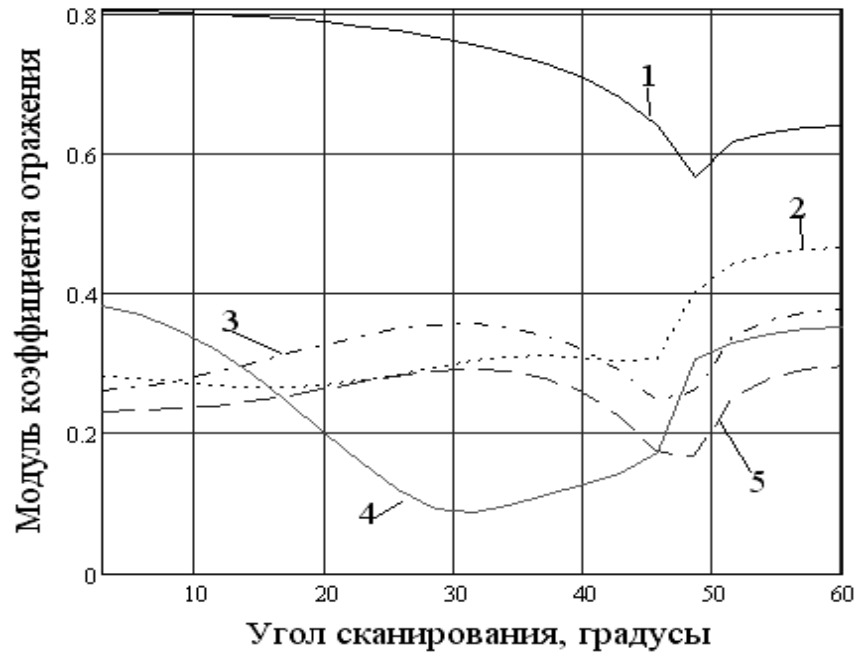
а



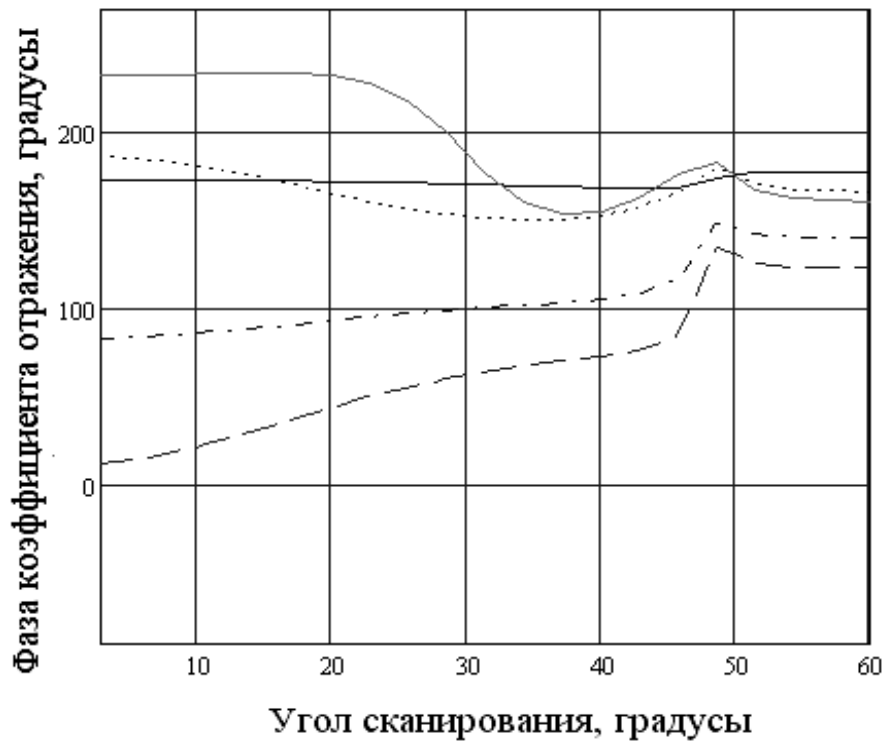
б

Рис.2.7 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости при: $b/\lambda = 0.5714, (b-a)/b = 0.063$:

1. $z_1 = z_2 = 0$; 2. $z_1/\lambda = 0.05, z_2/\lambda = 0.2$; 3. $z_1/\lambda = 0.15, z_2/\lambda = 0.3$; 4. $z_1/\lambda = 0.1,$
 $z_2/\lambda = 0.3$; 5. $z_1/\lambda = 0.05, z_2/\lambda = 0.25$



а

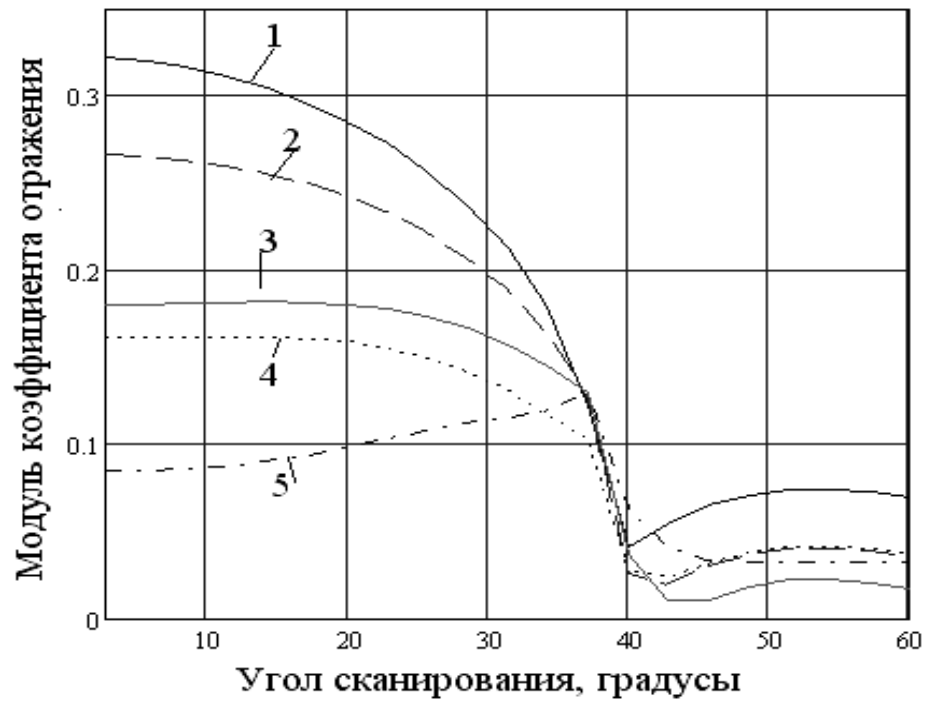


б

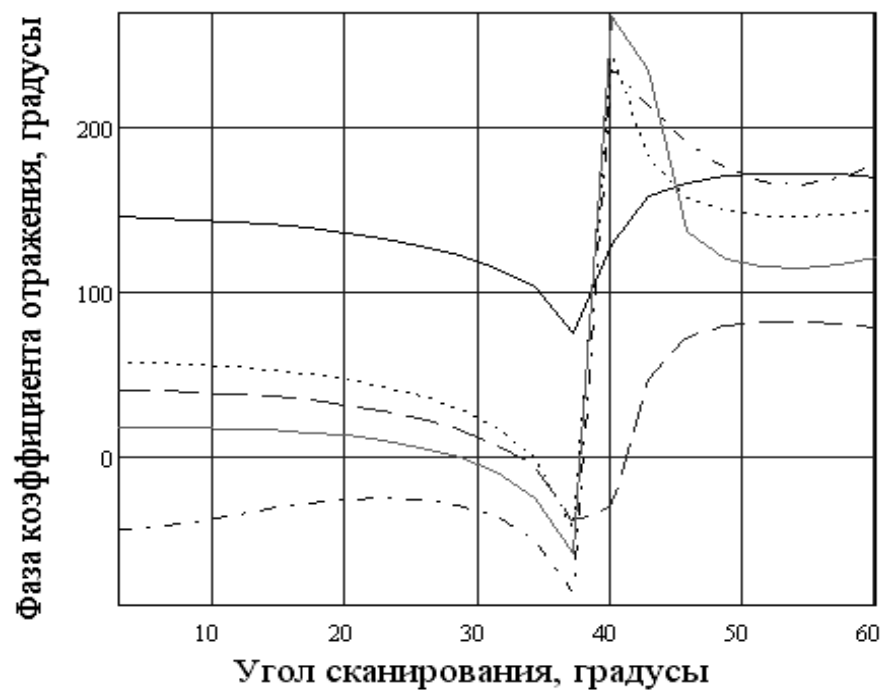
Рис.2.8 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости при: $b/\lambda = 0.5714, (b-a)/b = 0.12$:

1. $z_1 = z_2 = 0$; 2. $z_1/\lambda = 0.15, z_2/\lambda = 0.35$; 3. $z_1/\lambda = 0.25, z_2/\lambda = 0.45$;

4. $z_1/\lambda = 0.35, z_2/\lambda = 0.5$; 5. $z_1/\lambda = 0.45, z_2/\lambda = 0.6$



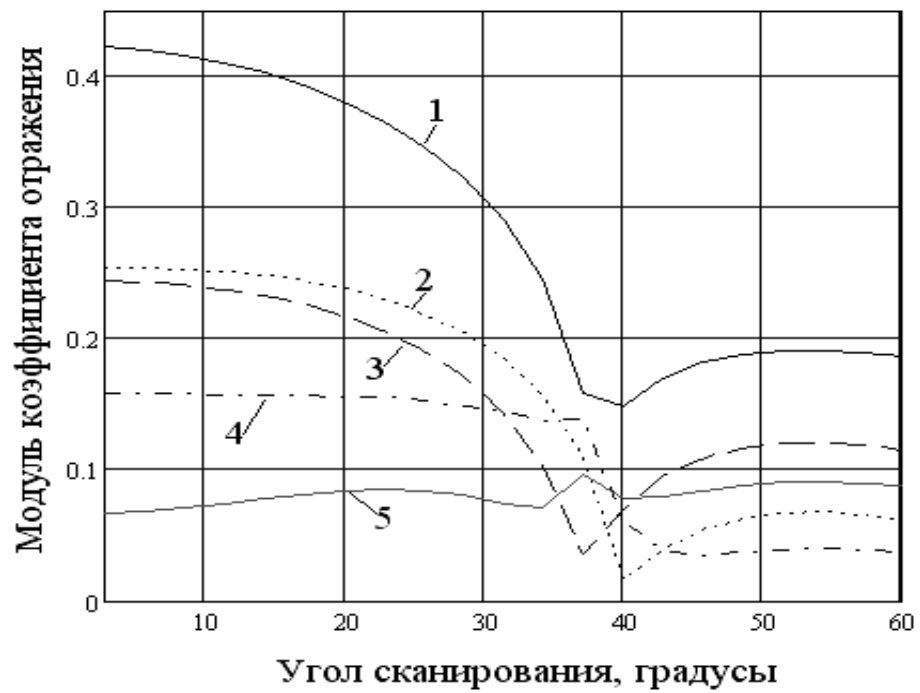
а



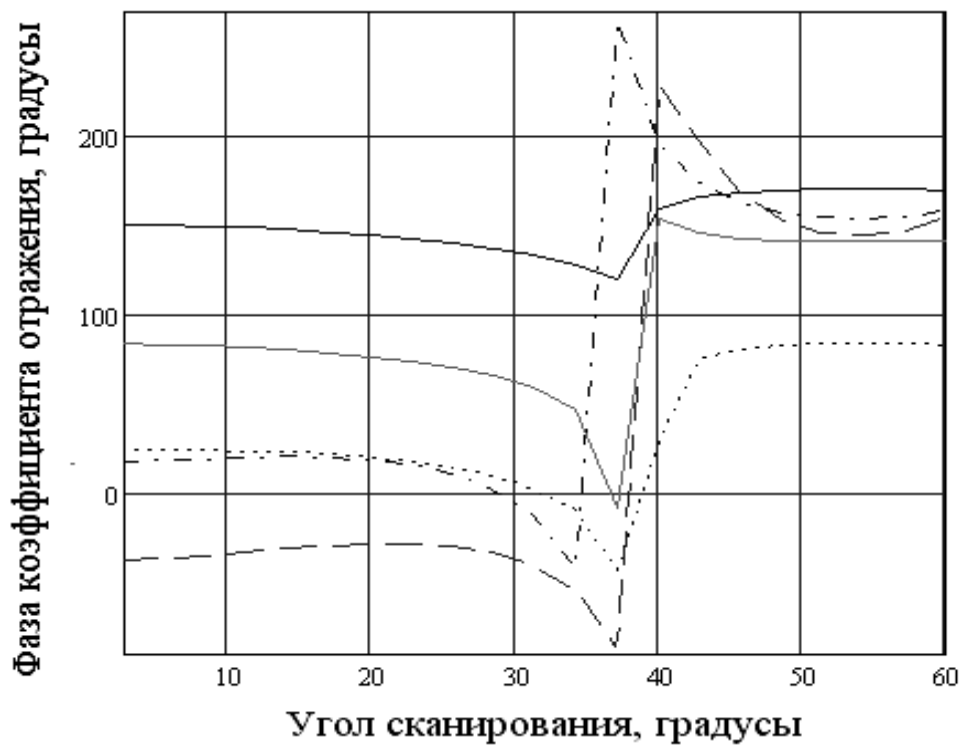
б

Рис.2.9 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в H -плоскости при: $b/\lambda = 0.6205, (b-a)/b = 0.063$:

1. $z_1 = z_2 = 0$; 2. $z_1/\lambda = 0.15, z_2/\lambda = 0.25$; 3. $z_1/\lambda = 0.1, z_2/\lambda = 0.25$; 4. $z_1/\lambda = 0.05,$
 $z_2/\lambda = 0.2$; 5. $z_1/\lambda = 0.05, z_2/\lambda = 0.25$



а



б

Рис.2.10 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования в Н-плоскости при: $b/\lambda = 0.6205, (b-a)/b = 0.12$:

1. $z_1 = z_2 = 0$; 2. $z_1/\lambda = 0.25, z_2/\lambda = 0.35$; 3. $z_1/\lambda = 0.15, z_2/\lambda = 0.3$; 4. $z_1 = 0.1\lambda, z_2/\lambda = 0.3\lambda$; 5. $z_1/\lambda = 0.05, z_2/\lambda = 0.25\lambda$

наименьший коэффициент отражения за исключением кривых на рис 2.8.

При больших значениях z_2/λ возникает большое отражение падающей волны. Для указанных относительных толщин стенок волноводов можно указать оптимальные размеры промежуточной области $z_1/\lambda=0.05$; $z_2/\lambda=0.25$ за исключением случая: $a/\lambda =0.5028$, $b/\lambda =0.5714$ $z_1/\lambda=0.45$; $z_2/\lambda=0.6$, когда наблюдается значительное уменьшение модуля коэффициента отражения, и его зависимость от угла сканирования имеет плоский характер.

Как видно из графиков, влияние СПС на согласование ФАР с внешним пространством улучшается с увеличением толщины стенок волноводов, что объясняется увеличением поперечного размера неоднородности. При больших значениях z_1 в рассматриваемой системе двух решеток возникают колебания с резким изменением амплитуды, приводящие к большому отражению падающей волны.

2.3 Исследование влияния диэлектрического заполнения в волноводной ФАР с согласующей периодической структурой

На рис.2.11 изображен центральный волновод ФАР. Разобьем всю область определения электромагнитного поля на две частичные и одну пронизывающую область, как и разделе 2.2 : I область – регулярный волновод с диэлектрическим заполнением (ϵ_1 - ϵ_7), II (частичная) область – “канал Флоке” конечной длины, заполненный диэлектриком (ϵ_3), III (частичная) область – внешнее пространство излучения, заполненное диэлектриками (ϵ_5 - ϵ_7).

Используя подход как в п. 2.2, получим интегральное представление (2.14) для определения полного поля пронизывающей области ФАР с СПС, а для учета диэлектрического заполнения (нахождения функции Грина, стороннего источника поля) воспользуемся подходом представленным в п. 2.1.

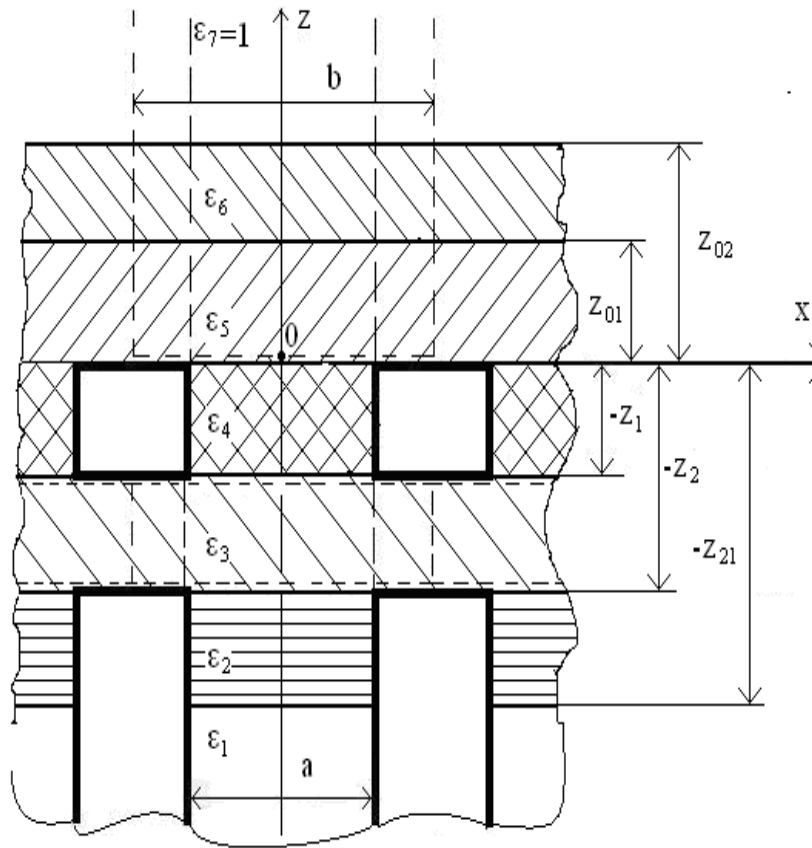


Рис.2.11 Единичная ячейка ФАР с СПС и диэлектрическим заполнением

Учитывая равенство полей в общей области пересечения, приравниваем в подынтегральных выражениях тангенциальную компоненту вектора напряженности электрического поля пронизывающей области $E_y^{I(n)}(x', z')$ и тангенциальные компоненты векторов напряженности электрического поля частичных областей $E_y^{II(3)}(x', z')$, $E_y^{III(5)}(x', z')$, $E_y^{III(6)}(x', z')$, $E_y^{III(7)}(x', z')$.

Фиксируя точки наблюдения и приравнивая тангенциальные компоненты на границе раздела сред при $z = -z_2, -z_1$ $E_y^{I(3)}(x, z) = E_y^{II(3)}(x, z)$, а при $z = 0$ $E_y^{I(5)}(x, z) = E_y^{III(5)}(x, z)$, а также построив функцию Грина и функцию стороннего поля при фиксировании точек наблюдения ($z = -z_2, -z_1, 0$), получаем интегральное уравнение относительно компонент поля II и III областей:

$$\begin{aligned}
E_y^{I(n)}(x, z) = & E_{y_{exc}}^{I(n)}(x, z) + \\
& + \int_{-z_2}^{-z_1} \left\{ E_y^{II(3)}(x', z') \frac{\partial G_3^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{II(3)}(x', z') \frac{\partial G_3^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right\} dz' + \\
& + \int_0^{z_01} \left\{ E_y^{III(5)}(x', z') \frac{\partial G_5^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{III(5)}(x', z') \frac{\partial G_5^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right\} dz' + \quad (2.3) \\
& + \int_{z_01}^{z_02} \left\{ E_y^{III(6)}(x', z') \frac{\partial G_6^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{III(6)}(x', z') \frac{\partial G_6^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right\} dz' + \\
& + \int_{z_02}^{+\infty} \left\{ E_y^{III(7)}(x', z') \frac{\partial G_7^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=-\frac{a}{2}} - E_y^{III(7)}(x', z') \frac{\partial G_7^I(x, z; x', z')}{\partial x'} \Big|_{x'=\frac{a}{2}} \right\} dz'
\end{aligned}$$

где: $E_y^{I(n)}(x, z)$ – тангенциальная компонента вектора напряженности электрического поля пронизывающей области n-подобласти ($n=1 \div 7$); $E_{y_{exc}}^{I(n)}(x, z)$ – тоже для стороннего источника; $E_y^{II(3)}(x, z)$ – тангенциальная компонента вектора напряженности электрического поля II области ($n=3$); $E_y^{III(5)}(x, z)$, $E_y^{III(6)}(x, z)$, $E_y^{III(7)}(x, z)$ – тангенциальные компоненты вектора напряженности электрического поля III области n-подобласти ($n=5 \div 7$); $G_n^I(x, z; x', z')$ – функция Грина бесконечного волновода с плоскостойким диэлектрическим заполнением ($n=1 \div 7$).

$$E_y^{II(3)}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T3_m e^{-j \Gamma_m^{[3]}(z+z_1)} + R3_m e^{j \Gamma_m^{[3]}(z+z_1)} \cdot \psi_m(x) \quad ,$$

$$E_y^{III(5)}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T5_m e^{-j \Gamma_m^{[5]}(z-z_01)} + R5_m e^{j \Gamma_m^{[5]}(z-z_01)} \cdot \psi_m(x) \quad ,$$

$$E_y^{III(6)}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T6_m e^{-j \Gamma_m^{[6]}(z-z_01)} + R6_m e^{j \Gamma_m^{[6]}(z-z_01)} \cdot \psi_m(x) \quad ,$$

$$E_y^{III(7)}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T7_m e^{-j \cdot \Gamma_m^{(7)} \cdot (z-z_{02})} \cdot \psi_m(x) ,$$

где: $T3_m$ и $R3_m$ - неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты прошедшего и отраженного поля в “канале Флоке” конечной длины, $T5_m, T6_m$ и $R5_m, R6_m$ – неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты прошедшего и отраженного поля в диэлектрических слоях “канала Флоке”; $T7_m$ - неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты внешнего пространства, $\Gamma_m^{[3]}$ - постоянная распространения в “ канале Флоке” конечной длины, $\Gamma_m^{[5]}, \Gamma_m^{[6]}$ и $\Gamma_m^{[7]}$ – постоянная распространения в диэлектрических слоях “канала Флоке”, внешнего пространства.

$$f_q^{[n]}(z, z') = \begin{cases} k_{Ir} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}(z+z_{21})}, & n=1 \\ k_{III} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}(z+z_2)} + k_{IIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}(z+z_2)} + & n=2 \\ \begin{cases} 0, & z' \notin [-z_{21}; -z_2] \\ \frac{e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}|z-z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^{[n]}}, & z' \in [-z_{21}; -z_2] \end{cases} \\ k_{III} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}(z+z_1)} + k_{IIIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}(z+z_1)} + & n=3 \\ \begin{cases} 0, & z' \notin [z_2; -z_1] \\ \frac{e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}|z-z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^{[n]}}, & z' \in [z_2; -z_1] \end{cases} \\ k_{IVt} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}z} + k_{IVr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}z} + & n=4 \\ \begin{cases} 0, & z' \notin [z_1; 0] \\ \frac{e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}|z-z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^{[n]}}, & z' \in [z_1; 0] \end{cases} \\ k_{Vt} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}(z-z_{01})} + k_{Vr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}(z-z_{01})} & n=5 \\ k_{VI} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}(z-z_{02})} + k_{VIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[n]}(z-z_{02})} & n=6 \\ k_{VII} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[n]}(z-z_{02})} & n=7 \end{cases} ,$$

Согласно методике, представленной в разделе 2.1, строим функцию Грина, при этом учитываем нахождение точки источника при фиксированной точке наблюдения $z = -z_2; -z_1; 0$.

Уменьшив количество неизвестных амплитудных комплексных коэффициентов (выразив $E_y^{I(15)}(x, z) E_y^{I(16)}(x, z)$ через $E_y^{III(7)}(x, z)$, как описано в 2.1), фиксируя точки наблюдения $z = -z_2; -z_1; 0$ и применяя процедуру Галеркина, получаем из интегрального представления (2.3) СЛАУ из трех подсистем относительно трех неизвестных коэффициентов:

При $z = -z_2$:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} D_{m,q} + F_{m,q} - \delta_{m,mv} A_m \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m$$

$$\left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} G_{m,q} + H_{m,q} - \delta_{m,mv} B_m \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} T3_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv}$$

$$I_{m,q} + J_{m,q} S_m + U_m + K_{m,q} + L_{m,q} V_m + W_m + M_{m,q} + N_{m,q} +$$

$$+ O_{m,q} + P_{m,q} + Q_{m,q} = -\delta_{m,mv} CF3_{1,mv} (\kappa 2 + k3)$$

При $z = -z_1$:

$$\sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} D_{m,q} + F_{m,q} + X_{m,q} - \delta_{m,mv} \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m$$

$$\left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} G_{m,q} + H_{m,q} + Y_{m,q} - \delta_{m,mv} \right) + \sum_{m=-mmf}^{mmf} T3_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv}$$

$$I_{m,q} + J_{m,q} S_m + U_m + K_{m,q} + L_{m,q} V_m + W_m + M_{m,q} + N_{m,q} +$$

$$+ O_{m,q} + P_{m,q} + Q_{m,q} = -C_{1,mv} (\kappa 4 + k5)$$

При $z=0$:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-mmf}^{mmf} T2_m \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} D_{m,q} + F_{m,q} + \sum_{m=-mmf}^{mmf} R2_m \left\langle \sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} \right. \\ & G_{m,q} + H_{m,q} + \sum_{m=-mmf}^{mmf} T3_m \left(\sum_{q=1}^{2 \cdot mmf + 1} E_{m,q,mv} \left\langle I_{m,q} + J_{m,q} \quad S_m + U_m + \right. \right. \\ & \left. \left. + K_{m,q} + L_{m,q} \quad V_m + W_m + M_{m,q} + N_{m,q} + \left\langle O_{m,q} + P_{m,q} \right\rangle + Q_{m,q} \right) - \right. \\ & \left. - \delta_{m,mv} A1_m + B2_m \right) = -C_{1,mv} \quad k6 + k7 \end{aligned}$$

Определив $T2_m, R2_m$, а также компоненты возбуждающего поля используя методику 2.1, "сшиваем" поля области I и области II при $z=-z_2$ и определяем коэффициент отражения.

Где:

$$\begin{aligned} A_m &= e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot (z_1 - z_2)}; & B_m &= e^{j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot (z_1 - z_2)}; \\ C_{1,mv} &= \int_{-a/2}^{a/2} \varphi_1(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx; \\ D_{m,q} &= e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot h_4 \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} e^{-j \cdot (\Gamma_m^{[3]} + \gamma_q^{[3]}) \cdot z'} dz'; \\ E_{m,q,mv} &= \int_{-a/2}^{a/2} \varphi_q(x) \cdot \psi_{mv}^*(x) dx \left[\psi_m(x') \cdot \frac{d \varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x' = \frac{-a}{2}} - \psi_m(x') \cdot \frac{d \varphi_q(x')}{dx} \Big|_{x' = \frac{a}{2}} \right]; \\ F_{m,q} &= e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot h_5 \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} e^{-j \cdot (\Gamma_m^{[3]} - \gamma_q^{[3]}) \cdot z'} dz'; \\ G_{m,q} &= e^{j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot h_4 \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} e^{j \cdot (\Gamma_m^{[3]} - \gamma_q^{[3]}) \cdot z'} dz'; \\ H_{m,q} &= e^{j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot h_5 \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} e^{j \cdot (\Gamma_m^{[3]} + \gamma_q^{[3]}) \cdot z'} dz'; \end{aligned}$$

$$I_{m,q} = 0.25 \cdot e^{j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot h_8 \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[5]} \cdot z_1} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \Gamma_m^{[5]} + \gamma_q^{[5]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$J_{m,q} = 0.25 \cdot e^{j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot h_9 \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \Gamma_m^{[5]} - \gamma_q^{[5]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$K_{m,q} = 0.25 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot h_8 \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{j \cdot \Gamma_m^{[5]} - \gamma_q^{[5]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$L_{m,q} = 0.25 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot h_9 \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[5]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{j \cdot \Gamma_m^{[5]} + \gamma_q^{[5]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$M_{m,q} = e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} + \Gamma_m^{[7]}}{2 \cdot \Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot h_{10} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{02}}^{z_{01}} e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} + \gamma_q^{[6]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$N_{m,q} = e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} + \Gamma_m^{[7]}}{2 \cdot \Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot h_{11} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{02}}^{z_{01}} e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} - \gamma_q^{[6]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$O_{m,q} = e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} - \Gamma_m^{[7]}}{2 \cdot \Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot h_{10} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{02}}^{z_{01}} e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} - \gamma_q^{[6]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$P_{m,q} = e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} - \Gamma_m^{[7]}}{2 \cdot \Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot h_{11} \cdot e^{-j \cdot \gamma_q^{[6]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{02}}^{z_{01}} e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} + \gamma_q^{[6]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$Q_{m,q} = e^{j \cdot \Gamma_m^{[7]} \cdot z_{02}} \cdot h_{12} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[7]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{02}}^{z_{01}} e^{j \cdot \Gamma_m^{[7]} + \gamma_q^{[7]} \cdot z'} \cdot dz' ;$$

$$S_m = e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} + \Gamma_m^{[7]}}{\Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[5]} + \Gamma_m^{[6]}}{\Gamma_m^{[5]}} \right\} ;$$

$$U_m = e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} - \Gamma_m^{[7]}}{\Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[5]} - \Gamma_m^{[6]}}{\Gamma_m^{[5]}} \right\} ;$$

$$V_m = e^{-j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} + \Gamma_m^{[7]}}{\Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[5]} - \Gamma_m^{[6]}}{\Gamma_m^{[5]}} \right\};$$

$$W_m = e^{j \cdot \Gamma_m^{[6]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[6]} - \Gamma_m^{[7]}}{\Gamma_m^{[6]}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\Gamma_m^{[5]} + \Gamma_m^{[6]}}{\Gamma_m^{[5]}} \right\};$$

$$X_{m,q} = e^{j \cdot \Gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} - \gamma_q^{[3]} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^{[3]}} dz';$$

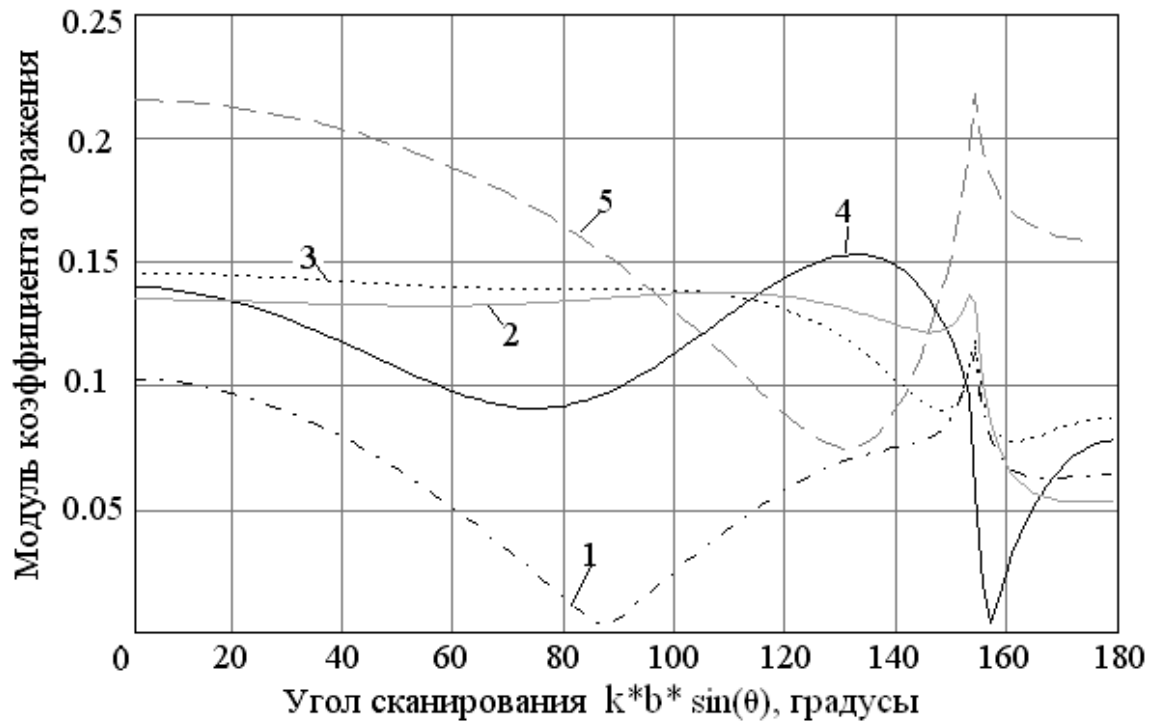
$$Y_{m,q} = e^{j \cdot \Gamma_m^{[3]} \cdot z_1} \cdot e^{j \cdot \gamma_q^{[3]} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_m^{[3]} + \gamma_q^{[3]} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_q^{[3]}} dz'.$$

$$A1_m = e^{j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} S_m + U_m \quad ; \quad B1_m = e^{-j \cdot \Gamma_m^{[5]} \cdot z_{01}} V_m + W_m.$$

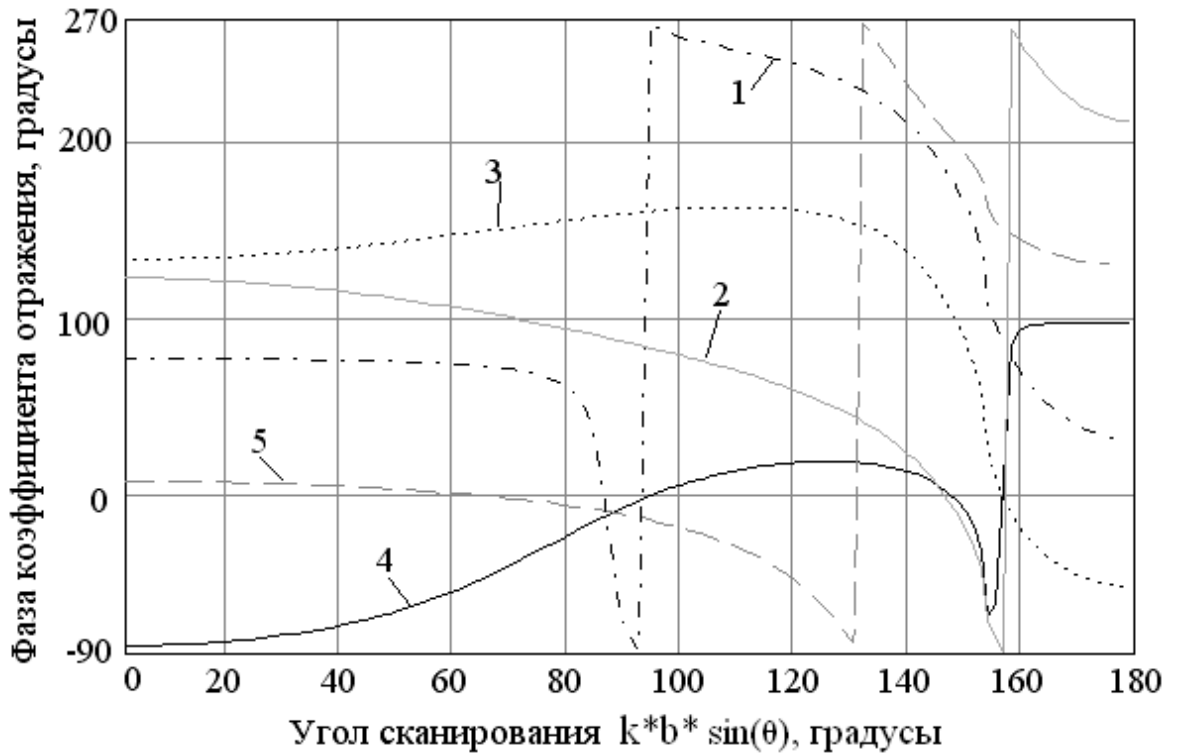
На рисунках 2.18 - 2.24 представлены зависимости коэффициента отражения для волноводной ФАР с СПС и диэлектрическим заполнением. На графиках представлены наилучшие результаты для каждого вида диэлектрического заполнения, при котором обеспечивается наименьший коэффициент отражения, при фиксированных поперечных размерах волновода и “канала Флоке”.

Для случая ФАР с бесконечно тонкими стенками волноводов: $a/\lambda = b/\lambda = 0.5714$ СПС с диэлектриком $\epsilon_3 = 1.5$ дает наихудшее согласование, что объясняется её малыми размерами. Наилучший вариант: наличие диэлектрика $\epsilon_4 = 1.5$ ($z_1/\lambda = 0.6$, $z_2/\lambda = 0.75$). Сравнивая СПС с диэлектрическим заполнением и без него по соотношению модулей коэффициентов отражения) 0.12/0.14, СПС с диэлектрическим заполнением дает незначительное улучшение согласования.

При ФАР с тонкими стенками $b/\lambda = 0.5714$ и $a = 0.937b/\lambda$ наихудший результат для $\epsilon_3 = 1.2$ ($z_1/\lambda = 0.15$, $z_2/\lambda = 0.25$), а наилучший - для $\epsilon_2 = 2.5$ ($z_1/\lambda = 0.15$, $z_2/\lambda = 0.25$, $z_{21}/\lambda = 0.65$). Для данного случая СПС с диэлектрическими заполнениями не дает уменьшения модуля коэффициента отражения.



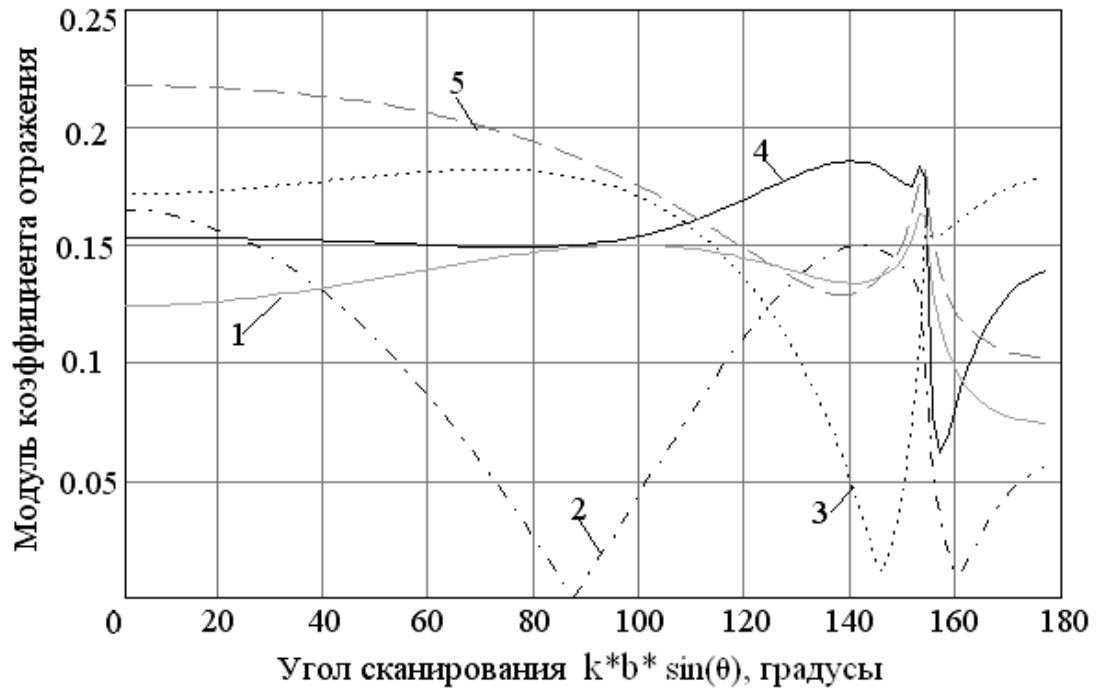
а



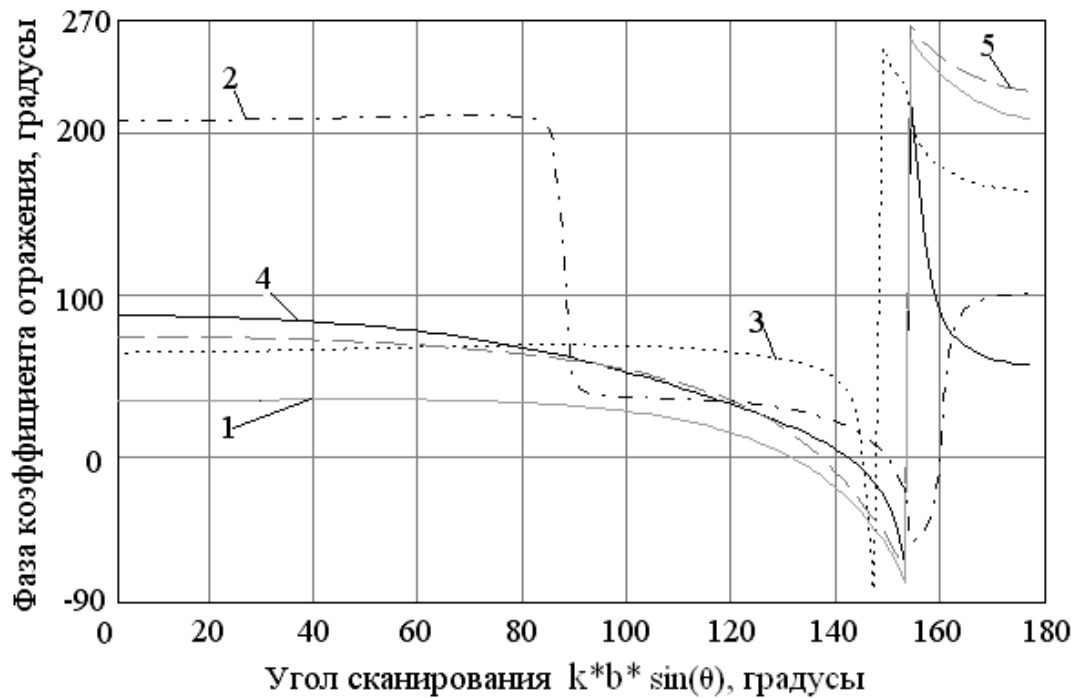
б

Рис.2.18 Зависимость к модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $a/\lambda = 0.5714$, $b/\lambda = 0.5714$:

1 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.25$, $z_{01}/\lambda = 0.05$, $\epsilon_5 = 1.2$; 2 – $z_1/\lambda = 0.6$, $z_2/\lambda = 0.75$, $\epsilon_4 = 1.5$; 3 – $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.3$, $z_{21}/\lambda = 0.65$, $\epsilon_2 = 1.2$, $\epsilon_4 = 1.6$; 4 – $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.3\lambda$, $z_{21}/\lambda = 0.8$, $\epsilon_2 = 1.7$; 5 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.1$, $\epsilon_3 = 1.5$.

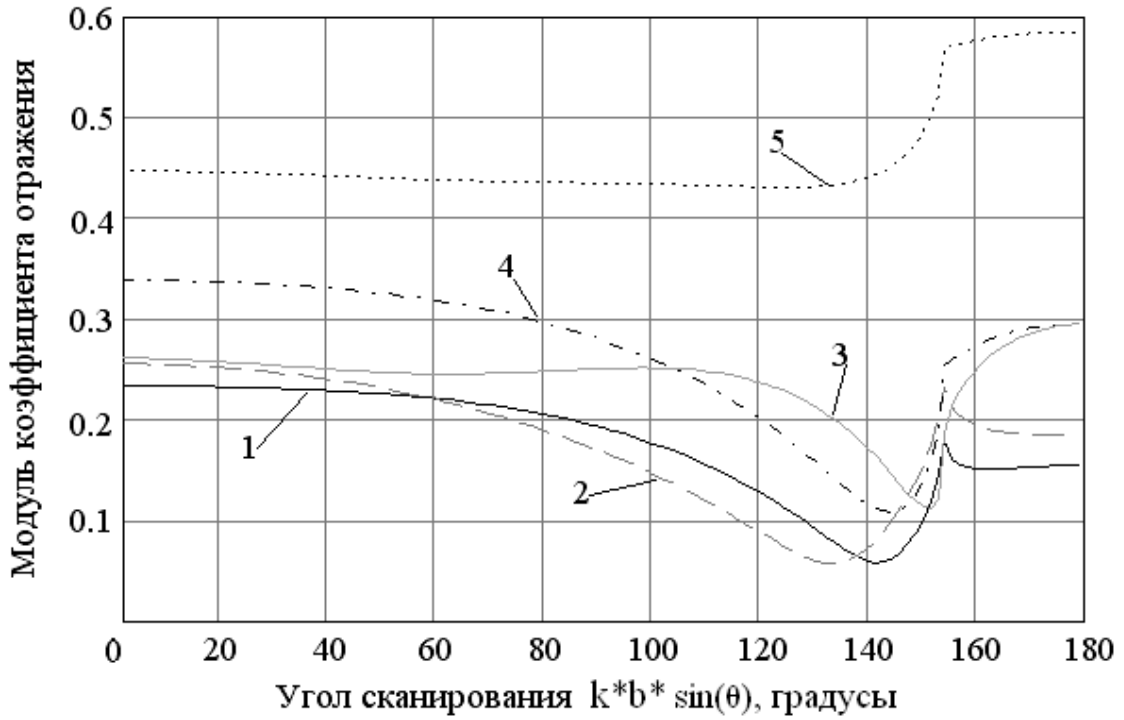


а

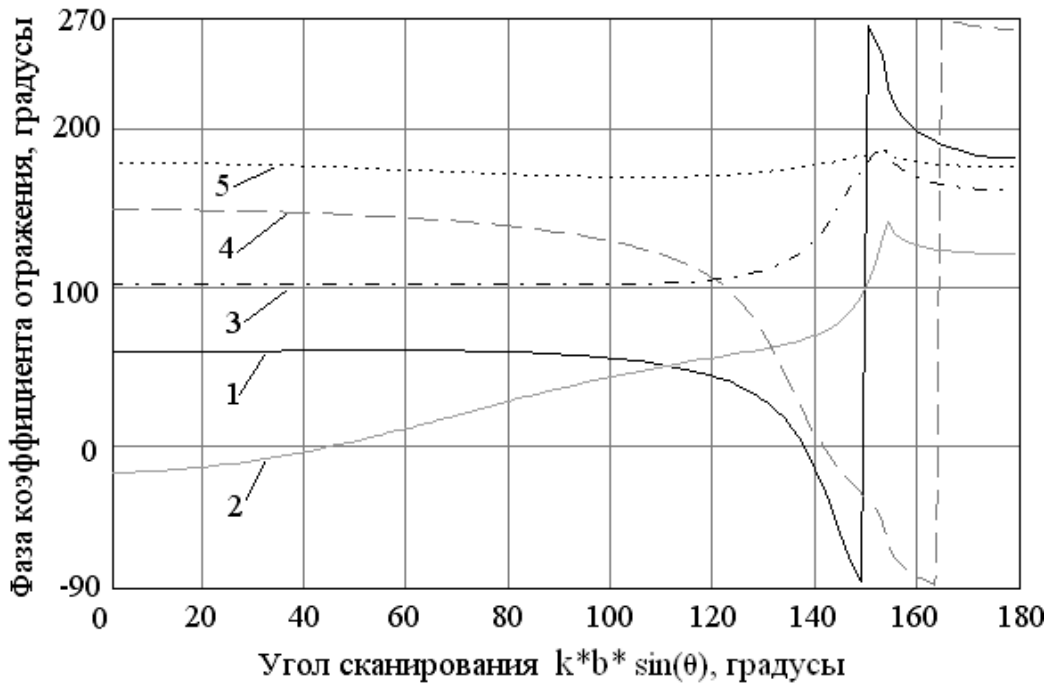


б

Рис.2.19 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda=0.5714$, $a=b*0.937$: 1 – $z_1/\lambda=0.1$, $z_2/\lambda=0.25$, $z_{21}/\lambda=0.65$, $\epsilon_2=2.5$; 2 – $z_1/\lambda=0.45$, $z_2/\lambda=0.7$, $\epsilon_4=2$; 3 – $z_1/\lambda=0.15$, $z_2/\lambda=0.3$; $z_{01}/\lambda=0.05$, $\epsilon_5=1.4$; 4 – $z_1/\lambda=0.05$, $z_2/\lambda=0.25$, $z_{01}/\lambda=0.4$, $z_{02}/\lambda=0.45$, $\epsilon_6=1.2$; 5 – $z_1/\lambda=0.15$, $z_2/\lambda=0.25$, $\epsilon_3=1.2$.

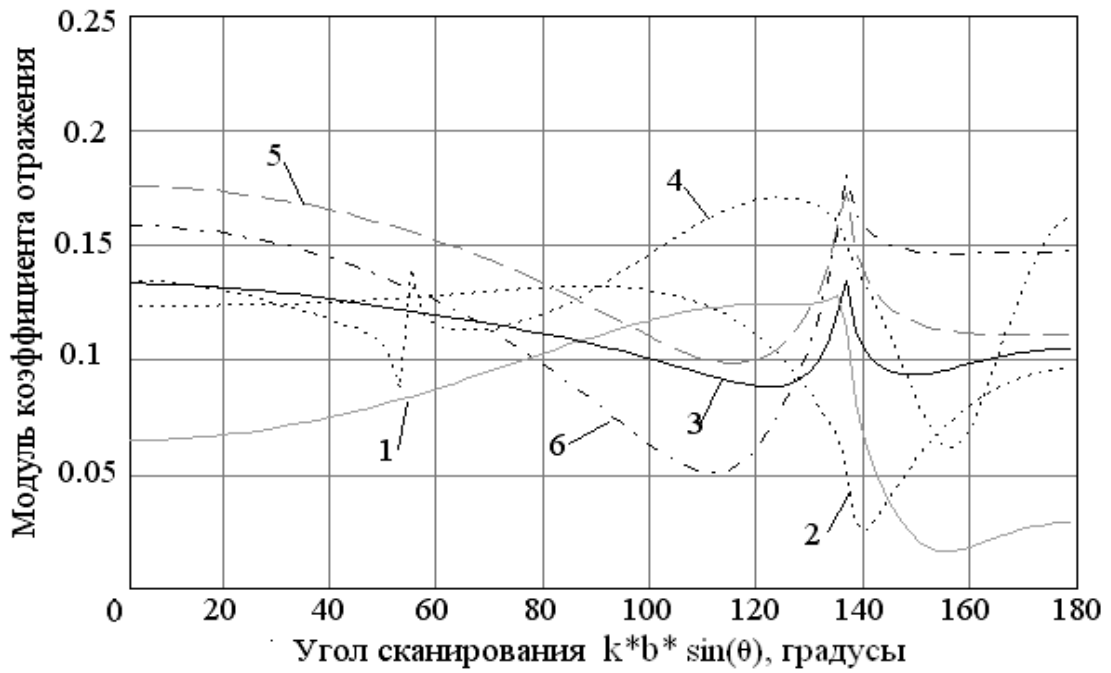


а

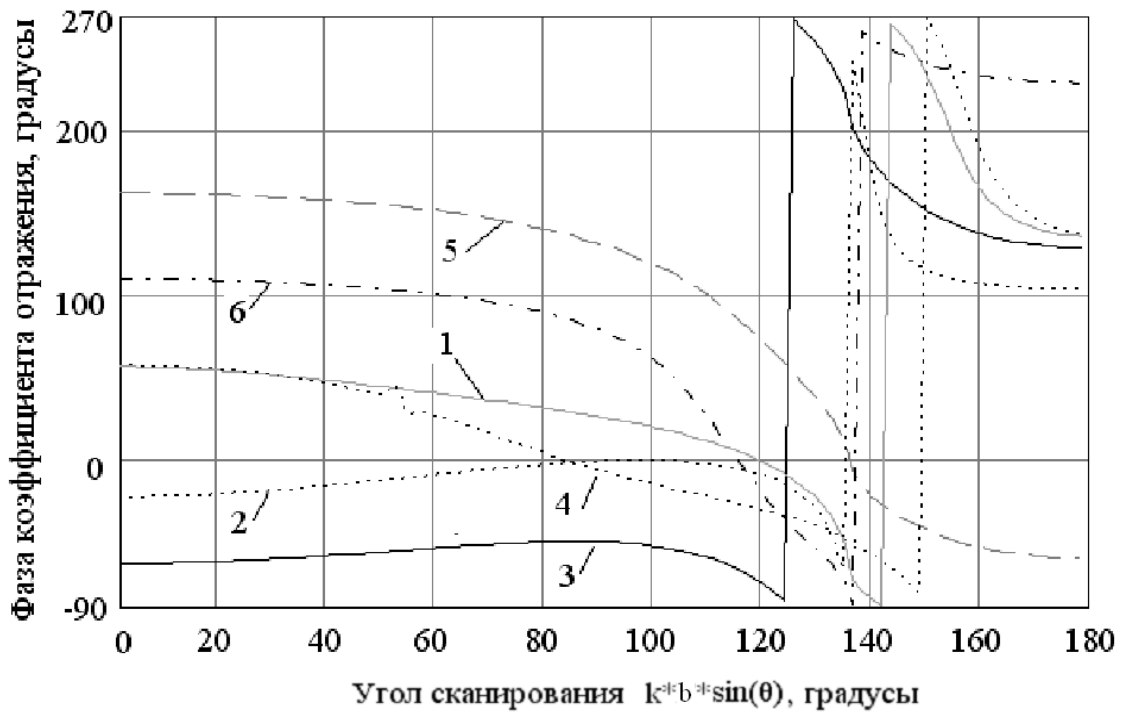


б

Рис.2.20 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda=0.5714$, $a=b*0.88$: 1 $-z_1/\lambda=0.45$, $z_2/\lambda=0.55$, $\epsilon_3=1.2$; 2 $-z_1/\lambda=0.2$, $z_2/\lambda=0.3$, $z_{21}/\lambda=0.55$, $\epsilon_2=1.5$, $\epsilon_4=2$; 3 $-z_1/\lambda=0.5$, $z_2/\lambda=0.65$, $z_{01}/\lambda=0.05$, $\epsilon_5=1.2$; 4 $-z_1/\lambda=0.3$, $z_2/\lambda=0.4$, $z_{21}/\lambda=0.45$, $\epsilon_2=1.2$; 5 $-z_1/\lambda=0.1$, $z_2/\lambda=0.3$, $\epsilon_4=1.2$.



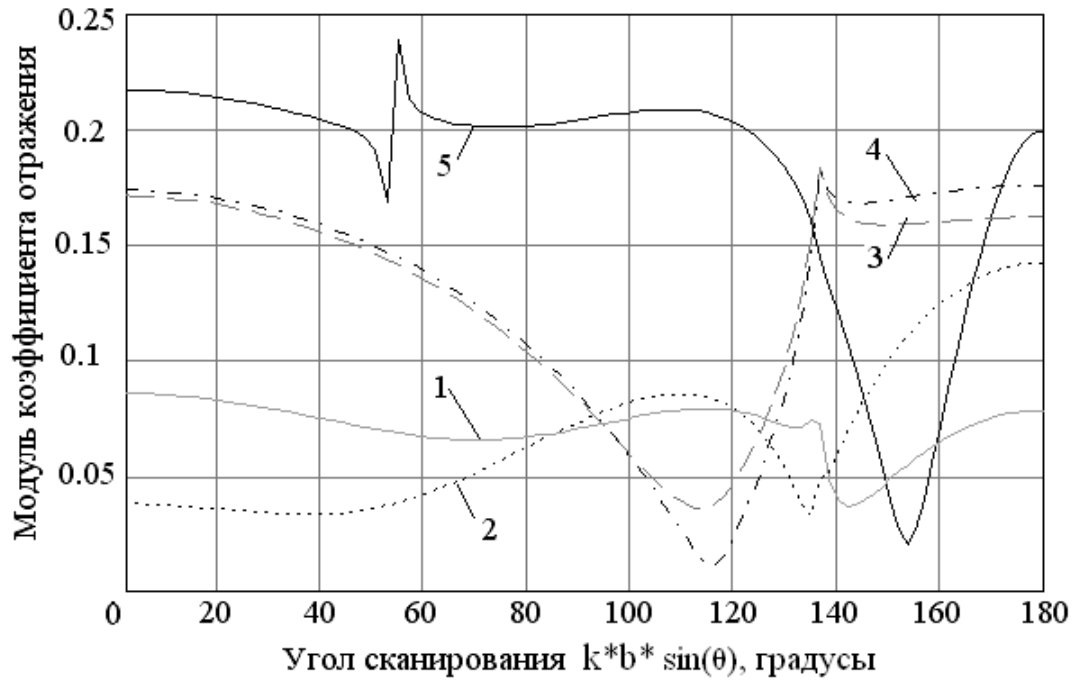
а



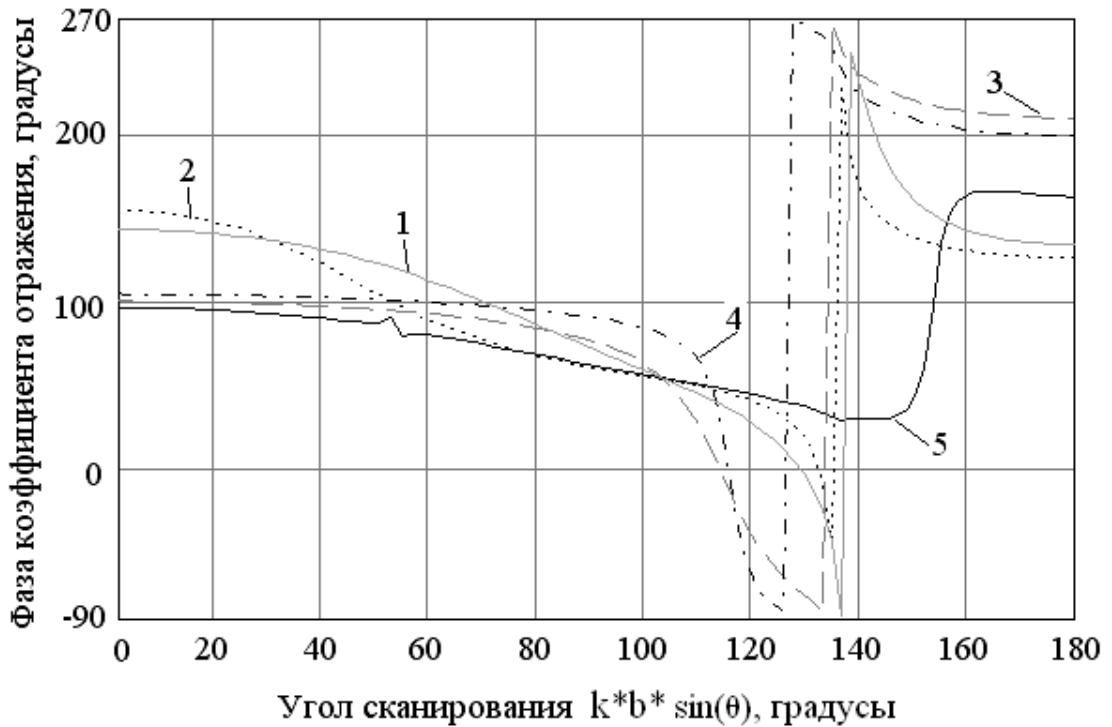
б

Рис.2.21 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для Н - плоскости при $b/\lambda = 0.6205$, $a = b \cdot 0.937$:

1 – $z_1/\lambda = 0.5$, $z_2/\lambda = 0.7$, $\epsilon_4 = 1.7$; 2 – $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.3$, $z_{21}/\lambda = 0.7$, $\epsilon_2 = 2.2$; 3 – $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.3$, $z_{01}/\lambda = 0.1$, $\epsilon_5 = 1.2$; 4 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.1$, $z_{01}/\lambda = 0.45$, $z_{02}/\lambda = 0.8$, $\epsilon_6 = 2.5$; 5 – $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.15$, $z_{21}/\lambda = 0.4$, $\epsilon_2 = 2$, $\epsilon_4 = 3$; 6 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.1$, $\epsilon_3 = 1.6$.



а



б

Рис.2.22 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для Н- плоскости при $b/\lambda = 0.6205$, $a = b \cdot 0.88$: 1 $-z_1/\lambda = 0.6$; $z_2/\lambda = 0.85$; $\epsilon_4 = 1.4$; 2 $-z_1/\lambda = 0.45$; $z_2/\lambda = 0.7$; $z_{21}/\lambda = 1.15$; $\epsilon_2 = \epsilon_4 = 2$; 3 $-z_1/\lambda = 0.05$; $z_2/\lambda = 0.1$; $z_{21}/\lambda = 0.6$; $\epsilon_2 = 2$; 4 $-z_1/\lambda = 0.05$; $z_2/\lambda = 0.1$; $\epsilon_3 = 1.3$; 5 $-z_1/\lambda = 0.1$; $z_2/\lambda = 0.2$; $z_{01}/\lambda = 0.45$; $z_{02}/\lambda = 2$; $\epsilon_6 = 3$.

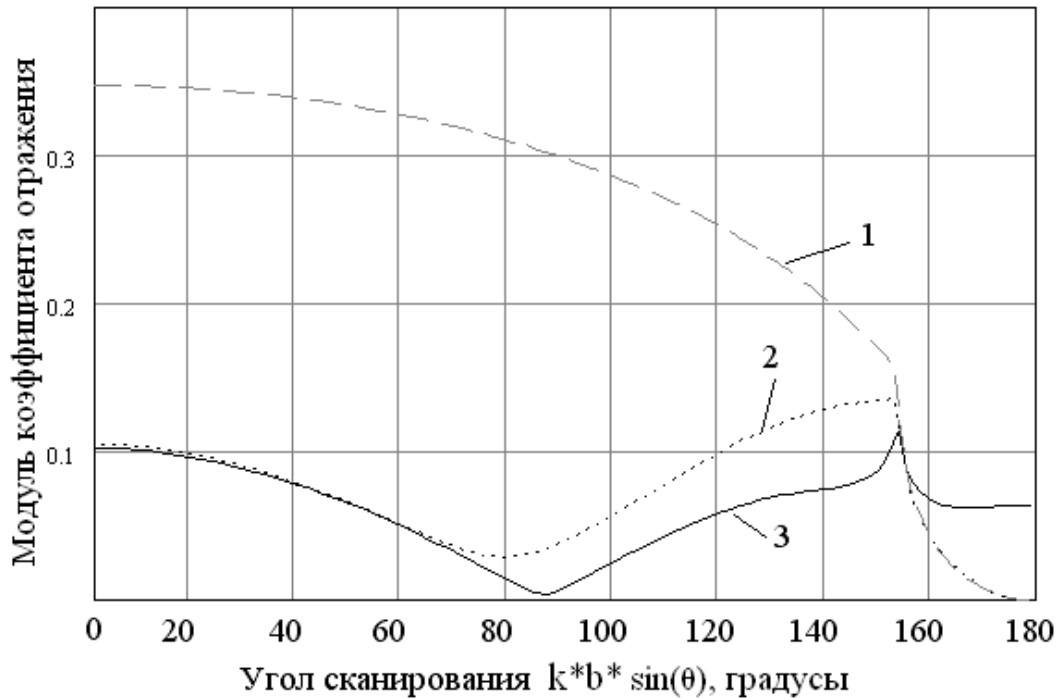


Рис.2.23 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda = a/\lambda = 0.5714$: 1 – $z_1=0, z_2=0$; 2 – $z_1/\lambda = 0.05$; $z_2/\lambda = 0.25$; 3 – $z_1/\lambda = 0.05$; $z_2/\lambda = 0.25$; $z_{01}/\lambda = 0.05$, $\epsilon_5 = 1.2$.

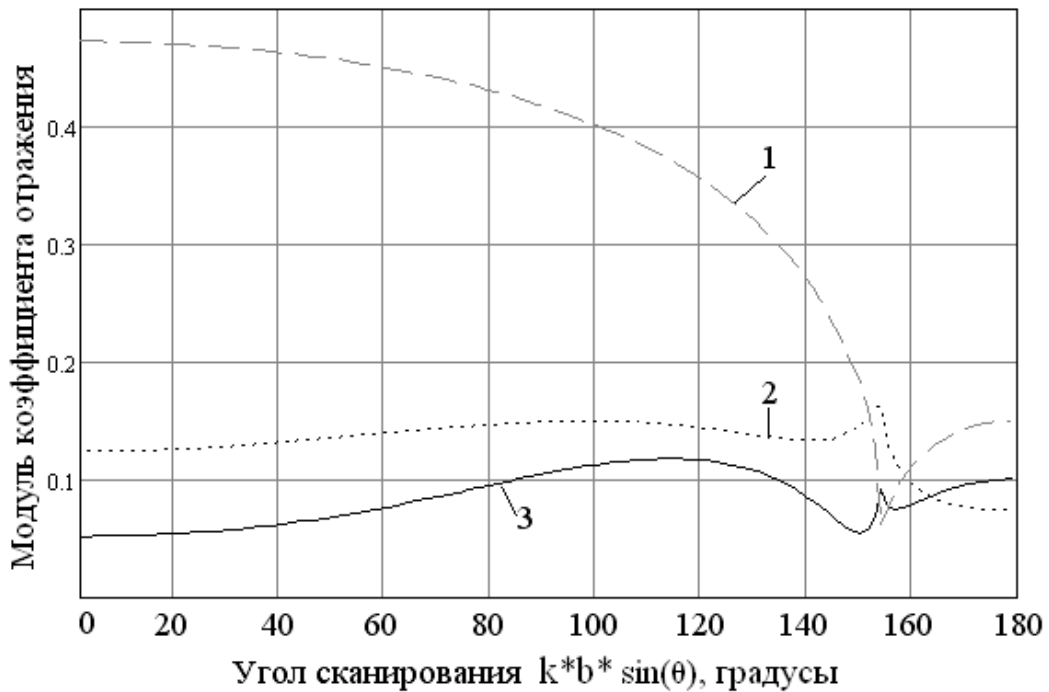


Рис.2.24 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda = 0.5714$, $a = b * 0.937$: 1 – $z_1=0, z_2=0$; 2 – $z_1/\lambda = 0.1$; $z_2/\lambda = 0.25$, $z_{21}/\lambda = 0.65$, $\epsilon_2 = 2.5$; 3 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.25$.

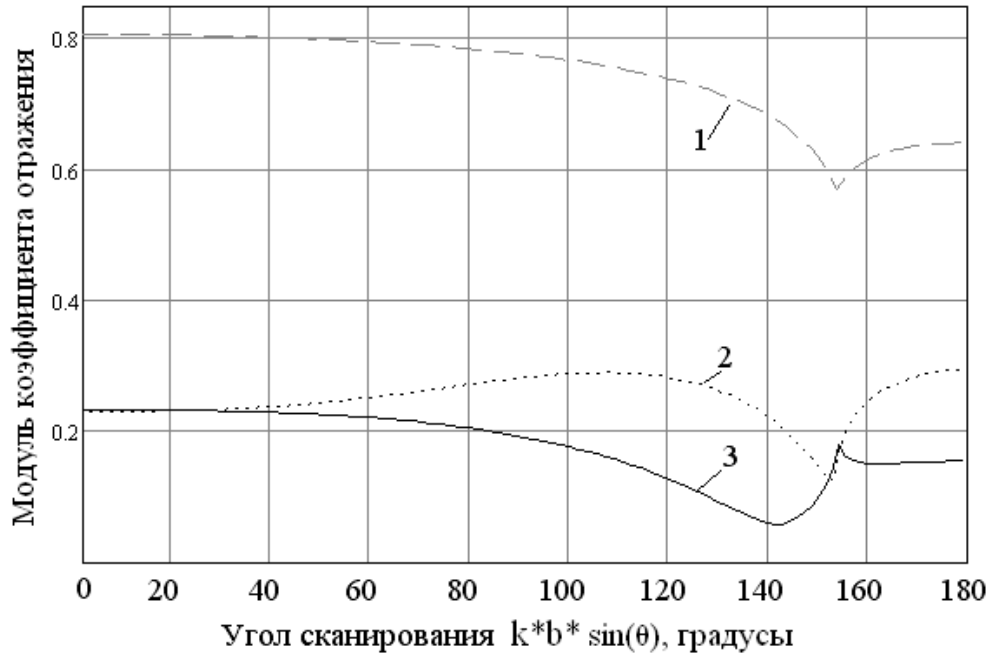


Рис.2.25 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda = 0.5714$, $a=0.88*b$: 1- $z_1=0$, $z_2=0$; 2 - $z_1=0.45\lambda$; $z_2/\lambda = 0.6$; 3 - $z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.45$, $z_{21}/\lambda = 0.55$, $\epsilon_3=1.2$.

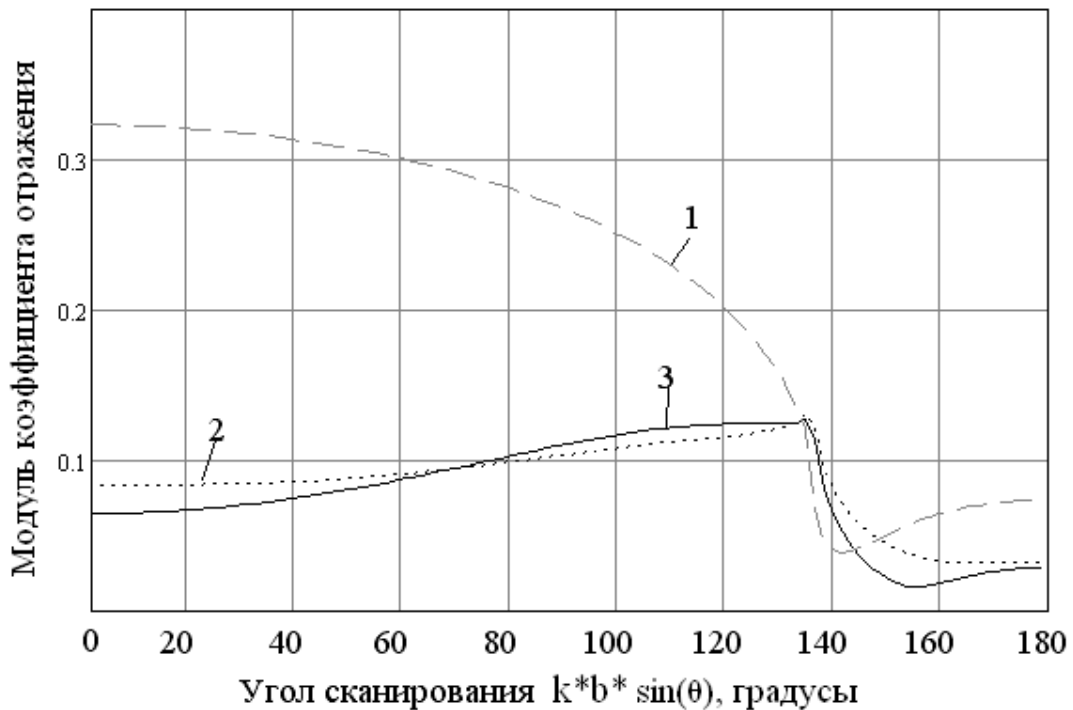


Рис.2.26. Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda = 0.6205$, $a=0.937*b$: 1- $z_1=0$, $z_2=0$; 2 - $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.25$; 3 - $z_1/\lambda = 0.5$, $z_2/\lambda = 0.7$, $\epsilon_4=1.7$

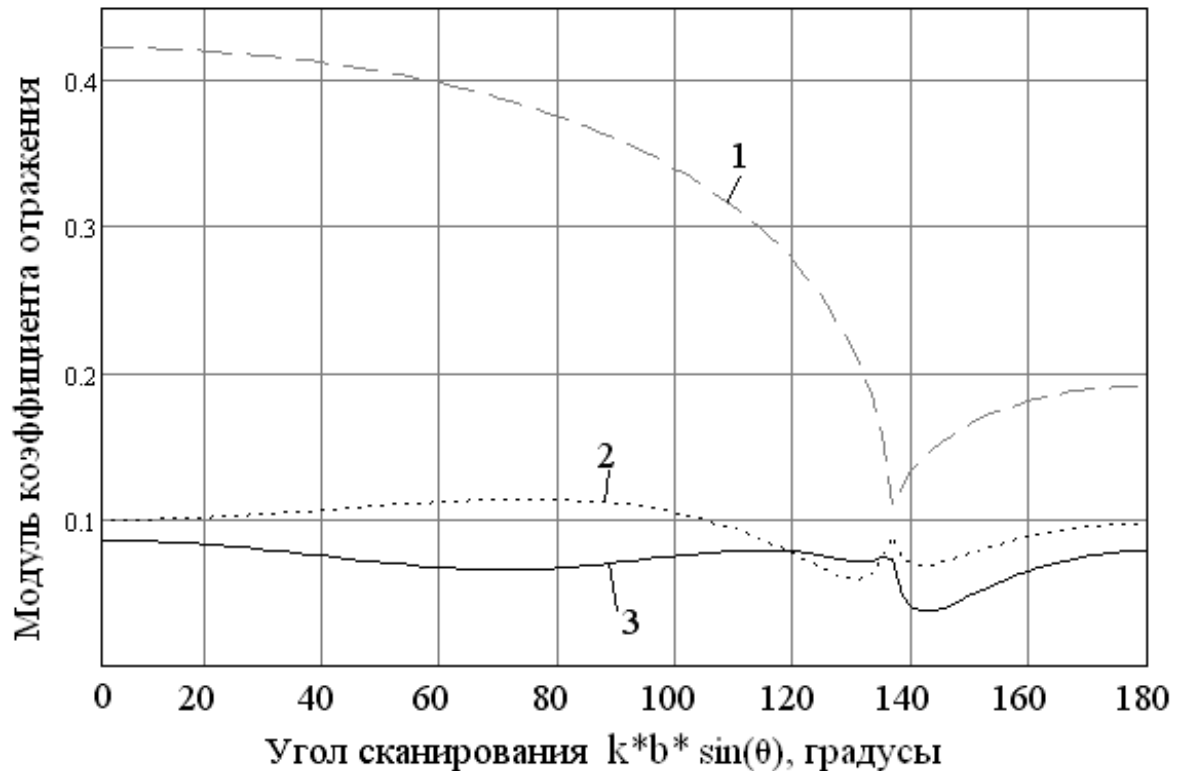


Рис.2.27. Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования для Н-плоскости при $b/\lambda = 0.6205$, $a = 0.88 \cdot b$: 1 – $z_1 = 0$, $z_2 = 0$; 2 – $z_1/\lambda = 0.05$, $z_2/\lambda = 0.25$; 3 – $z_1/\lambda = 0.6$, $z_2/\lambda = 0.85$, $\epsilon_4 = 1.4$.

При $b/\lambda = 0.6205$ и $a = 0.937b/\lambda$ наихудший результат для $\epsilon_3 = 1.2$ ($z_1/\lambda = 0.15$, $z_2/\lambda = 0.25$), а наилучший – для $\epsilon_2 = 2.5$ ($z_1/\lambda = 0.15$, $z_2/\lambda = 0.25$, $z_{21}/\lambda = 0.65$). Как видно из кривых зависимости модуля коэффициента отражения для СПС с/без диэлектрического заполнения различие между ними мало.

Для случая ФАР с толстыми стенками: $b/\lambda = 0.5714$ и $a = 0.88b/\lambda$: наихудший результат для $\epsilon_4 = 1.4$ ($z_1/\lambda = 0.1$, $z_2/\lambda = 0.3$) – модуль коэффициента отражения (R_0) равен 0.6, а для наилучшего варианта: $\epsilon_3 = 1.2$ ($z_1/\lambda = 0.45$, $z_2/\lambda = 0.55\lambda$) – $R_0 = 0.235$. В данном случае СПС с диэлектрическим заполнением и без них по соотношению модулей коэффициентов отражения (с диэлектриком/без диэлектрика) 0.235/0.31, СПС с диэлектрическими заполнением имеет улучшение согласования на 32%.

Для $b/\lambda=0.6205$ и $a=0.88 b/\lambda$ худший результат наблюдается при $\varepsilon_6=1.2$ ($z_1/\lambda=0.1$, $z_2/\lambda=0.2$, $z_{01}/\lambda=0.45$, $z_{02}/\lambda=0.5$), $R_0=0.24$, а наилучший – $\varepsilon_4=1.6$ ($z_1/\lambda=0.6$, $z_2/\lambda=0.85$) $R_0=0.082$. В данном случае СПС с диэлектрическим заполнением и без него по соотношению модулей коэффициентов отражения (с диэлектриком /без диэлектрика) $0.085/0.115$, СПС с диэлектрическими заполнением дает улучшение согласования на 35% .

2.6 ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 2

1. Представлена методика построения функции Грина для плоскостойкого магнитодиэлектрического заполнения в методе пронизывающей области. Предложен подход для получения корректного итогового интегрального уравнения при наличии магнитодиэлектрического заполнения, связанный с правильным определением стороннего источника и представления полей одних областей через другие. Полученные численные результаты совпадают с графической точностью с известными, что свидетельствует о корректности методики построения функции Грина и электродинамического алгоритма в рассматриваемом методе интегрального уравнения.

2. Численное исследование согласования ФАР с внешним пространством показало, что при определенных размера СПС и её расположения, определяемых в результате электродинамического расчета, использование этого согласующего устройства становится эффективным. Для рассмотренных входных параметров ФАР (нормированных на длину волны геометрических размеров) были численно определены параметры СПС, обеспечивающие согласование. В среднем коэффициент отражения при использовании СПС уменьшается в 3-4 раза в диапазоне углов сканирования от 0° до 60° .

3. Диэлектрические включения в СПС целесообразно применять внутри структуры. Уменьшение модуля коэффициента отражения при использовании

СПС и диэлектрического заполнения в сравнении с СПС без заполнения составляет 25-35% для некоторых размеров стенок волноводов.

РАЗДЕЛ 3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРОНИЗЫВАЮЩЕЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

В предыдущих разделах метод пронизывающей области применялся для расчета скалярных электродинамических задач ФАР из плоскопараллельных волноводов. В данном разделе представлено развитие метода пронизывающей области для численного решения дифракционных трехмерных задач. Тестовой задачей была выбрана задача электродинамического расчета плоской бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения.

3.1. Электродинамический расчет бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения, сканирующей в H -плоскости

Рассмотрим плоскую бесконечную ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения (рис.3.1). На рис. 3.1 показана геометрия рассматриваемой ФАР со стороны пространства излучения, а также вид сечений с выделением пронизывающей и частичной области. Элементы решетки возбуждаются волнами H_{10} с одинаковыми единичными амплитудами при $z \rightarrow -\infty$ и линейно изменяющимися фазами. Стенки волноводов считаются идеально проводящими, а среда однородной и изотропной. Ввиду одинаковости полей во всех ячейках бесконечной решетки, отличающихся только фазами, найдем поле в одной ячейке, расположенной в начале координат.

Для решения задачи дифракции электромагнитной волны на бесконечной периодической решетке разобьем всю сложную область определения поля в выбранной ячейке на две области:

I (пронизывающая) область – “волноводный канал” (металлический волновод, продленный в пространство излучения):

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \quad -\frac{c}{2} \leq y \leq \frac{c}{2}; \quad -\infty < z < +\infty$$

II (частичная) область – “канал Флоке” (полупространство над решеткой)

$$-\frac{b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad \frac{-d \cdot \sin(A)}{2} \leq y \leq \frac{d \cdot \sin(A)}{2}; \quad 0 \leq z < +\infty.$$

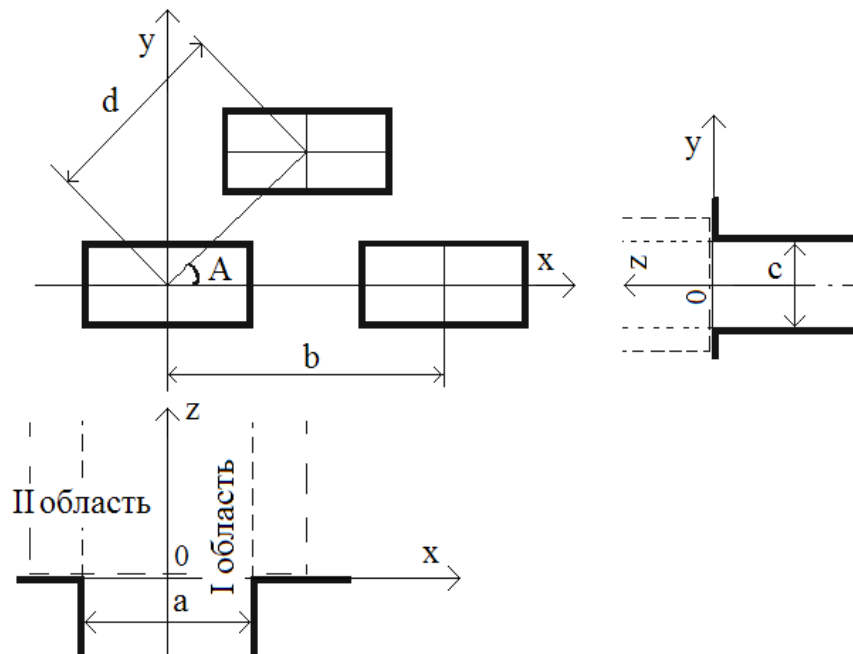


Рис.3.1 Геометрия плоской ФАР с условно выделяемыми пронизывающей и частичной областями

Для данной задачи в случае сканирования в Н-плоскости используем интегральное представление относительно вектора \vec{E} . Это связано с удобством предельного перехода от указанной трёхмерной задачи к соответствующему интегральному представлению двумерной задачи, которое записывается относительно вектора напряженности электрического поля [112].

Запишем интегральное представление для полного поля пронизывающей области на основании интегральной теоремы векторной теории дифракции в виде [111]:

$$\vec{E}^I(r) = \vec{\nabla} \times \int_{s'} \vec{G}^I(r, r') \cdot [\vec{n}' \times E^I(r')] ds', \quad (3.1)$$

где: \vec{n}' - вектор внутренней нормали к s' , $\vec{G}^I(r, r')$ - тензорная функция

Грина, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') = -\vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

и граничным условиям на проводящей поверхности:

$$\vec{n} \times \vec{\nabla} \times \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') = 0; \quad \vec{n} \cdot \vec{G}^I(\vec{r}, \vec{r}') = 0$$

По определению [111] $\vec{G}^I(r, r')$ - потенциальная тензорная функция

Грина второго рода диагонального вида ($\vec{G}^I(r, r') = \vec{G}^I(x, y, z; x', y', z')$):

$$\begin{aligned} \vec{G}^I(x, y, z; x', y', z') = & \vec{x}_0 \vec{x}'_0 G_{xx}(x, y, z; x', y', z') + \vec{y}_0 \vec{y}'_0 G_{yy}(x, y, z; x', y', z') + \\ & + \vec{z}_0 \vec{z}'_0 G_{zz}(x, y, z; x', y', z'). \end{aligned}$$

Диагональные компоненты тензорной функции Грина имеют вид:

$$G_{xx}(x, y, z; x', y', z') = \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \psi_q(x, x') \cdot \varphi_p(y, y') \cdot f_{q,p}(z, z');$$

$$G_{yy}(x, y, z; x', y', z') = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \varphi_q(x, x') \cdot \psi_p(y, y') \cdot f_q(z, z');$$

$$G_{zz}(x, y, z; x', y', z') = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \varphi_q(x, x') \cdot \varphi_p(y, y') f_q(z, z');$$

где:

$$\varphi_q(x, x') = \varphi_q(x) \cdot \varphi_q(x'), \varphi_p(y, y') = \varphi_p(y) \cdot \varphi_p(y'),$$

$$\psi_q(x, x') = \psi_q(x) \cdot \psi_q(x'), \psi_p(y, y') = \psi_p(y) \cdot \psi_p(y');$$

$\psi_q(x), \psi_p(y), \varphi_q(x), \varphi_p(y)$ - ортонормированные поперечные собственные функции волновода, удовлетворяющие условиям Дирихле и Неймана:

$$\psi_q(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \left[\frac{q \cdot \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right],$$

$$\begin{aligned}\psi_p(y) &= \sqrt{\frac{2}{c}} \sin \left[\frac{p \cdot \pi}{c} \left(y + \frac{c}{2} \right) \right], \\ \varphi_q(x) &= \sqrt{\frac{2 - \delta_0}{a}} \cos \left[\frac{q \cdot \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right], \\ \varphi_p(y) &= \sqrt{\frac{2 - \delta_0}{c}} \cos \left[\frac{p \cdot \pi}{c} \left(y + \frac{c}{2} \right) \right].\end{aligned}$$

$f(z, z')$ - одномерная функция Грина, для бесконечного волновода:

$$f(z, z') = \frac{e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot |z - z'|}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}}$$

$\delta_{0,q(p)}$ - символ Кронекера:

$$\delta_{0,q(p)} = \begin{cases} 1, & q(p) = 0; \\ 0, & q(p) \neq 0; \end{cases}$$

$\gamma_{q,p}$ - постоянная распространения волны в волноводе:

$$\gamma_{q,p} = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{p \cdot \pi}{c}\right)^2}, & k^2 > \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c}\right)^2 - \text{распространяющийся тип волны}; \\ -j \sqrt{\left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c}\right)^2 - k^2}, & k^2 \leq \left(\frac{q \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c}\right)^2 - \text{нераспространяющийся тип волны}. \end{cases}$$

Подставляя вектор источника стороннего электромагнитного поля, находящегося в области I и тензорную функцию Грина для пронизывающей области в (3.1) получаем:

$$\vec{E}^I(x, y, z) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z) + \left[\vec{\nabla} \times \int_{s'} \vec{G}^I(x, y, z; x' y' z') \cdot [\vec{n}' \times \vec{E}^I(x', y', z')] ds' \right] \quad (3.2)$$

где: $\vec{E}_{exc}^I(x, y, z) = \psi_1(x) \cdot \varphi_0(y) \cdot e^{-j \cdot \gamma_{1,0} z}$ - вектор напряженности электрического поля источника стороннего электромагнитного поля.

Интегральное представление для полного поля пронизывающей области принимает вид:

$$\vec{E}^I(x, y, z = 0) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z = 0) + \left(\vec{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \times$$

$$\times \left(\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} \vec{G}^I(x, y, z = 0; x', \frac{-c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^I(x', \frac{-c}{2}, z') \right] - \\ - \vec{G}^I(x, y, z = 0; x', \frac{c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^I(x', \frac{c}{2}, z') \right] \end{array} \right\} dz' dx' + \right.$$

$$\left. + \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} \vec{G}^I(x, y, z = 0; \frac{-a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^I(\frac{-a}{2}, y', z') \right] - \\ - \vec{G}^I(x, y, z = 0; \frac{-a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^I(\frac{-a}{2}, y', z') \right] \end{array} \right\} dz' dy' \right) \quad (3.2)$$

Выполняя соответствующие математические операции в (3.2) и учитывая, что в общей области пересечения поля одинаковы, получим:

$$\vec{E}^I(x, y, z) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z) + \vec{x}_0 \left(- \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} E_x^{\parallel}(x', \frac{-c}{2}, z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial x} \\ - E_x^{\parallel}(x', \frac{c}{2}, z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \end{array} \right\} dz' dx' + \right.$$

$$\left. + \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} E_y^{\parallel}(\frac{-a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{\parallel}(\frac{a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial y} - \right. \right.$$

$$\left. - E_z^{\parallel}(\frac{-a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{yz}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{\parallel}(\frac{a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{yz}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' + \right.$$

$$\left. + \vec{y}_0 \left(- \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} E_y^{\parallel}(\frac{-a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{\parallel}(\frac{a}{2}, y', z') \frac{\partial G^I_{zz}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} \end{array} \right\} dz' dy' + \right) \quad (3.3)$$

$$+ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^{\infty} \left\{ E_x^{II} \left(x', -\frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', -\frac{c}{2}, z')}{\partial x} - E_x^{II} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial x} + \right. \\ \left. + E_z^{II} \left(x', -\frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', -\frac{c}{2}, z')}{\partial z} - E_z^{II} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right\} dz' dx'$$

где :

$$\bar{E}^{II}(x, y, z) = \bar{x}_o E_x^{II}(x, y, z) + \bar{y}_o E_y^{II}(x, y, z) + \bar{z}_o E_z^{II}(x, y, z),$$

$$\left. \begin{matrix} E_x^{II}(x, y, z) \\ E_y^{II}(x, y, z) \\ E_z^{II}(x, y, z) \end{matrix} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} T2X_{m,n} \\ T2Y_{m,n} \\ T2Z_{m,n} \end{pmatrix} \cdot \phi_{m,n}(x, y) e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z}, \quad (3.4)$$

$$\phi_{m,n}(x, y) = \phi_m(x) \cdot \phi_{m,n}(y),$$

$$\phi_m(x) = \sqrt{\frac{1}{b}} \cdot e^{-j \cdot \alpha_m \cdot x} \quad \phi_{m,n}(y) = \sqrt{\frac{1}{d \cdot \sin(A)}} \cdot e^{-j \cdot \alpha_{m,n} \cdot y},$$

$$\alpha_m = k \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) + \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{c},$$

$$\alpha_{m,n} = k \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{d \cdot \sin(A)} - \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{b \cdot \operatorname{tg}(A)},$$

$$\Gamma_{m,n} = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \alpha_{m,n}^2}, & k^2 > \alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2; \\ -j \sqrt{\alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2 - k^2}, & k^2 \leq \alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2, \end{cases}$$

где: $T2X_{m,n}, T2Y_{m,n}, T2Z_{m,n}$ - неизвестные комплексные амплитудные коэффициенты, $\phi_m(x), \phi_{m,n}(y)$ - ортонормированные поперечные собственные функции “канала Флоке”, $\Gamma_{m,n}$ - постоянная распространения в “ канале Флоке”.

Принимая во внимание, что операция дивергенции по области, не содержащей источник поля, равна нулю, можно исключить z – компоненту $T2Z_{m,n}$, выразив её через $T2X_{m,n}$ и $T2Y_{m,n}$.

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E}^{\text{II}}(x, y, z) &= 0 \\ \frac{\partial E_x^{\text{II}}(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial E_y^{\text{II}}(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial E_z^{\text{II}}(x, y, z)}{\partial z} &= 0 \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T2X_{m,n} \frac{d\phi_m(x)}{dx} \phi_{m,n}(x) \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z} + T2Y_{m,n} \cdot \phi_m(x) \\ \left. \frac{d\phi_{m,n}(y)}{dy} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z} + T2Z_{m,n} \cdot \phi_{m,n}(x, y) \frac{de^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z}}{dz} \right\} &= 0 \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -T2X_{m,n} j \cdot \alpha_m \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z} - T2Y_{m,n} j \cdot \alpha_{m,n} \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z} - \\ - T2Z_{m,n} j \cdot \Gamma_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} z} \phi_{m,n}(x, y) &= 0 \end{aligned}$$

Окончательно, получим:

$$T2Z_{m,n} = \frac{-1}{\Gamma_{m,n}} T2X_{m,n} \alpha_m + T2Y_{m,n} \alpha_{m,n} \quad (3.5)$$

Применяя граничное условие равенства тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического поля $\vec{E}^{\text{I}}(x, y, z=0) = \vec{E}^{\text{II}}(x, y, z=0)$ в указанной плоскости, получим интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно напряженности электрического поля области II. После подстановки (3.4, 3.5) в (3.3) и использования процедуры Галёркина (умножения полученных двух подсистем на комплексно-сопряжённые

функции $\phi_{mv}^*(x), \phi_{mv,nv}^*(y)$, и интегрирования: $\int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} \dots dx, \int_{\frac{-d \cdot \sin(A)}{2}}^{\frac{d \cdot \sin(A)}{2}} \dots dy$) переходим к

системе линейных алгебраических уравнений, решаемых методом редукции.

Проекция векторного уравнения на ось x имеет вид:

$$\sum_m \sum_n \left(T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B_{m,q} \cdot C_{m,n,p} \cdot R1_p - D_{m,q} F_{m,n,p} G_{m,n,q,p} \right. \right. \\ \left. \left. A_{m,n,q,p} K_{mv,q} L_{mv,nv,p} \right] - \delta_{m,mv} \cdot \delta_{n,nv} + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E_{m,n,p} \cdot \right. \right. \\ \left. \left. R1_p - F_{m,n,p} H_{m,n,q,p} A_{m,n,q,p} C_{m,q} K_{m,mv} L_{p,mv,nv} \right] \right) = 0$$

Проекция векторного уравнения на ось u имеет вид:

$$\sum_m \sum_n \left(T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B_{m,q} \cdot R2_q - G_{m,n,q,p} \cdot M_{m,q} A_{m,n,q,p} C_{m,n,p} \right. \right. \\ \left. \left. P_{q,mv} Q_{q,mv,nv} \right] + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p D_{m,q} E_{m,n,p} \cdot R2_q - H_{m,n,q,p} \right. \right. \\ \left. \left. F_{m,n,p} M_{m,q} A_{m,n,q,p} P_{mv,q} Q_{mv,nv,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} \right) = -P_{mv,1} Q_{mv,nv,0}$$

где:

$$A_{m,n,q,p} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \quad B_{m,q} = \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \varphi_q(x) dx;$$

$$C_{m,n,p} = \frac{p \cdot \pi}{c} \left[\phi_{m,n} \left(\frac{-c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{-c}{2} \right) - \phi_{m,n} \left(\frac{-c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{-c}{2} \right) \right];$$

$$D_{m,q} = \left[\phi_m \left(\frac{-a}{2} \right) \cdot \varphi_q \left(\frac{-a}{2} \right) - \phi_m \left(\frac{-a}{2} \right) \cdot \varphi_q \left(\frac{-a}{2} \right) \right];$$

$$E_{m,n,p} = \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \varphi_p(y) dy; \quad F_{m,n,p} = \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \psi_p(y) dy;$$

$$G_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \mathfrak{A}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}}; \quad H_{m,q,n,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \mathfrak{A}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}};$$

$$\begin{aligned}
K_{mv,q} &= \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \varphi_q(x) dx ; & L_{mv,nv,p} &= \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \psi_p(y) dy ; \\
M_{m,q} &= \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \psi_q(x) dx ; & P_{mv,q} &= \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_q(x) dx \\
Q_{mv,nv,p} &= \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_p(y) dy ; & R1_p &= \frac{p \cdot \pi}{c} ; & R2_q &= \frac{q \cdot \pi}{a} .
\end{aligned}$$

После решения СЛАУ, т.е. определения неизвестных амплитудных коэффициентов $T2X_{m,n}$, $T2Y_{m,n}$, и использования равенства тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического поля на границе раздела областей $\text{при } z=0$, находим неизвестное поле для области I в виде ряда Фурье с неизвестными комплексными коэффициентами $RY_{1,0}$:

$$\sum_q \sum_p R1Y_{q,p} \psi_q(x) \varphi_p(y) + \psi_1(x) \varphi_0(y) = \sum_m \sum_n T2Y_{m,n} \phi_{m,n}(x, y) \quad (3.6)$$

Левую и правую части (3.6) скалярно умножаем на комплексно-сопряжённые

функции $\psi_{qv}(x) \cdot \varphi_{pv}(y)$ и интегрируем: $\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \dots dx \cdot \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \dots dy$. Поскольку

коэффициент отражения определяется для волны H_{10} , то индексы принимают следующие значения $q = qv = 1$, $p = pv = 0$, и получаем выражение для вычисления коэффициента отражения $RY_{1,0}$:

$$RY_{1,0} = \sum_m \sum_n T2Y_{m,n} \cdot E_{m,n,0} M_{q,1} - 1.$$

3.2 Численные результаты

Полученные методом пронизывающей области численные результаты для решетки с геометрическими размерами(в сантиметрах): $a=3.5$, $c=1.15$, $b=5$, $d*\sin(A)=1.45$, $d*\cos(A)=2.5$; частотой стороннего поля 5,65 ГГц представлены в таблице 3.1.В таблице кроме МПО приведены результаты расчета, полученные в известных работах на основе двух алгоритмов (и использования различных базисных функций) [20] и метода частичных пересекающихся областей [103].

В работе [20] приведены результаты исследования ФАР на частотах возбуждения 5.4 ГГц и 5.9 ГГц. В таблицах № 3.2- 3.4 представлены результаты исследования численной сходимости решения для коэффициента отражения R_{10} на частотах: 5.65, 5.4 и 5.9 ГГц при возрастании порядка усечения системы алгебраических уравнений. При расчете учитывались 3 волноводных моды (H_{10} , H_{20} , H_{30}) и 1891 пространственных гармоник «Флоке». Учет большего количества мод вдоль оси $x=4,5,6$ и оси $y=1,2,3$ не изменял третий знак после запятой.

Таблица 3.1

Результаты численного расчета приведенные в [36]

Угол сканирования θ , градусы		0	20	40	60
B.Diamond	$ R $	0,185	0,27	0,478	0,702
	$\arg(R)$,градусы	7,19	-6,49	-23,67	-33,98
Lee or sincos	$ R $	0,184	0,269	0,481	0,707
	$\arg(R)$,градусы	9,63	-6,16	-24,27	-35,11
Cheby	$ R $	0,175	0,263	0,484	0,714
	$\arg(R)$,градусы	13,21	-4,53	-24,36	-34,97
МЧПО	$ R $	0,175	0,257	0,468	0,694
	$\arg(R)$,градусы	10,55	-6,72	-26,44	-37,06
МПО	$ R $	0,168	0,250	0,460	0,686
	$\arg(R)$,градусы	10.63	-6,95	-26,80	-37,45

Таблица 3.2 Сходимость численного результата для частоты 5.65 ГГц

		$\Theta=0^\circ$		$\Theta=40^\circ$	
		$\Theta=0^\circ$		$\Theta=40^\circ$	
m	n	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы
5	3	0.020	70.34	0.282	-39.46
9	5	0.092	17.27	0.363	-32.497
13	7	0.120	13.47	0.395	-29.970
17	9	0.133	12.74	0.414	-28.942
21	11	0.140	12.40	0.426	-28.330
25	13	0.148	11.95	0.435	-27.936
29	15	0.153	11.59	0.441	-27.715
33	17	0.157	11.34	0.445	-27.526
37	19	0.160	11.23	0.449	-27.372
41	21	0.162	11.15	0.452	-27.248
45	23	0.164	11.04	0.454	-27.152
49	25	0.166	10.93	0.457	-27.085
53	27	0.167	10.85	0.458	-27.020
57	29	0.168	10.81	0.460	-26.961
61	31	0.168	10.77	0.460	-26.909
		$\Theta=20^\circ$		$\Theta=60^\circ$	
m	n	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы
5	3	0.084	-21.970	0.485	-46.798
9	5	0.165	-10.899	0.571	-42.080
13	7	0.195	-9.110	0.607	-40.030
17	9	0.210	-8.330	0.630	-39.160
21	11	0.220	-7.874	0.647	-38.670
25	13	0.227	-7.628	0.657	-38.360
29	15	0.233	-7.486	0.663	-38.187
33	17	0.237	-7.378	0.668	-38.030
37	19	0.240	-7.282	0.673	-37.906
41	21	0.243	-7.204	0.677	-37.804
45	23	0.245	-7.150	0.680	-37.727
49	25	0.247	-7.112	0.682	-37.676
53	27	0.249	-7.076	0.684	-37.624
57	29	0.250	-7.041	0.686	-37.573
61	31	0.250	-7.011	0.686	-37.531

Таблица 3.3 Сходимость численного результата для частоты 5.4 ГГц

m	n	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, градусы	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, градусы
5	3	0.043	119.60	0.236	-35.31
9	5	0.074	40.61	0.317	-27.58
13	7	0.097	30.62	0.348	-24.94
17	9	0.109	28.11	0.366	-23.91
21	11	0.116	26.88	0.378	-23.30
25	13	0.122	25.71	0.386	-22.91
29	15	0.127	24.78	0.392	-22.70
33	17	0.131	24.16	0.397	-22.51
37	19	0.133	23.85	0.400	-22.36
41	21	0.135	23.62	0.403	-22.24
45	23	0.137	23.34	0.406	-22.15
49	25	0.139	23.07	0.408	-22.09
53	27	0.140	22.87	0.410	-22.02
57	29	0.141	22.76	0.411	-21.97
61	31	0.141	22.66	0.411	-21.92
		$\Theta=20^\circ$		$\Theta=60^\circ$	
m	n	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, градусы	$ R_{10} $	$\arg(R_{10})$, градусы
5	3	0.047	-7.48	0.445	-42.48
9	5	0.128	-0.736	0.532	-37.56
13	7	0.158	-0.7	0.568	-35.40
17	9	0.172	0.63	0.591	-34.52
21	11	0.181	0.53	0.607	-34.04
25	13	0.188	0.58	0.616	-33.72
29	15	0.194	0.57	0.623	-33.55
33	17	0.198	0.57	0.628	-33.40
37	19	0.201	0.60	0.632	-33.27
41	21	0.204	0.63	0.636	-33.18
45	23	0.206	0.63	0.639	-33.10
49	25	0.208	0.62	0.641	-33.05
53	27	0.209	0.62	0.643	-33.00
57	29	0.210	0.63	0.645	-32.95
61	31	0.210	0.64	0.645	-32.91

Таблица 3.4 Сходимость численного результата для частоты 5.9 ГГц

		$\Theta=0^\circ$		$\Theta=40^\circ$	
m	n	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы
5	3	0.029	6.53	0.324	-43.48
9	5	0.112	3.80	0.405	-37.07
13	7	0.142	2.91	0.437	-34.64
17	9	0.155	3.00	0.456	-33.61
21	11	0.163	3.09	0.469	-32.99
25	13	0.170	3.00	0.478	-32.59
29	15	0.176	2.93	0.484	-32.37
33	17	0.181	2.87	0.488	-32.18
37	19	0.183	2.86	0.492	-32.03
41	21	0.185	2.87	0.496	-31.90
45	23	0.187	2.84	0.498	-31.80
49	25	0.189	2.82	0.500	-31.73
53	27	0.191	2.79	0.502	-31.67
57	29	0.192	2.79	0.504	-31.60
61	31	0.192	2.79	0.504	-31.55
		$\Theta=20^\circ$		$\Theta=60^\circ$	
m	n	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы	$ R_{10} $	arg(R_{10}), градусы
5	3	0.117	-29.00	0.521	-51.32
9	5	0.198	-17.86	0.606	-46.72
13	7	0.228	-15.64	0.643	-44.77
17	9	0.244	-14.68	0.666	-43.89
21	11	0.253	-14.12	0.683	-43.39
25	13	0.261	-13.77	0.693	-43.08
29	15	0.267	-13.56	0.699	-42.91
33	17	0.271	-13.40	0.704	-42.76
37	19	0.274	-13.27	0.709	-42.63
41	21	0.277	-13.16	0.712	-42.52
45	23	0.279	-13.08	0.715	-42.45
49	25	0.281	-13.02	0.718	-42.40
53	27	0.283	-12.96	0.720	-42.34
57	29	0.284	-12.92	0.722	-42.29
61	31	0.284	-12.87	0.722	-42.25

3.3 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 3

1. Впервые методом интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области решена трехмерная задача дифракции. Была рассмотрена задача дифракции электромагнитной волны на плоской бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения и построен электродинамический алгоритм.

2. Проведено исследование численной сходимости решения и оптимизация численного алгоритма. Сравнение полученных результатов показало удовлетворительное совпадение с известными работами [20, 103], что подтверждает корректность разработанного электродинамического алгоритма, который может быть использован для анализа плоской волноводной ФАР с плоскостойким диэлектрическим заполнением.

РАЗДЕЛ 4

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛОСКОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ

В данном разделе рассматривается задача дифракции электромагнитной волны на плоской ФАР из прямоугольных волноводов с диэлектрическими слоями покрытия, которая сканирует в H -плоскости. Для решения трехмерной задачи применяется метод пронизывающей области, в котором учитывается диэлектрический слой над апертурой. Эта трехмерная задача имеет свои особенности при составлении интегрального уравнения по сравнению с аналогичной задачей без диэлектрического заполнения, а также отличия в пересчете нормальных составляющих векторов напряженностей электрического поля в диэлектрических слоях через аналогичные тангенциальные составляющие внешнего пространства излучения.

4.1 Электродинамический алгоритм расчета бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов, сканирующей в H -плоскости, при наличии диэлектрических слоев

На рис.4.1 представлена геометрия бесконечной плоской волноводной ФАР с диэлектрическими слоями покрытия. Разобьем всю сложную область определения поля в выбранной ячейке на две области как в 3 разделе, но с учетом диэлектрического заполнения: I область – регулярный волновод с диэлектрическим заполнением (ϵ_1 - ϵ_4), II (частичная) область – “канал Флоке”, внешнее пространство излучения, заполненное диэлектриками ($\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4=1$).

Используя подход, описанный в разделе 3 получим интегральное представление для определения полного поля пронизывающей области. Для учета диэлектрического заполнения (нахождения функции Грина, стороннего источника поля) воспользуемся подходом, представленным в разделе 2.

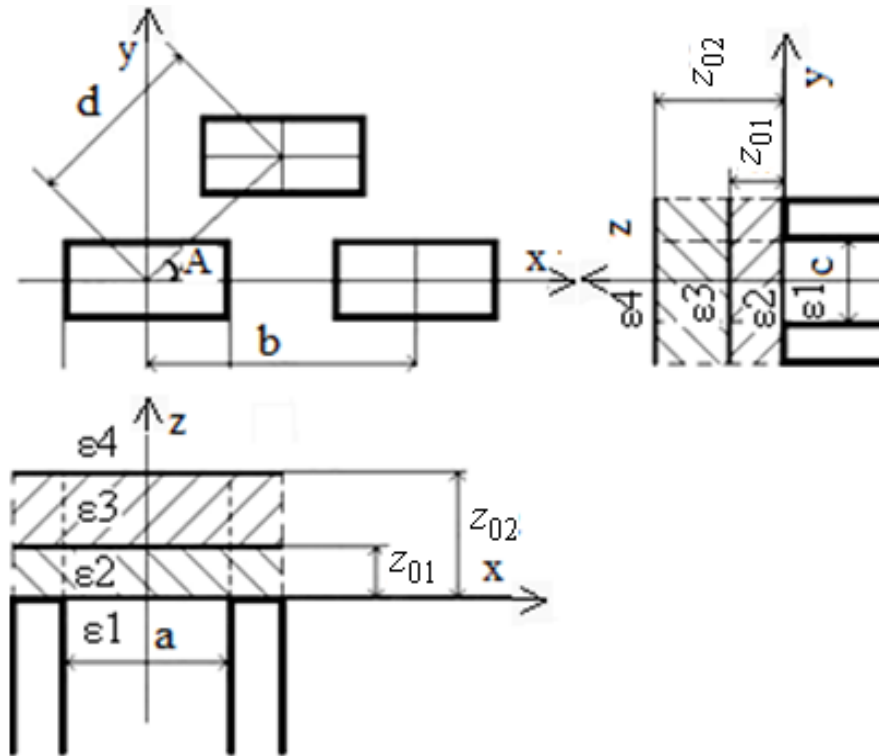


Рис.4.1 Геометрия плоской волноводной ФАР из прямоугольных волноводов с диэлектрическими слоями покрытия

Учитывая равенство полей в общей области пересечения, приравниваем в подынтегральных выражениях вектор напряженности электрического поля пронизывающей области $\vec{E}^{I(n)}(x', y', z')$ и вектора напряженности электрического поля частных областей $\vec{E}^{II(2)}(x', y', z')$, $\vec{E}^{II(3)}(x', y', z')$, $\vec{E}^{II(4)}(x', y', z')$. После проведения математических операций внутри подынтегральных выражений получим уравнение:

$$\vec{E}^I(x, y, z) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z) + \vec{x}_0 \left(- \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^{z_{01}} \left\{ E_x^{II(2)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - \right. \right. \\ \left. \left. E_x^{II(2)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \right\} dz' dx' + \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^{z_{01}} \left\{ E_y^{II(2)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& E_y^{II(2)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} + E_z^{II(2)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{YY}^{I(2)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{II(2)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \\
& \left. \frac{\partial G_{YY}^{I(2)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' - \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{z_{01}}^{z_{02}} \left\{ E_x^{II(3)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - E_x^{II(3)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \right\} dz' dx' + \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{z_{01}}^{z_{02}} \left\{ E_y^{II(3)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{II(3)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} + E_z^{II(3)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{YY}^{I(3)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{II(3)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{YY}^{I(3)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' - \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{z_{02}}^{\infty} \left\{ E_x^{II(4)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - E_x^{II(4)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \right\} dz' dx' + \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{z_{02}}^{\infty} \left\{ E_y^{II(4)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{II(4)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} + E_z^{II(4)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{YY}^{I(4)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{II(4)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{YY}^{I(4)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' \Bigg) + \vec{y}_0 \left(\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^{z_{01}} \left\{ E_x^{II(2)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - \right. \right. \\
& \left. \left. - E_x^{II(2)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} + E_z^{II(2)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{XX}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} - E_z^{II(2)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \right. \right.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{\partial G_{XX}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right\} dz' dx' - \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^{z_{01}} \left\{ E_y^{II(2)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{II(2)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \right. \\
& \left. \frac{\partial G_{XX}^{I(2)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' - \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{z_{01}}^{z_{02}} \left\{ E_x^{II(3)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(2)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - \right. \\
& \left. - E_x^{II(3)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y'} + E_z^{II(3)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{XX}^{I(3)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} - \right. \\
& \left. - E_z^{II(3)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{XX}^{I(3)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right\} dz' dx' - \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{z_{01}}^{z_{02}} \left\{ E_y^{II(3)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - \right. \\
& \left. - E_y^{II(3)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(3)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} \right\} dz' dy' + \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{z_{02}}^{\infty} \left\{ E_x^{II(4)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - \right. \\
& \left. E_x^{II(4)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} + E_z^{II(4)}\left(x', \frac{-c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{XX}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} - \right. \\
& \left. E_z^{II(4)}\left(x', \frac{c}{2}, z'\right) \frac{\partial G_{XX}^{I(4)}(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right\} dz' dx' - \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{z_{02}}^{\infty} \left\{ E_y^{II(4)}\left(\frac{-a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - \right. \\
& \left. - E_y^{II(4)}\left(\frac{a}{2}, y', z'\right) \frac{\partial G_{ZZ}^{I(4)}(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} \right\} dz' dy' \Bigg)
\end{aligned}$$

где: $\bar{E}^{II(2,3,4)}(x, y, z) = \bar{x}_o E_x^{II(2,3,4)}(x, y, z) + \bar{y}_o E_y^{II(2,3,4)}(x, y, z) + \bar{z}_o E_z^{II(2,3,4)}(x, y, z)$ —

вектора напряженности электрического поля в диэлектрических слоях ($\varepsilon_2, \varepsilon_3$) и внешнего пространства (ε_4).

$$E_{x(y,z)}^{II(2)}(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(T2X(Y, Z)_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot (z-z_{01})} + R2(Y, Z)_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot (z-z_{01})} \right) \cdot \phi_{m,n}(x, y)$$

$$E_{x(y,z)}^{II(3)}(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T3X(Y, Z)_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z-z_{02})} + R3(Y, Z)_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z-z_{02})} \cdot \phi_{m,n}(x, y)$$

$$E_{x(y,z)}^{II(4)}(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T4X(Y, Z)_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[4]} \cdot (z-z_{02})} \cdot \phi_{m,n}(x, y),$$

$\Gamma_{m,n}^{[n]}$ - постоянная распространения в соответствующей подобласти где:

«канала Флоке» с учетом диэлектрических слоев:

$$\Gamma_{m,n}^{[n]} = \begin{cases} \sqrt{k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} - \alpha_m^2 - \alpha_{m,n}^2}, & k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} \geq \alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2 \quad ; \\ j \sqrt{\alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2 - k^2 \varepsilon^{[n]}} & , k^2 \cdot \varepsilon^{[n]} < \alpha_m^2 + \alpha_{m,n}^2. \end{cases}$$

Уменьшим количество неизвестных амплитудных комплексных коэффициентов выразим $\bar{E}^{II(2,3)}(x, y, z)$ через $\bar{E}^{II(4)}(x, y, z)$ на основе похода описанного в разделе 3.1.

$$\begin{aligned} R3X(Y)_{m,n} &= 0.5 \cdot T4X(Y)_{m,n} \left\{ 1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right\}; \\ T3X(Y)_{m,n} &= 0.5 \cdot T4X(Y)_{m,n} \left\{ 1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right\}; \\ R2X(Y)_{m,n} &= 0.25 \cdot T4X(Y)_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01}-z_{02})} \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \\ &\left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01}-z_{02})} \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \left. \right\} \quad ; \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$T2X(Y)_{m,n} = 0.25 \cdot T4X(Y)_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \left. \right\}.$$

Неизвестные амплитудные комплексные коэффициенты $T4Z_{m,n}, T3Z_{m,n}, R3Z_{m,n}, T2Z_{m,n}, R2Z_{m,n}$, выражаем через неизвестные амплитудные комплексные коэффициенты внешнего пространства $T4X_{m,n}, T4Y_{m,n}$. Сшиваем $\bar{E}^{II(4)}(x, y, z)$ и $\bar{E}^{II(3)}(x, y, z)$ на $z=z_{02}$:

$$T4Z_{m,n} = \frac{-1}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} ;$$

$$T3Z_{m,n} = \frac{1}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} R3X_{m,n} \alpha_m + R3Y_{m,n} \alpha_{m,n} - \frac{1}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} T3X_{m,n} \alpha_m + T3Y_{m,n} \alpha_{m,n} ;$$

$$\frac{\alpha_m}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} R4X_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[4]} (z - z_{02})} = \frac{\alpha_m}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} T3X_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z - z_{02})} - R3X_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z - z_{02})} ;$$

$$\frac{\alpha_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} T4Y_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[4]} (z - z_{02})} = \frac{\alpha_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} T3Y_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z - z_{02})} - R3Y_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z - z_{02})} .$$

Таким образом $T4Z_{m,n}, T3Z_{m,n}, R3Z_{m,n}$ с учетом диэлектрического заполнения имеет следующий вид:

$$T4Z_{m,n} = \frac{-1}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} ;$$

$$R3Z_{m,n} = \frac{-0.5}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} \left\{ 1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right\}; \quad (4.3)$$

$$T3Z_{m,n} = \frac{0.5}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} \left\{ 1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right\}.$$

Далее приравниваем $\bar{E}^{II(2)}(x, y, z)$ и $\bar{E}^{II(3)}(x, y, z)$ на $z=z_{01}$:

$$\begin{aligned}
R2Z_{m,n} &= \frac{-0.25}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \\
&\left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \Bigg\}; \\
T2Z_{m,n} &= \frac{0.25}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} T4X_{m,n} \alpha_m + T4Y_{m,n} \alpha_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \\
&\left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} (z_{01} - z_{02})} \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \Bigg\};
\end{aligned} \tag{4.4}$$

В “истокообразном” представлении функции Грина, описанном в 3 разделе, для данной задачи отличается продольная компонента $f_{q,p}^{[n]}(z, z')$, которая строится для пронизывающей области с учетом диэлектрического заполнения. При этом необходимо выполнить операцию дифференцирования этой функции по координате z до составления интегрального уравнения:

$$f_{q,p}^{[n]}(z, z') = \begin{cases} k_{Ir} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} z} + \frac{e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} z' - z}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]}}, & z \in -\infty; 0, n = 1 \\ k_{IIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} (z - z_{01})} + k_{IIIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} (z - z_{01})}, & z \in 0; z_{01}, n = 2 \\ k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} (z - z_{02})} + k_{IVr} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} (z - z_{02})}, & z \in z_{01}; z_{02}, n = 3 \\ k_{IVr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[n]} (z - z_{02})}, & z \in z_{02}; +\infty, n = 4 \end{cases} \tag{4.5}$$

где: $\gamma_{q,p}^{[n]}$ – постоянная распространения в соответствующей подобласти регулярного волновода:

$$\gamma_{q,p}^{[n]} = \begin{cases} \sqrt{k^2 \varepsilon^{[n]} - \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{p \cdot \pi}{c} \right)^2}; & k^2 \varepsilon^{[n]} \geq \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c} \right)^2; \\ -j \sqrt{\left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c} \right)^2 - k^2 \varepsilon^{[n]}}; & k^2 \varepsilon^{[n]} < \left(\frac{q \cdot \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{p \cdot \pi}{c} \right)^2. \end{cases}$$

Представление для стороннего источника в зависимости от координаты z :

$$\vec{E}_{exc}^{I n}(z) = \begin{cases} e^{-j\gamma_{1,0}^{[n]} z} + h_{0r} \cdot e^{j\gamma_{1,0}^{[n]} z}, & z \in -\infty; 0, n=1 \\ h_{I_t} \cdot e^{-j\gamma_{1,0}^{[n]} \cdot (z-z_{01})} + h_{I_r} \cdot e^{j\gamma_{1,0}^{[n]} \cdot (z-z_{01})}, & z \in 0; z_{01}, n=2 \\ h_{II_t} \cdot e^{-j\gamma_{1,0}^{[n]} \cdot (z-z_{02})} + h_{II_r} \cdot e^{j\gamma_{1,0}^{[n]} \cdot (z-z_{02})}, & z \in z_{01}; z_{02}, n=3 \\ h_{III_t} \cdot e^{-j\gamma_{1,0}^{[n]} \cdot (z-z_{02})}, & z \in [z_{02}; +\infty), n=4 \end{cases} \quad (4.6)$$

Применяя граничное условие для тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического поля $\vec{E}^I(x, y, z=0) = \vec{E}^{II}(x, y, z=0)$ в указанной плоскости, получим векторное интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно векторов напряженности электрического поля области II. После подстановки (4.2–4.6) в (4.1) и использования процедуры Галеркина к интегральному уравнению, получим СЛАУ:

Проекция на ось x имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_m \sum_n T5X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p A_{mv,nv,q,p} B_{m,n,q,p} C_{m,n,q,p} - D1_{m,n,q,p} + C_{m,n,q,p} \right. \\ & E1_{m,n,q,p} - D2_{m,n,q,p} E2_{m,n,q,p} + C_{m,n,q,p} F1_{m,n,q,p} - D2_{m,n,q,p} F2_{m,n,q,p} + \\ & + C_{m,n,q,p} H1_{m,n,q,p} - D3_{m,n,q,p} H2_{m,n,q,p} + C_{m,n,q,p} K1_{m,n,q,p} - D3_{m,n,q,p} \\ & K2_{m,n,q,p} \left. \right\} \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} Z_{m,n} \left. \right] + \sum_m \sum_n T5Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p A_{mv,nv,q,p} L_{m,q} \left. \right\} \right. \\ & \left. \left\{ G_{m,n,p} - X1_{m,n,q,p} \right\} \left\{ G_{m,n,p} E1_{m,n,q,p} + X2_{m,n,q,p} E2_{m,n,q,p} \right\} \left\{ G_{m,n,p} \right. \right. \\ & \left. \left. F1_{m,n,q,p} + X2_{m,n,q,p} F2_{m,n,q,p} \right\} \left\{ G_{m,n,p} H1_{m,n,q,p} + X3_{m,n,q,p} H2_{m,n,q,p} \right\} \right. \\ & \left. + \left\{ G_{m,n,p} K1_{m,n,q,p} + X3_{m,n,q,p} K2_{m,n,q,p} \right\} \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$D3_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \alpha_m}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \psi_p(y') \cdot \phi_{m,n}(y') dy' \cdot \left[\phi_m\left(\frac{-a}{2}\right) \phi_q\left(\frac{-a}{2}\right) - \phi_m\left(\frac{a}{2}\right) \phi_q\left(\frac{a}{2}\right) \right]$$

$$E1_{m,n,q,p} = \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \right) \cdot 0.25 \cdot e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(k_{III} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} + \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' + k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' \right)$$

$$E2_{m,n,q,p} = \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \right) \cdot 0.25 \cdot e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(k_{III} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} + \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' - k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' \right)$$

$$F1_{m,n,q,p} = \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \right) \cdot 0.25 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(k_{III} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' + k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' \right)$$

$$F2_{m,n,q,p} = \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[2]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \right) \cdot 0.25 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(k_{III} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' - k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \int_0^{z_{01}} e^{-j \cdot \left(\Gamma_{m,n}^{[2]} - \gamma_{q,p}^{[2]} \right) \cdot z'} dz' \right)$$

$$G_{m,n,p} = \frac{p \cdot \pi}{c} \int_{c/2}^{c/2} \varphi_p(y') \cdot \phi_{m,n}(y') dy'$$

$$H1_{m,n,q,p} = 0.5 \cdot e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \left(k_{III} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{-\Gamma_{m,n}^{[3]} + \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' + k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} - \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' \right) \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right)$$

$$H2_{m,n,q,p} = 0.5 \cdot e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot z_{02}} \left(k_{IIIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{-\Gamma_{m,n}^{[3]} + \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' + \right. \\ \left. + k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} - \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right)$$

$$K1_{m,n,q,p} = 0.5 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \left(k_{IIIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} - \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' + \right. \\ \left. + k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} + \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right)$$

$$K2_{m,n,q,p} = 0.5 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \left(k_{IIIr} \cdot e^{j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} - \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' - \right. \\ \left. - k_{IIIr} \cdot e^{-j \cdot \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z_{02}} \cdot \int_{z_{01}}^{z_{02}} e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} + \gamma_{q,p}^{[3]} \cdot z'} dz' \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \right)$$

$$L_{m,q} = \left[\phi_m \left(\frac{-a}{2} \right) \varphi_q \left(\frac{-a}{2} \right) - \phi_m \left(\frac{a}{2} \right) \varphi_q \left(\frac{a}{2} \right) \right]; \quad M_{m,n,1,0} = 2 \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_1(x') \cdot \phi_{mv}(x') dx' \\ \cdot \int_{c/2}^{c/2} \varphi_0(y') \cdot \phi_{m,n}(y') dy' \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \right)$$

$$N_{m,n,p} = \left[\phi_{m,n} \left(\frac{-c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{-c}{2} \right) - \phi_{m,n} \left(\frac{c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{c}{2} \right) \right]; \quad P_{mv,q} = \frac{q \cdot \pi}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi_q(x') \cdot \phi_{mv}(x') dx'$$

$$S_{m,n,q,p} = \frac{q \cdot \pi}{a} \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \varphi_p(y') \cdot \phi_{m,n}(y') dy' \left[\phi_m \left(\frac{-a}{2} \right) \varphi_q \left(\frac{-a}{2} \right) - \phi_m \left(\frac{a}{2} \right) \varphi_q \left(\frac{a}{2} \right) \right]$$

$$U_{mv,nv,q,p} = \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x) \cdot \phi_{mv}^*(x) dx \int_{-c/2}^{c/2} \varphi_p(y) \cdot \phi_{mv,nv}^*(y) dy$$

$$V1_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx' \left[\phi_{m,n} \left(\frac{-c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{-c}{2} \right) - \phi_{m,n} \left(\frac{c}{2} \right) \varphi_p \left(\frac{c}{2} \right) \right]$$

$$V2_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx' \left[\phi_{m,n}\left(\frac{-c}{2}\right) \varphi_p\left(\frac{-c}{2}\right) - \phi_{m,n}\left(\frac{c}{2}\right) \varphi_p\left(\frac{c}{2}\right) \right]$$

$$V3_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx' \left[\phi_{m,n}\left(\frac{-c}{2}\right) \varphi_p\left(\frac{-c}{2}\right) - \phi_{m,n}\left(\frac{c}{2}\right) \varphi_p\left(\frac{c}{2}\right) \right]$$

$$W1_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_m}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx';$$

$$W2_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_m}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx';$$

$$W2_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_m}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \psi_q(x') \cdot \phi_m(x') dx';$$

$$X1_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[4]}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y') \cdot \psi_q(y') dy'$$

$$X2_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y') \cdot \psi_q(y') dy'$$

$$X3_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p}^{[1]} \cdot \mathfrak{a}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y') \cdot \psi_q(y') dy'$$

$$\begin{aligned} Z_{m,n} = & 0.25 \cdot e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + \right. \\ & e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \left. \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \right) + 0.25 \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[2]} \cdot z_{01}} \cdot \left(e^{-j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \cdot \right. \\ & \left. \left(\left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) + e^{j \cdot \Gamma_{m,n}^{[3]} \cdot (z_{01} - z_{02})} \left(1 - \frac{\Gamma_{m,n}^{[4]}}{\Gamma_{m,n}^{[3]}} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_{m,n}^{[3]}}{\Gamma_{m,n}^{[2]}} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

После решения СЛАУ коэффициент отражения для волны $H_{10} - R1Y_{1,0}$ определяется так же как и в 3 разделе только с учетом пересчета

амплитудных коэффициентов $T2Y_{m,n}$, $R2Y_{m,n}$ по отношению к апертуре через амплитудные коэффициенты внешнего пространства:

$$R1Y_{1,0} = \sum_m \sum_n T4Y_{m,n} M_{m,n,1,0} - 1,$$

4.2 Численные результаты

Особенность метода пронизывающей области для решения трехмерных задач с учетом диэлектрического заполнения заключается в корректном построении и внесении функции Грина в интегральное представление. Громоздкость данной процедуры связана с тем, что итоговое интегральное уравнение строится на основе интегрального представления для пронизывающей области (в данном случае – бесконечный волновод), а не за счет выражения интегрального представления одной частичной области через интегральное представление другой области. В МПО, как в показано в работах [31,35], нет необходимости определять функцию Грина с диэлектрическим заполнением для каждой из областей на которые разбивается вся область определения электромагнитного поля, но появляется необходимость представления компонент векторов электромагнитного поля в диэлектрических слоях через компоненты векторов электромагнитного поля внешнего пространства.

Количество учитываемых типов волн как в пронизывающей области («волноводном канале»), так и в полубесконечном «канале Флоке» (частичной области с диэлектрическими слоями) использовалось такое же как и в задаче представленной в 3 разделе.

На рисунках 4.2 – 4.5 представлены численные результаты расчета (обозначение крестиками) для решетки с геометрическими размерами из работы [20]; частота стороннего поля 5.65 ГГц; параметры согласующего устройства (рис.4.1): z_{01} – расстояние между апертурой и диэлектрическим слоем, $z_{02}-z_{01}$ –толщина диэлектрического слоя, $\epsilon_2=1$, ϵ_3 указаны на рисунках.

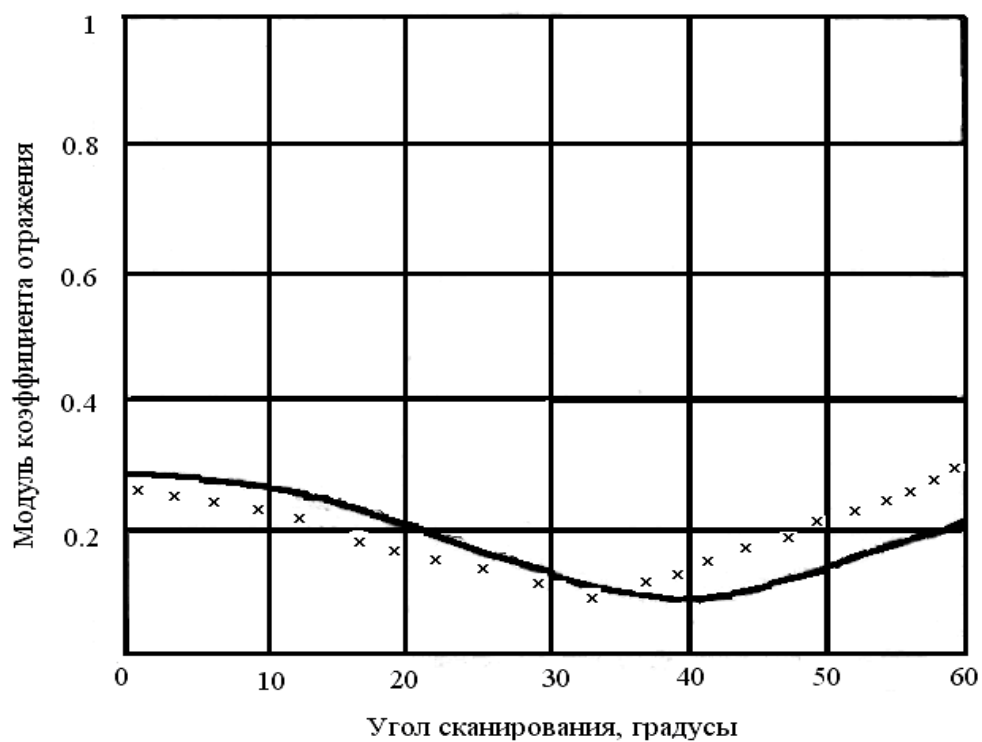


Рис.4.2 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования с параметрами СУ: $z_{01}=4.8(\text{мм})$, $z_{02}=8(\text{мм})$, $\epsilon_3=3.5$

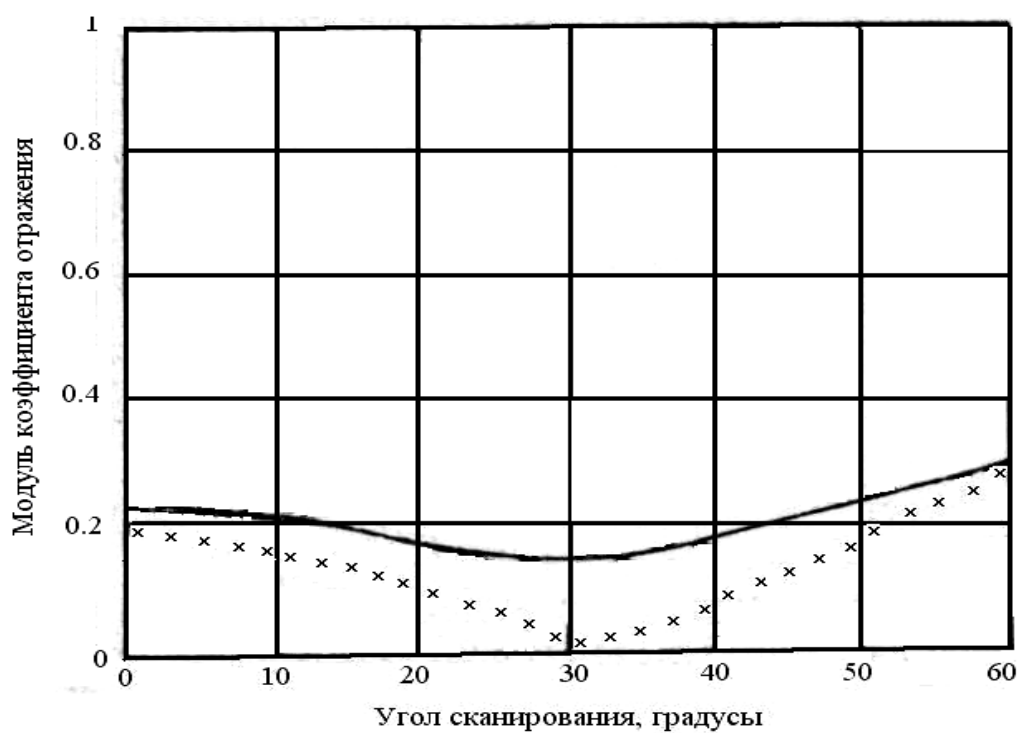


Рис.4.3 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования с параметрами СУ: $z_{01}=5(\text{мм})$, $z_{02}=10(\text{мм})$, $\epsilon_3=2.3$

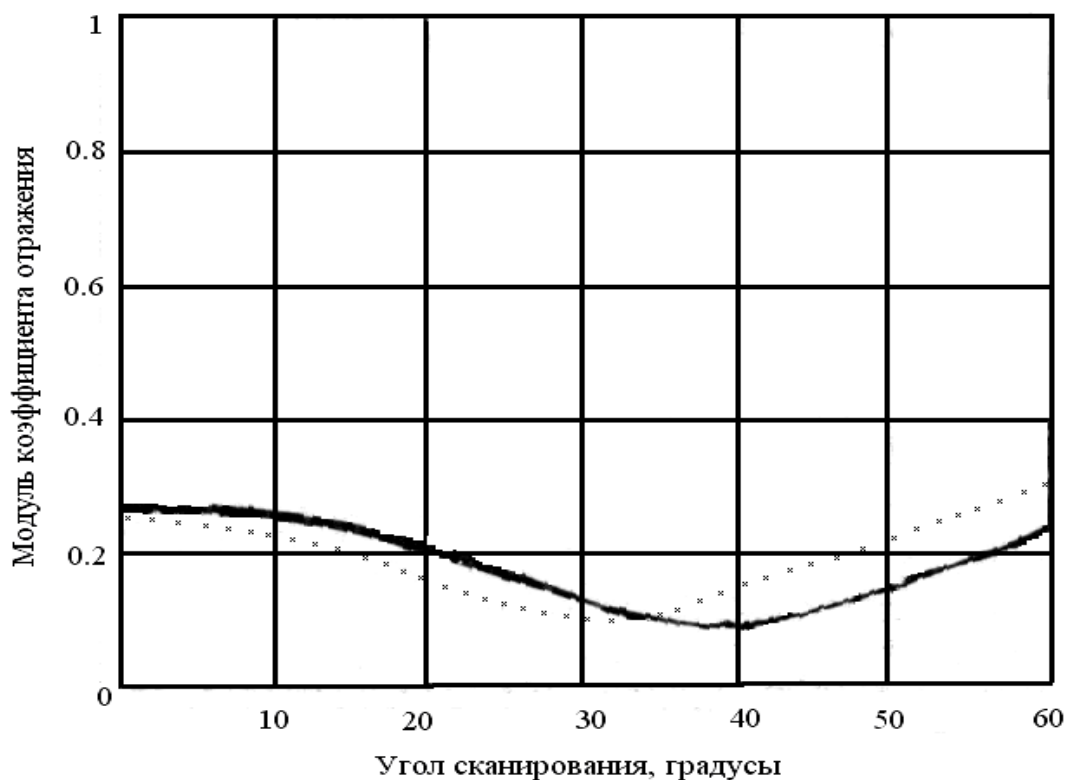


Рис.4.4 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования с параметрами СУ: $z_{01}=6(\text{мм})$, $z_{02}=6.9(\text{мм})$, $\epsilon_3=9$.

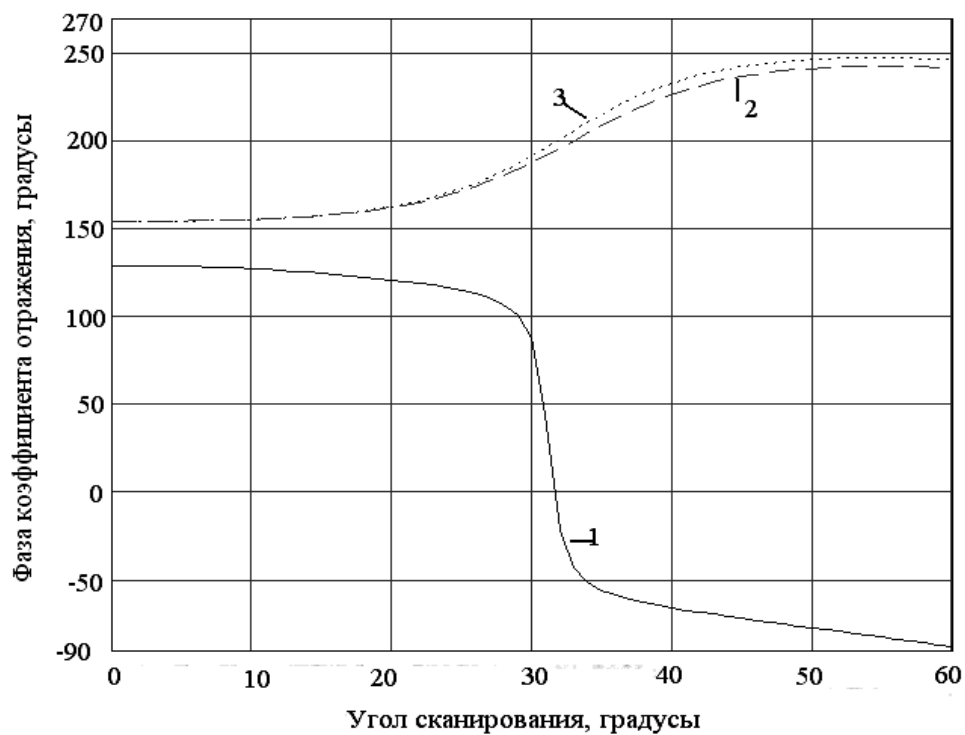
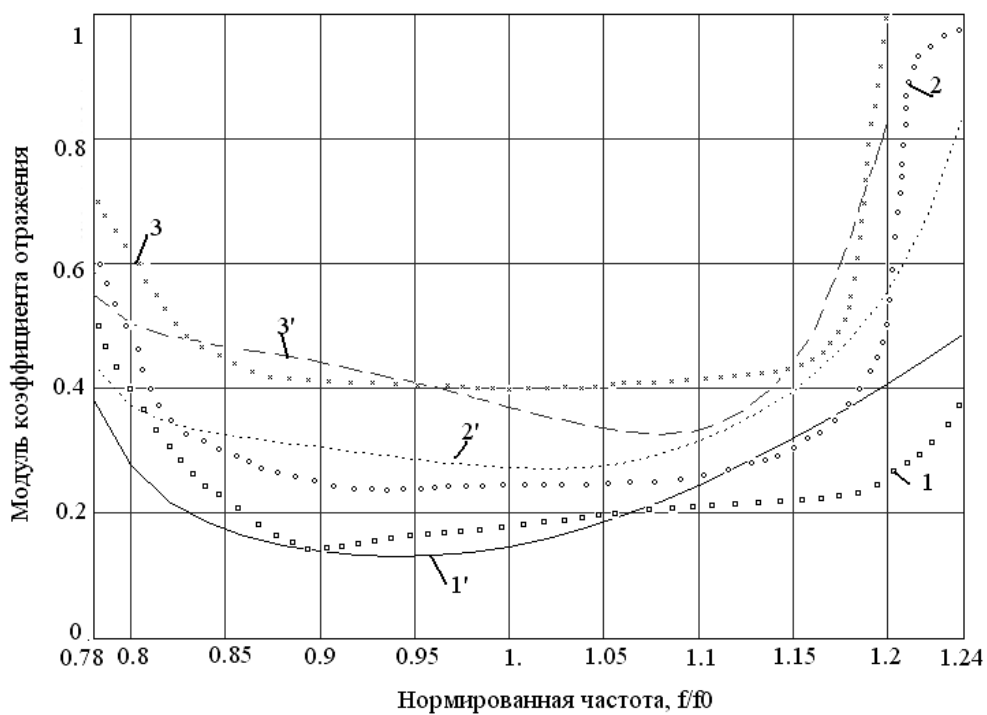
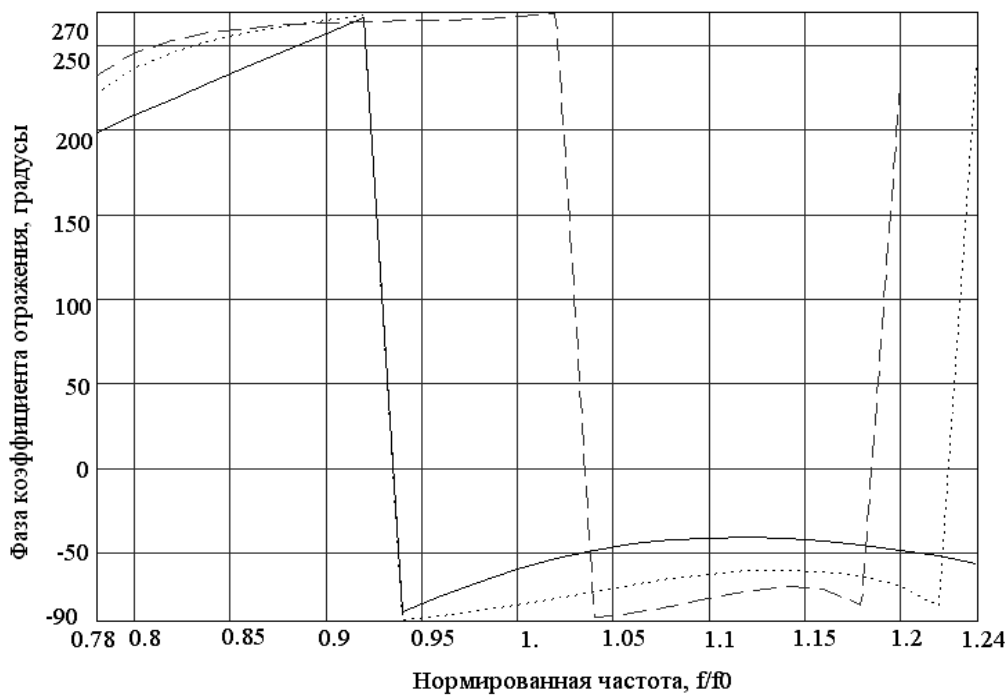


Рис.4.5 Зависимость фазы коэффициента отражения от угла сканирования для трех вариантов СУ: 1- $z_{01}=5(\text{мм})$, $z_{02}=10(\text{мм})$ $\epsilon_3=2.3$, 2- $z_{01}=4.8(\text{мм})$, $z_{02}=0.8(\text{мм})$, $\epsilon_3=3.5$, 3- $z_{01}=6(\text{мм})$, $z_{02}=6.9(\text{мм})$, $\epsilon_3=9$

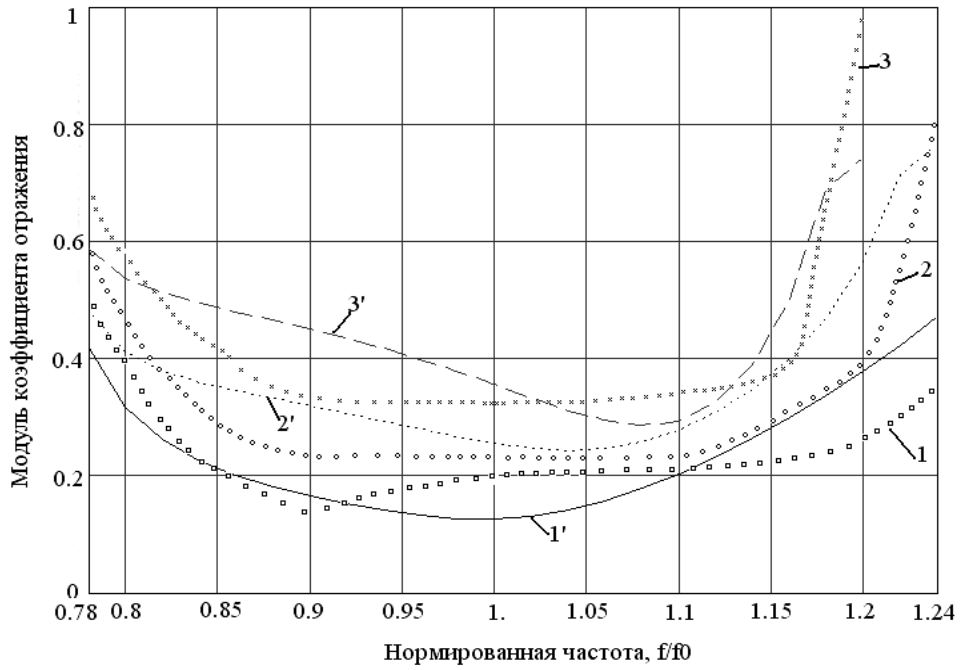


а

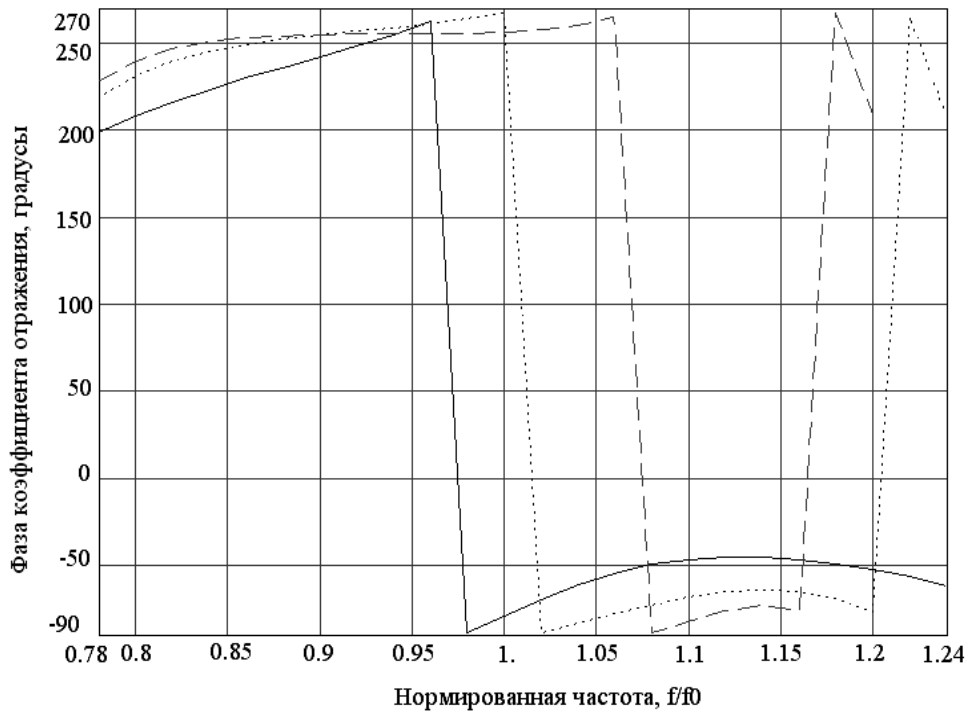


б

Рис.4.6 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от нормированной частоты с геометрическими размерами ФАР: $a=0.66\lambda$, $c=0.159\lambda$, $b=0.856\lambda$, $d=0.249\lambda/\sin(30.2^\circ)$ и параметрами СУ: $\epsilon_3=4$, $z_{01}=0.118\lambda$, $z_{02}=0.157\lambda$, 1- угол сканирования



а



б

Рис.4.7 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от нормированной частоты с геометрическими размерами ФАР: $a=0.66\lambda$, $c=0.159\lambda$, $b=0.856\lambda$, $d=0.249\lambda/\sin(30.2^\circ)$ и параметрами СУ: $\epsilon_3=10$, $z_{01}=0.118\lambda$, $z_{02}=0.157\lambda$

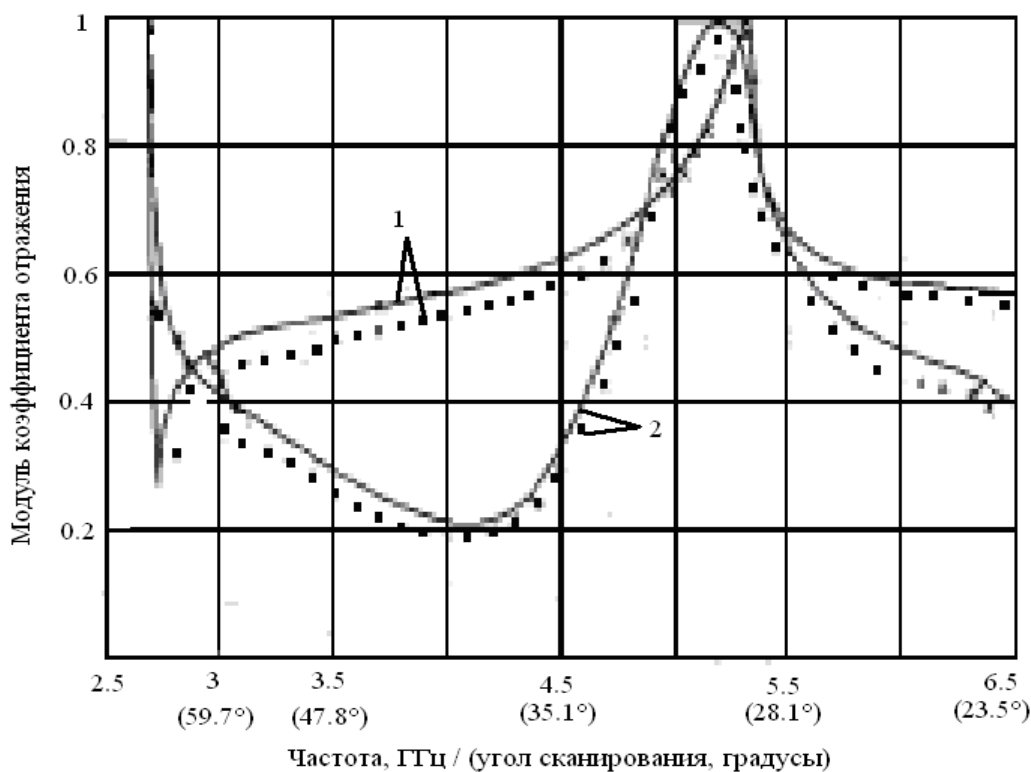


Рис.4.8 Зависимость модуля коэффициента отражения от угла сканирования с геометрическими размерами ФАР (в дюймах): $a=2.20$, $c=0.226$, $b=2.26$, $d=0.3575/\sin(30^\circ)$ и параметрами СУ: $\epsilon_3=7.5$, $z_{01}=0.2$, $z_{02}=0.2625$.

Экспериментальные данные работы [20] представлены сплошной линией. В работе [20] проводилась оптимизация расстояния между апертурой и диэлектрическим слоем z_{01} при значениях диэлектрической проницаемости $\epsilon_3=2.3$; 3.5 . Рекомендуемые значения z_{01} находятся в диапазоне $3,5 \dots 6,5$ мм, которые подтверждаются также расчетом МПО.

На рис. 4.6 – 4.7 представлены результаты численного исследования влияния диэлектрических слоев на волноводную ФАР с геометрическими размерами: $a=0.66\lambda$, $c=0.159\lambda$, $b=0.856\lambda$, $d=0.249\lambda/\sin(30.2^\circ)$ [113]. Рассмотрены два варианта параметров слоев: $\epsilon_3=4$, $z_{01}=0.118\lambda$, $z_{02}=0.157\lambda$ и $\epsilon_3=10$, $z_{01}=0.124$ $z_{02}=0.138$ при фиксированных углах сканирования. Номера кривых зависимостей модуля и фазы коэффициента отражения соответствуют следующим углам сканирования: 1– 45° , 2– 60° , 3– 70° . Числа без штриха – результаты работы [113], а со штрихами – полученные результаты.

На рис. 4.8 – представлены результаты численного расчета (обозначение - квадратики) и результаты, полученные на волноводном Н – плоскостном симуляторе [114]. Модуль коэффициента отражения определялся автоматизированным симулятором в котором угол сканирования варьировался от 23.6° до 70.3° для частот от 2.75 до 6.5 ГГц. Для случая ФАР без диэлектрического слоя кривые обозначены 1, с учетом диэлектрического слоя – 2. Из-за отсутствия в работе [114] точной зависимости угла сканирования от частоты, были получены результаты только для приведенных данных значений углов сканирования и соответствующих частот.

4.3 Выводы к разделу 4

1. Впервые была решена задача об излучении из бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов при наличии диэлектрических слоев методом пронизывающей области.

2. Полученные численные результаты совпадают с известными численными результатами [20,113] и с экспериментальными данными [114], что подтверждает корректность предложенного алгоритма расчета и возможность применения его для расчета волноводных ФАР с магнитодиэлектрическим заполнением.

3. При составлении электродинамического алгоритма расчета данной задачи были представлены особенности построения функции Грина для трехмерной задачи и получения итогового интегрального уравнения. При составлении алгоритма на основе МПО достаточно построить аффинорную функцию Грина для одной области (волноводный канал), в отличии от МЧСО и МЧПО , где необходимо строить аффинорную функцию Грина для каждой простой области, что сокращает время на составление самого алгоритма. Эта особенность метода пронизывающей области с практической точки зрения моделирования сложных СВЧ устройств (волноводных фильтров, делителей

мощности, ФАР и т. д.) позволяет решать векторные задачи с учетом диэлектрических заполнений или когда общая область определения электромагнитного поля состоит из большого количества простых областей.

РАЗДЕЛ 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВОДНОЙ ФАР ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ С СОГЛАСУЮЩЕЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

В работах [115,116] представлены алгоритмы электродинамического расчета СУ в виде резонаторной области связи излучателей. Проведено исследование свойств СУ для случая конечных плоскопараллельных ФАР в Е-плоскости [117,118]. В этих работах показана целесообразность использования внутренней резонаторной области связи излучателей для согласования ФАР со свободным пространством. Было показано, что для конечных и бесконечных ФАР из плоскопараллельных волноводах с бесконечно тонкими стенками при сканировании в Е-плоскости применение вышеуказанного СУ не приводит к улучшению согласования ФАР с внешним пространством.

В данном разделе рассматривается использование периодической согласующей структуры в качестве согласующего устройства для ФАР, состоящей, из прямоугольных волноводов с треугольной и прямоугольной сеткой расположения излучателей.

5.1 Расчет бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов с согласующей периодической структурой, сканирующей в Н-плоскости

В области I при $z \rightarrow -\infty$ возбуждаются волны H_{10} с единичными амплитудами и линейно изменяющимися фазами. Сканирование происходит в Н-плоскости. Стенки волноводов считаются идеально проводящими, а среда однородной и изотропной. Ввиду одинаковости полей во всех ячейках бесконечной решетки, отличающихся только фазами, найдем поле в одной ячейке, расположенной в начале координат. Разобьем всю сложную область определения поля в выбранной ячейке на три области:

I (пронизывающая) область- “волноводный канал”:

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \quad -\frac{c}{2} \leq y \leq \frac{c}{2}; \quad -\infty < z < +\infty;$$

II (частичная) область – “канал Флоке” конечной длины :

$$\frac{-b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad \frac{-d \cdot \sin(A)}{2} \leq y \leq \frac{d \cdot \sin(A)}{2}; \quad -z_2 \leq z \leq -z_1$$

III (частичная) область – внешнее пространство излучения

(полубесконечный “канал Флоке”) :

$$\frac{-b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2}; \quad \frac{-d \cdot \sin(A)}{2} \leq y \leq \frac{d \cdot \sin(A)}{2}; \quad 0 \leq z < +\infty$$

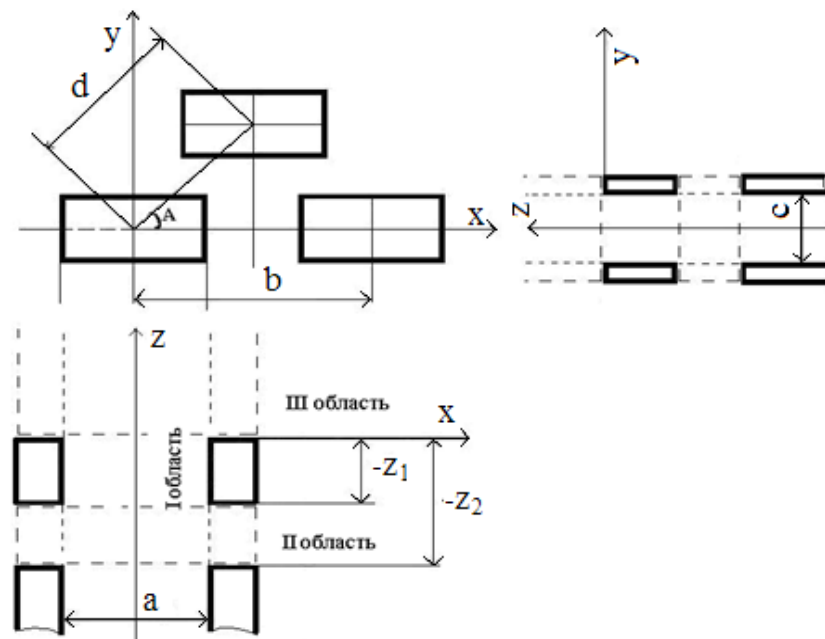


Рис.5.1 Геометрия плоской волноводной ФАР с согласующей периодической структурой

Используя подход, описанный в разделе 3, получим интегральное представление для полного поля пронизывающей области. Учитывая, что поля одинаковы в общих областях пересечения, получим интегральное представление относительно векторов напряженностей электрического поля областей II и III :

$$\vec{E}^I(x, y, z) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z) + \left(\vec{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \times$$

$$\begin{aligned}
& \left(\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-z_2}^{-z_1} \left\{ \begin{aligned} & \vec{G}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^{II}(x', \frac{-c}{2}, z') \right] - \\ & - \vec{G}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^{II}(x', \frac{c}{2}, z') \right] \end{aligned} \right\} dz' dx' + \\
& + \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{-z_2}^{-z_1} \left\{ \begin{aligned} & \vec{G}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^{II}(\frac{-a}{2}, y', z') \right] - \\ & - \vec{G}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^{II}(\frac{a}{2}, y', z') \right] \end{aligned} \right\} dz' dy' + \\
& + \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{aligned} & \vec{G}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^{III}(x', \frac{-c}{2}, z') \right] - \\ & - \vec{G}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z') \left[\vec{y}'_0 \vec{E}^{III}(x', \frac{c}{2}, z') \right] \end{aligned} \right\} dz' dx' + \\
& + \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^\infty \left\{ \begin{aligned} & \vec{G}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^{III}(\frac{-a}{2}, y', z') \right] - \\ & - \vec{G}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z') \left[\vec{x}'_0 \vec{E}^{III}(\frac{a}{2}, y', z') \right] \end{aligned} \right\} dz' dy' \Big)
\end{aligned}$$

После проведения математических операций внутри подынтегральных выражений (нахождения векторного произведения, производных), и векторного произведения подынтегральных выражений с оператором набла, получим проекции уравнения на оси x, y :

$$\begin{aligned}
\vec{E}^I(x, y, z) = \vec{E}_{exc}^I(x, y, z) + \vec{x}'_0 & \left(\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-z_2}^{-z_1} \left\{ \begin{aligned} & E_x^{II}(x', \frac{-c}{2}, z') \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - \\ & - E_x^{II}(x', \frac{c}{2}, z') \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \end{aligned} \right\} dz' dx' + \\
+ \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{-z_2}^{-z_1} & \left\{ \begin{aligned} & E_y^{II}(\frac{-a}{2}, y', z') \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{II}(\frac{a}{2}, y', z') \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} + \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + E_z^{II} \left(\frac{-a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{YY}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{II} \left(\frac{a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{YY}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \left\{ dz' dy' \right\} - \\
& - \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^\infty \left\{ E_x^{III} \left(x', \frac{-c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial x} - E_x^{III} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \right\} dz' dx' + \\
& + \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^\infty \left\{ E_y^{III} \left(\frac{-a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{III} \left(\frac{a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} + \right. \\
& \left. + E_z^{III} \left(\frac{-a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{YY}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial z} - E_z^{III} \left(\frac{a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{YY}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial z} \right\} dz' dy' + \\
& + \vec{y}_0 \left(\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-z_2}^{-z_1} \left\{ E_x^{II} \left(x', \frac{-c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial y} - E_x^{II} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial y} \right\} + \right. \quad (6.1) \\
& \left. + E_z^{II} \left(x', \frac{-c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} - E_z^{II} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \right\} dz' dx' - \\
& - \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{-z_1}^{-z_2} \left\{ E_y^{II} \left(\frac{-a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{II} \left(\frac{a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} \right\} dz' dy' + \\
& + \int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^\infty \left\{ E_x^{III} \left(x', \frac{-c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial x} - E_x^{III} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial x} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + E_z^{III} \left(x', \frac{-c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', \frac{-c}{2}, z')}{\partial z} - E_z^{III} \left(x', \frac{c}{2}, z' \right) \frac{\partial G_{XX}^I(x, y, z; x', \frac{c}{2}, z')}{\partial z} \left. \right\} dz' dx' - \\
& - \int_{\frac{-c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_0^{\infty} \left\{ E_y^{III} \left(\frac{-a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{-a}{2}, y', z')}{\partial x} - E_y^{III} \left(\frac{a}{2}, y', z' \right) \frac{\partial G_{ZZ}^I(x, y, z; \frac{a}{2}, y', z')}{\partial x} \right\} dz' dy'
\end{aligned}$$

где: $\vec{E}_{exc}^I(x, y, z)$ - как и в третьем разделе.

$$\vec{E}^{II(III)}(x, y, z) = \vec{x}_o E_x^{II(III)}(x, y, z) + \vec{y}_o E_y^{II(III)}(x, y, z) + \vec{z}_o E_z^{II(III)}(x, y, z)$$

$$\left. \begin{aligned}
E_x^{II}(x, y, z) \\
E_y^{II}(x, y, z) \\
E_z^{II}(x, y, z)
\end{aligned} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} T2X_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + R2X_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} \\ T2Y_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + R2Y_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} \\ T2Z_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + R2Z_{m,n} e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} \end{pmatrix} \cdot \phi_{m,n}(x, y) \quad (5.2)$$

$$\left. \begin{aligned}
E_x^{III}(x, y, z) \\
E_y^{III}(x, y, z) \\
E_z^{III}(x, y, z)
\end{aligned} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} T3X_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z} \\ T3Y_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z} \\ T3Z_{m,n} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z} \end{pmatrix} \cdot \phi_{m,n}(x, y) \quad (5.3)$$

где: $\Gamma_{m,n}$ и $\phi_{m,n}(x, y)$ определяются также как и в главе 3.

Исключим $T2Z_{m,n}, R2Z_{m,n}$ в области II:

$$\begin{aligned}
& \operatorname{div} \vec{E}^{II}(x, y, z) = 0 \\
& \frac{\partial \vec{E}_x^{II}(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial \vec{E}_y^{II}(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial \vec{E}_z^{II}(x, y, z)}{\partial z} = 0 \\
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T2X_{m,n} \frac{d\phi_m(x)}{dx} \phi_{m,n}(x) \cdot e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + R2X_{m,n} \frac{d\phi_m(x)}{dx} \phi_{m,n}(y) \cdot \\
& e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + T2Y_{m,n} \cdot \phi_m(x) \frac{d\phi_{m,n}(y)}{dy} e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z+z_1)} + R2Y_{m,n} \cdot \phi_m(x) \frac{d\phi_{m,n}(y)}{dy}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{j\Gamma_{m,n}(z+z_1)} + T2Z_{m,n}\phi_{m,n}(x,y)\frac{de^{-j\Gamma_{m,n}(z+z_1)}}{dz} + R2Z_{m,n}\phi_{m,n}(x,y)\frac{de^{j\Gamma_{m,n}(z+z_1)}}{dz} = \\
& = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{m,n}(x,y) \left[-T2X_{m,n}\alpha_m - T2Y_{m,n}\alpha_{m,n} - T2Z_{m,n}\Gamma_{m,n} \right. \\
& \left. e^{-j\Gamma_{m,n}(z+z_1)} + R2X_{m,n}\alpha_m + R2Y_{m,n}\alpha_{m,n} + R2Z_{m,n}\Gamma_{m,n} \right] e^{j\Gamma_{m,n}(z+z_1)} = 0
\end{aligned}$$

Подставляя $z = -z_2$ и $z = -z_1$, получаем две системы уравнений. Решая их совместно, находим:

$$R2Z_{m,n} = \frac{1}{\Gamma_{m,n}} R2X_{m,n}\alpha_m + R2Y_{m,n}\alpha_{m,n} \quad (5.4)$$

$$T2Z_{m,n} = \frac{-1}{\Gamma_{m,n}} T2X_{m,n}\alpha_m + T2Y_{m,n}\alpha_{m,n} \quad (5.5)$$

Аналогично получаем выражения для области $z = [0; +\infty)$:

$$T3Z_{m,n} = \frac{-1}{\Gamma_{m,n}} T3X_{m,n}\alpha_m + T3Y_{m,n}\alpha_{m,n} \quad (5.6)$$

После подстановки (5.2 - 5.6) в (5.1) и использования процедуры Галёркина в результате получаем 6 подсистем ЛАУ.

Проекция на ось x имеет вид:

При $z = -z_2$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} + F_{m,q} G_{m,n,q,p} A_{m,n,q,p} Q_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \right. \\
& \left. -\delta_{mv,m} \delta_{nv,n} I_{m,n} + \left\{ T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} - F_{m,q} G_{m,n,q,p} D_{m,n,q,p} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. S_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{mv,m} \delta_{nv,n} \cdot J_{m,n} + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} + H_{m,n,q,p} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_{m,n,q,p} F_{m,q} Q_{m,n,mv,nv,q,p} \Big] + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} D_{m,n,q,p} \right. \\
& \left. F_{m,q} S_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} - F_{m,q} G_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. M1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T3Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} F_{m,q} M1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) = 0
\end{aligned}$$

При $z=-z_1$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} - F_{m,q} G_{m,n,q,p} - Q_{m,mv,nv,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. K_{m,n,q,p} \right] - \delta_{mv,m} \delta_{nv,n} + \left\{ T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} + F_{m,q} G_{m,n,q,p} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. S_{m,mv,nv,n,q,p} L_{m,n,q,p} \right] - \delta_{mv,m} \delta_{nv,n} + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. F_{m,q} K_{m,n,q,p} Q_{m,mv,nv,n,q,p} \right] + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} + H_{m,n,q,p} F_{m,q} L_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. S_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} - F_{m,q} \cdot G_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. M1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T3Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} F_{m,q} \cdot M1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) = 0
\end{aligned}$$

При $z=0$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} - F_{m,q} G_{m,n,q,p} K_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. Q_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} C_{m,n,p} + F_{m,q} G_{m,n,q,p} L_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. S_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} F_{m,q} K_{m,n,q,p} \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot Q_{m,n,mv,nv,q,p} \Big] + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} + H_{m,n,q,p} F_{m,q} \cdot L_{m,n,q,p} S_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \Big] + \\
& + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p B1_{m,q,p} \cdot C_{m,n,p} - F_{m,q} G_{m,n,q,p} \cdot M_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \right. \\
& \left. - \delta_{mv,m} \delta_{nv,n} + T3Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -E1_{m,n,p} - H_{m,n,q,p} F_{m,q} \cdot M_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) \Big] 0
\end{aligned}$$

Проекция на ось u имеет вид:

При $z=-z_2$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} + O_{m,n,q,p} A_{m,n,q,p} U_{m,n,mv,nv,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. C_{m,n,p} \right] + T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} - O_{m,n,q,p} V_{m,n,mv,nv,q,p} C_{m,n,p} \right. \right. \\
& \left. \left. D_{m,n,q,p} \right] + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p E2_{m,n,q,p} F_{m,q} + C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. A_{m,n,q,p} U_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} I_{m,n} + \left\{ T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p E2_{m,n,q,p} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. F_{m,q} - C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} D_{m,n,q,p} V_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} J_{m,n} \right\} + \\
& + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} - O_{m,n,q,p} C_{m,n,p} N1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + \right. \\
& \left. + T3Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p \left\{ E2_{m,n,q,p} F_{m,q} - C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} \right\} A1_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) - W_{mv,nv,1,0}
\end{aligned}$$

При $z=-z_1$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} + O_{m,n,q,p} C_{m,n,p} K_{m,n,q,p} \right. \right. \\
& \left. \left. U_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} - O_{m,n,q,p} C_{m,n,p} \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. L_{m,n,q,p} V_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p E2_{m,n,q,p} F_{m,q} - C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} K_{m,n,q,p} \right. \\
& \left. U_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} \left. \right) + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p E2_{m,n,q,p} F_{m,q} + C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} \right. \\
& \left. L_{m,n,q,p} V_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p \left\{ B2_{m,q} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - O_{m,n,q,p} \right\} N2_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T3Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p \left\{ E2_{m,n,q,p} F_{m,q} - C_{m,n,p} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. P_{m,n,q,p} \right\} N2_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) = -X_{mv,nv,1,0}
\end{aligned}$$

При $z=0$:

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n \left(R2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} + O_{m,n,q,p} C_{m,n,p} U_{m,n,mv,nv,q,p} K1_{m,n,q,p} \right] + \right. \\
& \left. + T2X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p -B2_{m,q} - O_{m,n,q,p} L1_{m,n,q,p} V_{m,n,mv,nv,q,p} C_{m,n,p} \right] + \right. \\
& \left. + R2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p E2_{m,n,q,p} F_{m,q} - C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} K1_{m,n,q,p} U_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + \right. \\
& \left. + T2Y_{m,n} \left[\sum_q \sum_p \left\{ E2_{m,n,q,p} F_{m,q} + C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} \right\} V_{m,n,mv,nv,q,p} \right] \right) + \\
& + \sum_m \sum_n \left(T3X_{m,n} \left[\sum_q \sum_p \left\{ B2_{m,q} - O_{m,n,q,p} \right\} N_{m,n,mv,nv,q,p} \right] + T3Y_{m,n} \right. \\
& \left. \left[\sum_q \sum_p \left\{ E2_{m,n,q,p} F_{m,q} - C_{m,n,p} P_{m,n,q,p} \right\} V_{m,n,mv,nv,q,p} \right] - \delta_{m,mv} \delta_{n,nv} \right) = -Y_{mv,nv,1,0}
\end{aligned}$$

Определив неизвестные амплитудные коэффициенты области II, определим $R1Y_{10}$, используя такую же методику как в главе 3 при $z=-z_2$:

$$\sum_q \sum_p R1Y_{q,p} \cdot e^{j\gamma_{q,p} \cdot (z=-z_2)} + e^{-j\gamma_{q,p} \cdot z=-z_2} \psi_q(x) \cdot \varphi_p(y) =$$

$$= \sum_m \sum_n \left(R2Y_{m,n} \cdot e^{j\Gamma_{m,n} \cdot (z_1+(z=-z_2))} + T2Y_{m,n} \cdot e^{-j\Gamma_{m,n} \cdot (z_1+(z=-z_2))} \right) \cdot \phi_{m,n}(x, y)$$

Индексы принимают значения $q=1, p=0$. Выражение для вычисления коэффициента отражения $R1Y_{1,0}$:

$$R1Y_{1,0} = \sum_m \sum_n R2Y_{m,n} I_{m,n} + T2Y_{m,n} J_{m,n} G1_{m,n,1,0} - A1_{1,0}$$

Ниже представлены выражения для коэффициентов, используемых в алгоритме:

$$A_{m,n,q,p} = e^{-j\gamma_{q,p} \cdot z_2} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{j\Gamma_{m,n} - \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \quad A1_{1,0} = e^{j^2 \gamma_{1,0} \cdot z_2^2}$$

$$B1_{m,q,p} = \frac{p \cdot \pi}{c} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \varphi_q(x) dx;$$

$$B2_{m,q} = \frac{q \cdot \pi}{a} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \varphi_q(x) dx;$$

$$C_{m,n,p} = \left[\phi_{m,n} \left(\frac{-c}{2} \right) \cdot \varphi_p \left(\frac{-c}{2} \right) - \phi_{m,n} \left(\frac{c}{2} \right) \cdot \varphi_p \left(\frac{c}{2} \right) \right];$$

$$D_{m,n,q,p} = e^{-j\gamma_{q,p} \cdot z_2} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j\Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz',$$

$$E1_{m,n,p} = \frac{p \cdot \pi}{c} \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \varphi_p(y) dy;$$

$$E1_{m,n,p} = \frac{q \cdot \pi}{a} \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \varphi_p(y) dy;$$

$$\begin{aligned}
F_{m,q} &= \left[\phi_m \left(\frac{-a}{2} \right) \cdot \varphi_q \left(\frac{-a}{2} \right) - \phi_m \left(\frac{a}{2} \right) \cdot \varphi_q \left(\frac{a}{2} \right) \right]; \\
G_{m,n,q,p} &= \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \alpha_m}{\Gamma_{m,n}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \psi_p(y) dy; \\
G1_{m,n,1,0} &= e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_2} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \psi_1(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \varphi_0(y) dy \\
H_{m,n,q,p} &= \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \alpha_{m,n}}{\Gamma_{m,n}} \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{m,n}(y) \cdot \psi_p(y) dy; \\
I_{m,n} &= e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z_1 - z_2)}; & J_{m,n} &= e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot (z_2 - z_1)}; \\
K_{m,n,q,p} &= e^{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{j \cdot \Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \\
K1_{m,n,q,p} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{j \cdot \Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \\
L_{m,n,q,p} &= e^{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_1} \cdot \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} - \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \\
L1_{m,n,q,p} &= \int_{-z_2}^{-z_1} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} - \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'; \\
M_{m,n,mv,nv,q,p} &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz' \cdot \\
&\cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \varphi_q(x) dx \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \psi_p(y) dx; \\
M1_{m,n,mv,nv,q,p} &= e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_2} \cdot M_{m,n,mv,nv,q,p}; \\
M2_{m,n,mv,nv,q,p} &= e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_1} \cdot M_{m,n,mv,nv,q,p}
\end{aligned}$$

$$N_{m,n,mv,nv,q,p} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} + \gamma_{q,p} \cdot z'}}{2 \cdot j \cdot \gamma_{q,p}} dz'.$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_q(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_p(y) dx$$

$$N1_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_2} \cdot N_{m,n,mv,nv,q,p};$$

$$N2_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{-j \cdot \gamma_{q,p} \cdot z_1} \cdot N_{m,n,mv,nv,q,p}$$

$$O_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \mathcal{E}_m}{\Gamma_{m,n}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \psi_q(x) dx;$$

$$P_{m,n,q,p} = \frac{j \cdot \gamma_{q,p} \cdot \mathcal{E}_{m,n}}{\Gamma_{m,n}} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_m(x) \cdot \psi_q(x) dx;$$

$$Q_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z_1} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \varphi_q(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \psi_p(y) dx$$

$$S_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z_1} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \varphi_q(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \psi_p(y) dx$$

$$U_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z_1} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_q(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_p(y) dx$$

$$V_{m,n,mv,nv,q,p} = e^{-j \cdot \Gamma_{m,n} \cdot z_1} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_q(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_p(y) dx$$

$$W_{mv,nv,1,0} = e^{j \cdot \gamma_{1,0} \cdot z_2} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_1(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_0(y) dx;$$

$$X_{mv,nv,1,0} = e^{j \cdot \gamma_{1,0} \cdot z_1} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_1(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_0(y) dx;$$

$$Y_{mv,nv,1,0} = \int_{-a/2}^{a/2} \phi_{mv}^*(x) \cdot \psi_1(x) dx \cdot \int_{-c/2}^{c/2} \phi_{mv,nv}^*(y) \cdot \varphi_0(y) dx$$

5.2 Численные результаты

Проверка корректности построенного алгоритма расчёта бесконечной волноводной ФАР с согласующей периодической структурой проведена путём сравнения полученных данных с данными известных работ. Был выполнен предельный переход к задаче об излучении бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов без согласующей структуры, который подтвердил корректность электродинамического алгоритма.

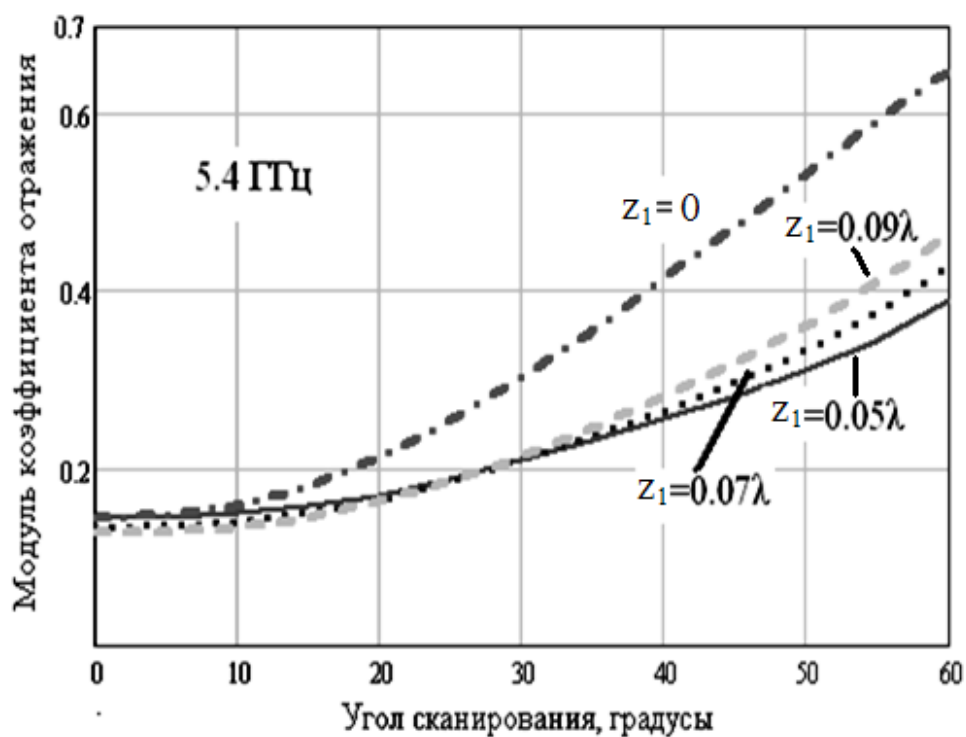
5.2.1 Треугольная сетка расположения излучателей

При исследовании влияния СПС на коэффициент отражения падающих волн учитывались два размера: z_1 - расстояние от апертуры антенной решетки до области связи и $(z_2 - z_1)$ - длина области связи. Значения z_1 и z_2 выражались в λ , а нормирование было проведено относительно центральной частоты 5.65 ГГц. Для определения оптимальных размеров области связи, обеспечивающих наилучшее согласование ФАР с внешним пространством, фиксировался размер z_1 , а z_2 варьировался, так чтобы значения амплитуды коэффициента отражения в заданном секторе углов сканирования были наименьшими, а сама кривая зависимости имела плоский характер.

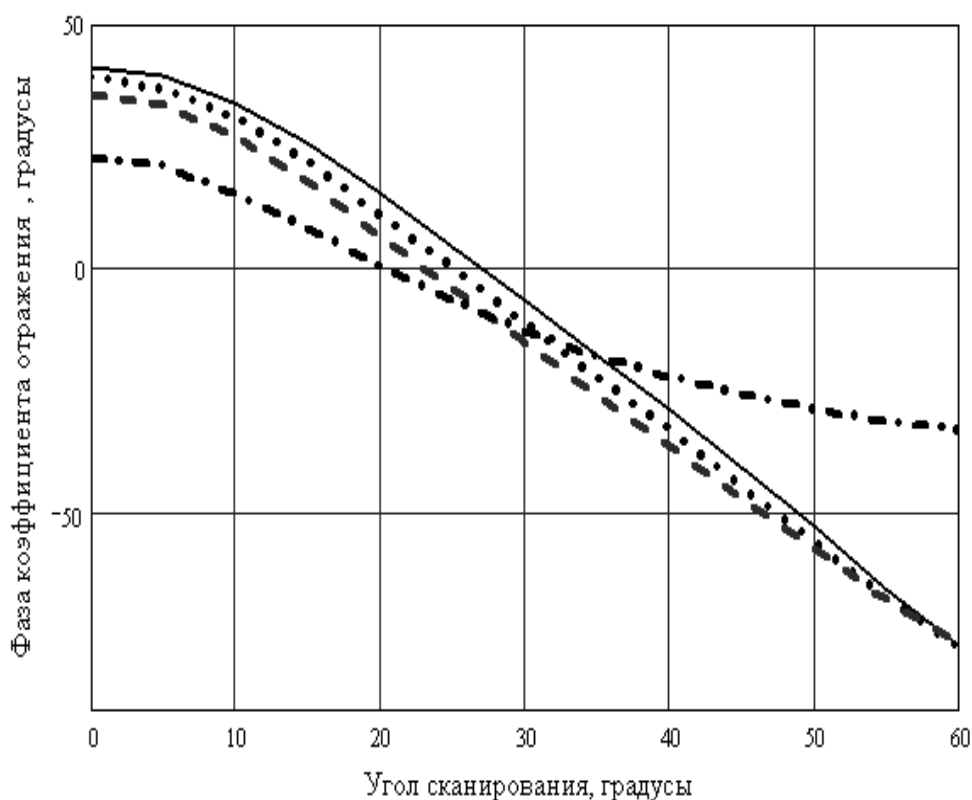
Исследования проводились для треугольной сетки с углом 30.1° с такими же геометрическими размерами поперечного сечения как и в главе 3.

На рисунках 5.2, 5.3 представлены результаты численного расчёта для треугольной сетки с углом $A=30.1^\circ$ на частотах 5.4 и 5.9 ГГц для значений $z_1=0.05\lambda$, 0.07λ и 0.09λ при значениях длины области $(z_2 - z_1)$, обеспечивающих наименьшее значение коэффициента отражения.

Из графиков видно, что только при относительно малом расстоянии ($\leq 0.1\lambda$) от апертуры до области связи возможно осуществить согласование ФАР с внешним пространством. При дальнейшем увеличении z_1 происходит

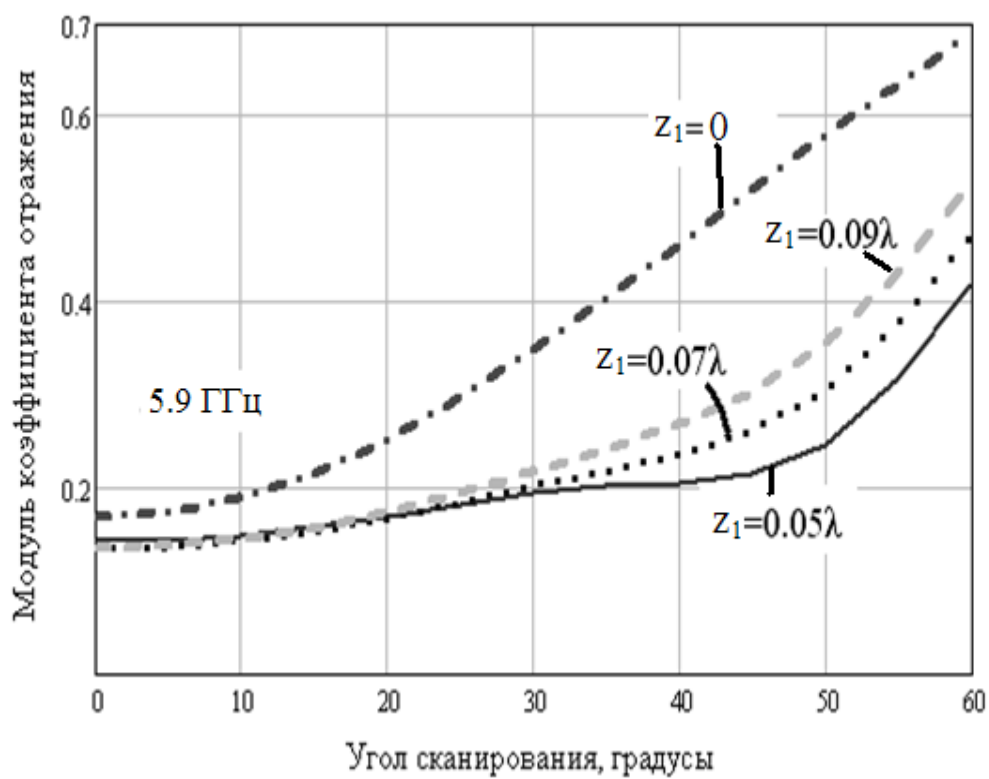


а

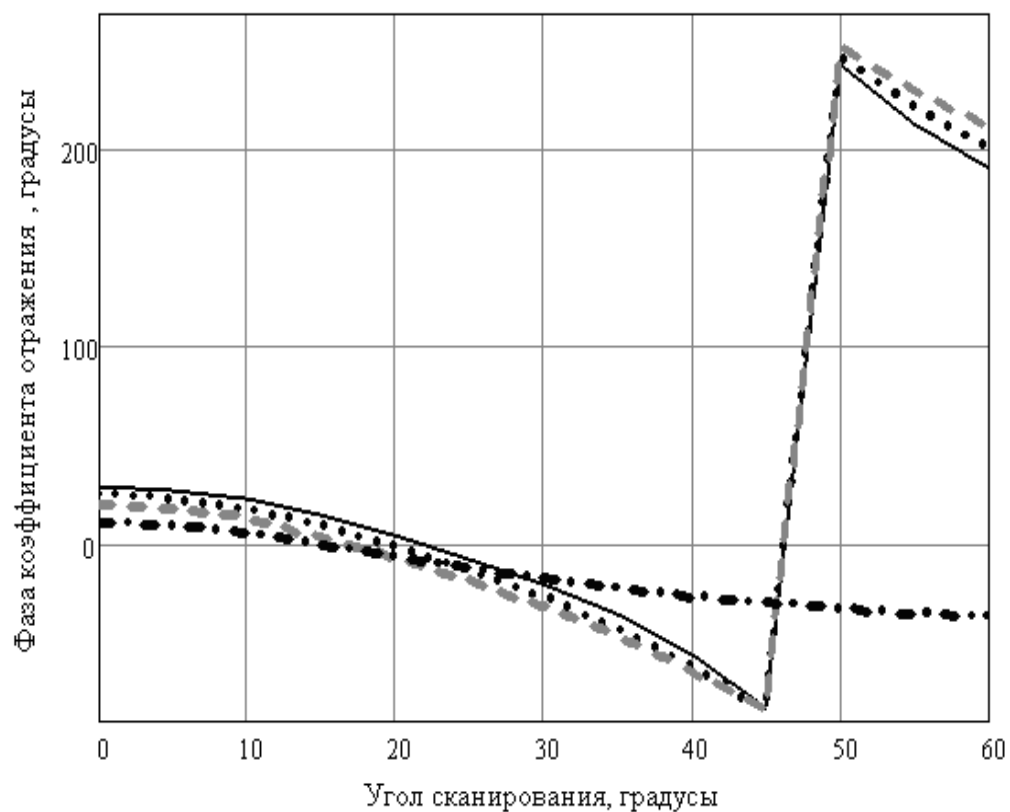


б

Рис.5.2 Зависимость модуля(а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования на частоте 5.45 ГГц

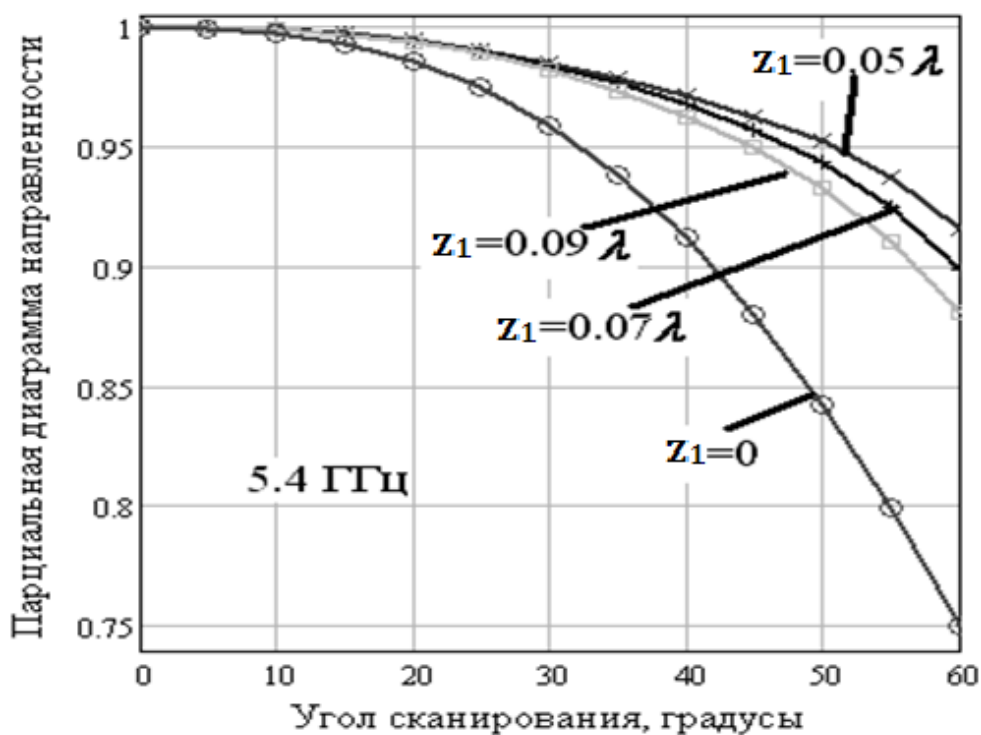


а

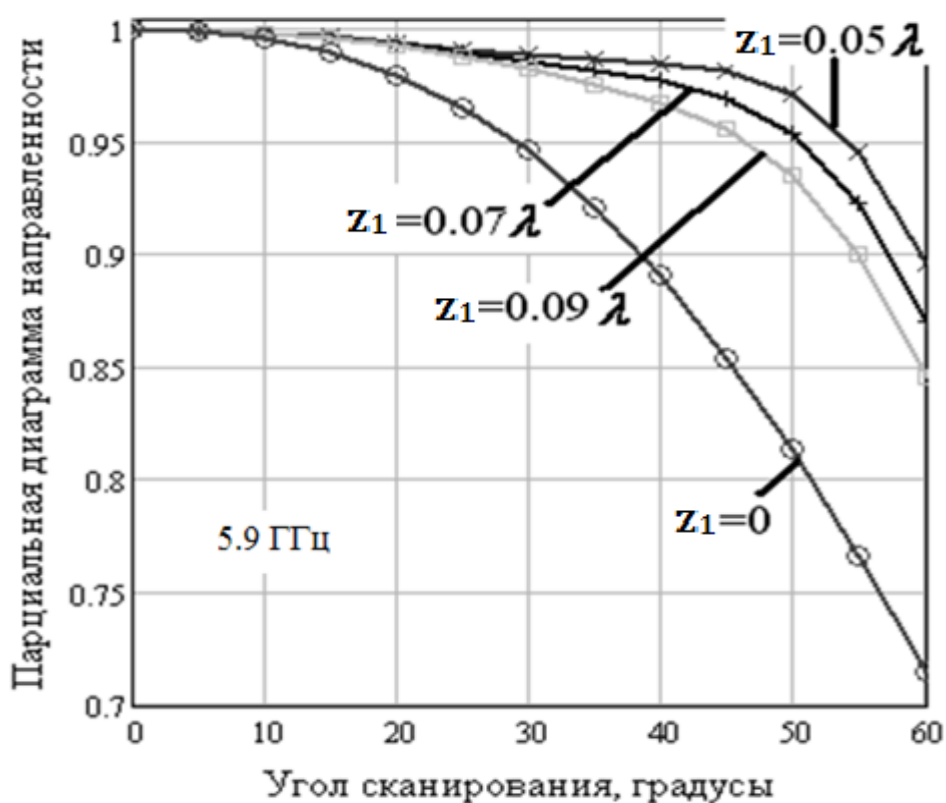


б

Рис.5.3 Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования на частоте 5.9 ГГц



а



б

Рис.5.4 Зависимость парциальных диаграмм направленности от угла сканирования для треугольной сетки расположения излучателей на частотах 5.4 (а) и 5.9 (б) ГГц

увеличение коэффициента отражения вплоть до значений, соответствующих полному отражению.

Также было выяснено, что для того, чтобы СПС обеспечивала наилучшее согласование данной антенной решетки с внешним пространством необходимо, чтобы ширина внутренней области связи была в пределах от 0.025λ до 0.057λ .

На рисунках 5.4 а, б изображены парциальные диаграммы направленности (ПДН). Парциальная ДН одного излучателя бесконечной структуры в пределах сектора, соответствующего однолучевому сканированию, определяется соотношением [119]:

$$F(\theta, \varphi = 0) = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot S_u \cdot \cos(\theta) \cdot TZY_{00}(\theta)}{\lambda^2}},$$

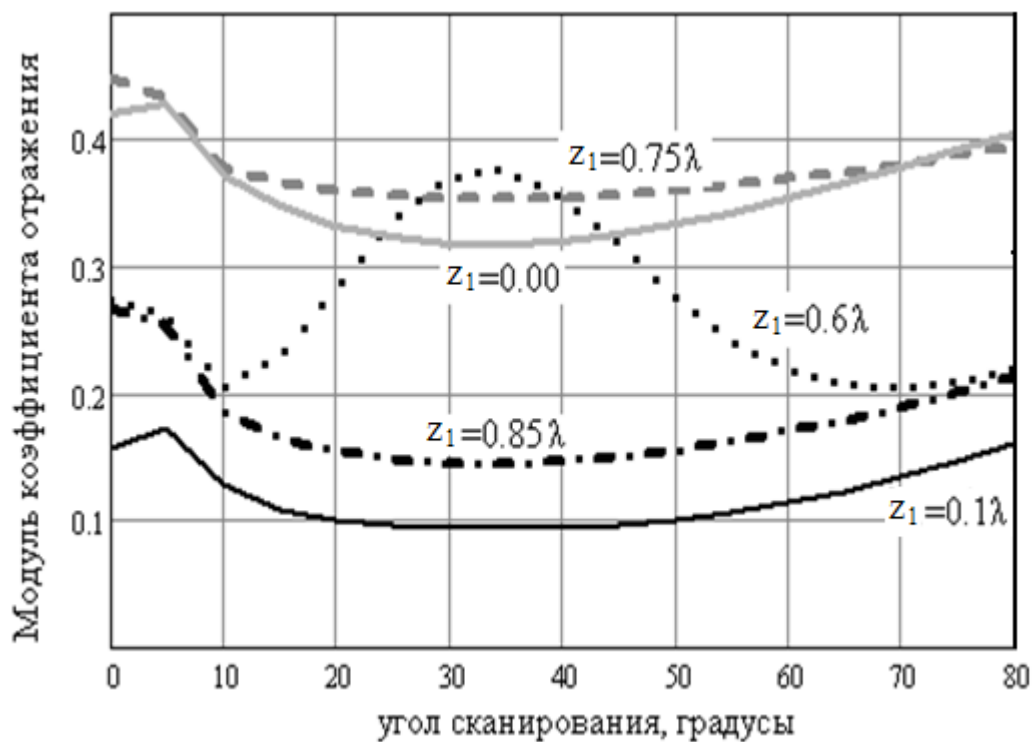
где: S_u - площадь поверхности одного периода решетки (элементарной ячейки Флоке), $TZY_{00}(\theta)$ - коэффициент прохождения в области излучения.

По рассчитанным парциальным ДН можно сделать вывод об отсутствии «ослепления» антенной решетки в исследуемом секторе углов сканирования.

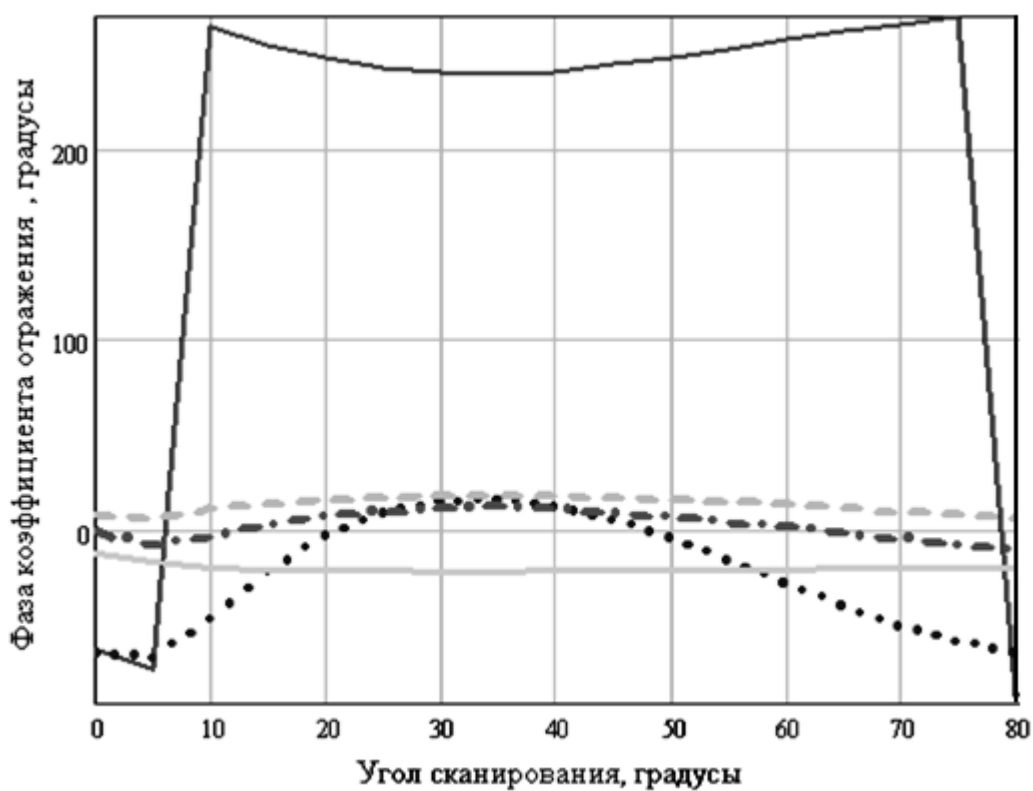
5.2.2 Прямоугольная сетка расположения излучателей

ФАР с прямоугольной сеткой имела такие же геометрические размеры излучателей как и предыдущая ФАР, но $d=2,89$ (см).

Для данного случая частотные исследования проводились в диапазоне частот 5.65 ± 0.2 ГГц. На рисунках 5.5 – 5.9 изображены зависимости коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 (0.1λ , 0.6λ , 0.75λ и 0.85λ) на частотах $5.45 - 5.85$ ГГц. При выборе значений z_1 и z_2 , учитывалось условие получения для ФАР с СУ уменьшения коэффициента отражения в среднем на 40% и более, по сравнению с ФАР без СПС.

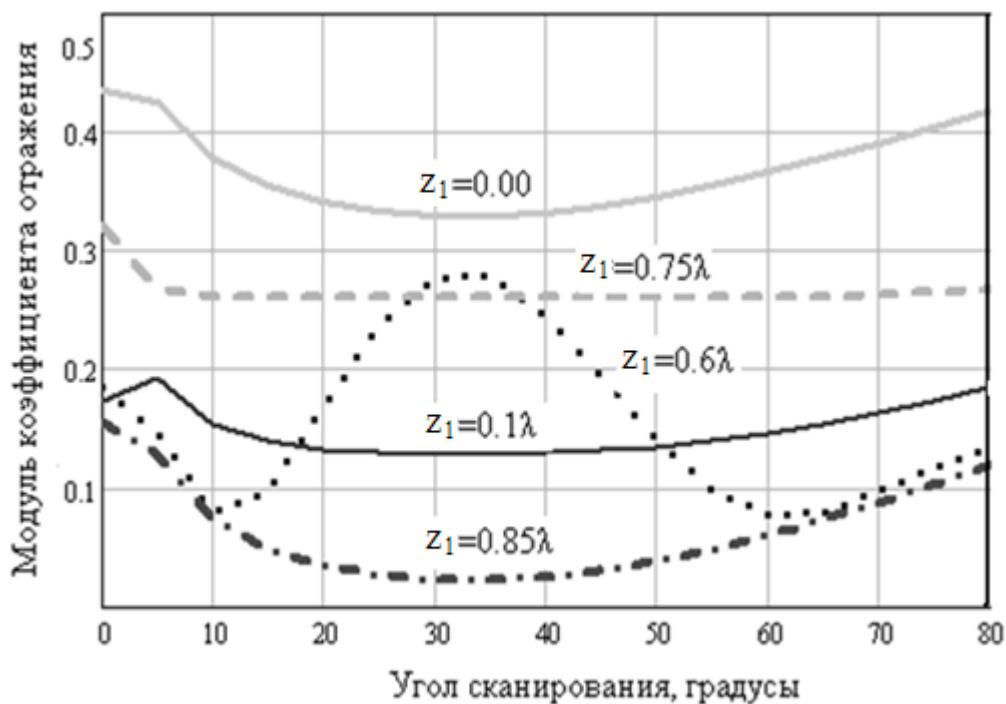


а

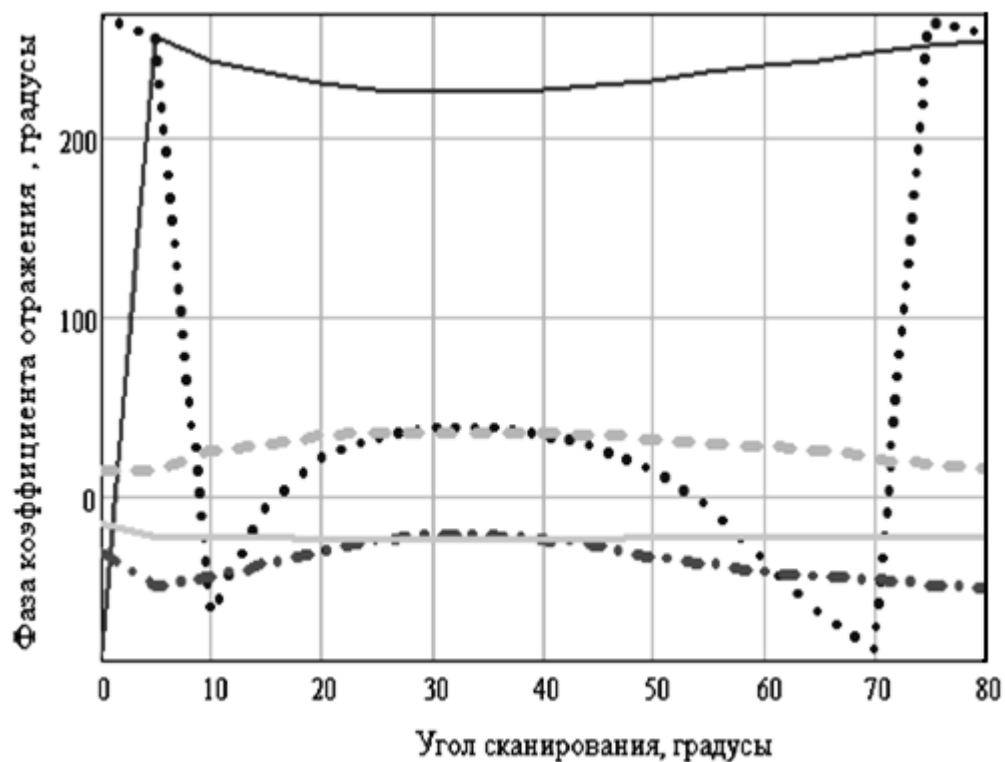


б

Рис.5.5. Зависимость модуля (а) и фазы(б) коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 на частоте 5.45 ГГц

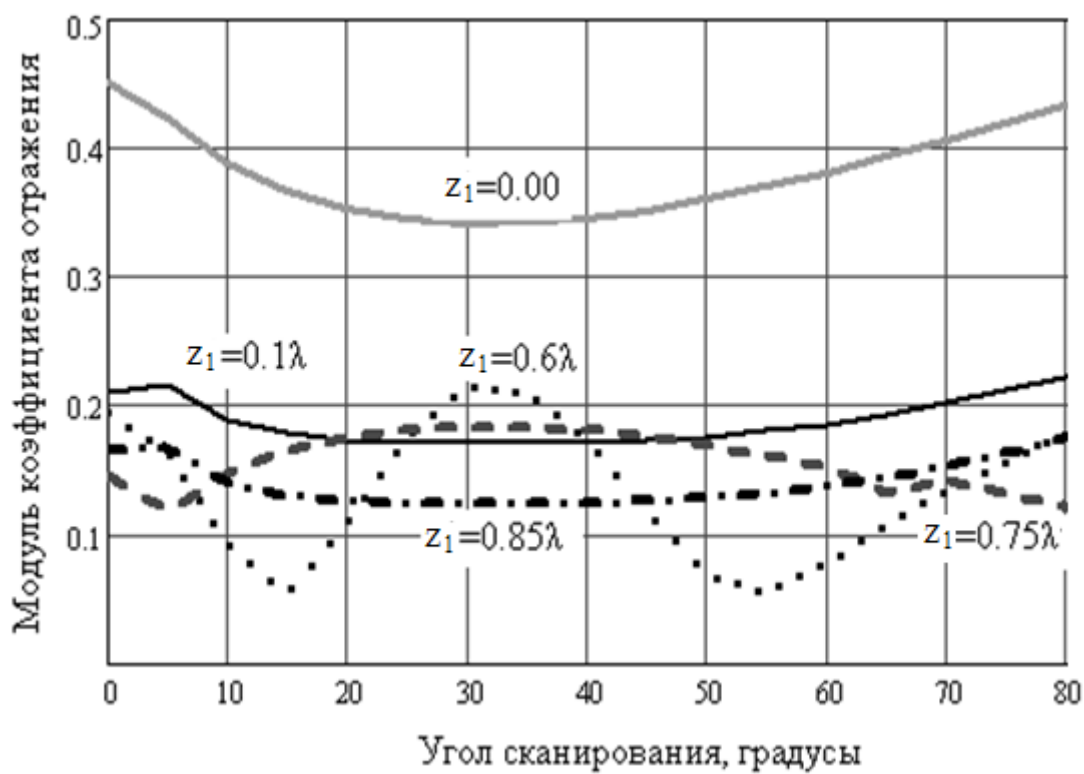


а

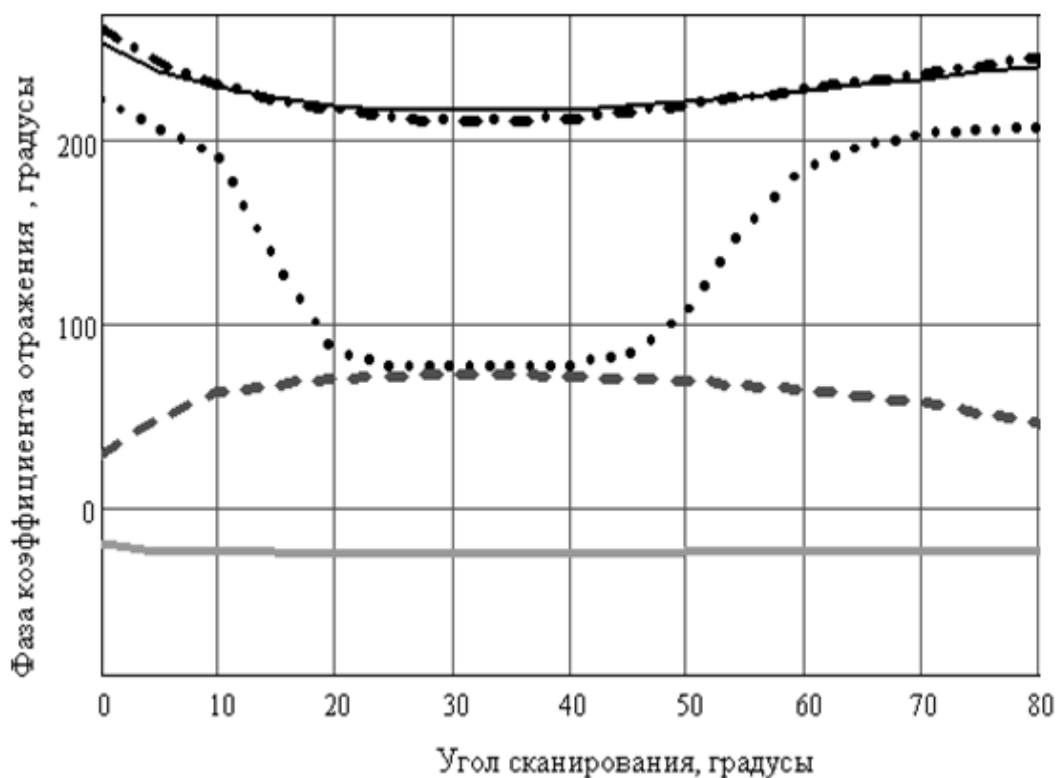


б

Рис.5.6. Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 на частоте 5.55 ГГц

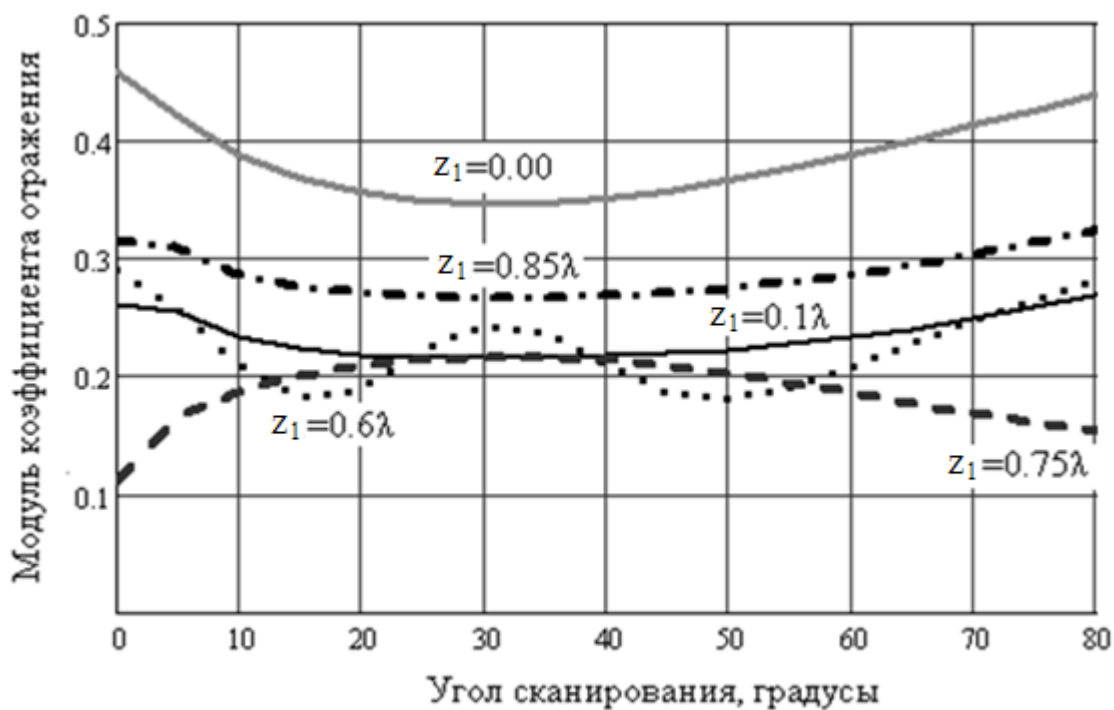


а

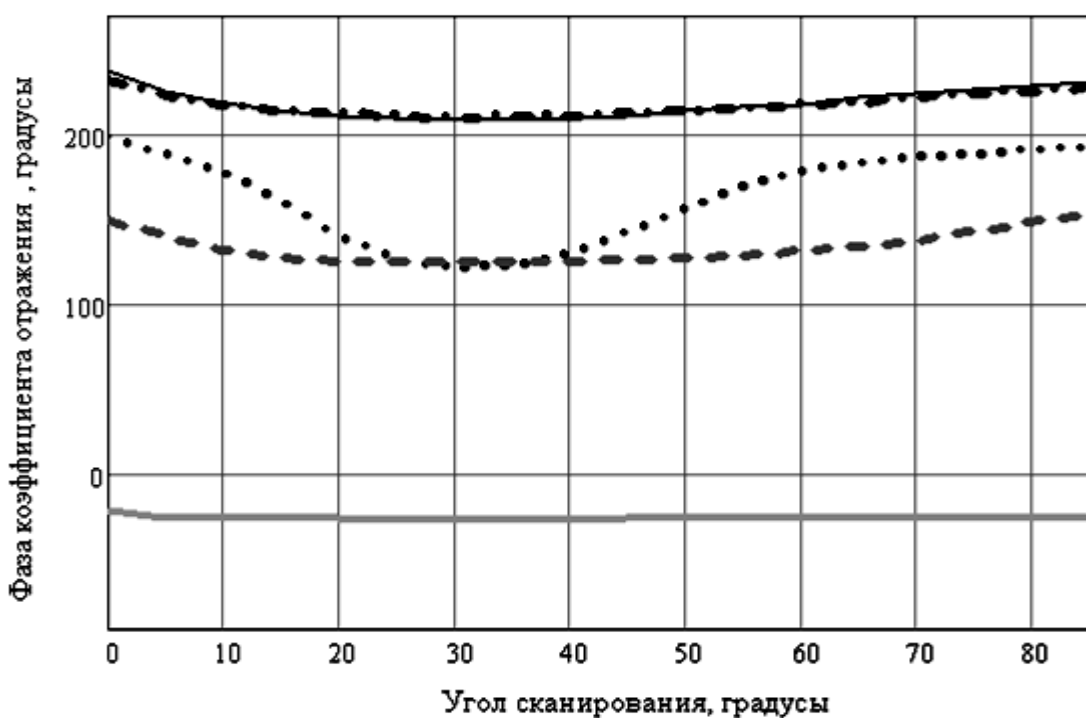


б

Рис.5.7. Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 на частоте 5.65 ГГц

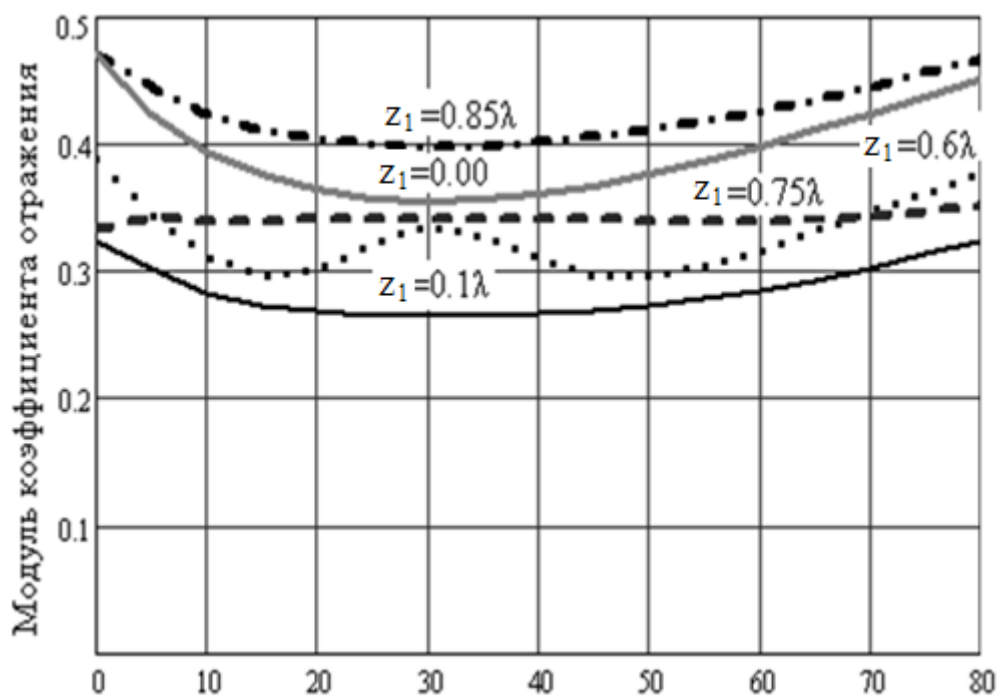


а

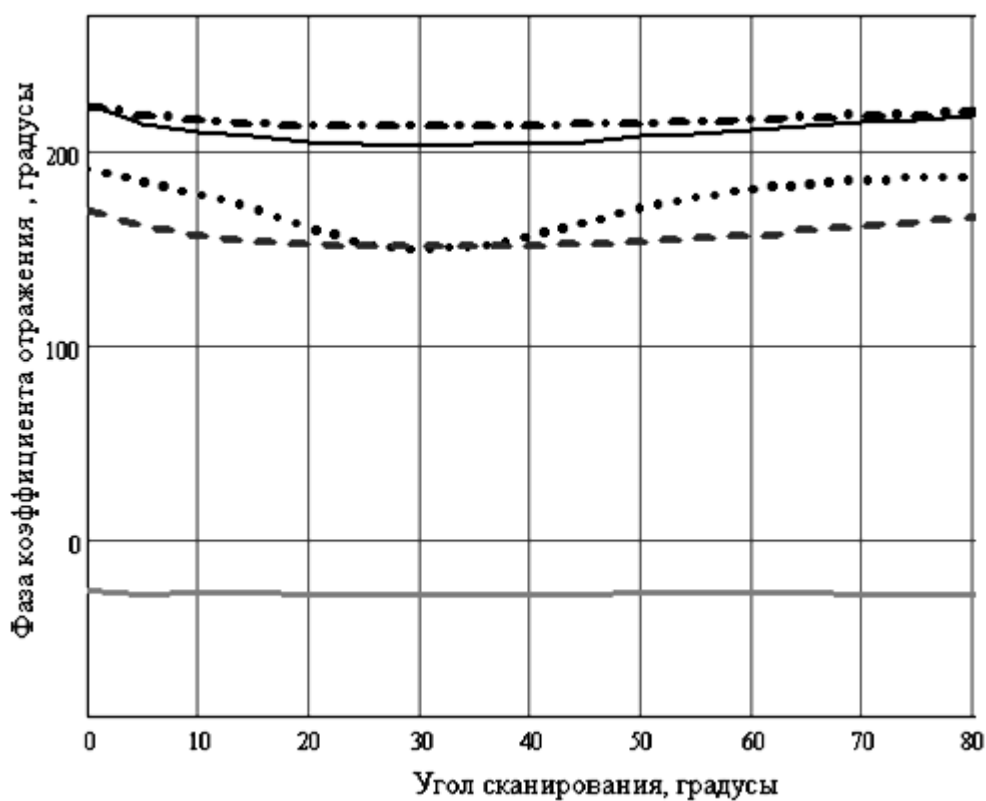


б

Рис.5.8. Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 на частоте 5.75 ГГц



а



б

Рис.5.9. Зависимость модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от угла сканирования для четырех геометрических размеров z_1 на частоте 5.85 ГГц

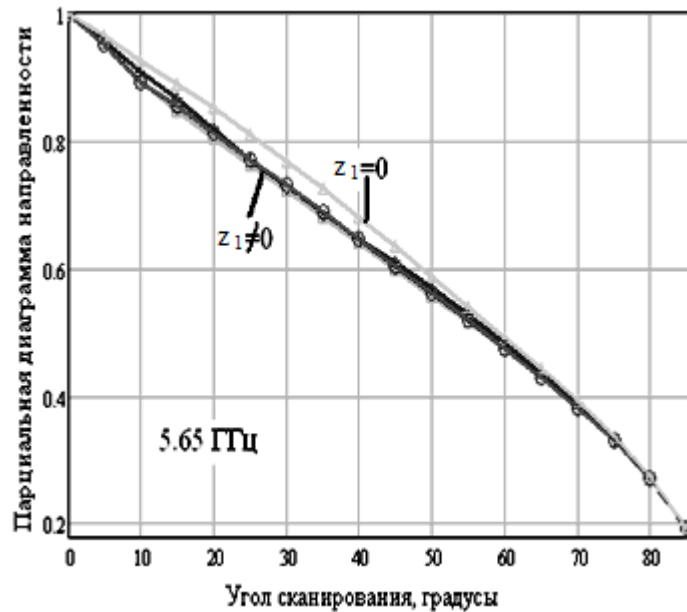


Рис.5.10 ПДН для прямоугольной сетки на частоте 5.65 ГГц

Наибольшая широкополосность наблюдается при $z_1=0.1\lambda$, $z_2=0.192\lambda$ и может достигать 0.4 ГГц: от 5.45 ГГц до 5.85 ГГц, а коэффициент отражения получался наименьшим по сравнению с другими значениями z_1 . При $z_1=0.6\lambda$, $z_2=1.0565\lambda$ полоса пропускания 0,3 ГГц: от 5,55 ГГц до 5,85 ГГц, а при значениях $z_1=0,85\lambda$, $z_2=0,94\lambda$ - 0,3 ГГц: от 5,45 ГГц до 5,75 ГГц, для $z_1=0,75\lambda$, $z_2=0,905\lambda$ - 0,2 ГГц: от 5,55 ГГц до 5,75 ГГц.

Рассчитана парциальная диаграмма направленности (ПДН) для частоты 5.65 ГГц (рис. 5.10), ПДН в диапазоне исследуемых частот имеет малые изменения. Численные результаты показали, что ПДН практически не меняется для различных размеров СУ.

5.3 ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 5

1. Численно исследована и проанализирована трехмерная задача расчета бесконечной волноводной ФАР с согласующей периодической структурой при сканирования в Н-плоскости. Модель волноводной ФАР рассматривались для случаев треугольной и прямоугольной сеток расположения излучателей.

2. Для треугольной сетки расположения излучателей при относительно малом расстоянии ($z_1 \leq 0,1\lambda$) от апертурной плоскости до области II можно осуществить согласование ФАР с внешним пространством. Были определены размеры согласующей структуры: для треугольной сетки расположения волноводов, которая обеспечивала согласование в диапазоне частот от 5.45 до 5.9 ГГц или в диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka (a – широкая стенка волновода) от 3.958 до 4.325 в секторе углов сканирования от 0° до 40° . При этом модуль коэффициента отражения уменьшился в два раза. “Ослепление” исследуемой ФАР для треугольной сетки отсутствует.

3. Для случая с прямоугольной сеткой можно выделить несколько значений z_1 ($0,1\lambda, 0,6\lambda, 0,75\lambda, 0,85\lambda$), при которых можно осуществить согласование в диапазоне частот от 5.45 до 5.85 ГГц (в диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka от 3.995 до 4.288) и в секторе углов сканирования, ограниченном верхним значением 80° . При этом модуль коэффициент отражения уменьшается в 1,5-2,5 раза. “Ослепление” исследуемой ФАР для прямоугольной сетки отсутствует.

4. Согласно численным расчетам геометрические размеры согласующей периодической структуры настолько мало ($\leq 0,1\lambda$), что позволяют создать подрешетку в виде металлизированного напыления на пенопласте с малой плотностью, обладающий диэлектрической проницаемостью равной 1. Такая конструкция СУ проста в изготовлении и позволяет избавиться от использования дорогостоящих диэлектрических покрытий.

ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований решена актуальная научно-прикладная задача дальнейшего развития моделирования плоских волноводных ФАР методом интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области. Она заключается в разработке эффективной математической модели таких устройств, а также методики и алгоритмов анализа, программных способов их реализации.

Основные результаты работы и выводы:

1. Разработана методика построения функции Грина для плоскослоистого диэлектрического заполнения в методе пронизывающей области. Предложен подход для получения корректного итогового интегрального уравнения при наличии диэлектрического заполнения, связанный с корректным определением функции стороннего источника и представлением полей одних областей через другие. Полученные численные результаты для тестовых случаев совпадают с графической точностью с известными, что свидетельствует о корректности методики построения функции Грина и электродинамического алгоритма в рассматриваемом методе интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области.

2. Впервые проведено численное исследование согласования ФАР из плоскопараллельных волноводов с внешним пространством за счет применения согласующей периодической структуры. Для входных параметров ФАР (нормированных на длину волны геометрических размеров) были численно определены параметры СПС, обеспечивающие согласование, при котором модуль коэффициента отражения при использовании СПС уменьшается в 3÷4 раза в диапазоне углов сканирования от 0° до 60° . Уменьшение модуля коэффициента отражения при использовании СПС с диэлектрическим заполнением в сравнении с СПС без заполнения составляет от 25 до 35%.

3. Впервые методом интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области решена трехмерная задача дифракции. Была

рассмотрена задача дифракции электромагнитной волны на плоской бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения: построен электродинамический алгоритм и проведено исследование численной сходимости решения. Сравнение полученных результатов с известными подтверждает корректность разработанного электродинамического алгоритма.

4. Методом пронизывающей области впервые рассмотрено решение трехмерной дифракционной задачи для бесконечной плоской ФАР из прямоугольных волноводов с треугольной сеткой их расположения при наличии плоскостойкого диэлектрического заполнения. Сравнение результатов с известными подтверждает корректность разработанного алгоритма расчета.

5. Впервые проанализирована и численно исследована методом пронизывающей области трехмерная дифракционная задача расчета для бесконечной плоской волноводной ФАР с согласующей периодической структурой для случая сканирования в H -плоскости. Проведено численное исследование и проанализирована модель волноводной ФАР для треугольной и прямоугольной сетки расположения прямоугольных волноводов. Для треугольной сетки расположения излучателей модуль коэффициента отражения уменьшается в два раза по сравнению с ФАР без согласующего устройства в секторе углов от 0 до 40 градусов в диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka (a – размер широкой стенки волновода) от 3.958 до 4.325. Для прямоугольной сетки показана возможность уменьшения модуля коэффициента отражения в 1,5 ÷ 2,5 раза в диапазоне нормированных на длину волны геометрических размеров ka от 3.995 до 4.288 в секторе углов от 0 до 80 градусов.

Разработанная методика и алгоритмы электродинамического расчета волноводных ФАР могут быть использованы также для расчета периодических волноводных замедляющих структур, дифракционных решеток и т.д. Предложенная методика построения функций Грина в "истокообразной" форме

с учетом магнитодиэлектрического заполнения совместно с приемом выделения в сложной области определения электромагнитного поля пронизывающей и частичных областей применима при решении многих нерегулярных волноводных задач (фильтры, делители мощности и т.д.).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амитей Н. Теория и анализ фазированных антенных решеток: Н. Амитей, В. Галиндо, Ч. Ву; пер. с англ. под ред. Г. Т. Маркова и А. Ф. Чаплина. – М.: Мир, 1974. - 455 с.
2. Грибовский А. В. Возбуждение многоэлементной ФАР из прямоугольных волноводов / А. В. Грибовский, С. Л. Просвирнин // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2003. – Т. 6, №1. – С. 27 – 31.
3. Prosvirnin S.L. Electromagnetic wave diffraction by planar periodic gratings of wavy metal strips / S. L. Prosvirnin, S. A. Tretyakov, P. L. Mladyonov // J. Electromagnetic Waves and Applications. –2002. – V.16, No. 3, P. 421–435.
4. Литвиненко Л.Н. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах / Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин – Киев: Изд. "Наук. думка", 1984. – 240 с.
5. Zouhdi S. Microwave band-gaps in arraystructures. Realization and modeling / S. Zouhdi, S.L.Prosvirnin, S.A.Tretyakov// IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting. San Antonio, TX, USA, June 16-21, 2002– San Antonio, 2002. – V.3. – P. 267.
6. Lytvynenko L. Wave scattering by semi-infinite structure / L. Lytvynenko, S. Prosvirnin, K. Schuenemann // XXVIIth General Assembly of the International Union of Radio Science, Maastricht Exhibition and Congress Centre, 2002, Maastricht, the Netherlands, Proceedings – Maastricht, 2002. – report # B2.P.12, paper # 911.
7. Sidorchuk N.V. Electromagnetic characteristics of doubly-periodic magnetodielectric layer bounded by two uniform media / N. V. Sidorchuk, V.V. Yachin, S.L.Prosvirnin // Int. Conf. on Math. Methods in Electromagnetic Theory, Sept 10-13, 2002, Kiev, Ukraine, Conf. Proc. – Kiev, 2002. –V.2.– P. 401-403.

8. Просвирнин С. Л. Принцип взаимности и дифракция волн на бипериодических структурах/ С.Л. Просвирнин, Н. И. Желудев // Физика и технические приложения волновых процессов: Тезисы докладов III Межд. науч.-тех. конф. Волгоград, Россия, сент. 6 – 12 2004. –Волгоград, 2004 –С.18.

9. Lytvynenko L. M. Wave diffraction by periodic multilayered structures / L.M Lytvynenko, S. L. Prosvirnin, K. Schuenemann // Radio Physics and Radio Astronomy, 2005. – Vol. 10, Special issue. – PP. S186 – S201.

10. Младенов П. Л. Дифракция волн на двух периодических решетках из непрерывных криволинейных металлических лент, расположенных с двух сторон диэлектрического слоя // П. Л. Младенов, С.Л. Просвирнин// Радиофизика и радиоастрономия, 2010. – том № 2. – С. 171-182.

11. Vidil M. J. Electromagnetic waves of a planar layered metal-dielectric structure / M. J. Vidil, S. L. Prosvirnin, N. V. Sydorchuk // Proc. of Int. Seminar / Workshop on Direct and Inverse Problems of Electr. and Acoustic Wave Theory (DIPED-2009). Lviv, Ukraine, Sept. 21 – 24, 2009. – Lviv, 2009. – P. 115 –118.

12. Калиберда М. Е. Дифракция электромагнитных волн на полубесконечной последовательности плоских экранов со щелью / М. Е. Калиберда, С. А. Погарский // 5-я Межд. молодежная науч.-техн. конф. «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ – 2009». Севастополь, Украина, Апр. 20–25, 2009 – Севастополь, 2009. – Т. 5. – С. 328.

13. Lytvynenko L. M. Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures /L. M. Lytvynenko and S. L. Prosvirnin. – Cambridge Scientific Publishers, 2012. – 158p.

14. Булгакова А. А. Особливості формування діаграм спрямованості плоских антенних решіток / А. А. Булгакова, М. М. Горобець, В. А. Катріч, В. А. Лященко // Вісник ХНУ, серія “Радіофізика та електроніка”. – 2006. – №712 – С. 71 – 75

15. Антоненко Ю. В. Электродинамические характеристики излучения фазированных антенных решеток из волноводов сложных сечений/ Ю. В. Антоненко, А.В. Грибовский, И. И. Резник // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2010. – Т.13, №4. – С. 14 – 18.

16. Горобец Н. Н. Характеристики направленности разреженных антенных решёток/ Н. Н. Горобец, А. А. Булгакова // Вестник ХНУ им. В. Н. Каразина. – 2008. – № 834. Сер.: Радиофизика и электроника. – С. 89 – 94.
17. Mailloux R. J. Phased array antenna handbook / R. J. Mailloux. 2-nd edition – Boston: Artech House, 2005. – 515 p.
18. Lee S. W. On the suppression of radiation nulls and broad-band impedance matching of rectangular waveguide phased arrays/S.W. Lee and S.W. Jones // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 1971. – Vol.19, No.1. – P. 41 – 51.
19. Chen C.C. Broad-band impedance matching of rectangular waveguide phased arrays/ C.C. Chen // IEEE Trans. Ant. and Prop. – 1973. – Vol.21, No.3. – P. 298 – 302.
20. Van Schaik H. J. The performance of an iris-loaded planar phased-array antenna of rectangular waveguides with an external dielectric sheet /H. J. van Schaik // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 1978. – Vol. 26, No.3. – P. 413 – 419.
21. Даймонд Б. Обобщенный метод анализа бесконечных плоских антенных решеток / Б. Даймонд // ТИИЭР. – 1968. – Т. 56, № 2. – С. 89 - 105.
22. Старк Л. Теория фазированных антенных решеток СВЧ-диапазона. Обзор / Старк Л. // ТИИЭР. – 1974. – Т. 62, № 12. – С. 55 – 104.
23. Ma M. T. Theory and application of antenna arrays/ M.T. Ma– N.Y., USA: John Willey and Sons, 1974. – 430 p.
24. Phased array antennas / Edited by Oliner A.A., Knittel G.H. // Norwood, MA, Artech House, 1972. – 389 p.
25. Виниченко Ю. П. К задаче дифракции электромагнитной волны на решетке плоских волноводов/ Ю. П. Виниченко, Л. Н. Захарьев, А.А. Леманский, А. Е. Туманская // Радиотехника и электроника. – 1970. – Т. 15, №1, с. 58-66.
26. Ильинский А. С. Прямой метод расчета периодических структур / А. С. Ильинский // ЖВМ и МФ. 1973. – Т. 13, № 1. – С.119 – 126.
27. Ильинский А. С. Дифракция плоской волны на двумерной

периодической структуре / А.С. Ильинский, Н.Б. Косич // Радиотехника и электроника. – 1974. – Т. 19, № 6. – С. 1171–1177.

28. Калиберда М. Е. Дифракция Н-волн на системе щелей в общей стенке двух параллельно расположенных прямоугольных волноводов / М. Е. Калиберда, С. А. Погарский // Радиофизика и радиоастрономия. – 2010. –Т. 15, №4. – С. 425 – 433.

29. Калиберда М. Е. Метод сингулярных интегральных уравнений в задаче дифракции волн типа H_{0m} - и E_{0m} - на системе аксиальных неоднородностей в коаксиальном волноводе / М. Е. Калиберда, С. А. Погарский, В. Е. Кузьменко // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. — Х.: ХНУРЭ, 2010. — Вып. 160. — С. 286—291.

30. Морозов В. М. Применение метода интегрального уравнения для решения трехмерных дифракционных задач / В. М. Морозов, В. И. Магро, С.В. Марченко // Вісн. ДНУ. Сер. Фізика. Радіоелектроніка. – 2006. – Випуск 13, №2/3. – С. 15 – 19.

31. С. В. Марченко Электродинамический расчет волноводных ФАР с магнитодиэлектрическим заполнением методом пронизывающей области / С.В. Марченко, В. М. Морозов, А.М Сьянов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч. – тех. сб.– 2011. – Вып.167. – С. 5 – 9.

32. Marchenko S. V. Application of penetrating area method to calculate waveguide phased antennas array with magnetic-dielectrical materials / S. V. Marchenko, V. M. Morozov // The Eighth International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT '11), Kyiv (Ukraine), Sept. 20 – 23, 2011. – Kyiv: 2011. – P.275 – 277.

33. Марченко С. В. Электродинамический расчет линейной ФАР с согласующей периодической структурой //С. В. Марченко, В. М. Морозов // Радіоелектроніка, Інформатика, Управління – 2013 - Вип. 1. с. 21-23.

34. Marchenko S. V. Numerical investigation of linear waveguide PAA with dielectrically filled matching periodical structure /S. V. Marchenko, V. M. Morozov, A. M. Syanov / The Eleventh Int.Conf on Modern Problems of Radioeng., Telecom

and Comp. Science (TCSET '2012), Lviv – Slavske (Ukraine), Febr. 21 – 24, 2012 – Lviv-Slavske: 2012. – P. 539 – 541.

35. Марченко С. В. Исследование ФАР с диэлектрическим заполнением и согласующей периодической структурой / С. В. Марченко, В. М. Морозов, А. М. Сьянов // Радиотехника: Всеукр. Межвед. Науч.-тех.сб. – 2012. – Вып. 171. – С. 229-233.

36. Марченко С. В. Электродинамический расчет плоской волноводной ФАР методом пронизывающей области/ С. В. Марченко, В. М. Морозов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т.52, №9 . – С. 41 – 47.

37. Marchenko S. V. Numerical analyses of planar waveguide PAA with external dielectrical sheets by penetrating area method / S.V. Marchenko, V. M. Morozov, A. M. Syanov // The Ninth International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT '13), Odessa (Ukraine), Sept. 16 – 20, 2013.– Odessa, 2013. – P. 411 – 413.

38. Марченко С. В. Электродинамический расчет бесконечной волноводной ФАР с согласующей периодической структурой / С. В. Марченко, В. М. Морозов// Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – Т.54, №6. – С. 44 –50.

39. Марченко С. В. Исследование бесконечной волноводной ФАР с согласующей периодической структурой / С. В. Марченко, В. М. Морозов// 7-я Межд. молодёжная науч.- тех. конф. “ Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций” (РТ-2011), Севастополь, Апр. 11 – 15, 2011г. : Мат. конф. – Севастополь: СевНТУ, 2011. – С. 234.

40. Ильинский А.С Проекционный метод решения задач дифракции на периодической решетке / А. С. Ильинский, О. А Лебедева. // Прямые и обратные задачи теории антенн. — М.: МГУ, 1976— с. 94-114.

41. Ильинский А. С. Обоснование проекционного метода численного решения задачи о возбуждении плоской периодической структуры полубесконечных волноводов / А. С. Ильинский, О. А. Лебедева // Вычис. методы и программирование. — М.: МГУ, 1976. — Т.32 — С. 130 – 142.

42. Васильев Е. Н. Численные методы решения задач дифракции на локальных неоднородностях / Е.Н.Васильев, А.С Ильинский, А.Г. Свешников // Вычис. методы и программирование. — М.: МГУ, 1975.—Т. 24—С. 3 – 23.

43. Ильинский А. С. Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах / А. С. Ильинский, А. Г. Свешников // Сборник науч.-метод. статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1977.— вып. 1. — с. 51 – 93.

44. Никольский В. В. Вариационные методы для задач дифракции (обзор) / В. В. Никольский // Изв. вузов СССР. Радиофизика. – 1977. – Т. 20, №1. – С. 5-44.

45. Гаврилов В. М. Расчет коэффициента отражения бесконечной фазированной антенной решетки зеркально-итерационным способом / В. М. Гаврилов, Д. М. Сазонов, Н.Я. Фролов // Изв. вузов СССР. Радиофизика. – 1978.– Т. 21, № 11. – С. 1653 – 1661.

46. Гринев А. Ю. Характеристики излучения периодической структуры из волноводов произвольного поперечного сечения/ А. Ю. Гринев, А. С. Ильинский, Ю. В. Котов, И. П. Чепурняк // Радиотехника и электроника.– 1979. – Т. 24, № 7. – С. 1291–1300.

47. Воскресенский Д. И. О машинном проектировании волноводных излучателей произвольного поперечного сечения для антенных решеток/ Д.И. Воскресенский, А. Ю. Гринев, А. С. Ильинский, Ю. В. Котов // - Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1980. – Т. 23, № 2. – С. 3 – 15.

48. Ильинский А. С. Численные методы решения задачи излучения антенных решеток / А. С. Ильинский, А. Ю. Гринев, Ю. В. Котов // Вычис. методы и программирование.– М.: МГУ, 1980. – Т. 32. – С. 104-130.

49. Феоктистов В. Г. Система машинного проектирования сложных волноводных устройств / Феоктистов В.Г. // Сб. науч.-метод. статей по прикладной электродинамике. – М.: Высшая школа, 1978. – Вып. 2. – С. 120 – 144.

50. Ильинский А.С. О методе интегрального уравнения в задаче дифракции на периодических структурах / А. С. Ильинский, В. М. Репин //

Вычислительные методы и программирование. – М.: МГУ, 1975. – Т.24. – С. 249-262.

51. Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решеток / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Радиотехника, 2003. – 632 с.

52. Автоматизированное проектирование антенн и устройств СВЧ / Д. И. Воскресенский, С. Д. Кременецкий, А. Ю. Гринев, Ю. В. Котов; Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1988 – 240 с.

53. Волноводы сложных сечений / Г.Ф. Заргано, В.П. Ляпин, В. С. Михалевский [и др]. – М: Радио и связь, 1986. – 123 с.

54. Clarricoats P.J.V. Corrugated Horns for Microwave Antennas / P. J. V. Clarricoats, A. D. Olver // Peter Peregrinus Ltd on the behalf of the IEE, London, UK, 1984. – 234p.

55. Гибкие волноводы в технике СВЧ / Под ред. Э.А. Альховского. – М: Радио и связь, 1986. – 123 с.

56. Асафьев В. И. Исследование крестообразных волноводов / В. И. Асафьев, Ю. Н. Василенко, В. М. Голуб, Ю. Я. Харланов // Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. – 1989. – Вып. 6. – С. 72 – 82.

57. Василенко Ю. Н. Моделирование волноводно-рупорных излучателей с произвольной формой поперечного сечения / Ю. Н. Василенко, А. С. Ильинский, Ю. Я. Харланов // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38, №3. – С. 440 – 446.

58. Василенко Ю. Н. Исследование и оптимизация характеристик периодических структур на основе двухполяризационных волноводов сложного сечения / Ю. Н. Василенко, А. С. Ильинский, Ю. Я. Харланов // Антенны. – 1977. – №1 (38). – С. 76-79.

59. Василенко Ю. Н. Моделирование линзовых антенн на основе волноводов со сложной формой поперечного сечения / Ю. Н. Василенко, А. С. Ильинский, Ю. Я. Харланов // Радиотехника и электроника. – 1997. – Т.42, №3. – С. 295 – 301.

60. Ильинский А. С. Перспективы применения и проектирование антенн на основе волноводов сложного сечения / А. С. Ильинский, Ю. Я. Харланов // Третья Всерос. науч.-тех. конф. «ФАР и перспективные средства связи» (ФАР-94), Казань, 13-17 июня 1994: Мат. Докл. – Казань: КГТУ, 1994. – С. 3 – 5.

61. Раздолин А. М. Исследование возможностей широкоугольного согласования волноводных излучателей плоских ФАР / А. М. Раздолин, В. С. Филиппов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1983. – №2. – С.42 – 47.

62. Прохода И. Г. Электродинамический расчет плоской волноводной ФАР методом частичных пересекающихся областей / Прохода И. Г., Морозов В.М., Федорченко С.Г. // Электродинамика и физика СВЧ. — Днепропетровск: ДГУ, 1983. – С. 56-63.

63. Лиходед Ю. В. Численное исследование характеристик блочно-периодических ФАР с многомодовыми волноводными излучателями / Ю.В. Лиходед, А. С. Мирошников, А.С. Пономарев // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1988. – № 2. – С. 43-47.

64. Хзмалян Д.А. Возбуждение конечной антенной решетки из плоскопараллельных волноводов под слоем диэлектрика / Д. А. Хзмалян // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1981. – №2. – С.48-54.

65. Shubert K. A. Matching properties of arbitrarily large dielectrical covered array/ K. A. Shubert, B. A. Munk // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1983.– Vol. AP-31 – P.54 – 59.

66. Мануилов Б.Ю. Возбуждение решетки плоских волноводов, покрытой слоем диэлектрика конечной длины / Б.Ю. Мануилов, В.М. Шабловский // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – №2. – С. 96 – 98.

67. Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1994. – 592 с.

68. Бодров В.В. Применение вертикальных проводящих штырей и диэлектрических вставок для согласования волноводных ФАР / В. В. Бодров, С. А. Войнов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1986. – №7. – С. 825 – 832.

69. Магро В. И. Исследование согласующего устройства для конечных линейных волноводных ФАР / В.И. Магро, В.М. Морозов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1997. – №7. – С. 30 – 34.

70. Magro V.I. The radiation characteristics of finite antenna arrays with an inner coupling resonator region/ V. I. Magro, V. M. Morozov // Proc. Of Asia-Pacific Microwave Conference (APMC'95).Taejon, Korea, Octю 10 – 13, 1995. – Taejon,1995. – P.955 – 956

71. Морозов В. М. Характеристики излучения конечной волноводной ФАР с внутренней резонаторной областью связи излучателей / В. М. Морозов, В. И. Магро // Материалы 4-й Крымской конференции “ СВЧ техника и спутниковый прием”. – Севастополь, 1994. – Т.1 – С. 44 – 56.

72. Магро В.И. Влияние внутренней резонаторной области связи излучателей на характеристики излучения конечной волноводной ФАР / В. И. Магро, В. М. Морозов // Тез. докл. Международной конф. «Современная радиолокация». – Киев, 1994. – С.65 – 66.

73. Магро В. И. Электродинамический расчет конечной линейной волноводной ФАР с внутренней резонаторной областью связи излучателей / В. И. Магро, В.М. Морозов, Е.Н Привалов //Тез. докл. Всесоюзн. науч. техн. конф.”Сложные антенные системы и их компоненты. Теория, применение и экспериментальные исследования.”– Ленинград, 1990. – С.19.

74. Hansen R .C. Phased array antennas / R .C. Hansen // Wiley-Interscience, New York, 1998.–504 p.

75. Prosvirnin S.L. Propagation of waves in periodic layered structure of complex arrays / S. L. Prosvirnin, D. O. Tyrnov // URSI/IEEE XXVII Convention on Radio Science, Digest of Tech. Papers, S. Tretyakov, J. Saily, Helsinki University of Technology, Espoo, Finland, Oct. 17– 18, 2002. – Espoo, 2002. – P. 112 – 114.

76. Кокодий Д. Н. Анализ электромагнитных характеристик многослойной периодической структуры с поворотом слоев / Д. Н. Кокодий,

С.Л. Просвирнин // Физика волновых процессов и радиотехнические системы – 2001.– Т. 4, №2. – С.22 – 27.

77. Грибовский А. В. Возбуждение поверхностной волной двухэлементной фазированной антенной решетки из прямоугольных волноводов / А. В. Грибовский, С. Л. Просвирнин // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, №3, – С. 291–296.

78. Литвиненко Д. Л. Метод анализа дифракции волн на многослойных периодических структурах / Д. Л. Литвиненко, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин // Радиофизика и радиоастрономия. –1997.– Т.2, №4. – С. 485 – 491.

79. Сидорчук Н. В. Длинноволновое приближение в задаче распространения электромагнитных волн в дупериодическом магнитодиэлектрическом слое / Н. В. Сидорчук, В. В. Ячин, С.Л. Просвирнин // Радиофизика и электроника, Сб. науч. трудов, НАН Украины, Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова, Харьков. – 2002. – Т. 7, спец. выпуск.– С. 208-212.

80. Воробьев С. Н. Операторный метод в задаче дифракции электромагнитных волн на полубесконечной ленточной решетке / С. Н. Воробьев, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, № 3,– С. 273 – 283.

81. Калиберда М. Е. Операторный метод в задаче излучения из системы щелей в плоском волноводе / М. Е. Калиберда, С. А. Погарский // Радиофизика и радиоастрономия. — 2011. — Т. 16, № 3. — С. 292—298.

82. Kaliberda M. E. Diffraction problem by a system of rectangular slots in a common wall of rectangular waveguides / M. E. Kaliberda, S. A. Pogarskiy // The proceedings of 4-th Int. Conf. on Ultra-Wide-Band and Ultra-Short Impulse Signals. – Sevastopol, 2010. – P. 85 – 88.

83. Кожара Л. И. Моделирование распространения электромагнитных волн в непрерывно – слоистых структурах / Л. И. Кожара, Е. Н. Одаренко // 13-й Международный молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке»: материалы форума. – Харьков, 2009. – С. 344.

84. Калиберда М. Е. Операторный метод в задаче дифракции электромагнитных волн на плоских экранах / М. Е. Калиберда, Л. Н. Литвиненко, С. А. Погарский // Радиотехника и электроника. — М., 2009. — Т. 54, № 9. — С. 1029 – 1035.

85. Holter H. Infinite phased-array analysis using FDTD periodic boundary conditions - pulse scanning in oblique directions / H. Holter and H. Steyskal // IEEE Trans. Antennas and Propagation. — 1999. — Vol. 47, No.10. — P. 1508 – 1514.

86. Turner G. FDTD analysis of phased array antennas / G. Turner and C. Christodoulou // IEEE Trans. Antennas and Propagation. — 1999. — Vol. 47, No 4. — P. 661– 667.

87. Neto A. A truncated Floquet wave diffraction method for the full wave analysis of large phased arrays. I. Basic principles and 2-D cases / A. Neto, S. Maci, G. Vecchi, M. Sabbadini // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 2000 – Vol. 48, No. 4. – P. 594 – 600.

88. Lamberty B. J. Wide angle impedance matching surfaces for circular waveguide phased array antennas with 70 degree scan capability / B. J. Lamberty, W. P. Geren, S. H. Goodman, G. E. Miller, and K. A. Dallabetta //Proc. Antenna Applications Symp, Allerton Park. — 2003. — P. 372 – 390.

89. Pettersson L. FDTD with phase shift boundaries for simulation of infinite planar arrays / L. Pettersson, T. Martin // Comp. Electromag. Methods and Appl., EMB04, Gothenburg, Sweden, Oct. 2004. — Gothenburg, 2004 — P. 58 – 62.

90. Craeye C. An efficient MoM formulation for finite- by-infinite arrays of two-dimensional antennas arranged in a three-dimensional structure / C. Craeye, A. Tjihuis and D. Schaubert // IEEE Trans. Antennas and Propagation. — 2004. — Vol. 52, No 1. — P. 271 – 282.

91. Ren J. Floquet - based FDTD analysis of two - dimensional phased array antennas / J. Ren, O.P. Gandhi, L.R. Walker, J. Frascilla, C.R Boerman // IEEE Microwave and Guided Wave Letters. — 1994 — Vol.4, No.4. — P. 109—111.

92. Kragalott M. Design of a 5:1 bandwidth stripline notch array from FDTD analysis / M. Kragalott, W. R. Pickles, and M. S. Kluskens // IEEE Trans. Antennas and Propagation. — 2000. — Vol. 48, No. 11. — P.1733–1741.

93. Ellgardt A. Study of Rectangular Waveguide Elements for Planar Wide-Angle Scanning Phased Array Antennas / A. Ellgardt // IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (AP-S 2005), Washington, U.S., July 2005 — Washington, 2005. — Vol. 1B — P. 815 – 818.

94. Lee R. An alternative approach for implementing periodic boundary conditions in the FDTD method using multiple unit cells / R. Lee and G. Smith // IEEE Trans. Ant. and Propagation. — 2006. — Vol. 54, No. 2. — P. 698 –705.

95. Yu W. On the modeling of periodic structure using the FDTD algorithm / W. Yu, S. Dey, and R. Mittra // Microwave Opt. Technol. Lett. — 2000. — Vol. 24, No. 3. — P. 151 –155.

96. Yu W. FDTD modeling of an artificially synthesized absorbing medium / W. Yu, R. Mittra, and D. H. Werner // IEEE Microwave Guided Wave Lett. — 1999. — Vol. 9 — P. 496–498.

97. Антенны (Современное состояние и проблемы) / Под ред. Л.Д. Бахраха и Д.И. Воскресенского. - М.: Сов. радио, 1979. -208 с.

98. Прохода И.Г. Метод частичных пересекающихся областей для исследования волноводно-резонаторных систем сложной формы / И.Г. Прохода, В.П. Чумаченко // Изв. вузов СССР. Радиофизика. — 1973. — Т. 16, № 10. — С. 1578 — 1582.

99. Прохода И. Г. Расчет четырехплечевого соединения прямоугольных волноводов в Н-плоскости / И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. — 1973. — Т. 16, № 10. — С. 143-144.

100. Прохода И. Г. К расчету N -плечевого соединения прямоугольных волноводов. / И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко // Радиотехника и электроника. — 1974. — т. 19, № 3. — С. 608 — 610.

101. Прохода И. Г. Основные уравнения метода частичных пересекающихся областей для расчета открытых периодических структур /

И.Г Прохода, В. М. Морозов // Электродинамика и физика СВЧ. — Днепропетровск: ДГУ, 1976. — С. 27–29.

102. Прохода И.Г. Расчет фазированных антенных решеток методом частичных пересекающихся областей / И. Г. Прохода, В. М. Морозов // IV науч.-тех. конф, по антеннам и фидерным трактам для радиосвязи, радиовещания и телевидения: Аннотации докладов (г. Москва, 1977). — М., 1976. — С. 57– 58.

103. Прохода И. Г. Применение метода частичных пересекающихся областей для расчета волноводных ФАР с апертурными неоднородностями / И. Г. Прохода, В. М. Морозов // Электродинамика и физика СВЧ. - Днепропетровск: ДГУ, 1980. – С. 106–112.

104. Магро В.И. Применение метода пронизывающей области к расчету бесконечной ФАР / В. И. Магро, В. М. Морозов // Тез.докл. 1-й Междунар конф. «Теория и техника антенн», нояб. 21 – 23, 1995, Харьков. – Харьков, 1995. – С. 58.

105. Морозов В.М. Метод интегрального уравнения на основе выделения пронизывающей области / В. М. Морозов, В. И. Магро // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 2000. — № 1. — С. 28–33.

106. Никольский В.В. Проекционные методы в электродинамике (экранированные и открытые системы) / В.В. Никольский // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. – М.: Высшая школа, 1977. – вып. 1. – С. 4-50.

107. В. П. Чумаченко О сходимости метода частичных пересекающихся областей / Чумаченко В.П. // Электродинамика и физика СВЧ. – Днепропетровск: ДГУ, 1973. – С. 48 –51.

108. Швингер Ю. Неоднородности в волноводах / Ю. Швингер // Зарубежная радиоэлектроника. –1970. – № 3. – С. 3 – 106.

109. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Миттры Р. — М.: Мир, 1977. – 485 с.

110. Вендик О.Г. Антенны с электрическим сканированием (Введение в теорию) / О. Г. Вендик, М. Д. Парнес // Под ред. Л.Д. Бахраха / М.: Сайнс-пресс, 2002. – 232 с.

111. Прохода И. Г. Тензорные функции Грина и их приложения в электродинамике СВЧ / И. Г. Прохода, С. Г. Дмитриук, В. М. Морозов // Электродинамика и физика СВЧ. — Днепропетровск: ДГУ, 1983. — 61с.

112. Прохода И. Г. Об одной математической модели для решения трехмерных дифракционных волноводных задач / И. Г. Прохода // Всесоюзная науч. Конф. "Машинное проектирование устройств систем сверхвысоких частот": Краткие тезисы докладов. - Тбилиси: ТГУ, 1979. – с. 101-104.

113. Chan K. K. Modal analysis of rectangular waveguide phased arrays / K. K. Chan, R. M. Turner, and K. Chadwick // IEEE Int. Antennas Propagat. Symp. Dig., June 1995. – Vol. 33 – P. 1400 – 1403.

114. Chen C. C. Wideband wide-angle impedance matching and polarization characteristics of circular waveguide phased arrays/ C. C. Chen // IEEE Transactions Antennas and Propagation. – 1974. – Vol. 22, No. 3. – P. 414 – 418.

115. Магро В. И. Математическое моделирование конечных линейных волноводных антенных решеток / В. И. Магро, В. М. Морозов // Известия вузов Радиоэлектроника. — 1997. — Т. 40, № 8. — С. 3–10.

116. Магро В. И. Математическое моделирование конечной линейной волноводной ФАР с промежуточной областью связи излучателей /В. И. Магро, В. М. Морозов, Е. Н. Привалов, И. Г. Прохода// Тез.докл. Всесоюзн. научн.-техн. конф. "ФАР и их элементы". Казань, 1990: Мат. докл.– Казань: КХТИ, 1990.– С.52-54.

117. Морозов В. М. Метод интегрального уравнения в задаче дифракции электромагнитной волны на волноводной антенной решетке / В. М. Морозов, В.И.Магро, Н.Е. Соборницкий// Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 1997. – Т.41, №12. – С.45 - 51.

118. Magro V. I. Mathematical modeling of the wave diffraction on open periodic structures / V. I. Magro, V. M. Morozov // Proc. Of the Second Int. Conf.

«Antenna theory and techniques» (ICATT ' 97). Kyiv (Ukraine), May 20 – 22, 1997.
— Kyiv, 1997. – P. 262 - 263.

119. Вопросы проектирования активных ФАР с использованием ЭВМ / В.Л. Гостюхин, К.И. Гринева, В.Н. Трусов; Под ред. В.Л. Гостюхина.– М.: Радио и связь, 1983. – 248 с.